MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT OBERWOLFACH

Tagungsbericht 31/1969

Funktionalanalysis
29. 9. - 3. 10. 69

In der Woche vom 29. September bis 3. Oktober fand im Mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach unter Leitung von Professor Dr. H. KÖNIG, Professor Dr. G. KÖTHE und Professor Dr. H.G. TILLMANN die diesjährige Arbeitstagung über Funktionalanalysis statt.

Teilnehmer:

Adasch, N., Frankfurt
Arminjon, P., Hamburg
Bade, W.G., Aarhus
Batt, J., München
Bauer, H., Erlangen
Behrends, E., Berlin
Bengel, G., Bochum
Berz, E., Staufenberg
Bierstedt, K.-D., Mainz
Binz, E., Mannheim
Büyükyenerel, K.G., Ankara
Curtis, P.C.jr., Aarhus
Davie, A.M., Dundee
Fishel, B., London
Floret, K., Kiel
Fuchssteiner, B., Darmstadt
Gloden, R.F., Ispra
Günzler, H., Göttingen
Gramsch, B., Mainz
Heuser, H., Karlsruhe
Keim, D., Frankfurt
Köhn, J., Erlangen
König, H., Saarbrücken
Köthe, G., Frankfurt
Konder, P.P., Mainz
Krause, U., Heidelberg
Kutzler, K., Berlin
Laursen, K.B., Aarhus
Mallios, A., Athen
Marinescu, G., Bukarest
Martineau, A., Nizza
Meise, R., Mainz
Mertins, U., Karlsruhe
Meyer-Nieberg, P., Saarbrücken
Mitrović, D., Zagreb
Sz.-Nagy, B., Szeged
Neubauer, G., Konstanz
Orhon, M., Ankara
Pachale, H., Berlin
Pallaschke, D., Bonn
Pantelidis, G., Bonn
Poulsen, E.T., Aarhus
Ramanujan, M.S., Frankfurt
Roelcke, W., München
Schäfke, F.W., Köln
Scheffold, E., Bochum
Scheiba, J., Mainz
Scherer, K., Stolberg
Schöneberger, E., Saarbrücken
Semadeni, Z., Warschau

Stathakópoulos, K., Tübingen
Stummel, F., Frankfurt
Terzioğlu, T., Ankara
Tillmann, H.G., Mainz
Trautmann, N., Saarbrücken
Vogt, D., Mainz
Waelbroeck, L., Brüssel
Weidmann, J., München
de Wilde, M., Verviers
Wittstock, G., Saarbrücken
Wloka, J., Kiel
Wolff, M., Tübingen
Zielezny, Z., Kiel

Von den insgesamt 63 Teilnehmern kamen 20 aus dem Ausland.

Vortragsauszüge:

ADASCH, N.: Tonnelierte Räume und zwei Sätze von Banach

Es wird eine duale Charakterisierung derjenigen lokalkonvexen Räume F gegeben, die die Eigenschaft haben, daß jede abgeschlossene lineare Abbildung A von einem tonnelierten Raum E in F stetig ist. Weiterhin wird eine duale Kennzeichnung derjenigen lokalkonvexen Räume F angegeben mit der Eigenschaft, daß jede abgeschlossene lineare Abbildung A von F auf einen tonnelierten Raum E offen ist.
Diese Verallgemeinerungen zweier klassischer Sätze von Banach stellen ebenfalls echte Verallgemeinerungen entsprechender Sätze von V. Pták (Bull. Soc. Math. France 86, 1958) und A. Persson (Math. Scand. 19, 1966) dar, wie durch Angabe von Gegenbeispielen gezeigt wird.
(erscheint in Math. Annalen)

ARMINJON, P.: Fundamental solutions of an abstract differential operator.

Let Y be a locally convex space (complete) with semi-norms $\{p_\alpha\}$. Let A be a closed operator with domain D(A) dense in Y, and values in Y. We suppose the following conditions:

1) The resolvent $R(\lambda,A)=(\lambda-A)^{-1}$ exists, holomorphic, in the region $\Sigma=\{\lambda\in\mathbb{C}:\ |\mathrm{Im}\,\lambda|\leq\frac{1}{\varepsilon}\log|\mathrm{Re}\,\lambda|\ \text{ with } |\lambda|\geq N_0\}$, where ε and N_0 are positive constants.
2) In Σ the family of operators $\{T_\lambda\}=\{|\lambda|^{-s}\exp(-\Delta|\mathrm{Im}\,\lambda|)\,R(\lambda,A)\}$ is equicontinuous in λ, where $s\geq -1$ and $\Delta>0$ are constants.
3) There exists an arc joining $(-N_0,0)$ and $(N_0,0)$, along which $R(\lambda,A)$ exists and is continuous.

Then the abstract differential operator $L=\frac{1}{i}\frac{d}{dt}-A$ admits a fundamental solution $E\in\mathcal{D}'(\mathbb{R};\mathcal{L}(Y,D(A)))$: $LE=\delta\otimes I$ with the regularity $E\in C^k(|t|>(s+k+1)\varepsilon+\Delta\,;\,\mathcal{L}(Y,Y))$ for $k=0,1,2,\ldots$ (erscheint in Math. Annalen)

BADE, W.G.: The classes of Baire as B^*-algebras and projection problems.

For each countable ordinal $\alpha\geq 1$, let B_α denote the set of bounded complex valued functions on the unit interval I which belong to class α in the sense of Baire. With the supremum norm B_α is a B^*-algebra and has a representation $B_\alpha=C(\Omega_\alpha)$, where Ω_α is a compactification of the discrete set I. Our main result is:

Theorem: If $1\leq\alpha<\beta$, there exists no bounded projection of B_β onto the closed subalgebra B_α.

The proof proceeds via a study of the structure of Ω_α as a quotient space of Ω_β. This structure is related to lower bounds for possible projections. The method is based on work of S. Diter, R. Cerem, D. Amir, and J. Isbell and Z. Semadeni.

BATT, J.: Nichtlineare kompakte und schwach kompakte Operatoren in lokalkonvexen Räumen

Es seien E und F separierte lokalkonvexe Räume und $\mathfrak{A}$ ein bestimmtes System beschränkter Mengen in E. Zu jeder Transformation T von E in F, die lediglich die Eigenschaft besitzt, die Mengen von $\mathfrak{A}$ in beschränkte Mengen abzubilden, kann eine Adjungierte T' erklärt werden, welche F' in einen Funktionenraum E^{β} über E abbildet, der aus auf jeder Menge in $\mathfrak{A}$ beschränkten Funktionen besteht.

Der Vortrag brachte zwei Sätze, welche bekannte Charakterisierungen der (schwach) kompakten linearen Transformationen von E in F durch Eigenschaften ihrer Adjungierten auf Transformationen des betrachteten Typus ausdehnen. Insbesondere stellen sie Erweiterungen der Sätze von Schauder und Gantmacher für lineare beschränkte Transformationen in Banachräumen dar. Es wurde eine Anwendung auf Integraloperatoren vom Hammersteinschen Typus gegeben.

(Es soll zunächst eine Note im Bull. Amer. Math. Soc. erscheinen.)

BINZ, E.: Eine Charakterisierung der Funktionenalgebren

Sei A eine assoziative, kommutative $\mathbb{R}$-Algebra mit Einselement, die mindestens ein reelles maximales Ideal enthält. Wir nennen A reell-semisimpel (r.s.s.), wenn der Durchschnitt aller reellen maximalen Ideale nur das Nullelement enthält. Unter Hom_s A verstehen wir die mit der Topologie der punktweisen Konvergenz versehene Menge aller $\mathbb{R}$-Algebrenhomomorphismen (die Einselement in Einselement überführen). Die $\mathbb{R}$-Algebra aller stetigen reellwertigen Funktionen von Hom_s A zusammen mit der Limitierung der stetigen Konvergenz heiße $\mathcal{C}_c(\mathrm{Hom}_s\ A)$. Auf A sei die durch d: $A \to \mathcal{C}_c(\mathrm{Hom}_s\ A)$, definiert durch $d(a)(h)=h(a)$ für alle $a\in A$ und für alle $h\in Hom_S\, A$, induzierte Limitierung Λ eingeführt. Eine r.s.s. Algebra A heißt eine $\mathfrak{C}$-Algebra, falls A bezüglich Λ vollständig ist.

<u>Satz</u>: Für jede $\mathfrak{C}$-Algebra A ist d ein $\mathbb{R}$-Algebrenisomorphismus. Umgekehrt ist jede $\mathbb{R}$-Algebra $\mathcal{C}(X)$, bestehend aus allen stetigen reellwertigen Funktionen eines topologischen Raumes X, eine $\mathfrak{C}$-Algebra.

(preprints available)

BÜYÜKYENEREL, K.G.: <u>Endlichdimensionalität irreduzibler Darstellungen kompakter Gruppen in tonnelierten Räumen</u>

A well-known result on representations of compact groups by unitary operators in Hilbert space is extended to the case of (non-unitary) representations in certain classes of locally convex spaces. Namely, the following are proved:

(1) A quasi-complete barreled space which admits a continuous irreducible representation of a compact group is finite dimensional.

(2) A reflexive locally convex space which admits a weakly continuous irreducible representation of a compact group is finite dimensional.

CURTIS, P.C. jr.: <u>Peak points for spaces of continuous functions</u>.

Let X be a compact Hausdorff space, and let E be a separating subspace of $C(X)$, the continuous real or complex functions on X, which contains the constants. In his U.C.L.A. thesis Tae Gaeun Cho has shown that the peak points for E, that is, the points $x\in X$ such that there exists an $f\in E$ satisfying $|f(x)| = \sup_{y\in X}|f(y)| = \|f\|$ and $|f(y)| < \|f\|$, $y\neq x$, are dense in the Choquet boundary for E provided that there exists in E a weakly compact convex set which is fundamental in E. In the special case that E is the continuous linear image of a separable Banach space this may be proved by appealing to the following extension of a well-known result due to Mazur:

<u>Theorem</u>: Let K be weak*-compact subset of the conjugate space of a separable Banach space E. If for each $f\in E$, there exists $\lambda_f\in K$ such that $\lambda_f(f) = \sup_{\mu\in K}|\mu(f)|$, then the set of those elements f for which this functional λ_f is unique is dense in E.

DAVIE, A.M.: Dirichlet algebras of analytic functions.

A necessary and sufficient condition is obtained for the algebra $A(U)$ to be dirichlet on ∂U, where $A(U)$ is the set of all continuous functions on $\overline{U}$, analytic on U; U is any open subset of the extended complex plane. We say an open set V is nicely connected if it is connected, simply connected, and the boundary values of the conformal map of the disc onto V are 1-1 almost everywhere on the circle.

Theorem: $A(U)$ is dirichlet on ∂U if and only if
(1) Each component of U is nicely connected and
(2) Harmonic measures for points of distinct components of U (w.r.t. U) are mutually singular.

FISHEL, B.: An abstract Lebesgue-Nikodym theorem.

A is a $*$-normed algebra. λ and μ are complex linear forms on A. μ is real on self-adjoint elements, positive, and continuous. We introduce a concept of absolute continuity of λ with respect to μ, and show that λ is absolutely continuous with respect to μ if and only if $\lambda(\xi) = \mu(\zeta\xi)$ for all $\xi \in A$, where ζ belongs to a certain completion of A.
We may take $A = \mathcal{K}(T,\mathbb{C})$ (T locally compact), λ and μ Radon measures on T. λ is absolutely continuous with respect to μ if and only if it is absolutely continuous in the sense of Bourbaki. Our theorem then establishes the Lebesgue-Nikodym theorem for Radon measures, the completion of A being in this case isomorphic, as a topological vector space, with the space of functions on T locally integrable with respect to μ.

GRAMSCH, B.: Fredholmoperatoren und analytische Funktionen

Die Meromorphie der Inversen analytischer Operatorfunktionen und die Berechnung des Index bei Funktionalkalkülen, die Fortsetzungen des Kalküls für analytische Funktionen sind, werden betrachtet.

Theorem: Sei $T(z)$ eine auf dem Gebiet $V \subset \mathbb{C}^n$ analytische Operatorfunktion mit Werten in der Menge $\Phi(X,Y)$ der Fredholmoperatoren des Banachraumes X in den Banachraum Y. Dann ist entweder $T(z)$ nirgends invertierbar oder die Inverse $T^{-1}(z)$ ist auf V meromorph und hat für $n=1$ Operatoren von endlichem Rang als Hauptteile.

Entsprechende Ergebnisse gelten auch für analytische Operatorfunktionen mit Werten in der Menge der abgeschlossenen (unbeschränkten) Semifredholmoperatoren.

Theorem: Sei $\mathcal{F}(\Omega)$ eine Banachalgebra stetiger Funktionen auf der kompakten rationalkonvexen Menge $\Omega \subset \mathbb{C}^n$; ferner sei $\gamma: \mathcal{F}(\Omega) \longrightarrow \mathfrak{L}$ ein stetiger Homomorphismus in die Banachalgebra $\mathfrak{L}$, ind (Index): $\Gamma \rightarrow \mathbb{Z}$ ein lokalkonstanter Homomorphismus der Gruppe Γ der invertierbaren Elemente von $\mathfrak{L}$ in die Gruppe $\mathbb{Z}$ (z.B. ganze Zahlen) und $\mathcal{G}(\mathcal{F})$ die Gruppe der invertierbaren Elemente von $\mathcal{F}(\Omega)$. Wenn für den Raum $\mathfrak{M}$ der maximalen Ideale von $\mathcal{F}(\Omega)$ die Relation $\mathfrak{M} \cong \Omega$ erfüllt ist, dann kann man für $f \in \mathcal{G}$ den Index ind(γ(f)) mit Hilfe von rationalen Funktionen bzw. Primpolynomen berechnen.

Für n=1 ergibt sich eine einfache Formel.
Zum Beweis wird ein Satz von Arens und Royden (BAMS 69 (1963), 291-298) verwendet.

HEUSER, H.: Das Beteiligungsproblem bei Eigenwerten symmetrischer finiter Operatoren

Ein linearer Operator A auf dem Vektorraum E heißt finit, wenn für alle Skalare $\lambda \neq 0$ stets $\dim N(A-\lambda I) = \mathrm{codim}\,(A-\lambda I)(E) < \infty$ ist. Ein symmetrischer finiter Operator $A \neq 0$ besitzt mindestens einen Eigenwert $\neq 0$; ist $\mathfrak{E}$ ein orthonormales Eigensystem, so gilt für jedes x aus E die Entwicklung $Ax = \sum_{e \in \mathfrak{E}} (x,e)e$, wobei $Ae = \lambda e \neq 0$ ist. Eine Zahl heißt an x beteiligt, wenn sie einer der in dieser Entwicklung tatsächlich auftretenden Eigenwerte ist. Im folgenden wird $A \geq 0$ vorausgesetzt. Ist $Ax \neq 0$, so strebt die Folge $\alpha_k = (A^{k+1}x,x)/(A^k x,x)$ monoton wachsend gegen die obere Grenze μ_x der an x beteiligten Eigenwerte. Ist $\mu_x \neq \infty$, so läßt sich die Frage, ob μ_x an x beteiligt ist, mit Hilfe der Konvergenzgeschwindigkeit der Folge α_k bzw. des Monotonieverhaltens der Folge $\sqrt[k]{k(A^k x,x)}$ entscheiden. In ähnlicher Weise kann man das Problem der isolierten Beteiligung von μ_x behandeln. Die Sätze lassen sich auf vollsymmetrische finite Operatoren auf Räumen mit Halbskalarprodukt und damit auf vollsymmetrisierbare Operatoren übertragen.

KÖHN, J.: Eine lokale Version des Eindeutigkeitssatzes von Choquet-Meyer

Sei X eine konvexe, kompakte Teilmenge eines lokalkonvexen reellen Hausdorffraumes. Choquet hat auf der Menge aller Radonschen Wahrscheinlichkeitsmaße auf X durch die folgende Definition eine Ordnung eingeführt:

$\mu \prec \nu \underset{\text{def}}{\Longleftrightarrow} (\mu(k) \leq \nu(k)$ für alle konvexen stetigen Funktionen k auf X).

Der Existenzsatz von Choquet besagt: Jedes $x \in X$ ist Schwerpunkt mindestens eines maximalen Maßes. Der Eindeutigkeitssatz von Choquet-Meyer gibt Bedingungen an X dafür, daß jedes $x \in X$ Schwerpunkt genau eines maximalen Maßes ist. Eine hinreichende und notwendige Bedingung lautet: X ist ein Simplex.
Wir lokalisieren das Eindeutigkeitsproblem: Gegeben X und ein Punkt $x \in X$, finde Bedingungen an (X,x) dafür, daß x Schwerpunkt genau eines maximalen Maßes ist. Eine hinreichende, aber nicht notwendige Bedingung lautet: Die kleinste abgeschlossene Seite von X, welche x enthält, ist ein Simplex.

KÖNIG, H.: Über den Satz von Kirszbraun

Es handelt sich um eine vereinfachte Version der Note [M] von G.J. Minty. Anstelle des Minimaxtheorems wird die -auch in anderen Situationen nützliche- in [K] etablierte schärfere Version des Satzes von Hahn-Banach benutzt. Man hat hiernach die

HB-Konsequenz: Es sei $\Theta: T \times K \to \mathbb{R}$, worin T eine beliebige und K eine endliche Menge ist. Zu $u,v \in T$ existiere ein $t \in T$ mit $\Theta(t,z) \leq \frac{1}{2}(\Theta(u,z)+\Theta(v,z))$ für alle $z \in K$. Wenn $\inf_{t \in T} \int_K \Theta(t,z)d\varphi(z) \leq 0$ für alle Wahrscheinlichkeitsmaße $\varphi \in \text{Prob } K$, dann ist $\inf_{t \in T} \max_{z \in K} \Theta(t,z) \leq 0$.

Wir sprechen im weiteren nur von der Situation des Satzes von Kirszbraun und lassen die in [M] behandelte umfassendere Situation, die auch den Fall monotoner Operatoren umfaßt und in der alles entsprechend verläuft, außer acht.

Definition: Eine Metrik σ auf einer Menge S heißt m-quadratisch bei festem $m \in \mathbb{N}$, wenn

$$\int_K \int_K \delta^2(u,v)\,d\varphi(u)\,d\varphi(v) \leqslant 2 \int_K \delta^2(a,z)\,d\varphi(z)$$

für alle $K \subset S$ mit card $K \leqslant m$ und für alle $\varphi \in \mathrm{Prob}\, K$ und alle $a \in S$. Und δ heißt quadratisch, wenn sie m-quadratisch ist für alle $m \in \mathbb{N}$.

Man konstatiert dann: i) Jede Metrik ist 2-quadratisch.
ii) Das Skalarprodukt eines Hilbertraumes liefert eine quadratische Metrik.
iii) Wenn D eine Metrik auf S ist, dann ist $\delta = D^{1/2}$ eine quadratische Metrik.
Man beweist nun den Satz von Kirszbraun in der nachstehenden Version:
Es sei H ein reeller Hilbertraum [mit dim $H=n<\infty$] und S ein metrischer Raum mit [(n+1)-] quadratischer Metrik δ. Es sei $M \subset S$ und $f: M \to H$ mit $\|f(u)-f(v)\| \leqslant \delta(u,v)$ für alle $u,v \in M$. Dann läßt sich f fortsetzen zu $F: S \to H$ mit $\|F(u)-F(v)\| \leqslant \delta(u,v)$ für alle $u,v \in S$ und mit $\overline{\mathrm{Konv}}\, F(S) = \overline{\mathrm{Konv}}\, f(M)$.
Ein Elementarschritt besteht im Anwenden der HB-Konsequenz auf die Funktion Θ: $\Theta(t,z) = \|t-f(z)\|^2 - \delta^2(a,z)$ für alle $t \in \mathrm{Konv}\, f(K)$ und alle $z \in K$ mit $K \subset M$. Der in [...] stehende Teil des Satzes erfordert wie in [M] noch den Satz von Helly.

[K] H. König: Über das Neumannsche Minimax-Theorem, Arch. Math. 19, 482-487 (1968)

[M] G.J. Minty: On the extension of Lipschitz, Lipschitz-Hölder continuous, and monotone functions, Bull. AMS (im Druck)

KRAUSE, U.: Der Satz von Choquet als ein abstrakter Spektralsatz

Sei X ein (kompaktes) Simplex in einem lokalkonvexen Vektorraum, A der kleinste δ-vollständige Vektorraum reeller Funktionen auf X, der die nach unten halbstetigen affinen Funktionen enthält. A ist ein Vektorverband bezüglich der punktweisen Halbordnung unter Funktionen; "$\curlyvee$" bezeichne die Verbandsoperation "Supremum" in A. Mit dem Existenz- und Eindeutigkeitssatz von G. Choquet und P.A. Meyer für das Simplex X ist der folgende Spektralsatz für affine Funktionen äquivalent:

Zu $l \in A$ existiert genau eine Familie $\{l_\lambda\}_{\lambda \in \mathbb{R}} \subset A$ mit $0 \leqslant l_\lambda \leqslant 1$; $l_\lambda \leqslant l_{\lambda'}$ für $\lambda \leqslant \lambda'$; $l_\lambda \curlyvee (1-l_\lambda) = 1$; $l_{\lambda'} = \sup_{\lambda<\lambda'} l_\lambda$; $\lim_{\lambda \to +\infty} l_\lambda = 1$; $\lim_{\lambda \to -\infty} l_\lambda = 0$ und $l = \int \lambda\, dl_\lambda$ (das heißt $l(x) = \int \lambda\, dl_\lambda(x)$ für alle $x \in X$).

Aus diesem allgemeinen Spektralsatz ergeben sich als Spezialfälle der Spektralsatz von Freudenthal-Nakano für Vektorverbände, der Spektralsatz für beschränkte, selbstadjungierte Operatoren im Hilbertraum und ein Spektralsatz für harmonische Funktionen.

LAURSEN, K.B.: Algebra norms on C(X).

Some aspects of the general problem of whether any algebra norm on C(X) (continuous complex-valued functions from the compact Hausdorff space X) is equivalent to the sup-norm were considered.
A typical result is the following:
Suppose X is a compact group and $\|.\|$ is an algebra norm on C(X) with respect to which the mappings $a \to f(a.): X \to C(X)$ are continuous for each $f \in C(X)$. Then $\|.\|$ is equivalent to the sup-norm on C(X).

MALLIOS, A.: On functional representations of topological algebras.

The category of topological algebras we are concerned with is that of m-barreled ones (cf. A. Mallios, J. Funct. Anal. 3 (1969), 301-309), for which the underlying topological vector space is not necessarily locally convex.
A typical result in this circle of ideas is the following:
Any full, m-barreled, Pták algebra, in particular, any full Fréchet (locally convex) algebra is a Michael algebra, i.e. the topology of the algebra, the later being identified with its Gelfand representation space, is that of the uniform convergence on the (closed) equicontinuous subsets of its spectrum.

In the more general case the spectrum is a (Hausdorff completely regular) k-space, and in the case the algebra is Fréchet, then the spectrum is a hemicompact k-space.
(A detailed account of the results reported is under publication.)

MARINESCU, G.: Difféomorphismes dans les espaces localement convexes

Soit E un espace vectoriel avec une famille séparante A de semi-normes et soit $\alpha \to r_\alpha$ une application de A dans l'ensemble des nombres positifs. On appelle intersphère de centre x_0 et de rayons r_α $(\alpha \in A)$ l'ensemble $S(x_0,\{r_\alpha\}) = \bigcap_{\alpha\in A} \{x: |x-x_0|_\alpha < r_\alpha\}$. En partant de ces intersphères, on construit sur E une topologie de la même manière que l'on construit la topologie d'un espace normé en partant des sphères. Afin que cette topologie ne soit pas trop fine, on pose la condition suivante:

(*) l'enveloppe linéaire fermé (dans la topologie localement convexe donnée par la famille A) de chaque intersphère centrée à l'origine est l'espace E entier.

Soient maintenant E et F deux espaces vectoriels avec les familles A et B (respectivement) de semi-normes satisfaisant à la condition (*). Supposons qu'il y a une correspondance biunivoque entre A et B, réalisée par les applications φ: B $\rightarrow$ A et γ: A $\rightarrow$ B. Nous disons que l'application f d'un ensemble $U \subset E$ dans F appartient à la classe $\mathcal{C}_\varphi(U,F)$ si pour tout $\beta \in B$ et $q_\beta > 0$ il existe $r_{\varphi(\beta)} > 0$ tel que $f(\{x: |x-x_0|_{\varphi(\beta)} < r_{\varphi(\beta)}\} \cap U) \subset \{y: |y-f(x_0)|_\beta < q_\beta\}$, quelque soit $x_0 \in U$. Définition analogue pour l'espace d'applications linéaires $\mathcal{L}_\varphi(E,F)$. Aussi dans la définition de la différentielle de f, nous n'utilisons que les ensembles A et B. L'élément $T \in \mathcal{L}_\varphi(E,F)$ est dit inversible si son inverse appartient à $\mathcal{L}_\gamma(F,E)$.

L'application biunivoque f de $U \subset E$ sur $F \subset V$ est appelée un difféomorphisme si:

(a) $f \in \mathcal{C}_\varphi(U,F)$ et $f^{-1} \in \mathcal{C}_\gamma(V,E)$,

(b) f et f^{-1} sont différentiables en chaque point,

(c) $f'(x) \in \mathcal{L}_\varphi(E,F)$ pour tout $x \in U$ et $(f^{-1})'(y) \in \mathcal{L}_\gamma(F,E)$ pour tout $y \in V$,

(d) l'application $x \rightarrow f'(x)$ appartient à $\mathcal{C}_\varphi(U,\mathcal{L}_\varphi(E,F))$ et l'application $y \rightarrow (f^{-1})'(y)$ appartient à $\mathcal{C}_\gamma(V,\mathcal{L}_\gamma(F,E))$.

Avec ces définitions, on peut étendre aux ensembles ouverts dans les topologies données par les intersphères, le théorème des difféomorphismes connu dans le cas des espaces de Banach (cf. H. Cartan, Calcul différentiel).

MARTINEAU, A.: <u>Sur les fonctions entières à transformée de Laplace rationnelle</u>

Soit T une fonctionnelle analytique linéaire définie sur $V = \mathbb{C}^n$. Elle est portable par un compact K, c'est à dire s'étend par continuité à un espace H(K). Soit E un espace vectoriel de fonctions holomorphes sur V nulles en zéro, et $\mathfrak{P}(E)$ l'espace projectif des droites de $(E+\mathbb{C})$. On définit dans $\complement_E^{\infty} K=\{(p,\zeta_0)|\{z|p(z)+\zeta_0=0\}\cap K=\emptyset\}$ la fonction $\varphi_E((p,\zeta_0))=\pi(z\longmapsto \zeta_0/(p(z)+\zeta_0))$. Si le complémentaire de K est une réunion d'hyperplans complexes on pose, pour $l\in V'$, $\omega_l=\complement\, l^{-1}(lK)$. Les ω_l forment un recouvrement de $\complement K$. A $l_0,\dots,l_{n-1}$ linéairement indépendants on associe:

$$y_{l_0\dots l_{n-1}}(u) = T\left(z\longmapsto \frac{1}{(l_0(u)-l_0(z))\dots(l_{n-1}(u)-l_{n-1}(z))}\right) dl_0(u)\wedge\dots\wedge dl_{n-1}(u)$$

$$= R_{l_0\dots l_{n-1}}(u)\ du,$$

où du est une base de l'algèbre extérieure de degré n. C'est un (n-1)-cocycle du recouvrement de $\complement K$ par les ω_l à valeurs dans le faisceau Ω^n des n-formes holomorphes.

Théorème: Les propriétés suivantes sont équivalentes:

(a) chaque $R_{l_0\dots l_{n-1}}$ est une fraction rationnelle,

(b) chaque φ_E est une fraction rationnelle (c.a.d. un quotient de deux polynômes),

(c) φ_E est rationnelle quand on prend pour E l'espace des polynômes de degré $\leqslant n$ sans terme constant,

(d) T est une somme finie de dérivés de la mesure de Dirac.

On en déduit le corollaire:

Corollaire 1: Soit V une variété de Stein et T une fonctionnelle analytique définie sur V. Si l'image de T par toute fonction holomorphe est une combinaison finie de dérivés de mesures de Dirac, il en est de même pour T.

Une fonction entière de type exponentiel définie sur $V'=\mathbb{C}^n$ est la transformée de Fourier d'une fonctionnelle analytique T définie sur V. On définit l'extension "non linéaire" F_n de F à l'espace des polynômes de degré $\leqslant n$ et sans terme constant sur V par $F_n(p) = T(z\longmapsto e^{p(z)})$.

Corollaire 2: F est une combinaison finie d'exponentielle-polynômes si et seulement si la restriction de F_n à chaque droite issue de l'origine est une combinaison finie d'exponentielle-polynômes.

MERTINS, U.: Ein Satz über kompakte Operatoren in lokalkonvexen Räumen

Sind E, F (B)-Räume und besitzt E die Approximationseigenschaft, so ist die Abschließung von $F'\otimes E$ in $\mathfrak{L}_b(F,E)$ identisch mit dem Raum K(F,E) der kompakten Operatoren in $\mathfrak{L}(F,E)$. Für vollständige lokalkonvexe Räume E und F gilt folgende Verallgemeinerung: Hat E eine Nullumgebungsbasis $\{U_\alpha\}_{\alpha\in A}$ absolutkonvexer Mengen derart, daß für jedes $\alpha\in A$ die (B)-Räume $\tilde{E}_{U_\alpha}$ die Approximationseigenschaft besitzen, so ist K(F,E) zu identifizieren mit $\bigcup_{V\in\mathfrak{W}} (F'(V^o)\tilde{\otimes}_\varepsilon E)$, wobei $\mathfrak{W}$ eine Nullumgebungsbasis in F bezeichnet und "$\tilde{\otimes}_\varepsilon$" auf die Vervollständigung des Tensorproduktes bzgl. der Topologie der bi-gleichstetigen Konvergenz hinweist.

MITROVIC, D.: Les formules de Plemelj et la représentation analytique des distributions II

On désigne par $(\mathcal{O}_\alpha)$ l'espace vectoriel des fonctions complexes φ sur $\mathbb{R}$, indéfiniment dérivables et telles que $\varphi(t)=O(|t|^\alpha)$, $\varphi^{(p)}(t)=O(|t|^\alpha)$ quel que soit p ($|t|\to\infty$). On désigne par $(\mathcal{O}'_\alpha)$ son dual, espace des distributions.
Soit T une distribution de $(\mathcal{O}'_\alpha)$. Soit $\hat{T}(z)=(1/2\pi i)\langle T,K(t,z)/(t-z)\rangle$, K étant une fonction donnée. Par application des formules de Plemelj on démontre quelques résultats concernant la liaison entre T et $\hat{T}$. Le théorème suivant est typique et contient comme le cas particulier celui de H.J. Bremermann (Distributions, complex variables, and Fourier transforms, New York 1965, p. 57):
Théorème: Soit $T\in(\mathcal{O}'_\alpha)$, α arbitraire. Soit

$$\hat{T}(z)=(p!/2\pi i)\langle T,\ 1/(t-z)^{p+1}\rangle.$$

Si p est tel que $1/(t-z)^{p+1}=O(|t|^\alpha)$, on a, pour toute $\phi\in(\mathfrak{D})$,

$$\lim_{\varepsilon\to+0}\int_{-\infty}^{+\infty}[\hat{T}(t+i\varepsilon)-\hat{T}(t-i\varepsilon)]\,\phi(t)\,dt=\langle T^{(p)},\phi\rangle,$$

$$\lim_{\varepsilon\to+0}\int_{-\infty}^{+\infty}[\hat{T}(t+i\varepsilon)+\hat{T}(t-i\varepsilon)]\,\phi(t)\,dt=-2\langle T^{(p)},\hat{\phi}\rangle.$$

SZ.-NAGY, B.: Innere Funktionen und Hilbertraumoperatoren

Es seien $u_1,\dots,u_N$ innere Funktionen für die Einheitskreisscheibe. Dann gibt es für jede Funktion u_k innere Teiler v_k und v'_k derart, daß gilt: a) $v_k\wedge v_m=1$ $(k\neq m)$, $u_1\vee\dots\vee u_N=v_1\vee\dots\vee v_N$;

b) $v'_k\wedge v'_m=1$ $(k\neq m)$, $u_1\wedge\dots\wedge u_N=v'_1\vee\dots\vee v'_N$.

Dabei bezeichnet $\wedge$ den größten gemeinsamen inneren Teiler und $\vee$ das kleinste gemeinsame innere Vielfache.

Es sei T ein Operator im Hilbertraum $\mathfrak{H}$, von der Klasse $C_0(N)$, d.h. mit den Eigenschaften $\|T\| \leq 1$; $T^n \to 0$, $T^{*n} \to 0$ $(n \to \infty)$; $\dim (I-T^*T)\mathfrak{H} = \dim (I-TT^*)\mathfrak{H} = N$. Mit Hilfe des obigen Lemmas für innere Funktionen beweist man:

Es gibt einen invarianten Teilraum $\mathfrak{H}_0$ für T derart, daß der Operator $T_0 = T|\mathfrak{H}_0$ einen zyklischen Vektor besitzt und die gleiche Minimalfunktion wie T hat, d.h. $u(T)=0$ für eine innere Funktion u gerade dann, wenn $u(T_0)=0$.

(s. Sz.-Nagy, Foiaş, Acta Sci. Math. 30 (1969), 1-18)

ORHON, M.: Vector seminorms on modules over C(X).

The concept of a seminorm can be generalized in two natural ways to modules over C(X)=A, the algebra of real-valued continuous functions on a compact Hausdorff space X. We may think of a module M over A as generalizing a vector space over the reals $\mathbb{R}$ or as generalizing the algebra C(X). Hence we define two types of seminorms, one generalizing the algebra seminorm which we shall call a scalar seminorm and the other analogous to the usual seminorm which we shall call a vector seminorm.

Under the assumption that X is extremally disconnected we study the relationship between the two types of seminorms. This enables us to prove the following result:

If a linear mapping from an A-module M into A is dominated by a vector seminorm, then it is a module-homomorphism (or A-linear).

This result can be applied to averaging operators on C(X).

PALLASCHKE, D.: Homotopieeigenschaften von Sphären metrischer Funktionenräume

Für die von B. Gramsch (Math. Annalen 171, 61-78) untersuchten vollständigen metrischen linearen Räume $(L_\phi(X,\mu),d)$ ist die Abbildung $h: L_\phi(X,\mu) \to L^1(X,\mu)$ mit $h(x) := \operatorname{sign} x \; \phi(|x|)$ ein Homöomorphismus auf eine konvexe Teilmenge des B-Raumes $L^1(X,\mu)$, und für alle $x \in L_\phi(X,\mu)$ gilt $d(x,0) = \|h(x)\|_{L^1}$. Ist Bild $h = L^1(X,\mu)$, dann übertragen sich die Homotopieeigenschaften der Sphären in B-Räumen unmittelbar auf die Sphären in $L_\phi(X,\mu)$; ist Bild $h \neq L^1(X,\mu)$, X zusammenziehbar, μ ein nicht-atomares Radon-Maß und $\mu(X) < \infty$, dann lassen sich die entsprechenden Sphären ebenfalls zusammenziehen.

Zum Schluß werden für zusammenziehbare Sphären reeller metrischer linearer Räume, deren entsprechende Kugeln keine Kegel enthalten, Homologiesphären jeder Dimension konstruiert.

POULSEN, E.T.: Charakterisierung der Friedrichs-Erweiterung durch ihre Eigenwerte

Der folgende Satz ist bekannt (Proc. Amer. Math. Soc. 21 (1969), 508-509):

Der Operator S im Hilbertraum H sei symmetrisch und nach unten beschränkt. Seien T die Friedrichs-Erweiterung von S und T' eine beliebige nach unten beschränkte selbstadjungierte Erweiterung von S. Sei weiter angenommen, daß T und T' diskretes Spektrum haben, etwa aus den Eigenwerten $\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots$ bzw. $\lambda_1' \leq \lambda_2' \leq \dots$ bestehend. Dann gilt: Ist $\lambda_n = \lambda_n'$ für ein n, dann haben T und T' einen gemeinsamen Eigenvektor zum Eigenwert λ_n. Ist $\lambda_n = \lambda_n'$ für alle n, dann ist T=T'.

Der Vortrag gibt in Spezialfällen eine positive Antwort zu einer Vermutung von K. Jörgens:

Ist S ein minimaler regulärer Sturm-Liouville Operator und $\lambda_n = \lambda_n'$ für ein gerades und ein ungerades n, dann gilt T=T'.

Dieselbe Konklusion bleibt gültig, falls S der minimale Operator $(d/dx)^4$ auf (0,1) ist und $\lambda_n = \lambda_n'$ für zwei gerade und zwei ungerade Werte von n.

RAMANUJAN, M.S.: Verallgemeinerte nukleare Abbildungen in Banachräumen

Wir betrachten einen skalaren Folgenraum λ; λ ein K-symmetrischer, normaler Raum und λ^* sein Köthe-Dual. λ habe die Mackey-Topologie $T_k(\lambda,\lambda^*)$, die normiert angenommen werde, und λ^* habe die starke Topologie bezüglich des Dualsystems (λ,λ^*). Wir setzen voraus, daß λ "AK" hat. Eine lineare Abbildung T von einem normierten Raum E in einen Banachraum F wird λ-nuklear genannt, falls T in der Form $T = \sum (x,a_i)y_i$ dargestellt werden kann mit $(\|a_n\|) \in \lambda$ und $[(y_n,b)] \in \lambda^*$ für jedes $b \in F'$. Wir setzen

$N_\lambda(T) = \inf \left(\|(\|a_n\|)\|_\lambda \sup_{\|b\| \leq 1} \|(|(y_n,b)|)\|_{\lambda^*} \right)$,

wobei das Infimum über alle solchen Darstellungen von T gebildet wird. Wir untersuchen den Raum $N_\lambda(E,F)$ aller λ-nuklearen Abbildungen. Diese sind stetig und kompakt. Eine Abbildung $T \in \mathfrak{L}(E,F)$ ist genau dann λ-nuklear, wenn es eine Faktorisierung T=QDP gibt mit $T: E \xrightarrow{P} \mu \xrightarrow{D} \lambda \xrightarrow{Q} F$, μ ein geeigneter Folgenraum. Wir definieren auch quasi-λ-nukleare Abbildungen $Q_\lambda(E,F)$ und zeigen, daß $N_\lambda \subset Q_\lambda$ und daß $Q_\lambda \subset N_\lambda$, falls F die Fortsetzungseigenschaft besitzt. Schließlich definieren wir die Λ-integralen Abbildungen und erhalten eine Faktorisierung solcher Abbildungen.

SCHÄFKE, F.W.: Integrationstheorie (für Gruppen mit Pseudonormen)

Es wird über eine Theorie der Integralerweiterung durch "Integralnormen" berichtet. "Integralnormen" verallgemeinern zugleich äußere Maße und positive lineare Funktionale. Sie eignen sich in besonderem Maße zur Gewinnung von Integralbegriffen für "vektorwertige" Funktionen mit "vektorwertigen" Inhalten (Maßen). Die Theorie läßt sich weitgehend ohne Betrachtung linearer Räume nur für (nicht-abelsche) "Gruppen mit Pseudonormen" entwickeln. Als Beispiel wird eine Verallgemeinerung des Satzes von Lebesgue über majorisierte Konvergenz notiert.

SCHEFFOLD, E.: Die Zyklischkeit des Spektrums von Verbandsoperatoren in Banachverbänden

Eine Teilmenge A der komplexen Zahlenebene heißt zyklisch, falls gilt: Ist $\alpha \in A$ mit $\alpha = |\alpha|\gamma$, so ist stets $|\alpha|\gamma^k \in A$ für alle ganzen Zahlen k.

Theorem: Sei T ein Verbandshomomorphismus in einem Banachverband. Ist $\alpha \neq 0$ ein Eigenwert des adjungierten Operators T' mit $\alpha = |\alpha|\beta$, so ist entweder die Menge $\{\lambda \in \mathbb{C} : |\lambda| < |\alpha|\}$ im Punktspektrum $P\sigma(T')$ von T' enthalten, oder aber es ist $|\alpha|\beta^k \in P\sigma(T')$ für alle ganzen Zahlen k.

Da das approximative Punktspektrum von Verbandsoperatoren, wie H.P. Lotz bewiesen hat, zyklisch ist, folgt aus dem vorhergehenden Theorem einerseits, daß das ganze Spektrum von Verbandsoperatoren zyklisch ist. Andererseits wird gezeigt, daß zu jeder kompakten, zyklischen Teilmenge der komplexen Zahlenebene ein Verbandsoperator existiert, der diese Teilmenge zum Spektrum besitzt. Das Spektrum von Verbandsoperatoren ist somit im allgemeinen durch die Zyklischkeit vollständig charakterisiert.

SCHERER, K.: Approximationstheorie in Banachräumen und deren Konjugierten

Es werden die direkten Sätze von D. Jackson und ihre Umkehrung von S.N. Bernstein, sowie Sätze von Zamansky und Steckin über die beste Approximation von stetigen periodischen Funktionen durch trigonometrische Polynome auf Banachräume verallgemeinert. Dazu werden benutzt die K-Interpolationsmethode von Peetre (1963) und im Zusammenhang damit Ungleichungen vom Jackson- und Bernstein-Typ. Die ganze Theorie wird anschließend auf die konjugierten Räume übertragen mit dem Ergebnis, daß dort Analoga der obigen

Sätze aufgestellt werden. Anwendungen für Banachräume von Distributionen sind zu erwähnen.

SEMADENI, Z.: The Banach-Mazur functor and related functors.

The (covariant) Banach-Mazur functor is defined as follows: If F is a Banach space, then $C\mathcal{O}^*(F)$ is the space of continuous functions on the unit ball $\mathcal{O}^*F$ of F^* with the weak*-topology; if β: F $\rightarrow$ G is a linear contraction, then $C\mathcal{O}^*(\beta)$: $C\mathcal{O}^*(F) \rightarrow C\mathcal{O}^*(G)$ is the induced linear operator. The Banach-Mazur functor is a left adjoint of the forgetful functor from the category Bcf of spaces C(X) and operators of type $C(\varphi)$ to the category Ban_1 of Banach spaces and linear contractions and has interesting properties. The related functors arise, e.g., in Choquet theory. Specifically, there are 10 categories and 34 canonical functors presented in the diagram below. Here Ens is the category of sets, Comp is the category of compact (Hausdorff) spaces and continuous maps, $Comp_\circ$ is the category of compact spaces with base-points and base-point-preserving continuous maps, Compconv is the category of compact convex sets and continuous affine maps. An object in Compsaks is the unit ball K in a Banach space provided with a coarser locally convex topology τ which makes the ball compact; a morphism from (K,τ) to (K',τ') is a (τ,τ')-continuous affine zero-preserving map. An object in Bf is the space $l_\infty(S)$ for some set S; a morphism from $l_\infty(S)$ to $l_\infty(T)$ is a map $l_\infty(\varphi)$ induced by a map φ: T $\rightarrow$ S via $l_\infty(\varphi)\, f = f\circ\varphi$ for f in $l_\infty(S)$. An object in Bcf_o is a space of the form $C_o(X)$, X being locally compact; a morphism from $C_o(X)$ to $C_o(Y)$ is the linear operator induced by a continuous map φ: Y $\rightarrow$ X satisfying $\varphi(\infty) = \infty$. An object in Bcfd is a closed subspace H of some C(X) such that $1_X \in H$; a morphism from H to H' is a linear operator β: H $\rightarrow$ H' such that $\|\beta\| = 1$ and $\beta(1_X) = 1_{X'}$.

$\mathfrak{X}$ is the Gelfand functor (the maximal-ideal-space-functor); $\gamma\mathfrak{X}_o(A)$ is the one-point compactification of the maximal ideal space; $\mathfrak{X}'(A)$ is the set of isolated points in $\mathfrak{X}(A)$. $\mathcal{A}(K)$ is the set of continuous scalar-valued affine functions on K; $\mathcal{A}_o(K)$ is the set of all f in $\mathcal{A}(K)$ vanishing at 0. Finally, $\mathcal{K}(H) = \{\xi \in H^*: \|\xi\| = \xi(1_X) = 1\}$, and ?+1 is the functor assigning with each X the space X+1, the new isolated point being the base point. The functors marked with ▭ are the "obvious" functors (forgetful functors).

$$
\begin{tikzcd}[column sep=large, row sep=huge]
 & \mathrm{Ens} \arrow[rrr, shift left, "\ell_\infty"] \arrow[rrr, <-, shift right, "\mathfrak{X}'"'] \arrow[d, shift right, "\mathfrak{X}\ell_\infty"'] \arrow[d, <-, shift left] & & & \mathrm{Bf} \arrow[d, shift left, "\ell_\infty\mathfrak{X}"] \arrow[d, <-, shift right] & \\
 & \mathrm{Comp} \arrow[rrr, shift left, "C"] \arrow[rrr, <-, shift right, "\mathfrak{X}"'] \arrow[dl, shift right, "\mathfrak{K}C"'] \arrow[dl, <-, shift left] \arrow[dd, shift right, "O^*C"'] \arrow[dd, <-, shift left] \arrow[drr, shift left] \arrow[drr, <-, shift right, "?+1"'] & & & \mathrm{Bcf} \arrow[dll, shift right, "C\mathfrak{K}"'] \arrow[dll, <-, shift left] \arrow[dr, shift left, "C_\gamma\mathfrak{X}_0"] \arrow[dr, <-, shift right] \arrow[dd, shift left, "CO^*"] \arrow[dd, <-, shift right] & \\
\mathrm{Compconv} \arrow[rr, shift left, "A"] \arrow[rr, <-, shift right, "\mathfrak{K}"'] \arrow[dr, shift right, "O^*A"'] \arrow[dr, <-, shift left] & & \mathrm{Bcfd} \arrow[drr, shift left, "AO^*"] \arrow[drr, <-, shift right] & \mathrm{Comp} \arrow[rr, shift left, "C_0"] \arrow[rr, <-, shift right, "\gamma\mathfrak{X}_0"'] \arrow[dll, shift right, "O^*C_0"'] \arrow[dll, <-, shift left] & & \mathrm{Bcf}_0 \arrow[dl, shift left, "C_0O^*"] \arrow[dl, <-, shift right] \\
 & \mathrm{Compsaks} \arrow[rrr, shift left, "A_0"] \arrow[rrr, <-, shift right, "O^*"'] & & & \mathrm{Ban}_1 &
\end{tikzcd}
$$

STUMMEL, F.: Diskrete Konvergenz

Die übliche Störungstheorie ist auf eine große Klasse wichtiger Approximationen, wie z.B. Differenzenapproximationen von Differential- und Integralgleichungen nicht anwendbar, da die approximierenden Probleme in anderen Räumen definiert sind als das ursprüngliche Problem. In jüngster Zeit entsteht jedoch durch Arbeiten von Céa, Aubin, Petryshyn, Stummel, Grigorieff u.a. eine funktionalanalytische Theorie, welche die Konvergenz "diskreter Approximationen" von linearen und nichtlinearen Gleichungen, Eigenwertproblemen und Fixpunktsätzen in normierten Räumen zu behandeln gestattet. Dieser Vortrag soll einen Überblick über eine Arbeit des Verfassers geben. Darin wird unter sehr schwachen Voraussetzungen die diskrete Konvergenz in normierten Räumen definiert und in diesem Rahmen dann die Konvergenz der Lösungen von Gleichungen sowie des Spektrums und zugehöriger Projektoren zu isolierten Teilen des Spektrums für geeignete Folgen von Operatoren bewiesen. Eine spezielle Anwendung der Theorie bildet u.a. auch die asymptotische Störungstheorie abgeschlossener Operatoren in einem Banachraum im Sinne von Kato (Perturbation theory, Ch. 8).

TERZIOGLU, T.: Schwartz spaces.

After giving several characterizations and properties of Schwartz- and co-Schwartz spaces, we apply our results to F- and DF-spaces. It is known that an F- or a DF-space is nuclear, if and only if it is co-nuclear. We show that in the more general case of Schwartz spaces this duality breaks down.

WAELBROECK, L.: Topological extensions of the complex field.

The talk contained a survey of what seems to be known about field topologies on extensions of $\mathbb{C}$. Similar surveys had previously been published by Arens (Bull. Amer. Math. Soc. 53, 1947), Williamson (Proc. Amer. Math. Soc. 5, 1954), Želazko (Metric generalizations of Banach algebras, Roz. Math. 47, 1965, ch. II).
The results mentioned in this talk will be published in an amount of time and a journal, both yet to be determined.

DE WILDE, M.: Recent developments of the closed graph theorem.

By the introduction of a new wide class of topological vector spaces, the closed graph theorem can be extended as it was conjectured by Grothendieck in his thesis. This generalization provides about the map considered some results which are stronger than continuity. They can be used, for instance, in questions like the equivalence of weak and strong homomorphisms or the lifting of convergent sequences of compact sets by a continuous map.

WITTSTOCK, G.: Tensorprodukte kompakter konvexer Mengen

Es seien K,L,M ((prä-)kompakte) konvexe Teilmengen eines (lokalkonvexen) linearen Raumes. Unter dem (projektiven) Tensorprodukt von K und L versteht man eine ((prä-)kompakte) konvexe Menge $K \otimes L$ bzw. $K \otimes_\pi L$ im präkompakten und $K \hat{\otimes}_\pi L$ im kompakten Fall und eine ((gleichmäßig) stetige) biaffine Abbildung $\omega: K \times L \to K \otimes L$ mit der folgenden universellen Eigenschaft:
Zu jeder ((glm.) stetigen) biaffinen Abbildung $\varphi: K \times L \to M$ gibt es genau eine ((glm.) stetige) affine Abbildung $\tilde{\varphi}: K \otimes L \to M$ mit $\tilde{\varphi} \circ \omega = \varphi$.
Es wird ein Konstruktionsverfahren für den Tensorraum angegeben. Man bildet zuerst rein algebraisch $(K \otimes L, \omega)$, versieht dann diesen Raum mit einer geeigneten uniformen Struktur und erhält $K \otimes_\pi L$. Durch Kompaktifizierung gewinnt man $K \hat{\otimes}_\pi L$.
Es wird der Zusammenhang des Tensorproduktes konvexer Mengen und des Tensorproduktes geordneter linearer Räume diskutiert.
Die Untersuchungen wurden gemeinsam mit Herrn E. Behrends (Berlin) durchgeführt.

WOLFF, M.: Zur Charakterisierung von Verbandshomomorphismen durch ihr Spektrum

Sei E ein Banachverband, T ein positiver Endomorphismus von E. Ist T Verbandshomomorphismus, so ist das gesamte Spektrum zyklisch (Resultat von E. Scheffold). Andererseits sind die Verbandshomomorphismen durch diese Eigenschaft des Spektrums nicht einmal auf E=C(X) ausgezeichnet. Es lassen sich jedoch eine ganze Reihe von einfachen zusätzlichen Bedingungen angeben, die zusammen mit der Zyklizität des Spektrums bereits die Eigenschaft, Verbandshomomorphismus zu sein, für einen positiven Operator implizieren. (erscheint in Math. Annalen)

ZIELEZNY, Z.: Über Faltungsgleichungen im Raum von Distributionen

Sei $K=K(x,y)$ eine Distribution aus $\mathcal{D}'(\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n)$,

$$K(x,y) = \sum_{|p| \leq m} D_y^p F_p(x,y),$$

wo F_p Funktionen sind, die folgende Bedingungen erfüllen:

(a) Für jedes $p \in \mathbb{N}^n$ ist $D_x^p F_p(x,y)$ eine stetige Funktion,

(b) Für festes $x \in \mathbb{R}^n$ ist der Träger von $F_p(x,y)$ in einer kompakten, von x unabhängigen Menge A enthalten.

Für $T \in \mathcal{D}'(\mathbb{R}^n)$ wird die Faltung $K * T$ durch die Gleichung

$$\langle K*T, \varphi \rangle = \langle \sum_{|p| \leq m} (-D_y)^p \int F_p(x+y,x)\, \varphi(x+y)\, dx,\ T_y \rangle ,$$

$\varphi \in \mathcal{D}$, definiert.

Der Faltungsoperator K ist hypoelliptisch, falls aus $K*T \in \mathcal{E}$ immer $T \in \mathcal{E}$ folgt. Das Ziel des Vortrages ist es, hinreichende Bedingungen für die Hypoelliptizität von K zu geben.

J. Scheiba (Mainz)