MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT OBERWOLFACH

T a g u n g s b e r i c h t 34 / 1970

Funktionalanalysis

4.10. bis 10.10.1970

Unter der Leitung der Professoren H. König, G. Köthe, H.H. Schaefer und H.G. Tillmann fand in der Woche vom 4. bis 10. Oktober im Mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach die diesjährige Arbeitstagung über Funktionalanalysis statt.

Teilnehmer

Adasch, N., Frankfurt
Ahern, P., Pisa
Anger, B., Erlangen
Bengel, G., Bochum
Bierstedt, K.-D., Mainz
Binz, E., Mannheim
Braunss, G., Darmstadt
Cooper, J.B., Frankfurt
Endl, K., Gießen
Floret, K., Kiel
Fuchssteiner, B., Darmstadt
de Grande de Kimpe, Antwerpen
Gramsch, B., Mainz
Hackenbroch, W., Saarbrücken
Heuser, H., Karlsruhe
Jarchow, H., Zürich
Keim, D., Frankfurt
König, H., Saarbrücken
Köthe, G., Frankfurt

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

Kroh, M., Tübingen
Lembcke, J., Erlangen
Maetzke, J., Frankfurt
Maltese, G., Frankfurt
Martineau, A., Nizza
Meise, R., Mainz
Mertins, U., Karlsruhe
Meyer-Nieberg, P., Saarbrücken
Mitrovic, D., Zagreb
Moore, C.E., Frankfurt
Neubauer, G., Konstanz
Przeworska-Rolewicz, D., Warschau
Retherford, J.R., Baton Rouge
Rolewicz, S., Warschau
Schaefer, H.H., Tübingen
Schaefke, F.W., Köln
Scheiba, J., Mainz
Singer, I., Bukarest
Sondermann, D., Heverlee
Spuhler, P., Frankfurt
Tillmann, H.G., Mainz
Vogt, D., Mainz
Waelbroeck, L., Brüssel
Wittstock, G., Saarbrücken
Wloka, J., Kiel
Wolff, M., Tübingen

Vortragsauszüge

Norbert Adesch: Vollständigkeit und der Graphensatz

Es wird eine Charakterisierung derjenigen topologischen Vektorräume F angegeben, die die Eigenschaft haben, daß jede abgeschlossene lineare Abbildung A von einem ultra-tonnelierten Raum E in F stetig ist. Nennt man diese Räume F Infra-S-Räume, dann gilt:

(1) Ein topologischer Vektorraum $F(\mathfrak{T}_o)$ ist genau dann ein Infra-S-Raum, wenn für jede gröbere lineare Topologie $\mathfrak{T}$ die zu $\mathfrak{T}$ und $\mathfrak{T}_o$ assoziierten ultratonnelierten Topologien zusammenfallen.

Es ist einfach einzusehen, daß Infra-S-Räume nicht vollständig zu sein brauchen. Jedoch läßt sich beweisen:

(2) Ein Infra-S-Raum ist vollständig in seiner assoziierten ultratonnelierten Topologie. Insbesondere sind also die ultratonnelierten Infra-S-Räume vollständig.

Als Anwendung von (2) erhält man einen Beweis von:

(3) Ist $E = \sum\limits_{\alpha} \varphi_{\alpha}(E_{\alpha})$ induktiver Limes von Baireschen topologischen Vektorräumen und ist $F = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \psi_n(F_n)$ induktiver Limes einer Folge von S-Räumen (= topologische Vektorräume, deren separierte Quotienten Infra-S-Räume sind.), dann gilt:

a) Jede abgeschlossene lineare Abbildung von E in F ist stetig.

b) Jede abgeschlossene lineare Abbildung von F auf E ist offen.

P.R. Ahern: Derivatives of Blaschke products

Let be a Blaschke product with zeros $\{a_n\}_o^{\infty}$. In 1942, O. Frostman showed that

$$\sum_{n=o}^{\infty} \frac{1-|a_n|}{|1-a_n|^2} < \infty$$

if and only if

$\lim\limits_{r\to 1-0} B(r) = L$ exists, $|L| = 1$ and $B'(r)$ is bounded as $r\to 1-0$. (Here r denotes a real number). We obtain a generalization of this relating the finiteness of the sum

$$\sum_{n=o}^{\infty} \frac{1-|a_n|}{|1-a_n|^{2N+2}}$$

to the behavior of B and its first 2N+ 1 derivates near the point 1. The proof involves estimating the norms of certain kernel functions in the Hardy class H^2.

Bernd Anger: Extremalpunktmethoden bei Koeffizientenproblemen

Das Koeffizientenproblem für die konvexe kompakte Menge F der auf dem offenen Einheitspolyzylinder des C^n holomorphen Funktionen, die im Nullpunkt zu 1 normiert sind und deren Realteil positiv ist, wird mit Hilfe des Satzes von Krein-Milman auf das entsprechende Problem für die Extremalpunktmenge zurückgeführt.

Durch die Lösung eines äquivalenten Momentproblems für eine Menge von Darstellungsmaßen für F auf dem n-dimensionalen Einheitstorus lassen sich im Falle n = 1 einer Variablen die Koeffizienten der extremalen Funktionen bestimmen (klassisches Resultat von Herglotz). Im allgemeinen bleibt dieses Problem ungelöst, jedoch gewinnt man einen einfachen funktionalanalytischen Beweis für eine von Pfister 1962 angegebene Lösung des Koeffizientenproblems.

Klaus-D. Bierstedt: Über die Approximationseigenschaft gewisser Räume stetiger Funktionen

In den Bezeichnungen von W.H. Summers, TAMS 146, 121-132 (1969) sei X vollständig regulärer Hasdorffraum, V Nachbin-Familie und $CV_o(X)$ der gewichtete lokalkonvexe Raum stetiger komplexwertiger Funktionen auf X. V > O heißt: Für jedes x ∈ X existiert v ∈ V mit v(x) > 0. $W = \{\lambda\chi_K;\ \lambda > 0,$ K kompakt in X$\}$ (χ_K= charakteristische Funktion von K) gibt die Nachbin-Familie an, die der Topologie der kompakten Konvergenz auf X entspricht.

<u>Satz</u>: Sei (1) X k-Raum, $W \leq V$ oder (2) X lokalkompakt, $V > 0$ und $CV_o(X)$ quasivollständig. Dann besitzt $CV_o(X)$ die Grothendiecksche Approximationseigenschaft (A.E.).

Der Satz wird mit Hilfe vektorwertiger Funktionen unter Benutzung des injektiven Tensorproduktes und des Schwartzschen ε-Produktes bewiesen. Die Beweismethode läßt sich auf Unterräume Y von $CV_o(X)$ ausdehnen und liefert äquivalente Aussagen für die A.E. von Y. Anwendungen auf skalare Funktionen in zwei Variablen folgen, beispielsweise erhält man für den Spezialfall beschränkter holomorpher Funktionen:

<u>Satz</u>: Sei G einfach zusammenhängend und G' beliebiges Gebiet in $\mathbb{C}$. Es gilt $(H^\infty(G \times G'),\beta) = (H^\infty(G),\beta) \check{\otimes}_\varepsilon (H^\infty(G'),\beta)$, wo β die strikte Topologie und $\check{\otimes}_\varepsilon$ das vervollständigte injektive (ε-) Tensorprodukt bezeichnet.

E. Binz: <u>Neues über $C_c(X)$</u>

Seien X ein vollständiger regulärer topologischer Raum und $C_c(X)$ die mit der Limitierung der stetigen Konvergenz versehene $\mathbb{R}$-Algebra aller stetigen, reellwertigen Funktionen von X.

Einige topologische Eigenschaften von X lassen sich mit Hilfe funktionalanalytischer Eigenschaften von $C_c(X)$ charakterisieren. Als Beispiele seien etwa die beiden nachstehenden, von W. Feldman stammenden Sätze erwähnt:

> X ist genau dann ein Lindelöfraum, wenn $C_c(X)$ das erste Abzählbarkeitsaxiom erfüllt.
>
> X ist genau dann ein separabler metrischer Raum, wenn in $C_c(X)$ eine, die Topologie von X erzeugende, abzählbare, dichte Teilmenge existiert.

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

Weiter lassen sich die Normalität und die Metrisierbarkeit eines topologischen Raumes X ebenfalls mit Hilfe von $C_c(X)$ beschreiben. Für einen Limesvektorraum Y über $\mathbb{R}$ bedeuten $L_c(Y)$ und $G_c(Y)$ die mit der Limitierung der stetigen Konvergenz versehenen Räume aller stetigen, reellwertigen, linearen Funktionale von Y, bezeihungsweise aller stetigen Charaktere von Y. Herr H.P. Butzmann bewies:

> Es sind $L_c(C_c(X))$ und $G_c(C_c(X))$ natürlich homöomorph. Außerdem sind $L_c(L_c(C_c(X)))$ und $G_c(G_c(C_c(X)))$ natürlich homöomorph zu $C_c(X)$.

Zum Beweis dieser Sätze wurde die Tatsache verwendet, daß sich jedes stetige, reellwertige, lineare Funktional von $C_c(X)$ als Integral über einer kompakten Teilmenge in X darstellen läßt.

B. Cooper: <u>Eine Methode zur Konstruktion von Distributionenräumen</u>

Es wird eine Methode zur Konstruktion von lokalkonvexen Räumen aus operatoren im Hilbertraum gezeigt. Auf diese Weise kann man viele konkrete Silvasche Distributionenräume und verallgemeinerte Distributionenräume erzeugen. Als Anwednung betrachten wir Distributionen als Randverteilungen analytischer Funktionen und auch die Fourier Transformation für Distributionen.

Klaus Floret: <u>Folgenretraktive (LF)-Räume</u>

Ein (LF)-Raum E = ind E_n (induktiver Limes von Frechet-Räumen in der Kategorie der Lokalkonvexen Räume) heißt folgenretraktiv, falls jede in E konvergierte Folge bereits in einem E_n liegt und dort konvergiert. Folgenretraktive (LF)-Räume sind separiert und folgenvollständig. Ein (LF)-Raum ist genau dann folgenretraktiv, wenn er regulär ist und lokale mit gewöhnlicher Konvergenz zusammenfallen. Einige Beispiele und Eigenschaften dieser Räume werden angegeben.

B. Fuchssteiner: Extrempunktsätze

Es sei T eine beliebige Menge $\mathfrak{Z} \supset \{\emptyset, T\}$ eine $\cap$-stabile Familie von Untermengen von T und $\Phi(A) \overset{def}{=} \bigcap_{A \subset X \in \mathfrak{Z}} X$ die durch $\mathfrak{Z}$ definierte Hüllenbildung.

Weiterhin sei eine Familie $\mathfrak{S}$ von Untermengen von T mit folgenden Eigenschaften gegeben.

(1) $\mathfrak{S} \cap \mathfrak{Z} = \{\emptyset, T\}$

(2) $X \in \mathfrak{Z} \Rightarrow X = \bigcap_{X \subset \alpha \in \mathfrak{S}} \Phi(\alpha)$

(3) Wenn $S \subset \mathfrak{S}$ durch $\subset$ linear geordnet ist, dann $\bigcup_{x \in S} x \in \mathfrak{S}$.

$\hat{\mathfrak{S}}$ sind alle Vereinigungen von Teilmengen von $\mathfrak{S}$.

$K \subset T$ bezeichnen wir als $\mathfrak{S}$-kompakt, wenn für alle durch $\subset$ linear geordneten $G \subset \hat{\mathfrak{S}}$ mit $K \; g \neq \emptyset \quad g \in G$ folgt:

$K \quad \bigcup_{g \in G} g \neq \emptyset$. $a \in A \subset T$ wird randpunkt von A genannt, wenn es ein $\beta \in \mathfrak{S}$ mit $A \cap \beta \neq \emptyset$, $a \notin \beta$ und $\Phi(\beta) \supset A$ gibt, oder wenn für alle $X \in \mathfrak{Z}$ mit $X \cap A \neq \emptyset$ folgt $x \supset A$. Endlich wird ein Punkt $a \in K \subset T$ Extrempunkt von K genannt, wenn a Randpunkt jeder $\mathfrak{C}$-kompakten Menge $\tilde{K}$ mit $a \in \tilde{K} \subset K$ ist. Ex(K) ist die Menge der Extrempunkte von K.

Satz 1: Für $\mathfrak{C}$-kompakte Mengen $K \subset T$ gilt:

$$\Phi(K) = \Phi(Ex(K)).$$

Dieser Satz enthält als Spezialfälle den Satz von KREIN-MILMAN und verschiedene Verallgemeinerungen.

Wir betrachten folgende Situation: K sei ein kompakter Raum und Ψ eine Menge unterhalb stetiger Funktionen auf K. Ist $\tilde{K} \subset K$, so sagen wir, daß $\varphi \in \psi$ in $a \in \tilde{K}$ sein echtes Minimum auf $\tilde{K}$ annimmt, wenn $\varphi(a) \leq \varphi(t)$ $\forall$ $t \in \tilde{K}$ und $\exists$ $t_1 \in \tilde{K}$: $\varphi(a) \leq \varphi(t_1)$. $a \in K$ bezeichnen wir als Minimumpunkt von K (a $\in$ Min(K)), wenn für jedes kompakte $\tilde{K} \subset K$ mit $a \in \tilde{K}$ entweder alle $\varphi \in \psi$ konstant auf $\tilde{K}$ sind, oder ein $\varphi_o \in \psi$ existiert, welches in a sein echtes Minimum auf $\tilde{K}$ annimmt.

Mit Satz 1 kann man nun folgenden Satz erhalten:

Satz 2: Für jedes $\varphi \in \psi$ gibt es ein $a \in$ Min(K) mit

$$\varphi(a) \leq \varphi(t) \quad t \in K.$$

Bem.: Min(k) ist eine Untermenge des Choquet-Randes von K bezüglich ψ.

W. Hackenbroch: Abstrakte Bochner-Schwartz Sätze

Die abstrakte Plancherel-Foreml von R. Godement läßt sich zu einem Darstellungssatz für invariante positiv semidefinite Sesquilinearformen auf Idealen einer kommutativen Banachalgebra mit stetiger Involution verallgemeinern. Hieraus ergeben sich insbesondere Darstellungssätze von Bochner-Schwartz Typ für stetige positiv definite translationsinvariante Sesquilinearformen auf Unteralgebren der Faltungsalgebra lokalkompakter Abelscher Gruppen (im klassischen Fall auf dem Schwartz'schen Raum $D(\mathbb{R}^n)$). Verallgemeinerungen auf Räume Banachraum-wertiger Funktionen liefern insbesondere Darstellungen vektorwertiger Distributionen von positivem Typ als Fouriertransformierte von positiven Operatormaßen.

Heinz König: Konjugierte Funktionen in der Abstrakten Hardy-Algebra-Theorie

Es werden bekannte Sätze über konjugierte Funktionen in der klassischen Fourier-Analysis auf die Situation der abstrakten Theorie der analytischen Funktionen übertragen und zugleich unter viel schwächeren Voraussetzungen bewiesen.

Es sei X,Σ,m ein Wahrscheinlichkeitsmaßraum, und es sei $H \subset L^{\infty}(m)$ eine schwach $*$ abgeschlossene Unteralgebra, die die konstanten Funktionen enthält. $H^{\#}$ bestehe aus allen $f \in L(m)$ (d.h. f meßbar), zu denen eine Folge $(u_n)_1^{\infty}$: $u_n \in H$ existiert mit $|u_n| \leq 1$, $u_n f \in H$ und mit $u_n \to 1$ bei $n \to \infty$. Es werde ein schwach $*$ stetiges multiplikatives lineares Funktional $\varphi : H \to C$ fixiert; dann existieren nicht-negative Funktionen $V \in L^1(m)$ mit $\varphi(u) = \int u\, V\, dem$ für alle $u \in H$. Die Gesamtheit dieser Funktionen heiße $M(\varphi)$; ohne Beschränkungder Allgemeinheit kann man $1 \in M(\varphi)$ annehmen. Man hat eine evidente Fortsetzung $\varphi : H^{\#} \to C$. Es wird nun zunächst die Operation der Bildung der konjugierten Funktionen geschildert, dann aber eine viel allgemeinere Situation betrachtet.

Es bestehe H^+ aus allen Funktionen $h \in L(m)$, die sich als Summe $h = P + iQ$ reellwertiger Funktionen P und Q mit $e^{-t}h \in H$ für alle $t \geq 0$ darstellen lassen. Dann gilt $h \in H^{\#}$ mit $\operatorname{Re} \varphi(h) \geq \int PV\, dem \geq 0$ für alle $V \in M(\varphi)$. Ist insbesondere P nicht negativ und konjungierbar und $Q = {*P}$ die konjugierte Funktion, so gilt

$$\varphi(P + iQ) = (\operatorname{re} \varphi(P + iQ) = \operatorname{Sup} \{\textstyle\int P\, V\, dem : V \in M(\varphi)\}.$$

SUBSTITUTIONSSATZ: Es sei $h \in H^+$ nicht eine rein-imaginäre konstante Funktion. Für $G \in H^{\#}$ (rechte offene Halbebene) [Definition analog zur obenstehenden] ist $G(h)$ wohldefiniert mit $G(h) \in H^{\#}$ und mit $\varphi(G(h))$ und $G(\varphi(h))$. Durch Spezialisieren erhält man daraus die bekannte Kolmogorovsche $L^{\tau}(m)$-Abschätzung für $0 < \tau < 1$.

GRENZWERTSATZ: Es sei $h = P + iQ \in H^+$. Für alle $V \in M(\varphi)$ konvergiert dann

$$\frac{\pi t}{2} \int_{|Q| \geq t} V\, dm \to \operatorname{Re} \varphi(h) - \int P\, V\, dm \quad \text{bei } t \to \infty$$

und

$$\cos \frac{\tau\pi}{2} \int |Q|^{\tau} V\, dm \to \operatorname{Re} \varphi(h) - \int P\, V\, dm \text{ bei } \tau \to 1.$$

J. Lembcke: Gemeinsame Fortsetzung regulärer Maße

Ausgehend von einer Familie von Inhalten auf Ringen von Teilmengen einer gemeinsamen Grundmenge gelangt man mit ähnlichen Methoden wie in der Theorie der Choquetschen Darstellungssätze zu hinreichenden Bedingungen für die Existenz einer gemeinsamen Fortsetzung der Ausgangsinhalte zu einem regulären Inhalt auf einem gegebenen größeren Ring. Mit Hilfe dieser Ergebnisse kann man den Satz von Kolmogoroff über die Existenz des projektiven Limes einer projektiven Familie von Maßen sowie einen Satz von C.S. Herz und H. Bauer über Maße mit gegebenem Bildmaß beweisen.

George Maltese: Multiplikative Erweiterungen von multiplikativen Funktionalen in Banachalgebren

Sei B eine komplexe Banachalgebra mit Involution, und sei A eine abgeschlossene Unteralgebra von B. Wir betrachten Erweiterungsprobleme für multiplikative lineare Funktionale definiert in A. Benutzt werden Methoden der Extrmalpunkte sowie die Existenz oder Nichtexistenz besonderer linearer Erweiterungen der gegebenen multiplikativen linearen Funktionale. Im Falle daß B kommutativ ist, wird gezeigt, daß ein positives lineares multiplikatives f auf A sich positiv linear multiplikativ erweitern läßt, dann und nur dann, wenn f sich positiv linear erweitern läßt. Dieses Resultat folgt als Korollar eines Erweiterungssatzes im allgemeinen (nicht kommutativen) Fall.

André Martineau: Théorie de la résolvante

En analogie avec la théorie des indicatrices des fonctionelles analytiques, on développe une théorie intrinsèque de la résolvante d'un système commutant d'éléments d'une algèbre de Banach. On explicite ces idées dans le cas de Fredholm. Enfin on introduit une esquisse de théorie non linéaire spectrale.

Reinhold Meise: Darstellung vektorwertiger temporierter Distributionen durch holomorphe Funktionen

In dem Vortrag wurde der folgende Satz bewiesen:

Satz: Ist E vollständiger bornologischer (DF)-Raum über C, so gibt es einen lokalkonvexen Raum $H_{\mathcal{L}(\mathcal{S}(\mathbb{R}^N),E)}$ von auf $(C \setminus \mathbb{R})^N$ holomorphen Funktionen mit Wertrn in E, so daß die Abbildung $R : H_{\mathcal{L}(\mathcal{S}(\mathbb{R}^N),E)} \to \mathcal{L}_b(\mathcal{S}(\mathbb{R}^N,E)$, definiert durch

$$R(f)[\varphi] = \lim_{2\,0} \int_{\mathbb{R}^N} \{ \sum_{\sigma\in\{1,-1\}^N} (\prod_{j=1}^N \sigma_j) f(x + i\sigma)\} \varphi(x)dx, \quad \varphi \in \mathcal{S}(\mathbb{R}^N),$$

surjektiv, stetig und offen ist mit

$$\text{Kern } R = \{f \mid f(z_1,\dots,z_n) = \sum_{j=1}^N \sum_{k=0}^{m_j} z_j^k h_{jk}(z_1,\dots,z_j,\dots z_N),$$

$$h_{jk} \in H\;(\,(\mathbb{R}^{N-1}),E),\; m_j \in N_0\}.$$

Der Raum $H_{\mathcal{S}'(\mathbb{R}^N)}$ ist ein vollständiger nuklearer (DF)-Raum, und $H_{\mathcal{L}(\mathcal{S}(\mathbb{R}^N),E)}$ ist $H_{\mathcal{S}'(\mathbb{R}^N)} \hat{\otimes}_\pi E$ topologisch isomorph.

Um den Raum $H_{\mathcal{L}(\mathcal{S}(\mathbb{R}^N),E)}$ zu beschreiben, geben wir ein System von Gewichtsfunktionen $g_n : \mathbb{C}^N \to \mathbb{R}$ an.

$$g_n(z) = \begin{cases} (1 + |z|^2)^{-n} |\mathrm{Im} z| & \text{für } |\mathrm{Im} z| \leq 1 \\ (1 + |z|^2)^{-n} & \text{für } |\mathrm{Im} z| > 1 \end{cases} \quad z\in\mathbb{C}, n\in\mathbb{N}$$

und $g_n(z_1,\dots,z_n) = \prod_{j=1}^N g_n(z_j)\quad (z_1,\dots,z_N) \in \mathbb{C}^N,\ n \in \mathbb{N}$.

Bür B-Räume F sei der Raum $A_n(F)$ definiert durch

$$A_n(F) = \{f \mid f:(C \setminus \mathbb{R})^N \to F,\ f \text{ holomorph},$$
$$\|f\| = \sup_{z\in(C-\mathbb{R})^N} \|f(z)\|_F g_n(z) < \infty\}.$$

Wählt man für E eine Darstellung $E = \operatorname{ind}_{n\to} E_n$, wobei die E_n Banachsche Teilräume von E sind, so kann man $H_{\mathcal{L}(\mathcal{S}(\mathbb{R}^N),E)}$ als $H_{\mathcal{L}(\mathcal{S}(\mathbb{R}^N),E)} = \operatorname{ind}_{n\to} A_n(E_n)$ definieren.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

Ulrich Mertins: Zur Theorie der Basen in lokalkonvexen Räumen

Es sei E ein lokalkonvexer Raum mit einer Schauder Basis. Die folgende Beziehung zwischen Reflexivität und Eigenschaften von Basisfolgen hat Singer (1962) für (B)-Räume und Retherford (1966) für (F)-Räume gezeigt: E ist reflexiv genau dann, wenn in E keine Basisfolge vom Typ P oder P* existiert.

Es ist zu zeigen, daß ein tonnelierter Raum mit einer Basis vom Typ P oder P* normierbar ist. Damit erhält man folgende Bedingung für die Reflexivität eines (F)-Raumes E mit Basis: E ist reflexiv, wenn in E kein abgeschlossener, unendlich-dimensionaler, normierter Unterraum mit Basis existiert.

P. Meyer-Nieberg: Quasitriangulierbare Operatoren und Invariante Untervektorräume

Wir nennen einen stetigen linearen Operator T in einem normierten Vektorraum X quasitriangulierbar, wenn T die folgende Bedingung erfüllt:

> Zu jedem endlichdimensionalen Untervektorraum $Z \subset X$ und zu jedem $\varepsilon > 0$ existieren ein endlichdimensionaler Untervektorraum $Y \subset X$ und ein $T_o \in L(Y)$ mit $Z \subset Y$ und mit $\|T - T_o\|_Y < \varepsilon$.

Es wurden einige grundlegende Eigenschaften dieser Klasse von Operatoren dargestellt, und es wurde gezeigt, daß im Falle eines separablen Raumes die obige Bedingung zur folgenden äquivalent ist:

> Es existieren eine aufsteigende Folge $(Z_n)_1^\infty$ endlichdimensionaler Untervektorräume von X und eine Folge $(T_n)_1^\infty$: $T_n \in L(Z_n)$, so daß $\bigcup_1^\infty Z_n$ in X dicht liegt und $\lim_{n\to\infty} \|T - T_n\|_{Z_n} = 0$ gilt.

Ferner wurde gezeigt, daß jeder quasitriangulierbare Operator T eien echten abgeschlossenen invarianten Untervektorraum besitzt, wenn in der von T, Id erzeugten abgeschlossenen, invers-abgeschlossenen Algebra ein kompakter Operator $A \neq 0$ enthalten ist.

D. Mitrović: Sur une décomposition des distributions

Dans la première partie on considère le problème suivant: décomposer une distribution T dans $(\mathcal{E}')$ ou dans $(\mathcal{O}'_\alpha)$ en difference de deux distributions interprétées comme les valeurs au bord de

$$\hat{T}(z) = \frac{1}{2\pi i} \langle T_t, h(t;z)\rangle.$$

Théorème 2. Si $T \in (\mathcal{G}'_\alpha)$, $-1 \leq \alpha < 0$ et si

$\hat{T}_{\pm}(z) = \frac{1}{2\pi i} \langle T, \frac{1}{t-z} \rangle$ pour $\mathrm{Im}(z) \quad 0$, alors les limites distributionelles

$$\lim_{\varepsilon\to+0} \hat{T}_{\pm}(t \pm i\varepsilon) = \hat{T}_{\pm}$$

existent dans $(\mathcal{G}'_\alpha)$ et

$$T = \hat{T}_+ - \hat{T}_-.$$

Dans la seconde partie, on utilise les résultats obtenus pour résoudre certains problèmes aux limites (pour les demi-plans) formulés dans le sens des distributions.

Problème 1. Soit $t \mapsto G(t) \neq 0$ une fonction complexe (C^∞) donnée sur $\mathbb{R}$ avec la propriété H (Hölder) au point $t = \infty$. Soit S une distribution donnée dans $(\mathcal{E}')$. Il faut trouver une fonction localement holomorphe $z \to \Phi(z)$ admettant sur $\mathbb{R}$ la condition $\Phi^+ = G(t)\Phi^- + S$ avec $\Phi^{\pm} = \lim_{\varepsilon\to o} \Phi^{\pm}(t \pm i\varepsilon)$ dans $(\mathcal{D}')$. On suppose que $\Phi^+(\infty) = \Phi^-(\infty) = 0$.

C. Edward Moore (U.S. Naval Academy): Some results involving concrete semispaces and a question of Klee

Abstract: See Abstract 70T - B146 Amer. Math. Soc. Notices 17 (1970) page 664 for definitions and references. In a linear topological space a semispace S with a representation $S = S(F,r)$ where each f in F is continuous is called a concrete semispace. Using theorems and techniques of V.L. Klee the following theorems have been proved: (1) A Banach space E is reflexive if and only if any two disjoint bounded closed convex subsets of E are concretely separated. (2) Every non-

reflexive separable Banach space contains a pair of disjoint bounded closed convex subsets which cannot be concretely separated, but which can be separated by a closed hyperplane.
(3) If C is a closed convex cone in a locally convex Hausdorff space and $C \cap (-\ ) = \{\Theta\}$, then $C \sim \{\Theta\}$ is the intersection of all concrete semispaces at Θ which contain $C \sim \{\Theta\}$.

G. Neubauer: <u>Über eine Klasse von normierten Räumen und die ihnen zugeordneten Operatoren</u>

Nennen wir einen normierten Raum Mvt(vom Vollständigkeitstyp), wenn er eine stärkere Norm besitzt, die ihn zum Banachraum macht; ein Operator T sei vt, wenn sein Graph dies ist.

Summen und Durchschnitte von Räumen, die vt sind, sind vt. Summen und Produkte von Operatoren, die vt sind, sind vt. Abgeschlossene Teilräume in Banachräumen und abgeschlossene Operatoren in Banachräumen sind vt. Sind M und N vt, $M \cap N$ und $M + N$ vollständig, so sind M und N vollständig. Sind $M_1, M_2 \ldots$ vt, $M = \bigcup_1 M_i$ vt, $(M_i \subset M_{i+1})$, dann ist $M_k = M$ für ein k.

Danuta Przeworska-Rolewicz: <u>Direct methods for differential-functional equations</u>

It will be shown how to reduce systems of ordinary and partial differential-functional equations to differential equations by simple algebraic method for some classes of solutions of solutions. The following transformation of argument of an unknown function will be considered: shifting, reflection, rotation. There are obtained some strong results even for non-linear equations, namely a generalization of the well-known theorem about periodic solutions of a perturbed non-linear system of ordinary differential equations.

James R. Retherford: Fully Nuclear Operators

A bounded operator $T : E \to F$, E and F Banach spaces is fully nuclear if the astriction $T_a : E \to T(E)$ is nuclear. We will denote by $N(E,F)$ and $FN(E,F)$ the nuclear and fully nuclear operators from E to F respectively.

Theorem 1. Let E and F be Banach spaces and suppose $\mathcal{L}(E,F) = FN(E,F)$. Then E or F is finite dimensional. The converse is also true.

Theorem 2. Every nuclear operator is the restriction of a fully nuclear operator.

Theorem 3. Let F be a reflexive space such that

(i) each subspace of F has the approximation property and

(ii) $N(E,F) = FN(E,F)$ for each Banach space E. Then

Every closed subspace of F is complemented.

Theorem 4. Suppose F is a Banach space satisfying the conditions of Theorem 3. Suppose, moreover, that the canonical map from $FN(E,F)$ into $N(E,F)$ is isometry for each Banach space E. Then F is isometrically isomorphic to a Hilbert space. Moreover, any Hilbert space F satisfies all the above conditions.

Theorem 5. A Banach space E is an $\mathcal{L}_\infty$-space if and only if $N(E,F) = FN(E,F)$ for every Banach space F.

There is a dual characterization of $\mathcal{L}_1$-spaces.

Stefan Rolewicz: Applications of methods of functional analysis to controls and observations of linear systems

Let X and Y be Banach spaces. Let V_t be a family of continuous linear operators mapping X into Y dependent in a continuous way on a real argument t. Let $y(t)$ be a continuous function of a real argument t with values in the space Y. We are looking for

$$T = \inf \{t : \text{there is } x \text{ such that } V_t(x) = y(t)\}.$$

This is so called minimum-time problem. In the talk minimum time problem for several models will be considered.

The talk will contain also an abstract schema of optimal observability of linear systems and its relations with the problem of optimal control.

Ivan Singer: Some applications of bases and basic sequences to Banach space theory

Let $\mathfrak{E}$ be a family of Banach spaces and $\mathfrak{B}$ a family of bases.

Problem I. Is it true that $E \in \mathfrak{E}$ if and only if every subspace of E with a basis belongs to $\mathfrak{E}$?

Problem II. Is it true that $E \in \mathfrak{E}$ if and only if every basic sequence $\{x_n\} \subset E$ belongs to $\mathfrak{B}$?

Problem III. Assume that every $E \in \mathfrak{E}$ has a basis. Is it true that $E \in \mathfrak{E}$ if and only if every basis $\{x_n\}$ of E belongs to $\mathfrak{B}$?

These problems have been raised in our paper "Basic sequences and reflexivity of Banach spaces" (Studia Math. 1962) for the particular cases when $\mathfrak{E}$ = the family of all reflexive Banach spaces and $\mathfrak{B}$ = the shrinking bases. $\mathfrak{B}$ = the boundedly complete bases, $\mathfrak{B}$ = the bases of type non-P, $\mathfrak{B}$ = the bases of type non-l_+ and, finally, $\mathfrak{B}$ = the bases of type non-P*.

Here we consider these problems for various other concrete families $\mathfrak{E}$ (quasi-reflexive spaces, quasi-reflexive spaces of order $\leq n$, spaces such that every subspace has non-separable conjugate space, spaces which are not isomorphic to any conjugate Banach space, weakly complete spaces, spaces such that every bounded sequence contains a weak Cauchy subsequence, spaces in which weak convergence and norm-convergence of sequences are equivalent, spaces isomorphic to a Hilbert space) and $\mathfrak{B}$ (the above families and k-shrinking bases, k-boundedly complete bases, non-shrinking bases, non-boundedly complete bases, bases having no shrinking block basic sequence, bases of type wc_o, bases of type swc_o, Besselian and Hilbertian bases), giving some recent results and pointing out the unsolved problems.

D. Sondermann: Maße auf lokalbeschränkten Räumen

Ein lokalbeschränkter Raum $(X,\mathfrak{B})$ ist ein vollständig regulärer Raum X, auf dem ein System $\mathfrak{B}$ von Teilmengen mit gewissen Regularitätseigenschaften, das sogen. "Beschränkungssystem", ausgezeichnet ist. Ein Maß auf $(X,\mathfrak{B})$ ist eine stetige

Linearform auf dem Ring $\mathfrak{K}$ $(X,\mathfrak{B})$ aller stetigen, beschränkten, reellen Funktionen auf X mit $\mathfrak{B}$-beschränktem Träger. Ist speziell $\mathfrak{B}$ das System aller kompakten Mengen von X, so erhält man gerade die Radonmaße. Ist $\mathfrak{B}$ entartet (d.h. $= \{X\}$), so erhält man die Maße im Sinne von Alexandroff-Varadajaran.

In dem Vortrag sollen insbesondere die Zusammenhänge zwischen der Struktur eines lokalbeschränkten Raumes und der Stetigkeit seiner Maße dargelegt werden. Es wird eine maßtheoretische Charakterisierung der $\mathfrak{B}$-kompakten, $\mathfrak{B}$-pseudokompakten und $\mathfrak{B}$-reellkompakten Räume gegeben. Die letztere Charakterisierung insbesondere stelllt die falschen Vermutungen einiger früheren Autoren zu diesem Problem richtig und verallgemeinert einige Ergebnisse von Kreisler-Tarski und Choquet.

Lucien Waelbroeck: Topological Vector Spaces

A survey of some recent results about non locally convex topological vector space theory.

G. Wittstock: Tensorprodukte und Simplexe

Es seien K und L kompakte konvexe Mengen und U und V archimedisch geordnete lineare Räume mit Ordnungseinheit, die in der Ordnungstopologie vollständig sind. AK bezeichne den geordneten linearen Raum aller stetigen affinen reellen Funktionen auf K. Es werden universell definierte Tensorprodukte $K \otimes L$ bzw. $U \otimes V$ untersucht. Man kann Choquetsche Simplexe K durch die Eigenschaften der Tensorfuntoren $K \otimes$ bzw. $AK \otimes$ charakterisieren. Beim Beweisaufbau wird nur die verbandstheoretische Charakterisierung von Simplexen benutzt. Aus den tensoriellen Charakterisierungen folgen auf einfache Weise neue Beweise für den Choquetschen Satz (d.h. Existenz und Eindeutigkeit repräsentierender maximaler Maße) und für die Rieszsche Zerlegungseigenschaft von AK.

P. Meyer-Nieburg (Saarbrücken)