Math. Forschungsinstitut
Oberwolfach
E 20 102142

MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT OBERWOLFACH

T a g u n g s b e r i c h t 43/1988

Arbeitsgemeinschaft Geyer - Harder über Brownsche Bewegung auf Riemannschen Mannigfaltigkeiten

2.10. bis 8.10.1988

Die Tagung fand unter Leitung der Herren C. Deninger und A. Thalmaier aus Regensburg statt. Ziel war es eine Einführung in Begriffe und Methoden der stochastischen Analysis und Differentialgeometrie zu geben. Es wurde gezeigt, wie bekannte Sätze aus der Theorie der Riemannschen Mannigfaltigkeiten, z.B. das Gauß-Bonnet Theorem, mit Methoden der stochastischen Analysis hergeleitet werden können. Am Schluß der Tagung stand ein Beweis des lokalen Atiyah-Singer Indextheoremes für den getwisteten Dirac-Operator mit stochastischen Techniken.

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft
©

Vortragsauszüge

E.Eberlein (Freiburg): **Grundlegendes über stochastische Prozesse**

Es werden Verfahren zur Konstruktion von stochastischen Prozessen aufgezeigt, sowie Pfadeigenschaften diskutiert. Insbesondere wird auf die kanonischen Prozesse und auf stetige Modifikationen eingegangen. Als Beispiel dient die Brownsche Bewegung (Wiener Prozeß). Es wird erläutert, warum die Zuwächse dieses Prozesses stationär, unabhängig und normalverteilt sind. Als alternative Möglichkeit diesen Prozeß einzuführen wird das Invarianzprinzip von Donsker skizziert und auf weitergehende Ergebnisse zur starken Approximation verwiesen. Abschließend wird gezeigt, daß die Brownsche Bewegung die elementare und die schwache Markov Eigenschaft besitzt, sowie fast sicher nirgends differenzierbare Pfade hat.

S.Paycha (Bochum): **Filtrierung und lokale Martingale**

Filtrierte Wahrscheinlichkeitsräume, adaptierte Prozesse und Stoppzeiten (insbesondere Eintrittszeiten) werden eingeführt. Es werden (Sub-, Super-) Martingale behandelt und gezeigt, daß die Brownsche Bewegung ein Martingal ist. Als Eigenschaft von Martingalen wird der "Optional Sampling" Satz angesprochen (insbesondere ist die Eigenschaft eines rechts-stetigen Prozesses Martingal zu sein stop-invariant). Besprochen werden desweiteren Regularitätseigenschaften der Pfade eines Martingales und Anwendungen der Doob'schen Ungleichungen. Konvergenzeigenschaften von Martingalen werden erläutert. Von der Doob-Meyer-Zerlegung für Submartingale ausgehend werden Semimartingale und lokale Martingale eingeführt. Als Anwendung der Eindeutigkeit der Doob-Meyer-Zerlegung wird bemerkt, daß nichtkonstante Martingale fast sicher nirgends differenzierbar sind.

W.Hackenbroch (Regensburg): **Stochastische Integration**

Zunächst wird aus der Doob-Meyer-Zerlegung die quadratische Variation für stetige lokale Martingale eingeführt, bilinear fortgesetzt und für die Komponenten einer mehrdimensionalen Brownschen Bewegung ausgerechnet. Dann wird der Integralbegriff für stetige Semimartingale als Integratoren aufgebaut, die stochastische Approximation durch Zerlegungssummen erklärt und die fundamentalen Rechenregeln (Stoppung, Assoziativregeln, partielle Integration und Klammerprozeß, quadratische Variation von Integralen) erläutert. Schließlich wird die Formulierung in der Sprache der Itô-Differentiale gegeben.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

U.Jannsen (Regensburg): **Stochastische Differentiale und der Itô-Kalkül**

Ist $X = (X^1, X^2, \ldots, X^d)$ ein stetiges Semimartingal mit Werten in einer offenen Menge $U \subseteq \mathbb{R}^d$ and f eine C^2 - Funktion auf U, so lautet die Itô-Formel in differentieller Schreibweise

$$d(f \circ X) = \sum_{j=1}^{d} \frac{\partial f}{\partial x_j}(X) d X^j + \frac{1}{2} \sum_{j,k=1}^{d} \frac{\partial^2 f}{\partial x_j \partial x_k}(X) d \langle X^j, X^k \rangle ,$$

wobei $\langle X, Y \rangle$ der Klammerprozeß ist. Insbesondere ist $f \circ X$ ein Semimartingal und die Formel gibt die Zerlegung von $f \circ X$ in ein lokales Martingal (den "fluktuative Anteil") und einen Prozeß, der lokal von beschränkter Variation ist (den "systematischen" oder "Drift-" Anteil).
Als Anwendung erhält man die Lévy-Charakterisierung der d-dimensionalen Brownschen Bewegung $B = (B^1, B^2, \ldots, B^d)$ als lokales Martingal mit $\langle B^i, B^j \rangle = \delta_{i,j} \cdot t$.
Eine weitere Anwendung betrifft die Charakterisierung von holomorphen Funktionen: Eine C^2 - Abbildung $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ führt genau dann Brownsche Bewegungen in lokale Martingale über, wenn sie harmonische Komponenten besitzt, und in Brownsche Bewegungen (bis auf Zeittransformationen), wenn sie holomorph oder antiholomorph ist.

K.Bichteler (Austin, Texas): **Stochastische Differentialgleichungen**

Gegeben seien Vektorfelder $A_0, A_1, \ldots, A_r$ auf $\mathbb{R}^d$ und reellwertigen Semimartingale $W^1, W^2, \ldots W^r$. Sind die A_i Lipschitz-stetig, so hat die stochastische Differentialgleichung

$$X_t = Y + \int_0^t A_0(X_s)\, ds + \sum_{\beta=1}^{r} \int_0^t A_\beta(X_s) d W_s^\beta$$

eine eindeutige Lösung. Diese kann pfadweise berechnet werden. Falls Y und die A_i glatt von einem Parameter $u \in \mathbb{R}^n$ abhängen, so hängen die Lösungen "ebenso glatt" von u ab.

T.Bröcker (Regensburg): **Partielle Differentialgleichungen, die mit Hilfe der Brownschen Bewegung gelöst werden können**

Seien auf $U \subset \mathbb{R}^d$ die Vektorfelder $L_j, j = 0, 1, \ldots, r$ gegeben. Wir lösen die stochastische Differentialgleichung

$$(*) \qquad d X = \sum_{j=1}^{r} L_j(X) * d W^j + L_0(X) dt,$$

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

wobei $(W^1, W^2, \ldots, W^r)$ die Brownsche Bewegung im $\mathbb{R}^r$ ist. Die Itô-Formel liefert daraus für eine C^2- Funktion $f : U \to \mathbb{R}$ die Gleichung

$$(**) \qquad d(f \circ X) = (Lf)(X)\, dt + d\,M$$

(fast sicher) mit $L = L_0 + \frac{1}{2}\sum_j L_j^2$ und $d\,M = \sum_j L_j f \circ X \cdot d\,W^j$.
$(**)$ stellt die Beziehung der stochastischen Differentialgleichung $(*)$ zum Differentialoperator L her. Wir bilden in $(**)$ die Erwartungen

$$T_t f := u_f(\cdot\,, t) := E[f \circ X_t].$$

Dies definiert eine Halbgruppe, für welche der Operator L der infinitesimale Erzeuger ist. u löst (jedenfalls im schwachen Sinne) die Wärmeleitungsgleichung $\partial u/\partial t = Lu$ mit $u(\cdot\,, 0) = f$. Ähnlich kann man das Dirchlet-Problem und verwandte Probleme lösen. Der Kandidat für die Lösung des Dirchletproblemes

$$\varphi : U \to \mathbb{R}, \quad \varphi|\partial U = f, \quad L\varphi = 0$$

ist $\varphi(x) = E[f(X^x_{\tau^x})]$, wobei τ^x die Austrittszeit des in $x \in U$ startenden Flußprozesses ist.

H.Crauel (Bremen): **Stochastische Flüsse auf Mannigfaltigkeiten**

Es wird das Stratonovich-Integral eines stetigen Semimartingales bezüglich eines anderen stetigen Semimartingales eingeführt und die Itô-Formel für Stratonovich-Differentiale dargestellt. Dabei wird die im Fall hinreichend differenzierbarer Koeffizienten gültige Äquivalenz von Itô- und Stratonovich-Differentialgleichungen gezeigt. Nach Einführung von stochastischen (Stratonovich-) Differentialgleichungen auf Mannigfaltigkeiten wird der Beweis des Existenz- und Eindeutigkeitssatzes über kartenweise Konstruktion ("patching") skizziert. Schließlich wird angegeben, wann die Zuordnung von Anfangswert x zur Lösung $X(t,x)$ zur Zeit $t > 0$ ein Homöo- bzw. Diffeomorphismus ist. Es wird darauf hingewiesen, daß ein "Generator" L wohl die Prozesse $\{t \to X(t,x)\}_{x \in M}$ (bis auf Äquivalenz) eindeutig festlegt, nicht allerdings den Prozeß $t \to X(t, \cdot)$, welcher Werte in der Gruppe der Diffeomorphismen der Mannigfaltigkeit hat.

C.Beckmann und M.Weiand (Köln): **Brownsche Bewegungen und stochastisch wandernde Basen**

Hat man eine Riemannsche Mannigfaltigkeit M mit metrischem Zusammenhang gegeben, so kann man die Mannigfaltigkeit enlang einer glatten Kurve im $\mathbb{R}^d$ "rollen" und erhält als Spur eine Kurve auf M. Diese ist gegeben als Lösung einer

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

Differentialgleichung. Die Pfade einer Brownschen Bewegung sind jedoch fast sicher nirgends differenzierbar, so daß analog zum klassischen Fall ein pfadweises Vorgehen nicht möglich ist. Interpretiert man allerdings die Differentialgleichung stochastisch im Itô-Kalkül, so ergibt sich eine Lösung, die Brownsche Bewegung auf M. Diese läßt sich beschreiben als Diffusion zum Laplace-Beltrami Operator. In ähnlicher Weise kommt man zum Begriff des Martingales auf Mannigfaltigkeiten.

R.Weissauer (Mannheim): **Elementare Krümmungsabhängigkeiten der Brownschen Bewegung**

Die Brownsche Bewegung auf einer Riemannschen Mannigfaltigkeit M wird verglichen mit der Brownschen Bewegung auf gewissen Modellräumen, welche rotationssymmetrisch um einen festen Punkt sind. Ist beispielsweise der Riccitensor der Mannigfaltigkeit M in Radialrichtung größer als der Riccitensor des Modells, dann kann man Austrittszeiten aus Kugeln in M nach unten abschätzen durch die entsprechenden Austrittszeiten aus Kugeln des Modells. Auf ähnliche Weise kann man Transienzkriterien für M auf solche für das Modell zurückführen. Als Anwendung erhält man u.a. Abschätzungen für den ersten Eigenwert des Laplace-Operators auf M.

N.Klingen (Köln): **Das Dirichletproblem bei ∞**

Betrachtet wird für eine d-dimensionale Cartan-Hadamard-Mannigfaltigkeit M mit ihrer Kompaktifizierung $\overline{M} = M \cup S^{d-1}(\infty)$ das Dirichletproblem bei ∞: Gegeben eine beliebige stetige Funktion $f : \partial M \to \mathbb{R}$; gesucht eine stetige Funktion $u : \overline{M} \to \mathbb{R}$, die auf M harmonisch ist. Ist $(B_t)_{t \in \mathbb{R}_+}$ die Brownsche Bewegung auf M und existiert fast sicher $\lim_{t \to \infty} B_t$ in $\partial \overline{M}$ $(*)$, so ist

$$u_f(x) = E[f \circ B^x_\infty] = \int_{\partial \overline{M}} f \, d\mu_x$$

harmonisch auf M. Daß u_f die vorgegebene Randfunktion induziert, folgt wenn die Austrittsmaße μ_x $(\mu_x(A) = P[B^x_\infty \in A])$ schwach gegen das Diracmaß δ_b konvergieren $(**)$ für $M \ni x \to b \in \partial \overline{M}$.
Die Bedingungen $(*)$ und $(**)$ sind auch notwendig für die Lösbarkeit des Dirichletproblems. Beide Bedingungen sind z.B. erfüllt, wenn die Schnittkrümmung S beschränkt ist in der Form $A \leq S \leq B < 0$ (mit A und B reelle Zahlen).

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

A.Langer (Köln): **Das Dirichletproblem bei ∞ (2.Teil)**

Für den Spezialfall einer rotationssymmetrischen Riemannschen Mannigfaltigkeit M werden Integralbedingungen hergeleitet, unter denen der Radialanteil einer Brownschen Bewegung f.s. gegen ∞ geht und der Winkelanteil auf der Sphäre konvergiert. Der Nachweis erfolgt mit Hilfe von Transienz- und Explosionstests für eindimensionale Diffusionen. Insbesondere kann man damit Krümmungsschranken angeben für die Existenz von nichtkonstanten beschränkten harmonischen Funktionen: Ist die Radialkrümmung $K(r) \leq -c/(r^2 \log r)$ für große r, wobei gesetzt sei $c = 1$ für Dimension $M = 2$ und $c = 1/2$ für Dimension $M > 2$, so ist M nicht Liouville.

P.Schneider (Köln): **Das Langzeitverhalten Brownscher Bewegungen und Liouville-Sätze**

Zunächst wird gezeigt, daß die ebene Brownsche Bewegung (1) keinen vorgegebenen Punkt trifft, (2) rekurrent ist, (3) sich um einen gegebenen Punkt mehr und mehr windet, aber sich auch stets entwindet, (4) sich um zwei gegebene Punkte mehr und mehr windet, ohne sich wieder zu entwinden.
Letzteres wird dann benutzt um einen Beweis des kleinen Picard zu geben. Anschließend wird die Brownsche Bewegung auf vollständigen Riemannschen Mannigfaltigkeiten mit nicht negativer Ricci-Krümmung diskutiert. Unter diesen Voraussetzungen ist die Lebenszeit der Brownschen Bewegung gleich ∞. Daraus wird hergeleitet, daß jede beschränkte harmonische Funktion schon konstant ist. Schließlich wird der Beweis dafür skizziert, daß solche Mannigfaltigkeiten die Kopplungseigenschaften besitzen.

W.Ballmann (Zürich): **Wärmefluß auf Differentialformen**

Sei M eine Riemannsche Mannigfaltigkeit der Dimension n, $x \in M$ und $e_1, \ldots, e_n$ eine ON-Basis von $T_x M$. Dann gilt für den Laplace-Operator Δ angewendet auf die Form φ

$$\Delta\varphi = \Box\varphi + W \cdot \varphi, \quad \Box\varphi(x) = \sum_{i=1}^{n} \nabla^2_{e_i,e_i}\varphi(x).$$

Hierbei ist $\nabla^2_{V,U}\varphi = \nabla_V \nabla_U \varphi - \nabla_{\nabla_V U}\varphi$ die zweite Ableitung von φ und der Weitzenböck Term W ist ein krümmungsabhängiger Endomorphismus von $\Lambda^* TM$. Eine p-Form φ kann man auffassen als Funktion $F_u : O(M) \to \Lambda^p(\mathbb{R}^n)$, $O(M)$ das ON-Basenbündel. Dann entspricht $\Box$ genau dem Operator $\sum_{i=1}^n L_i^2$, L_i die kanonischen horizontalen Felder in $O(M)$. Die Lösung der Wärmeleitungsgleichung $\partial_t \varphi = \frac{1}{2}\Delta\varphi$, $\varphi(0, \cdot) = \varphi_0$ läßt sich dann mit Hilfe der Feynman-Kac Formel

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

schreiben als

$$\varphi(t, x_0) = E[\Theta_t \tau_t^{-1} \varphi_0(X_t)],$$

X_t die Brownsche Bewegung von M startend in x_0, τ_t die stochastische Parallelverschiebung längs der Pfade von X_t und Θ_t die Lösung von $\partial_t \Theta_t = -\frac{1}{2} \Theta_t \tau_t^{-1} W \tau_t$, $\Theta_0 = id$.

N.Jacob (Erlangen): **Steilkurs: Malliavinkalkül**

Watanabes Zugang folgend wird der Malliavinkalkül vorgestellt. Insbesondere wird für ein im Sinne von Malliavin nicht degeneriertes Wiener-Funktional F der Ausdruck $E(\delta_x \circ F)$ erklärt. Anwendungen auf Lösung stochastischer Differentialgleichungen werden angedeutet.

P.Kröger (Erlangen): **McKean-Singer-Abschätzungen für den Wärmeleitungskern**

Mit Hilfe des Malliavinkalküls werden die Abschätzungen von McKean und Singer für das asymptotische Verhalten der Fundamentallösung der Wärmeleitungsgleichung (mit zusätzlichem Driftterm) bei $t \searrow 0$ bewiesen. Dazu werden mit Hilfe stochastischer Differentialgleichungen Wienerfunktionale definiert und deren asymptotische Entwicklung sowie das Verhalten unter Pullback von temperierten Distributionen untersucht.

M.Puschnigg (Bonn): **Das Gauß-Bonnet-Chern Theorem**

Es wird ein stochastischer Beweis der Gleichung

$$\text{Index } (d + \delta)_e = \chi(M) = \int_M \text{Eul}\,(M, g)$$

vorgeführt. Nach der Erklärung des Wärmeleitungszugang zu Indexproblemen und der Konstruktion charakteristischer Klassen wird mit Hilfe des Malliavinkalküls eine asymptotische Entwicklung der Superspur $\text{str}\, p_t(x, x)$ des Wärmeleitungskernes, für $t \searrow 0$ gewonnen. Schließlich erlaubt ein algebraisches Lemma über Superspuren auf Cliffordmodulen zu verstehen, weshalb die Singularität des Wärmeleitungskerns bei $t = 0$ bei der Spurbildung verschwindet und darüberhinaus der Grenzwert mit der Eulerform identifiziert werden kann.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

R.Pink (Bonn): **Der Atiyah-Singer-Indexsatz**

Zuerst wird die Konstruktion der Cliffordalgebra, der Spin-Gruppe und der Spinordarstellung beschrieben. Die "cancellations" für die Superspur eines Elementes $x \in \mathrm{Spin}(E)$ auf $S^+ - S^-$ geht zurück auf eine einfache Tatsache: Ist x eine lokale C^1 Kurve in $\mathrm{Spin}(E)$ mit $x(0) = 1$, so gilt

$$\mathrm{str}\,(x(t)) = (\sqrt{-1})^l t^l \cdot Pf(\dot{x}(0)) + o(t^l)$$

für $t \searrow 0$ mit $2l = n = \dim M$.
Der getwistete Dirac-Operator ist definiert durch

$$D:\ \Gamma(F \otimes \xi) \xrightarrow{\nabla^{F\otimes\xi}} \Gamma(T^*M \otimes F \otimes \xi) \xrightarrow{\sim} \Gamma(TM \otimes F \otimes \xi) \xrightarrow{c\otimes 1} \Gamma(F \otimes \xi),$$

wobei ξ ein zusätzliches hermitesches Vektorbündel und $c : TM \otimes F \to F$ die Cliffordmultiplikation auf dem Spinbündel F ist.
Um den lokalen Indexsatz $\left[\hat{A}(TM) \wedge ch(\xi)\right]_n = \lim\limits_{t\searrow 0} \mathrm{str}\,(p_t(x,x))$ ($p_t(x,y)$ ist der Integralkern zu $\frac{\partial}{\partial t} + D^2$), aus dem der globale Indexsatz

$$\mathrm{Index}(D_{|\Gamma(F^+\otimes\xi)}) = \int_M \hat{A}(TM) \wedge ch(\xi),$$

folgt, zu beweisen, benötigt man die Lichnerowicz-Zerlegung $D^2 = -\Delta^H + K$, wobei Δ^H der horizontale Laplace-Operator und K ein Operator nullter Ordnung ist.

R.Leandre (Straßburg): **Der Atiyah-Singer-Indexsatz (2.ter Teil)**

Dieser Vortrag setzt den vorherigen fort. Das asymptotische Verhalten des Integralkernes im Falle des Spinorbündels getwistet mit einem zusätzlichen Vektorbündel wird behandelt. Es werden Details von Bismut's Techniken gegeben. Insbesondere wird gezeigt, wie in der stochastischen Darstellung des Wärmeleitungskerns die Bündel F und ξ entkoppelt, die Singularität bei $t = 0$ nach Superspurbildung eliminiert und mit stochastischer Analysis die charakteristischen Formen identifiziert werden können.

Berichterstatter: *M.Schlichenmaier* (Mannheim)

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

Tagungsteilnehmer

Prof. Dr. A. H. Assadi
Max-Planck-Institut für Mathematik
Gottfried-Claren-Str. 26

5300 Bonn 3

B. Brinkmann
Institut f. Mathematik
der Ruhr-Universität Bochum
Gebäude NA, Universitätsstr. 150
Postfach 10 21 48

4630 Bochum 1

Prof. Dr. W. Ballmann
Mathematisches Institut
der Universität Zürich
Rämistraße 74

CH-8001 Zürich

Prof. Dr. Th. Bröcker
Fakultät für Mathematik
der Universität Regensburg
Universitätsstr. 31
Postfach 397

8400 Regensburg

Dr. W. Bauer
Fakultät für Mathematik
der Universität Regensburg
Universitätsstr. 31
Postfach 397

8400 Regensburg

Dr. H. Crauel
Universität Bremen
Fachbereich Mathematik
Forschungsschwerpunkt:
Dynamische Systeme
Postfach 33 04 40

2800 Bremen 33

C. Beckmann
Mathematisches Institut
der Universität Köln
Weyertal 86-90

5000 Köln 41

Dr. C. Deninger
Fakultät für Mathematik
der Universität Regensburg
Universitätsstr. 31
Postfach 397

8400 Regensburg

Prof. Dr. K. Bichteler
Dept. of Mathematics
University of Texas at Austin

Austin , TX 78712
USA

Prof. Dr. E. Eberlein
Institut für Mathematische
Stochastik
der Universität Freiburg
Hebelstr. 27

7800 Freiburg

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

©

Prof. Dr. W.-D. Geyer
Mathematisches Institut
der Universität Erlangen
Bismarckstr. 1 1/2

8520 Erlangen

Dr. N. Jacob
Mathematisches Institut
der Universität Erlangen
Bismarckstr. 1 1/2

8520 Erlangen

Prof. Dr. W. Hackenbroch
Fakultät für Mathematik
der Universität Regensburg
Universitätsstr. 31
Postfach 397

8400 Regensburg

Prof. Dr. K. Jänich
Fakultät für Mathematik
der Universität Regensburg
Universitätsstr. 31
Postfach 397

8400 Regensburg

Prof. Dr. G. Harder
Mathematisches Institut
der Universität Bonn
Wegelerstr. 10

5300 Bonn 1

Dr. U. Jannsen
Fakultät für Mathematik
der Universität Regensburg
Universitätsstr. 31
Postfach 397

8400 Regensburg

A. Hilbert
Institut f. Mathematik
der Ruhr-Universität Bochum
Gebäude NA, Universitätsstr. 150
Postfach 10 21 48

4630 Bochum 1

K. Kaie
Dinglerstr.5

8900 Augsburg

W. Hoh
Mommsenstr. 29

8500 Nürnberg 20

Prof. Dr. H. Karcher
Mathematisches Institut
der Universität Bonn
Wegelerstr. 3

5300 Bonn 1

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

©

Prof. Dr. N. Klingen
Mathematisches Institut
der Universität Köln
Weyertal 86-90

5000 Köln 41

Prof. Dr. R. Leandre
Institut de Mathematiques
Universite Louis Pasteur
7, rue Rene Descartes

F-67084 Strasbourg Cedex

B. Köck
Fakultät für Mathematik
der Universität Regensburg
Universitätsstr. 31
Postfach 397

8400 Regensburg

B. Leeb
Mathematisches Institut
der Universität Bonn
Wegelerstr. 10

5300 Bonn 1

Dr. P. Kröger
Mathematisches Institut
der Universität Erlangen
Bismarckstr. 1 1/2

8520 Erlangen

Prof. Dr. L. Miller
Mathematisches Institut II
der Universität Karlsruhe
Englerstr. 2

7500 Karlsruhe 1

Prof. Dr. H. Kurke
Sektion Mathematik der
Humboldt-Universität Berlin
Postfach 1297
Unter den Linden 6

DDR-1086 Berlin

Dr. B. Moonen
Max-Planck-Institut für Mathematik
Gottfried-Claren-Str. 26

5300 Bonn 3

A. Langer
Mathematisches Institut
der Universität Köln
Weyertal 86-90

5000 Köln 41

S. Müller-Stach
Fakultät für Mathematik und Physik
der Universität Bayreuth
Postfach 10 12 51

8580 Bayreuth

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

©

Prof. Dr. J. Neukirch
Fakultät für Mathematik
der Universität Regensburg
Universitätsstr. 31
Postfach 397

8400 Regensburg

Dr. M. Roller
Fakultät für Mathematik
der Universität Regensburg
Universitätsstr. 31
Postfach 397

8400 Regensburg

S. J. A. Paycha
Institut f. Mathematik
der Ruhr-Universität Bochum
Gebäude NA, Universitätsstr. 150
Postfach 10 21 48

4630 Bochum 1

Dr. M. Rost
Fakultät für Mathematik
der Universität Regensburg
Universitätsstr. 31
Postfach 397

8400 Regensburg

R. Pink
Mathematisches Institut
der Universität Bonn
Wegelerstr. 10

5300 Bonn 1

M. Schlichenmaier
Fakultät für Mathematik und
Informatik
der Universität Mannheim
Seminargebäude A 5

6800 Mannheim 1

M. Puschnigg
Max-Planck-Institut für Mathematik
Gottfried-Claren-Str. 26

5300 Bonn 3

Prof. Dr. P. Schneider
Mathematisches Institut
der Universität Köln
Weyertal 86-90

5000 Köln 41

Prof. Dr. M. Rapoport
Mathematisches Institut
der Universität Bonn
Beringstr. 1

5300 Bonn 1

Dr. W.K. Seiler
Lehrstuhl für Mathematik VI
Fak.f.Mathematik und Informatik
der Universität Mannheim
Seminargebäude A 5

6800 Mannheim 1

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

©

P. Singer
Mathematisches Institut
der Universität Erlangen
Bismarckstr. 1 1/2

8520 Erlangen

Dr. A. Vogt
Fakultät für Mathematik
der Universität Regensburg
Universitätsstr. 31
Postfach 397

8400 Regensburg

Dr. W. Stich
Parkstr. 10

8401 Köfering

M. Weiand
Mathematisches Institut
der Universität Köln
Weyertal 86-90

5000 Köln 41

Prof. Dr. U. Stuhler
Fachbereich 7: Mathematik
der Universität/Gesamthochschule
Wuppertal, Gaußstr. 20
Postfach 10 01 27

5600 Wuppertal 1

Prof. Dr. R. Weissauer
Fakultät für Mathematik und
Informatik
der Universität Mannheim
Seminargebäude A 5

6800 Mannheim 1

T. Sturm
Mathematisches Institut
der Universität Erlangen
Bismarckstr. 1 1/2

8520 Erlangen

Prof. Dr. K. Wingberg
Mathematisches Institut
der Universität Erlangen
Bismarckstr. 1 1/2

8520 Erlangen

Dr. A. Thalmaier
Fakultät für Mathematik
der Universität Regensburg
Universitätsstr. 31
Postfach 397

8400 Regensburg

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

©

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

©