MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT OBERWOLFACH

Tagungsbericht 30/1968

Arbeitsgemeinschaft über Kongruenzgruppen

6.10. bis 12.10.1968

In dieser Arbeitsgemeinschaft, die unter der Leitung von Herrn M.KNESER und Herrn J.MENNICKE stand, wurde das Kongruenzuntergruppenproblem für klassische Gruppen über Maximalordnungen in algebraischen Zahlkörpern behandelt: Unter welchen Voraussetzungen enthält jede Untergruppe von endlichem Index in einer der obigen Gruppen eine volle Kongruenzuntergruppe nach einem Ideal des Zahlrings ? Die arithmetische Methode zur Behandlung dieser Frage wurde nach Bass-Milnor-Serre in mehreren Referaten ausführlich dargestellt. In den weiteren Vorträgen wurde berichtet über andere Methoden und Ergebnisse von H.Matsumoto, J.Mennicke, C.C.Moore, J.P.Serre und L.N.Wasserstein.

Teilnehmer

H.Behr, Göttingen
S.Böge, Heidelberg
W.Böge, Heidelberg
S.Bosch, Münster
K.Doerk, Mainz
P.K.Draxl, Göttingen
W.Fischer, Göttingen
D.Garbe, Braunschweig
L.Gerritzen, Münster
B.Hain, Clausthal
G.Harder, Heidelberg
O.Herrmann, Heidelberg
H.Jacobinski, Göteborg
W.Jehne, Köln
B.Klaiber, Mainz
M.Knebusch, Hamburg
M.Kneser, Göttingen
H.Kupisch, Saarbrücken
K.Legrady, Hamburg
J.Leicht, Heidelberg
F.Lorenz, Heidelberg
J.G.M.Mars, Utrecht
E.Maus, Hamburg
J.Mennicke, Göttingen
D.Puppe, Heidelberg
K.Radbruch, Tübingen
U.Rehmann, Göttingen
R.Rentschler, Straßburg
P.Roquette, Heidelberg
T.A.Springer, Utrecht
J.R.Strooker, Utrecht
U.Stuhler, Göttingen
G.Tamme, Göttingen
G.Wegner, Göttingen

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

Vortragsauszüge

1) K. Legrady: Zusammenstellung einiger fundamentaler Begriffe und Sätze aus der algebraischen Zahlentheorie: Idèle- und Idèleklassengruppe, Reziprozitätsgesetz von Artin, Satz von Tschebotareff, Korollar von Serre und Dirichlet's Satz über arithmetische Progressionen.

2) K. Radbruch: Definition und grundlegende Eigenschaften des Hilbertschen Normenrestsymbols sowie des lokalen und des globalen n-ten Potenzrestsymbols, insbesondere die Produktformel für das Hilbertsche Normenrestsymbol und das Reziprozitätsgesetz für n-te Potenzreste. Ferner wird für Spezialfälle der Wertevorrat des Hilbertschen Normenrestsymbols angegeben.

3) S. Bosch: Formulierung des Kongruenzuntergruppenproblems für die spezielle lineare Gruppe $SL_n(\mathfrak{o}_k)$ über dem Ring $\mathfrak{o}_k$ der ganzen Zahlen eines algebraischen Zahlkörpers k und Darstellung des Ergebnisses für $n \geq 3$. Zur Behandlung des entsprechenden Problems für die Gruppe $SL_n(A)$ über einem Dedekindring A werden Mennickesymbole über Dedekindringen betrachtet und ihre elementaren Eigenschaften bewiesen.

4) J.G.M. Mars: Bestimmung der Mennickesymbole für die arithmetischen Dedekindringe $\mathfrak{o}_S$ der an allen Stellen außerhalb einer festen, endlichen Stellenmenge S ganzen Elemente eines algebraischen Zahlkörpers. Es wird gezeigt, daß das r-te Potenzrestsymbol ein universelles Mennickesymbol ist, falls S nur komplexe Stellen enthält; in allen anderen Fällen ist jedes Mennickesymbol trivial.

5) D. Puppe: Unter der Voraussetzung, daß der Ring A n-stabil ist, werden Beziehungen zwischen den Gruppen $GL_m(A,\mathfrak{q})$ und $E_m(A,\mathfrak{q})$ $(m \geq n)$ hergeleitet, die sich durch elementares Rechnen mit Matrizen gewinnen lassen (Theorem 7.5 in Bass - Milnor - Serre, Solution of the congruence subgroup problem for SL_n $(n \geq 3)$ and $Sp_{2n}(n \geq 2)$, Publ. I.H.E.S. (1968) no. 33).

6) F. Lorenz: Beweis und Erläuterung der Sätze von Mennicke und Kubota (Bass - Milnor - Serre, loc. cit., Theoreme 5.4 und 6.1).

7) S. Böge: Fortsetzung des Kubota-Homomorphismus aus dem sechsten Vortrag auf $GL_n(A,\mathfrak{q})$ $(n \geqq 3)$, womit die Universalität des Mennickesymbols $W_{\mathfrak{q}} \longrightarrow C_{\mathfrak{q}}(n)$ für $n \geqq 3$ bewiesen wird.

8) P. Roquette: Beweis einiger Hilfssätze, die im vorangehenden Vortrag benutzt wurden und die auf Rechnungen mit elementaren Matrizen und Mennickesymbolen hinauslaufen.

9) M. Knebusch: Lösung des Kongruenzuntergruppenproblems für die symplektische Gruppe Sp_{2n} für $n \geqq 2$ (nach Bass - Milnor - Serre, loc. cit.).

10) U. Stuhler: Nach C.C. Moore (Group extensions of p-adelic linear groups, erscheint in Publ. I.H.E.S.) werden einfach-zusammenhängende Überlagerungen und Fundamentalgruppen für diskrete Gruppen, die mit ihrer Kommutatorgruppe übereinstimmen, und für gewisse lokalkompakte Gruppen eingeführt. Mit Hilfe dieser Fundamentalgruppen lassen sich die zentralen Gruppenerweiterungen kennzeichnen.

11) U. Rehmann: Nach einer Arbeit von R. Steinberg (Générateurs, relations et revêtements de groupes algébriques, Colloque de Bruxelles 1962, 113-127) wird für die spezielle lineare Gruppe eine universelle Überlagerung konstruiert.

12) G. Tamme: Darstellung des Kongruenzuntergruppenproblems für eine über einem algebraischen Zahlkörper K definierte lineare algebraische Gruppe G mittels der exakten Sequenz $1 \longrightarrow \mathcal{C}^S(G_K) \longrightarrow \hat{G}_K \longrightarrow \overline{G}_K \longrightarrow 1$, wobei S eine die unendlichen Stellen umfassende endliche Stellenmenge von K, $\hat{G}_K$ die Komplettierung von G_K bezüglich der S-arithmetischen Topologie und $\overline{G}_K$ die Komplettierung von G_K bezüglich der

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

S-Kongruenztopologie ist. Es wird der Zusammenhang mit der im vorausgehenden Vortrag eingeführten relativen Fundamentalgruppe $\pi(G(S),G_K)$ hergestellt und schließlich nach C.C, Moore (loc. cit.) die Fundamentalgruppe $\pi(G_{K_{\mathfrak{p}}})$ sowie die relative Fundamentalgruppe $\pi(G(S),G_K)$ für die Gruppe $G = SL_2$ bestimmt.

13) D. Garbe: Lösung des Kongruenzuntergruppenproblems für $SL_2(A_S)$ mit card $S \geqq 2$ durch Anwendung der Theorie der universellen Überlagerung nach C.C. Moore (loc. cit.) unter zuhilfenahme von Ideen von J. Mennicke (unveröffentlichtes Manuskript).

14) J. Mennicke: Darstellung eines Ergebnisses von Serre über den Rang der Faktorkommutatorgruppe von torsionsfreien Untergruppen von endlichem Index in SL_2 über den ganzen Zahlen eines imaginärquadratischen Zahlkörpers.

15) M. Kneser: Bericht über Ergebnisse von L.N. Wasserstein (Math. Sbornik 75 (1968)) über Spingruppen quadratischer Formen vom Index $\geqq 2$. Andeutung einer anderen Methode zum Beweis dieser Sätze sowie einiger Ergebnisse für den Fall des Index 1 oder 0.

G. Wegner, Göttingen

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft