

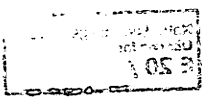
MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT OBERWOLFACH

T a g u n g s b e r i c h t 46/1984

Geometrie

28.10. bis 3.11.1984

Die Geometrie-Tagung stand unter der Leitung von Herrn D. Ferus (Berlin) und Herrn K. Voss (Zürich). Die zahlreich aus dem In- und Ausland angereisten Teilnehmer berichteten - in Vorträgen und Diskussionen - über ihre neuesten Forschungsergebnisse aus den verschiedensten Bereichen der Geometrie. Thematische Schwerpunkte (denen je ein Tag gewidmet wurde) waren: Sätze von Gromov, lokale Differentialgeometrie, Geodätische, Untermannigfaltigkeiten, Eigenwerte des Laplace-Beltrami Operators.



Vortragsauszüge

U. ABRESCH:

Verkürzen von Kurven

Das Krümmungsnormalefeld $k \cdot N = \frac{1}{|c'|} \nabla_{c'} \left(\frac{c'}{|c'|} \right)$ längs einer regulären geschlossenen Kurve in einer Riem. Mgf. (M^n, g) ist $-L^2$ -grad vom Bogenlängenfunktional. Für genügend kleine $t \geq 0$ existiert der zugehörige Fluss von Kurven $t \mapsto (c_t: \mathbb{R}/\mathbb{Z} \rightarrow M^n)$ mit $(d/dt)c_t = k \cdot N$ (*). Ueber das globale Verhalten des Flusses ist nur wenig bekannt. Selbst die Vermutung, dass einfache geschlossene Kurven in \mathbb{R}^2 eingebettet bleiben und kreisförmig werden, wenn ihre Länge auf 0 schrumpft, ist erst für konvexe Kurven bewiesen (Gage, Hamilton).

Explizite Rechnungen in \mathbb{R}^2 (Zusammenarbeit mit J. Langer) beruhen darauf, dass man (*) durch eine konform invariante Flussgleichung ersetzen kann. Diese Gleichung eignet sich zu Regularitätsuntersuchungen und zur Klassifikation aller selbstähnlichen Lösungen von (*). Letztere entwickeln sich in t via Homothetien. Sie haben periodische Krümmungsfunktion $\kappa = \lambda e^{\frac{1}{2}B}$, wobei B (bei Parametrisierung nach Bogenlänge) der Oszillatorgleichung $B'' + 2\lambda^2(e^B - 1) = 0$ genügt. Der Parameter $\lambda > 0$ bestimmt die Länge der Kurve c_0 , während ihre Gestalt durch die Zahl $\eta \geq 0$ im ersten Integral $\frac{1}{2}B'^2 + 2\lambda^2(e^B - B - 1) = 2\lambda^2\eta$ bestimmt wird. Die hierdurch definierten Kurven sind rotationssymmetrisch; ihr Tangentialvektor dreht sich pro Periode der Krümmungsfunktion von $\theta(\eta) = \int_{B_-}^{B_+} (dB / (e^{-B}(\eta - (e^B - B - 1))))^{1/2}$, $\eta > 0$. Wenn $\eta > 0$, so schließen sie sich genau dann, wenn $\theta(\eta) = (m/n)2\pi$. Weil θ monoton fallend mit Werten in $(\pi, \pi\sqrt{2})$ ist, sind die homothetischen Lösungen mit Ausnahme des Kreises ($\eta=0$, $\theta = \pi\sqrt{2}$) durch die Windungszahl m und die Anzahl n der Perioden der Krümmungsfunktion klassifiziert: die Bedingung ist $\frac{1}{2} < m/n < (1/\sqrt{2})$. (\rightsquigarrow Selbstschnitte.) Krümmung und Abstand zum Symmetriezentrum sind verknüpft durch

$\kappa = \kappa_{\min} \exp(\frac{1}{2}(\kappa_{\min}/r_{\min})(r^2 - r_{\min}^2))$. Folglich sind alle nicht-kreisförmigen homothetischen Lösungen transzendente Kurven.



V. BANGERT:

Geodätische auf 2-dimensionalen Sphären

Es wird dargestellt, wie sich anhand von Ideen von Birkhoff und Lusternik-Schnirelmann Aussagen über Geodätische auf 2-dimensionalen Sphären gewinnen lassen. Insbesondere wird gezeigt, dass für eine sehr grosse Klasse von Riemannschen Metriken auf S^2 unendlich viele geschlossene Geodätische existieren.

P. BUSER:

Sunada's Beispiele isospektraler Mannigfaltigkeiten

Zwei kompakte Riemannsche Mannigfaltigkeiten heissen isospektral, wenn sie dasselbe Eigenwertspektrum des Laplace-Beltrami Operators besitzen. Beispiele isospektraler aber nicht isometrischer Mannigfaltigkeiten gibt es von Milnor, Jkeda, Urakawa, Vignéras u.a.. 1983 hat Sunada eine allgemeine Konstruktion solcher Mannigfaltigkeiten entwickelt. Unter anderem findet er solche mit verschiedener Fundamentalgruppe. Im Vortrag wurde über eine Modifizierung berichtet, die gestattet, nicht isometrische isospektrale Riemannsche Flächen (konstanter negativer Krümmung) vom Geschlecht g für $g=5$ und $g \geq 7$ zu konstruieren. Dieselbe Methode liefert auch Beispiele von im \mathbb{R}^3 eingebetteten Flächen.

W. DEGEN:

Die zweifachen Blutelschen Kegelschnittflächen

Es werden im projektiven Raum $P^3(\mathbb{R})$ konjugierte Netze aus Kegelschnitten, derart dass die Trägerfläche bezüglich der 1.Schar eine BLUTELSche Kegelschnittfläche ist, betrachtet. Es zeigt sich, dass dies dann auch für die 2.Schar gilt und dass die Trägerebenen beider Kegelschnittscharen je einem Büschel angehören. Die Ableitungsgleichungen lassen sich vollständig integrieren und führen a) im Falle sich schneidender Büschelachsen auf zweifache Translationsflächen, wobei ein Kegelschnitt längs eines anderen verschoben wird, und

b) im allgemeinen Falle auf eine explizite Darstellung der Art

$$\underline{x}(s, t) = \frac{1}{f(s)} (a(s)\underline{p}_1 + b(s)\underline{p}_2) + \frac{1}{g(t)} (c(t)\underline{p}_3 + d(t)\underline{p}_4),$$

wobei a, b, f lin. unabh. quadrat. Formen in s (und analog c, d, g in t) sind. Bis auf drei Ausartungsfälle handelt es sich um allgemeine Zykloiden (alg. Flächen 4. Ord. mit einem nicht-entarteten Kegelschnitt als Doppelkurve); diese lassen sich komplex-projektiv auf DUPINSche Zykliden abbilden. Einer der Ausnahmefälle führt auf Quadriken bzw. auf Flächen 3. Ord., die zu parabolischen DUPINSchen Zykliden äquivalent sind.

P. DOMBROWSKI:

Ueber eine kinematische Eigenschaft der Exponentialabbildung eines linearen Zusammenhangs und seine JACOBI-Felder k -ter Ordnung

Sei M eine n -dim. C^∞ -Mannigfaltigkeit, ∇ eine lineare, torsionsfreie kovariante Ableitung für M . Sei E die maximale Umgebung des Nullschnitts in TM , auf der die Exponentialabbildung $\exp : E \rightarrow M$ von ∇ definiert ist. Sei J ein Intervall von \mathbb{R} mit $0 \in J$ und $Z : J \rightarrow E \subset TM$ ein C^∞ -Weg in TM mit der Fusspunktskurve $\gamma : J \rightarrow M$. Wir berechnen den Geschwindigkeits- und Beschleunigungsvektor (sowie in Spezialfällen auch Beschleunigungsvektoren höherer Ordnung) des C^∞ -Weges $\exp \circ Z : J \rightarrow M$ zur Zeit t und zwar mittels Jacobi-Feldern 1-ter, 2-ter, ... Ordnung längs der ∇ -Geodätischen $c : [0, 1] \rightarrow M$ mit den Anfangsbedingungen $c(0) = \gamma(0)$, $\dot{c}(0) = Z(0)$. Diese Berechnungsmöglichkeit entspricht einer "Nahwirkungs-" oder Feld-Theorie für die Geschwindigkeits- bzw. Beschleunigungs-Verteilung längs bewegter geodätischer "Stäbe" in Mannigfaltigkeiten mit linearen Zusammenhängen. Wie der bekannte geodätische Spray dies "Führungsfeld" für die geodätischen Wege in M liefert, so ein - hier eingeführter - Jacobi-Spray 1-ter Ordnung (ein gewisses Vektorfeld auf TM) für die genannte Geschwindigkeitsverteilung.

J.-H. ESCHENBURG:

Gromov's Beweis des Sphärensatzes

Sphärensatz (Berger-Klingenberg): Ist M vollständige Riem. Mgf. mit Krümmung $\frac{1}{4} < K < 1$, dann ist M diffeomorph zu einer Unterlagerung einer vertwisteten Sphäre.

Beweis: Es sei $p \in M$ und $S = \{v \in T_p M \mid \|v\| = \pi\}$. Aus den Krümmungsvoraussetzungen folgt, dass $\exp_p : S \rightarrow M$ eine Immersion ist, deren Bild nach aussen gekrümmt ist mit Hauptkrümmungen $\geq \epsilon > 0$ ("ε-konvexe immersierte Hyperfläche"). Die Behauptung folgt aus dem nachstehenden Theorem, dessen Beweis erläutert werden soll:

Theorem (Gromov): Es sei M^n vollständige Riem. Mgf. mit Krümmung $0 \leq K \leq K_0$, $n \geq 3$, und S eine kompakte zsh. Mgf. der Dimension $n-1$. Ist $f : S \rightarrow M$ eine ε-konvexe Immersion, so ist $S = S^{n-1} = \partial D^n$ Sphäre, und es gibt eine Immersion $\tilde{f} : D^n \rightarrow M$ mit $\tilde{f}|_{\partial D} = f$, und $f(S)$ ist nach innen gekrümmt.

D. FERUS:

Die Oktavenebene für Differentialgeometer

Die Oktavenebene $\mathbb{O}P^2$ wird beschrieben als Raum der primitiven Idempotenten in der Jordanalgebra $H(3, \mathbb{O})$; ihre geometrischen Daten im Sinne der äusseren und inneren Geometrie werden berechnet. Wesentliche Grundlage ist die Arbeit von U. Hirzebruch in der Math. Z. 1965. Durch eine Kombination von Argumenten aus der Theorie der Jordanalgebren und durch explizite Matrizenrechnungen in Spezialfällen erreichen wir dabei ein sehr elementares Niveau.

E. HEINTZE:

Obere Schranken für λ_1

Obere Schranken für den ersten Eigenwert einer kompakten Riemannschen Mannigfaltigkeit ergeben sich aus dem Minimumprinzip

$$\lambda_1 = \min_{f \neq 0} \frac{\int_M \|\text{grad } f\|^2}{\int f^2} .$$

Es wurden die Ungleichungen von Hersch,

Cheng und Bleecker-Weiner diskutiert und Verallgemeinerungen der beiden letzten gegeben. Z.B.: Ist \bar{M} vollständig, einfach-zusammenhängend mit Krümmung ≤ 0 und M isometrisch immersiert in \bar{M} ,

so ist $\lambda_1(M) \leq \frac{n}{\text{vol}(M)} \int_M H^2$, wobei $n = \dim M$ und H die mittlere Krümmung von M ist.

E. KAUFMANN:

Zur Topologie des Schnittorts von Untermannigfaltigkeiten

Der Schnittort C_A einer abgeschlossenen Untermannigfaltigkeit A einer vollständigen Riem. Mgf. M hat analoge topologische Eigenschaften wie der Schnittort eines Punktes, falls A mindestens zweimal stetig differenzierbar eingebettet ist. Ist A reell-analytisch, so ist C_A triangulierbar. Ist A eine C^∞ -Untermgf. von S^n oder \mathbb{R}^n ($n \leq 4$), so kann für eine generische Einbettung von A die lokale topologische Struktur von C_A durch endlich viele Modellräume beschrieben werden. Ein Knoten in der S^3 in generischer Lage hat demnach 5 Typen von Punkten im Schnittort.

Satz. Ausser der Kleeblattschlinge haben alle echten Knoten im generischen Schnittort mindestens einen Punkt vom Typ V ("Verzweigungspunkt").

Die Kleeblattschlinge kann so gelegt werden, dass ihr Schnittort keinen Verzweigungspunkt enthält.

R. KOCH:

Geradenkongruenzen mit ausgezeichneter Mittelfläche

Im euklidischen Raum E^3 sei Σ eine reguläre C^3 -Geradenkongruenz mit regulärer Mittelfläche Φ . Σ sei nicht die Normalenkongruenz von Φ . Dann sind jene Kurven in Φ , welche die Erzeugenden von Σ jeweils orthogonal schneiden (" Σ -Querlinien von Φ ") und ihre Orthogonaltrajektorien (" Σ -Spurlinien von Φ ") eindeutig definiert. Ferner bezeichne Σ^* jene Geradenkongruenz, die durch Spiegelung der Erzeugenden von Σ an der zug. Tangentialebene von Φ aus Σ hervorgeht. Es wird untersucht, wie sich naheliegende Forderungen an Σ (allgemein/isotrop?), die Σ -Querlinien bzw. Σ -Spurlinien von Φ (Hauptdrallflächenleitkurven von Σ in Φ ?, Schmieglinien/Krümmungslinien von Φ ?) oder auch an Σ^* (regulär mit Mittelfläche $\Phi^* = \Phi$?) auf die Mittelfläche Φ von Σ auswirken. Man erhält so insbesondere eine Reihe von Kennzeichnungen dafür, dass Φ eine Minimalregelfläche ist, also in einer Wendelfläche oder Ebene liegt.

M. LANG:

Brennfläche und Krümmungsliniennetz zu Nabelpunkten

Gegenstand des Vortrags ist eine Methode zum Feststellen geometrischer Abhängigkeiten, dargestellt am Beispiel der Brennfläche und des Krümmungsliniennetzes zu einem Nabelpunkt einer Fläche im \mathbb{R}^3 . Dort gibt es im Regelfall 3 mögliche Typen von Krümmungsliniennetzen und 2 Typen von Brennflächen. Diese werden durch den Index des Netzes und die Anzahl der Richtungen, in die Krümmungslinien in den Nabelpunkt einlaufen, bzw. durch die Anzahl der in den entsprechenden Brennflächenpunkte einlaufenden Gratlinien gekennzeichnet. Mittels (koordinatenfrei gebildeter) geometrischer Invarianten lassen sich die geometrischen Abhängigkeiten durch systematische Methoden der Invariantentheorie auf Abhängigkeiten dieser Invarianten zurückführen. So kommt man zu Aussagen über die Vereinbarkeit verschiedener Typen und zum Beispiel Winkel zwischen einlaufenden Krümmungslinien.

K. LEICHTWEISS:

Ueber eine Formel von Blaschke zur Affinoberfläche

Von Blaschke 1923 stammt die folgende (äquiaffin invariante) Darstellung für die Affinoberfläche $A_{\text{aff}}(F)$ einer analytischen Eifläche F des dreidimensionalen euklidischen Raumes \mathbb{R}_3 :

$$A_{\text{aff}}(F) = \lim_{\delta \rightarrow 0} \sqrt{\pi} \frac{V(K) - V(K_{[\delta]})}{\sqrt{\delta}}$$

Hierin bedeutet $V(K)$ bzw. $V(K_{[\delta]})$ das Volumen des von F umschlossenen konvexen Körpers K bzw. das Volumen desjenigen Körpers $K_{[\delta]}$, der aus K durch Weglassen aller ebenen Segmente vom Volumen $\delta > 0$ entsteht. Es wird gezeigt, dass die obige Formel auf alle Eihyperflächen des \mathbb{R}_n der Differenzierbarkeitsklasse C_2 ausgedehnt werden kann. Der Beweis hierzu beruht u.a. auf der schwachen Stetigkeit der Aleksandrow'schen Oberflächenfunktionen und einer lokalen Version des Blaschke'schen Rollungssatzes für Eihyperflächen.

H.R. MUELLER:

Eine differentialgeometrische Kennzeichnung der euklidischen Schraubungen

Durch Zurückführung auf mehrere Differentialgleichungen (partielle und gewöhnliche) und deren Integration wird gezeigt: Unter den einparametrischen Bewegungen des euklidischen Raumes werden die Schraubenbewegungen dadurch charakterisiert, dass die Bahnkurve jedes bewegten Punktes X des Gangraumes Böschungslinie gegenüber einer festen Richtung des Rastraumes ist. Der zugehörige Neigungswinkel hängt von der Lage des Punktes X im bewegten Raum ab.

T. PAVLISTA:

Geometrische Abschätzungen kleiner Eigenwerte des Laplaceoperators

Theorem: Sei (M, g) eine 2-dim., geschlossene, orientierte, zusammenhängende Riem. Mgf. mit strikt positiver Gauss'scher Krümmung K .

Sei ferner $6 K_1 < 12 K_0$ mit $K_0 := \min_M K$, $K_1 := \max_M K$ und

$$\max_M \|\text{grad } K\|^2 < \frac{4}{27} (10 K_1^3 + 18 K_0 K_1^2 - 216 K_0^2 (K_1 - K_0) + (7 K_1^2 - 24 K_1 K_0 + 36 K_0^2)^{3/2}).$$

Dann hat das Polynom $P(\lambda) = \frac{1}{4}(\lambda - 12 K_0)(\lambda - 6 K_1)(\lambda - 2 K_1) + \max_M \|\text{grad } K\|^2$ zwei Nullstellen a, b mit $6 K_1 < a < b < 12 K_0$, und kein Eigenwert des Laplace-Op. liegt im Intervall (a, b) .

S. PETERS:

Der Kompaktheitssatz von Gromov

Thema des Vortrags war ein neuer Beweis von Gromovs Kompaktheitssatz:

Satz: Die Klasse der Riem. Mgf. M mit Schnittkrümmung $|K(M)| \leq \Lambda^2$, Durchmesser $d(M) \leq D$ und Volumen $\text{vol}(M) \geq V$ ist relativ kompakt in einer grösseren Klasse von n -dim. Mgf.. (Wo die Metrik z.B. nur C^0 ist - in Gromovs Version.)

In Gromovs Beweis sind viele Details nicht angegeben und es scheint einige Lücken zu geben. Der hier angegebene Beweis, der eine Modifikation des Beweises des Vortragenden von Cheegers Endlichkeitsatz darstellt, ergibt bessere Regularitätseigenschaften der Limes-Mannigfaltigkeit. Dies wird durch Verwendung von harmonischen Koordinaten erreicht.

U. PINKALL:

Taute Untermannigfaltigkeiten sind algebraisch

Eine kompakte Untermannigfaltigkeit $M^n \subset \mathbb{R}^m$ heisst taute, wenn für jeden abgeschlossenen Ball $B \subset \mathbb{R}^m$, dessen Rand ∂B die Mannigfaltigkeit M^n transversal schneidet, der Inklusionshomomorphismus $H_*(M^n \cap B, \mathbb{Z}_2) \rightarrow H_*(M^n, \mathbb{Z}_2)$ injektiv ist. Eine Untermannigfaltigkeit $M^n \subset \mathbb{R}^m$ heisst Dupin'sch, wenn auf den Tuben um M^n alle Krümmungslinien Kreise sind. In dem Vortrag wurden zwei Sätze besprochen:

Satz 1. Taute Untermannigfaltigkeiten sind Dupin'sch.

Satz 2. Dupin'sche Untermannigfaltigkeiten sind (semi-)algebraisch.

U. PROFF:

Fortsetzungseigenschaften von Funktionen auf $\mathbb{R}^n \setminus \{0\}$, die nur in Polarkoordinaten gegeben sind

Für eine C^∞ -Abbildung $f: \mathbb{R} \times S^n \rightarrow M$ in eine affine C^∞ -Mannigfaltigkeit (M, ∇) wird die Abbildung $h: \mathbb{R}^{n+1} \setminus \{0\} \rightarrow M$, $b \mapsto f(\|b\|, \frac{b}{\|b\|})$, untersucht. Es wird bewiesen: Ist h zu einer C^{k-1} -Abbildung ($k \in \mathbb{N}_+$) auf \mathbb{R}^{n+1} fortsetzbar, so ist diese Fortsetzung \tilde{h} genau dann eine C^k -Abbildung, wenn es eine homogene ganzrationale Funktion $\lambda: \mathbb{R}^{n+1} \rightarrow T_{\tilde{h}(0)} M$ vom Grad k gibt mit $(\nabla_t^{k-1} f_{*\frac{\partial}{\partial t}})(0, a) = \lambda(a)$ für alle $a \in S^n$. Abschliessend wird eine Anwendung dieses Resultates in der Radargeometrie eines (beschleunigten) Beobachters in der (allgemeinen) Relativitätstheorie diskutiert.

H. RECKZIEGEL:

Untermannigfaltigkeiten des Basisraumes einer Riemannschen Submersion

Es sei $\pi: N \rightarrow B$ eine Riemannsche Submersion und M eine horizontale Untermannigfaltigkeit von N . Dann ist $f = \pi|_M$ eine isometrische Immersion, und zwischen den zweiten Fundamentalformen von f und M besteht ein enger Zusammenhang. Z.B. ist f genau dann totalgeodätisch, nabelsch oder minimal, wenn dasselbe für M gilt. Da in vielen Fällen die Geometrie von N besser bekannt ist als die von B , ist

es daher von Interesse, zu untersuchen, ob eine gegebene Untermannigfaltigkeit von B einen "horizontalen Lift" besitzt. Dazu führe ich die sogenannte horizontale Integrabilitäts-Struktur $\Pi = (J_p)$ von π ein, wobei jeweils $J_p \subset \text{End}(T_p B)$ ist. Im Falle, dass π lokal homogene Fasern hat, ist Π eine Familie von Vektorräumen, die lokal durch C^∞ -Tensorfelder erzeugt wird. In wichtigen konkreten Fällen ist Π ein wohlbekanntes Vektorbündel, z.B. eine komplexe bzw. quaternionale Struktur. In letzteren Fällen ist eine Untermannigfaltigkeit $M \subset B$ genau dann lokal Bild horizontaler Untermannigfaltigkeiten $\subset N$, wenn M total-reell (=antiinvariant) ist. Auf diese Weise gewinnt man eine enge Verbindung zwischen anti-invarianten Untermannigfaltigkeiten von Sasaki- und Kähler-Mannigfaltigkeiten.

S. SCHIRRMACHER:

Ueber die Geometrie von R-Räumen

Sei G eine Lie-Gruppe mit halbeinfacher Lie-Algebra \mathfrak{g} , $\langle \cdot, \cdot \rangle$ die Killingform, $K \subset G$ eine maximale kompakte Untergruppe von G mit Lie-Algebra $\mathfrak{k} \subset \mathfrak{g}$. Dann ist $\mathfrak{g} = \mathfrak{k} \oplus \mathfrak{p}$, \mathfrak{p} mit $\langle \cdot, \cdot \rangle$ euklidischer Vektorraum. Sei $Z \in \mathfrak{p}$ und $K(Z) \subset K$ definiert durch $\text{Ad}(k)Z = Z$ für alle $k \in K(Z)$. $K/K(Z)$ heisst R-Raum, $\varphi : K/K(Z) \rightarrow \mathfrak{p}$, $[k] \mapsto \text{Ad}(k)Z$ die Standard-Einbettung von $K/K(Z)$. $K/K(Z)$ heisst regulär, wenn $\dim K/K(Z) = \max_{W \in \mathfrak{p}} \dim K/K(W)$. Neben der Vorstellung einiger Beispiele und Bemerkungen über Resultate im Zusammenhang mit R-Räumen wird der folgende Satz bewiesen:

Satz. Das Normalenbündel von regulären R-Räumen ist trivial (d.h. besitzt eine Basis aus parallelen globalen Normalenschnitten).

S. STEINER:

Symmetrische Bilinearformen auf der p-ten äusseren Potenz eines n-dim. Vektorraumes

Wir betrachten folgende Fragestellung: Gegeben sei ein Variationsproblem in Parameterform mit einem p-fachen Integral

$$\int \dots \int F(x, x_1, \dots, x_p) du^1 \dots du^p, \quad x = (x^1, \dots, x^n), \quad x_i = \frac{\partial x}{\partial u^i}, \quad 1 \leq p \leq n-1;$$

wann ist dann F^2 - der Integrand des zugehörigen "Energiefunktionals" - auf ganz \mathbb{R}^{n+pn} von der Klasse C^2 ? Indem man F^2 nach Taylor entwickelt und die positive Homogenität vom Grade 2 betrachtet, erhält man $F^2(x, X_1, \dots, X_p) = \sum a_{i_1 j_1 \dots i_p j_p}(x) x_1^{i_1} x_1^{j_1} \dots x_p^{i_p} x_p^{j_p}$ und die oben-gestellte Frage reduziert sich auf das folgende algebraische Problem: Welche p -quadratischen Formen $\varphi : V^p \rightarrow K$ auf einem n -dim. K -Vektorraum ($\text{char}(K)=0$) haben die Eigenschaft, dass ihr Wert $\varphi(X_1, \dots, X_p)$ nur vom äusseren Produkt $X_1 \wedge \dots \wedge X_p$ der Argumente abhängt? Es zeigt sich, dass der Raum $Q_p^*(V)$ aller dieser φ unter $GL(V)$ irreduzibel und äquivalent zu jener $GL(V)$ -irreduziblen Komponente $L_p(V)$ der symmetrischen Bilinearformen auf $\Lambda^p V$ ist, welche dem Young-Diagramm

1	2
--	--
--	--
2p-1	2p

entspricht; insbesondere ergibt sich dass jedes $\varphi \in Q_p^*(V)$ als $\varphi(X_1, \dots, X_p) = R(X_1 \wedge \dots \wedge X_p, X_1 \wedge \dots \wedge X_p)$ mit einem wohlbestimmten $R \in L_p(V)$ geschrieben werden kann.

W. STRUEBING:

Einige Bemerkungen über isoparametrische Untermannigfaltigkeiten

Fasst man die r -te mittlere Krümmung h_r einer isometrischen Immersion $F : M^m \rightarrow M^{m+k}$ zwischen Riemannschen Mgf. als symmetrische r -Form auf dem Normalenbündel von F auf, so sind die Untermgf. ausgezeichnet, deren sämtliche mittlere Krümmungen (kovariant) konstant sind. Solche Untermgf. seien - wie im Hyperflächenfall - isoparametrisch genannt. Zu ihnen gehören z.B. die symmetrischen Untermgf. und die Fokalflächen isoparametrischer Hyperflächen in S^{m+1} .

Satz. Eine isoparametrische Untermgf. mit flachem Normalenbündel ist genau dann symmetrisch, wenn die simultanen Eigenbündel aller zweiten Fundamentaltensoren parallel sind (dies ist insbes. der Fall, wenn für deren Anzahl g gilt: $g \leq 2$).

Es werden ferner alle isoparametrischen Flächen in den Standardraumformen bestimmt und die isoparametrischen Kählerschen Hyperflächen komplexer Raumformen angegeben.

E. TEUFEL:

Ueber die totale Absolutkrümmung geschlossener Kurven im sphärischen Raum

Für die totale Absolutkrümmung $TAK := \frac{1}{\pi} \int |\kappa| ds$ (κ =Kurvenkrümmung, ds =Bogenelement) geschlossener Kurven des euklidischen Raumes gilt die Fenchel'sche Ungleichung und speziell für verknotete Kurven die Ungleichung von Fary-Milnor-Fox. Wir beweisen für geschlossene Kurven des sphärischen Raumes S^n die folgenden Ungleichungen:

$$2\left(1 - \frac{L}{2\pi}\right) \leq TAK, \quad L = \text{Länge der Kurve,}$$

und speziell für verknotete Kurven:

$2\left(g - \frac{L}{2\pi}\right) \leq TAK$, g :=minimale Anzahl Erzeugender, um die Knoten-
gruppe zu erzeugen. Ausserdem wird eine der ersten Ungleichung ent-
sprechende für Flächen in S^n angegeben.

G. THORBERGSSON:

Hyperflächen konstanter mittlerer Krümmung in hyperbolischen Räumen

Es sei $\overline{H^{n+1}} = H^{n+1} \cup S^n(\infty)$ die Kompaktifizierung des $(n+1)$ - dim.
hyperbolischen Raumes. Der asymptotische Rand $\partial_\infty A$ einer Menge
 $A \subset H^{n+1}$ ist $\partial_\infty A = \overline{A} \cap S^n(\infty)$, wobei \overline{A} die abgeschlossene Hülle von
 A in $\overline{H^{n+1}}$ bezeichnet. Es gilt der Satz:

Satz. (do Carmo, Gomes, Th.) Es sei $M^n \subset H^{n+1}$ eine vollständige
und eigentlich eingebettete Hyperfläche konstanter mittlerer
Krümmung $H \in [0, 1)$. Dann folgt, dass im asymptotischen Rand von
 M^n keine isolierten Punkte liegen.

W. VOGEL:

Ein geometrischer Zugang zur Schnitt-Theorie

Das Ziel des Vortrags bestand darin, einen geometrischen Zugang zur
Schnitt-Theorie zu beschreiben. Wir haben heutzutage die bemerkens-
werte Theorie von Fulton und MacPherson über Schnitt-Theorie. Unser
Gegenstand besteht darin, eine additive Zerlegung der Bezout'schen
Zahl $\text{Grad}(X) \text{Grad}(Y)$ herzuleiten, wobei X und Y beliebige projektive
reindimensionale Unterschemata des \mathbb{P}_K^n sind und K ein algebraisch

abgeschlossener Körper ist. Wir benützen im Gegensatz zu Fulton und MacPherson eine alte geometrische Idee, indem wir die Geometrie der "join" Konstruktion im \mathbb{P}^{2n+1} über einer geeigneten Körpererweiterung von K verfeinern. Beide Theorien liefern auch in der Tat unterschiedliche "Zerlegungen". Durch Anwendung unserer Methode können wir ein Ergebnis von Jacobi verbessern, das er bereits 1836 im Crelle J. publizierte. Wir möchten jedoch betonen, dass Jacobi's Untersuchungen auf eine Idee von Euler zurückgehen, die er 1748 veröffentlichte.

T.J. WILLMORE:

The k-th fundamental forms of immersions of Riemannian manifolds

Motivation of the study of k-th fundamental forms of immersions was an attempt to prove the conjecture that if a Riemannian metric is p-harmonic for some $p \in \mathbb{Z}^+$, then it is p-harmonic for all p. The immersion ϕ relevant for this problem is the inverse of the exponential map and elementary symmetric functions of order p constructed from the original metric and the pull-back of the metric via this map. Work of J. Eells in the more general case of maps $(M, g) \xrightarrow{\phi} (N, h)$, is discussed in some detail, including the result that the integral

$$\int [\{ \hat{\sigma}_1(\beta(\phi)) \}^2 - \langle \hat{\sigma}_2(\beta(\phi)), h \rangle]^{m/2} \nu_g$$

makes sense for immersions not necessarily isometric. The special case when ϕ is isometric has already received attention by Karcher-Voss and independently by the present author. It is hoped that this more general approach will shed more light on the problem mentioned in the first paragraph.

Berichterstatter: Bernhard Ruh

Tagungsteilnehmer

Dr. U. Abresch
Max Planck Institut
Gottfried Clarenstr. 26
5300 B o n n 3

Prof. Dr. P. Dombrowski
Math. Institut der Universität
Weyertal 86-90
5000 K ö l n 41

Prof. Dr. V. Bangert
Math. Institut der Universität
Weglerstr. 10
5300 B o n n 1

Dr. J.H. Eschenburg
Math. Institut der Universität
Einsteinstr. 64
4400 M ü n s t e r

Prof. Dr. W. Barthel
Math. Institut der Universität
Am Hubland
8700 W ü r z b u r g

Prof. Dr. D. Ferus
Fachbereich Mathematik der TU
Strasse des 17. Juni 135
1000 B e r l i n 12

Prof. Dr. W. Burau
Brahmsallee 13
2000 H a m b u r g

Prof. Dr. E. Heil
Fachbereich Mathematik der TH
Schlossgartenstr. 7
6100 D a r m s t a d t

Prof. Dr. P. Buser
Département de Mathématiques
EPF-Ecublens
CH-1015 L a u s a n n e
SCHWEIZ

Prof. Dr. E. Heintze
Math. Institut der Universität
Einsteinstr. 64
4400 M ü n s t e r

Prof Dr. W. Degen
Math. Institut B der Universität
Pfaffenwaldring 57
7000 S t u t t g a r t 80

Prof. Dr. J. Hoschek
Fachbereich Mathematik der TH
Schlossgartenstr. 7
6100 D a r m s t a d t

Dr. E. Kaufmann
Max Planck Institut
Gottfried Clarenstr. 26
5300 B o n n 3

Dr. T. Pavlista
Fachbereich Mathematik der TU
Strasse des 17. Juni 135
1000 B e r l i n 12

Prof. Dr. R. Koch
Institut für Mathematik der TU
Arcisstr. 21
8000 M ü n c h e n 2

Dr. S. Peters
Institut der Mathematik
der Universität
Postfach 50 05 00
4600 D o r t m u n d

Dr. W. Kühnel
Fachbereich Mathematik der TU
Strasse des 17. Juni 135
1000 B e r l i n 12

Dr. U. Pinkall
Max Planck Institut
Gottfried Clarenstr. 26
5300 B e r l i n 3

Dr. M. Lang
Fachbereich Mathematik der TH
Schlossgartenstr. 7
6100 D a r m s t a d t

Dr. U. Proff
Math. Institut der Universität
Weyertal 86-90
5000 K ö l n 41

Prof. Dr. K. Leichweiss
Math. Institut B der Universität
Pfaffenwaldring 57
7000 S t u t t g a r t 80

Prof. Dr. H. Reckziegel
Math. Institut der Universität
Weyertalstr. 86-90
5000 K ö l n 41

Prof. Dr. H. R. Müller
Am schiefen Berg 49
3340 W o l f e n b ü t t e l

Dr. B. Ruh
Département de Mathématiques
EPF-Ecublens
CH- 1015 L a u s a n n e
SCHWEIZ

Dr. H. Pabel
Math. Institut der Universität
Am Hubland
8700 W ü r z b u r g

Dipl. Math. S. Schirmacher
Fachbereich Mathematik der TU
Strasse des 17. Juni 135
1000 B e r l i n 12

Prof. Dr. U. Simon
Fachbereich Mathematik der TU
Strasse des 17. Juni 135
1000 B e r l i n 12

Prof. Dr. S. Steiner
Math. Institut B der Universität
Pfaffenwaldring 57
7000 S t u t t g a r t 80

Prof. Dr. K. Strubecker
Hansjacobstr. 8
7500 K a r l s r u h e

Dr. W. Strübing
Institut der Mathematik
der Universität
Postfach 50 05 00
4600 D o r t m u n d

Dr. E. Teufel
Math. Institut B der Universität
Pfaffenwaldring 57
7000 S t u t t g a r t 80

Dr. G. Thorbergsson
Math. Institut der Universität
Weglerstr. 10
5300 B o n n 1

Prof. Dr. L. Vanhecke
Dept. of Mathematics
K.U. Leuven
Celestynenlaan 200 B
B-3030 L e u v e n

BELGIEN

Dr. P. Venzi
Liceo C.S.
CH-6500 B e l l i n z o n a
SCHWEIZ

Prof. Dr. W. Vogel
Martin Luther Universität
Sektion Mathematik
DDR-4010 H a l l e

Prof. Dr. K. Voss
Abteilung Mathematik
ETH-Zentrum
CH-8092 Z ü r i c h
SCHWEIZ

Prof. Dr. R. Walter
Institut der Mathematik
der Universität
Postfach 50 05 00
4600 D o r t m u n d

Prof. Dr. B. Wegner
Fachbereich Mathematik der TU
Strasse des 17. Juni 135
1000 B e r l i n 12

Prof. Dr. T.J. Willmore
Departement of Mathematics
University of Durham
Science Laboratories
South Road, DURHAM CITY
DH 1 3 L E ENGLAND