MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT OBERWOLFACH

T a g u n g s b e r i c h t 32/1971

Mathematische Methoden des Operations Research

25.7. bis 31.7.1971

Zu der vierten Tagung über Operations Research unter Leitung der Professoren R.Henn (Karlsruhe), H.P.Künzi (Zürich) und H.Schubert (Düsseldorf) kamen 73 Teilnehmer aus mehreren Ländern im Mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach zusammen. Einige der in Vorträgen und Diskussionen behandelten Gebiete waren Optimierungstheorie, Graphentheorie, Regelungstheorie und Mathematische Statistik (insbesondere Stopp-Probleme bei Markoff-Prozessen). Wie in den vorangegangenen Jahren ist vorgesehen, einen Ergebnisband der Tagung mit einer ausführlichen Darstellung der einzelnen Vorträge herauszugeben, der wie bisher in der Reihe Operations Research-Verfahren, Meisenheim, erscheinen soll.

<u>Teilnehmer:</u>

R.Allgaier, Karlsruhe
G.Bamberg, Augsburg
H.Bauermeister, Freiburg
U.Becker, Darmstadt
R.Beinhauer, Karlsruhe
G.Bol, Karlsruhe
W.Bühler, Aachen

L.Collatz, Hamburg
K.H.Daniel, Frankfurt
W.Dinkelbach, Regensburg
W.Domschke, Karlsruhe
M.Dragomirescu, Bukarest/Karlsruhe
W.Dürr, Regensburg
W.Eberl, Wien

W.Eberl, Düsseldorf
K.Egle, Innsbruck
W.Eichhorn, Karlsruhe
O.Emrich, Augsburg
R.Erdmann, Karlsruhe
K.-W.Gaede, Darmstadt
T.Gal, Aachen
P.Gessner, München
H.Göppl, Karlsruhe
B.Goldstein, Karlsruhe
H.-W.Grove, Wolfsburg
S.S.Gupta, Lafayette
K.Hässig, Mannheim
P.Hagelschuer, Regensburg
G.Hammer, Augsburg
P.L.Hammer, Montreal
J.Hartung, Bonn
J.Heinhold, München
R.Henn, Karlsruhe
M.Henke, Bonn
E.Höpfinger, Karlsruhe
R.Horst, Darmstadt
G.Hübner, Hamburg
J.Hülsmann, Augsburg
A.Jaeger, Bochum
W.Junginger, Stuttgart
R.Kaerkes, Aachen
P.Kall, Mannheim
K.Kleibohm, Trier
P.Kosmol, Kiel

H.P.Künzi, Zürich
F.Lempio, Hamburg
K.Marti, Hamburg
J.Merkwitz, Karlsruhe
O.Moeschlin, Karlsruhe
M.Morlock, Karlsruhe
K.Neumann, Karlsruhe
W.Oberhofer, Bonn
W.Oettli, Rüschlikon
O.Opitz, Karlsruhe
M.A.Pollatschek, z.Zt. Aachen
B.Rauhut, Karlsruhe
K.Ritter, New Brunswick
W.Rödder, Aachen
J.Rosenmüller, Erlangen
U.Rumm, Karlsruhe
M.Rutsch, Saarbrücken
H.Schellhaas, Darmstadt
W.Schlee, München
B.Schmid, Heidelberg
N.Schmitz, Berlin
Ch.Schneeweiß, Bonn
H.Schneeweiß, Saarbrücken
H.Schubert, Düsseldorf
F.Stehling, Karlsruhe
V.Steinmetz, Karlsruhe
W.Wertz, Wien
K.Zeller, Tübingen
H.J.Zimmermann, Aachen

Vortragsauszüge

G.BAMBERG, B.RAUHUT: Lineare Regression bei alternativen Schätzfunktionen

Gegeben sei ein lineares Regressionsmodell der Form

$$y_i = \alpha + \beta x_i + U_i; \qquad (1 \leq i \leq n).$$

Es ist bekannt, daß der Kleinste-Quadrat-Schätzer $(\hat{\alpha},\hat{\beta})$ für (α,β) der Klasse Δ aller linearen, erwartungstreuen Schätzfunktionen die Varianzsumme V von α und β minimiert, wenn gewisse Voraussetzungen über die Verteilung der U_i getroffen werden. Für normalverteilte U_i gilt z.B., daß $(\hat{\alpha},\hat{\beta})$ die Größe V sogar bezüglich aller erwartungstreuen Schätzfunktionen minimiert. (Dabei liegt der Risikofunktion V eine quadratische Schadensfunktion s mit $s\left[(\alpha,\beta),\ (\hat{\alpha},\hat{\beta})\right] = |(\alpha,\beta) - (\hat{\alpha},\hat{\beta})|^2$ zugrunde). Betrachtet man jetzt statt s die m-fachen Potenzen von s mit $m > 1$, dann läßt sich unter gewissen (üblichen) Voraussetzungen zeigen:

(1) $(\hat{\alpha},\hat{\beta})$ ist für $m \geq 2$ kein gleichmäßig bester Schätzer bzgl. Δ.

(2) Für $m = 2$ existiert kein gleichmäßig bester Schätzer bzgl. Δ.

(3) Für $m = 2$ und normalverteilte Störvariable ist $(\hat{\alpha},\hat{\beta})$ kein gleichmäßig bester Schätzer bzgl. Δ, also erst recht nicht bzgl. der Klasse aller erwartungstreuen Schätzfunktionen.

(4) Für $m \geq 2$ und normalverteilte Störvariable existiert ein gleichmäßig bester Schätzer in Δ.

R.BEINHAUER: Ein spieltheoretisches Modell für die Überwachung einer Fabrikanlage mit mehreren verschiedenen Arealen.

Eine Fabrikanlage, die aus m Arealen besteht, soll während einer endlichen Zeit durch mehrere Zwischeninventuren überwacht werden. Jede Inventur wird durch k $(< m)$ Inspektoren durchgeführt, von denen jeder ein Areal durchsuchen kann. Die Überwachung richtet sich gegen eine erwartete illegale Aktion, die in einem der Areale stattfindet und eine "kritische Zeit" zu ihrer Abwicklung benötigt, während der sie mit einer vom Areal abhängigen Wahrscheinlichkeit entdeckt werden kann.

Es wird ein Matrixspiel für dieses Modell definiert und ein "zuverlässiges" Überwachungssystem als Minimaxstrategie dieses

Spiels gefunden.

W.BÜHLER: Ein kombiniertes Kompensations-Chance-Constrained-Modell der stochastischen linearen Optimierung

Es wird das Modell

$$\underset{x\in K}{\mathrm{Max}}\ \Pr\{C^t x + Q(B - Ax) \leq v\} := F_x(v) \qquad (*)$$

untersucht, wobei (A,B,C) ein $n\cdot m+n+m$ dimensionaler Zufallsvektor, $Q(B-Ax)$ eine meßbare Strafkostenfunktion, K ein konvexes Polyeder und $v\in\mathbb{R}$ ist.
Ist $F_x(v)$ stetig in v, dann ist für geeignetes α, v $(*)$ äquivalent zu

$$\underset{x\in K}{\mathrm{Min}}\ \{u \mid F_x(u) \geq \alpha\} \qquad (**)$$

$(**)$ wird mit Hilfe eines Bisektionsverfahrens gelöst.

K.DANIEL: Bemerkungen über ein Suchproblem

Das Suchproblem $(\underline{p},\underline{a},\underline{c})$ mit $\underline{p}\in\mathcal{P} := \{\underline{p} \mid p_i \geq 0, \sum_{i=1}^{I} p_i = 1\}$,

$\underline{a} = (a_1,\dots,a_I)$, $0 < a_i < 1$ und $\underline{c} = (c_1,\dots,c_I)$, $c_i > 0$ verallgemeinert ein Suchproblem von Starorerov (Theory of Probability and its applications. Vol. 8, 1963). Die Existenz optimaler Programme $\pi^* = (\pi^*(n))_{n\geq 1}$ mit $\pi(n)\in J := \{1 \dots I\}$ wird erbracht. Des weiteren wird gezeigt, daß die Zielfunktion $V(\underline{p},\pi) := \sum_{n=1}^{\infty} p_n(p,\pi)\, C_n(\pi)$ (= erwartete Kosten unter π) unter

einem optimalen Programm π^*, $V(\underline{p},\pi^*) =: U(\underline{p})$, der Funktionalgleichung $U(p) = \min\{C_i + [1-(1-a_i)p_i]\ U\ (s_i(\underline{p}))$ gehorcht.
Die Lösung ist eindeutig in den auf $\mathcal{P}$ definierten beschränkten Funktionen. Durch geeignete Iteration läßt sich $U(\underline{p})$ approximativ gewinnen. $U(\underline{p})$ ist auf $\mathcal{P}$ konkav.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

W.DINKELBACH: Über einen Lösungsansatz zum Vektormaximumproblem

Um eine "Lösung" des Vektormaximumproblems

$$\text{"max"} \left\{ z(x) = \begin{pmatrix} z_1(x) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ z_k(x) \end{pmatrix} : x \in X \right\}$$

(mit $z_k(x) : \mathbb{R}^N \longrightarrow \mathbb{R}^k$, konkav $(k=1,\ldots,K)$; $X \subset \mathbb{R}^N$, konvex, kompakt) zu erhalten, wird folgendes Ersatzprogramm vorgeschlagen:

$$\min \{ \| z^* - z(x) \| : x \in X \}$$

(mit $z^* = (z_1^*,\ldots,z_K^*)^T$ und $z_k^* = \max \{ z_k(x) : x \in X \}$ $(k=1,\ldots,K)$

und gezeigt, daß die Lösungen dieses Ersatzprogramms für die l_1- und l_∞-Norm (funktional) effizient sind.

W.DÜRR: Einige Theoreme zum Vektor Maximum Problem

Unter bestimmten Voraussetzungen strebt die Folge $\hat{\underline{x}}_p$ der effizienten Lösungen der Programme $\min \{ \| \underline{z}^* - \underline{z}(\underline{x}) \|_p \mid \underline{x} \in X \}$ gegen einen Punkt $\hat{\underline{x}}_\infty$, der Lösung von $\min \{ \| z^* - z(x) \|_\infty \mid x \in X \}$ ist und effizient ist. Zwei Zielfunktionen $z_1(\underline{x})$, $z_2(\underline{x})$ lassen einfache Effizienzaussagen für das Programm $\max \{ z_1(\underline{x}) \mid z_2(\underline{x}) \geq 0 : \underline{x} \in X \}$ zu. Der Begriff der eigentlichen Effizienz wird eingeführt. Für eine Reihe von Ersatzprogrammen wird bewiesen, daß die Lösungen eigentlich effizient sind.

M.DRAGOMIRESCU: On the regularization of some extremum problems

For the problem (P) $\sup \{ f(x) \,/\, x \in A \}$ of finding the supremum of a real functional f on an arbitrary subset A of a linear topological space X, it is generally assumed, essentially for both theoretical results and computational methods, that the admissible set A is convex and closed. The purpose of this paper is to provide conditions under which problem (P) can be "regularized", i.e. replaced by an equivalent problem, consisting of finding the supremum of f on a closed convex subset of X. More precisely necessary and sufficient conditions are given in order for f to posses the following "regularization property":

$$\sup\{f(x) \;/\; x\in A\} = \sup\{f(x) \;/\; x\in \overline{\mathrm{co}A}\}$$

for any $A\subset X$. A number of consequences are derived.

W.EBERL: Die asymptotische Verteilung der Absorptionszeit zweier Klassen von Geburts- und Todesprozessen

Zwei vorgegebenen Zahlenfolgen $(\lambda_j)_{j=0,1,\ldots}$ und $(\mu_j)_{j=1,2,\ldots}$ mit $\lambda_j > 0$ und $\mu_j \geq 0$ kann man eindeutig eine Folge $\{X_n(t,.) : t\in[0,\infty)\ (1\leq n<\infty)$ zeitlich homogener Geburts- und Todesprozesse mit kontinuierlicher Zeit und endlichem Zustandsraum $Z_n := \{0,1,\ldots,n\}$ $(1\leq n<\infty)$ sowie mit einem reflektierenden Rand in 0 und einem absorbierenden Rand in n zuordnen, so daß λ_j $(0\leq j\leq n-1)$ die Gebursrate im Zustand j und μ_j $(1\leq j\leq n-1)$ die Sterberate im Zustand j ist.

In diesem Vortrag werden die (bedingten)Verteilungen der Absorptionszeiten T_{on} untersucht, die definiert sind als das Infimum der Zeitpunkte, in denen der Zustand n erreicht wird, wenn der Prozeß in 0 startet.

W. EICHHORN: Wirtschaftlichkeit von Produktionsverfahren

Unter einem Produktionsverfahren wird die Produktion des Gütervektors $x = (x_1,\ldots,x_n) \in \mathbb{R}^n_+$ mit den Kosten $K \in \mathbb{R}_+$ in der Zeit $t \in \mathbb{R}_+$ verstanden. Als Wirtschaftlichkeit des Produktionsverfahrens $(x,K,t) \in \mathbb{R}^{n+2}_+$ wird in Verallgemeinerung eines Ansatzes von E. Vincze die Funktion

$$W : (x,K,t) \longrightarrow W(x,K,t) \in \mathbb{R}_+$$

eingeführt, die für alle positiven λ, μ, ν und alle x,K,t den folgenden Eigenschaften genügt:

(1) $W(\lambda x, \lambda K, \lambda t) = W(x,K,t)$

(2) $W(\mu x, \mu K, t) = \varphi(\mu) W(x,K,t)$, φ streng monoton wachsend

(3) $W(x, \varrho K, t) = \psi(\varrho) w(x,K,t)$, ψ streng monoton fallend.

Satz: Die einzige Lösung von (1), (2), (3) ist

(4) $$w(x,K,t) = \frac{w(x)}{t^{\alpha} K^{\beta}}$$

mit beliebigen positiven Konstanten α, β und beliebigen vom Grade $\alpha + \beta$ homogenen $w(x) \in \mathbb{R}_+$.

Für $x \in \mathbb{R}_+$ wird (4) zu

$$W(x,K,t) = \frac{Cx^{\alpha+\beta}}{t^{\alpha} K^{\beta}} \quad \text{mit} \quad C = w(1).$$

O. EMRICH: Bestimmung optimaler Stoppmengen bei binären Markoffschen Erneuerungsprozessen

Es werden Stopp-Probleme $(Z,P,\varphi,a)_{II}$ mit laufender Auszahlung und Endauszahlung a untersucht, bei denen der mittlere Gewinn zu maximieren ist. Aufbauend auf einer Idee von L. Breiman wird dieses Problem auf Probleme $(Z,P,\varphi',a')_I$ zurückgeführt, bei denen der Gesamtgewinn zu maximieren ist. Nach einer

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

weiteren Reduktion auf Probleme der Gesamtgewinnmaximierung ohne laufende Auszahlung $(Z,P,O,a'')_I$ gelingt es, ein Verfahren der Politikiterationen anzugeben, bei dem der maximale Rechenaufwand etwa n^4 (n:= Zahl der Zustände des Zustandsraumes) Rechenoperationen (Multiplikationen oder Divisionen) beträgt. Durch die Anwendung eines Verfahrens der Stoppmengenerweiterung auf die Probleme (Z,P,O,a'') gelingt es, den Rechenaufwand auf maximal $\frac{1}{3}n^4 + 2n^3$ Operationen zu verringern.

T.GAL: Methode für mehrparametrische lineare Programmierung

Auf graphentheoretischen Begriffen gestützt wird vorgelegt ein Algorithmus für die Lösung der Aufgabe:

$$\text{(I)} \qquad \max : z = c^T x$$
$$Ax = b + F\lambda \ , \ G\lambda \leq d, \ x \geqslant 0,$$

wo F eine feste (m,s)-Matrix, G feste (r,s)-Matrix, $d \in E^r$ fest, $\lambda \in E^s$ ein Vektorparameter, $s \in [1, +\infty)$, $r \in [1,s]$ natürliche Zahl ist.

Der Aufgabe (I) wird ein (ungerichteter) zusammenhängender Graph G zugeordnet, wobei jeder Knoten $\varrho \in G$ zu einem kritischen Bereich R_ϱ der λ gehört, so daß für $\lambda \in R_\varrho$ die Basis ${}^\varrho B$ eine optimale Basis von (I) ist.

Gesucht ist eine zulässige Menge K der $\lambda \in E^s$, so daß $\bigcup_{\varrho \in G} R_\varrho = K$.

Die Aufgabe kann dann einfach wie folgt formuliert werden:
Phase 1: Ermittle einen Knoten $\varrho_0 \in G$, Phase 2: Von ϱ_0 ausgehend ermittle alle $\varrho \in G$.

Mit dem Algorithmus kann auch die Aufgabe

$$\text{(II)} \qquad \max: \quad z = c^T x + \nu^T H^T x$$
$$Ax = b, \ G\nu \leq d, \quad x \geqslant 0,$$

wo H eine feste (n,s)-Matrix, $\nu \in E^S$ ein Vektorparameter ist, gelöst werden. Weitere Anwendungen können gegeben werden.

P.GESSNER: Berechnung optimaler Entscheidungsfolgen mit Hilfe eines Maximumprinzips

Es wird ein Prinzip zur Berechnung optimaler Entscheidungsfolgen für sequentielle Entscheidungsprozesse beschrieben. Ist der Entscheidungsprozeß durch ein Kontrollproblem dargestellt, so erhält man die gleichen Ergebnisse, die aus dem Maximumprinzip von Pontrjagin folgen. Das Prinzip wird für allgemeine Funktionenräume formuliert und gilt auch für andere Entscheidungsprozesse -z.B. diskrete Prozesse, Kontrollprobleme mit Integralgleichungen als Nebenbedingungen oder Entscheidungsprozesse, die durch Impulsfolgen gesteuert werden.

B.H.GOLDSTEIN: Zu einer Verallgemeinerung einfacher Stop-Probleme bei diskreten Markoff-Ketten

Unter einem einfachen Stop-Problem soll die folgende Aufgabe verstanden werden: Gegeben ist eine diskrete Markoff-Kette $(x(t),E,P)$ mit endlichem Zustandsraum E und stationärer Übergangsmatrix P, ferner eine Abbildung $a: E \to R^+$. Die Aufgabe lautet, eine Stopzeit τ so zu bestimmen, daß die zu erwartende Auszahlung $K_i(\tau,P) = E_{i,P}a(x(\tau))$ $(i \in E)$ maximiert wird. Nimmt man an, daß über P nur Vorwissen in der Form vorliegt "$P \in Y$" wobei Y eine bekannte Teilmenge aller substochastischen Matrizen über E ist, so erhält man für jedes $i \in E$ ein Zwei-Personen-Nullsummenspiel $\Gamma_i = (X,Y,K_i)$ dabei sei $X = \{\tau: \tau \text{ Stopzeit}\}$). Zusätzlich sei vorausgesetzt, daß die Matrizen aus Y absorbierend mit der gleichen Menge S absorbierender Zustände sind. Dann ist die diskret gemischte Erweiterung Γ_i^d von Γ_i definit, falls z.B. für alle $\varepsilon > 0$ ein $n(\varepsilon)$ existiert mit $P_i(x(t) \notin S,\ t \geq n(\varepsilon))$ oder

(*) $\sum_{t=0}^{\infty} P^t(k,j) \leq C$ für $C > 0$ und $P \in Y$, $j \in S$ gilt. Eine untere Schranke für den unteren Spielwert stellt $v(i) = \lim_n T^n\, a(i)$ dar mit $T\, a(i) = \max\{a(i), \inf_y P\, a(i)\}$. Unter der Voraussetzung (*) sowie der Bedingung $Q = (P^{(k)}(k,j)) \in Y$, falls $P^{(k)} \in Y$ $(k \in E)$, ist bereits Γ_i definit mit Spielwert $v(i)$ und die Trefferzeit von $\{j: v(j) = a(j)\}$ ist Minimaxstrategie für Spieler 1.

SH.S.GUPTA: Multiple Decision Procedures for Subset Selection

Let π_i, $i=1,\ldots,k$, be a continous population with associated d.f. F_{λ_i}, $\lambda_i \in \Lambda$, an interval on the real line. The family $\{F_\lambda\}$ is assumed to be stochastically increasing in λ. We define a class of procedures R_h for selecting a non-empty subset of the k populations such that the probability of a correct selection (PCS), i.e. selection of a subset which includes the population with the largest λ_i, is at least P^*, a pre-assigned level. A generalization of a result of Lehmann is used to obtain a sufficient condition for the monotonicity of a certain integral leading to the evalution of the infimum of PCS over the parameter space. Results concerning the supremum of the expected subset size and other properties of R_h are obtained. We discuss more specific results when the density $f_\lambda(x)$ is a convex mixture of a sequence of known density functions. We introduce the problem in a decision-theoretic framework.

K.HÄSSIG: Über Netzwerkflußprobleme mit Nebenbedingungen und Mehrgüterflußprobleme

Beide Problemklassen lassen sich auf ein Zweigüterflußproblem zurückführen, wobei mit Nebenbedingungen vor allem Bündel und homologe Bögen gemeint sind.

P.HAMMER: Equivalent Formulations of 0-1 Programming Problems

Given arbitrary real functions $f(\lambda_1,\ldots,\lambda_n)$ $(i=0,1,\ldots,m)$ it is shown that there exists a Boolean function $\varphi(\lambda_1,\ldots,\lambda_n)$ at real polynomial $P(\lambda_1,\ldots,\lambda_n)$ and values $\alpha_{hj} \in \{-1,0,1\}$ $(h=1,\ldots,H)$ such that the general 0-1 programming problem

P 1 Maximize f_0 subject to $f_i \leq 0$ $(i=1,\ldots,m)$, $\lambda_j \in \{0,1\}$ $(j=1,\ldots,n)$
Should be equivalent to any of the following problems.

P 2 Maximize f_o subject to $\varphi = 0$, $\lambda_j \in \{0,1\}$ $(j=1,\ldots,n)$
("logical knapsack problem")

P 3 Maximize subject to $\lambda_j \in \{0,1\}$ $(j=1,\ldots,)$ (unconstrained 0-1 programm)

P 4 Maximize f_o subject to $\sum_h \alpha_{hj} \lambda_j = 1 + \sum_h \min(\alpha_{hj}, 0)$,
$\lambda_j \in \{0,1\}$ $(j=1,\ldots,n)$ ("generalized covering problem")

Moreover if f_o is strictly convex the above problems are also reductible to the following continous unconstrained optimization problem:
P 5 Maximize P subject to $0 \leq \lambda_j \leq 1$ $(j=1,\ldots,n)$.

J.HARTUNG: Dualität und Sattelpunkt - Geometrische Programme

Wenn eine bestimmte Funktion einen Sattel hat, so sind ein bestimmtes Paar von Optimierungsaufgaben dual, und umgekehrt. In systematischer Weise lassen sich (Un-)Gleichungen in den Nebenbedingungen einer Optimierungsaufgabe mit Hilfe von (nichtnegativen) Multiplikatoren in die Zielfunktion der dualen Aufgabe einbauen.
Dies wird angewandt auf Programme mit den Funktionen

$$G_K(x) = \ln \sum_{I_r} \gamma_i e^{\xi_i}, \quad \gamma_i > 0, r \in K$$

als Zielfunktion bzw. Restriktionen und zusätzlichen linearen Beschränkungen. Verallgemeinerte Geometrische und Polynomische Programme mit zugehöriger Sattelpunktfunktion werden hergeleitet.

M.HENKE: Optimales Stoppen von Markov-Auswahlprozessen

Ausgehend von einem allgemeinen Auswahlmodell bei Unsicherheit wird gezeigt, daß sich für Spezialfälle Prozesse vom Markov'schen Typ ergeben. Diese Lösungen enthalten u.a. die Ergebnisse von Dynkin, Juschkewitsch und können auf die Fälle mehrerer Auswahlen und zufälliger Chancenzahl verallgemeinert werden. Damit erhält man auch Lösungen für eine Klasse von Semi-Markovprozessen. Darüberhinaus werden kumulative Markov-Auswahlprozesse behandelt, in denen ein Teil der aus dem Prozess gewonnenen Zahlungen als Kapitaleinsatz in den Prozeß reinvestiert wird und multiselektive Markov-

Prozesse betrachtet, wo mehrere Prozesse parallel nebeneinander untersucht werden. Außerdem können in dem allgemeinen Auswahlmodell die optimalen Markovzeiten (Stoppdauer gemessen durch die Zahl der Chancen oder durch die Zeit) angegeben werden.

E.HÖPFINGER: Die spieltheoretische Analyse eines Inspektionsproblems

Es wird ein Spielmodell behandelt, das wie das von Bierlein (ORV. VIII) betrachtete Modell einen Spieler (Betreiber), der eine illegale Aktion von fester Zeitdauer τ durchführen will, vorsieht sowie einen zweiten Spieler (Inspektor), der mittels Inspektionen eine im Gang befindliche illegale Aktion aufdecken will. Dabei kennt der Betreiber jeweils die Beginnzeitpunkte der bereits durchgeführten Inspektionen. Abweichend vom Modell von Bierlein ist der Zeitraum $[-T,0]$ in dem die illegale Aktion durchgeführt werden kann, endlich ($T \in \mathbb{R}$). Außerdem darf der Inspektor höchstens eine vorgegebene Anzahl von Inspektionen durchführen, von denen jede eine feste Dauer σ hat. Optimale Strategien und der Spielwert werden durch Rückführung des Spieles auf ein in der Auszahlung verallgemeinertes Spielmodell von Dresher (1962, Rand.Corp. RM-2972) bestimmt.

R.HORST: Mittelbare konvexe Optimierung

Seien $D \subseteq \mathbb{R}^n$, D konvex; $f: D \to W \subseteq \mathbb{R}$ heißt mittelbar konvex (MK) in D, falls eine differenzierbare streng monoton wachsende Funktion $F: W \to \mathbb{R}$ existiert, so daß $F[f]$ konvex wird in D. Entsprechend heißt das Problem $P1: \min \{ f(x) \mid g_j(x) \leq 0, j=1,..m, x \in D\}$ mittelbar konvex (MK), falls $f(x)$, $g_j(x), j=1,..m$ mittelbar konvex in D sind.
Es werden für Optimierungsaufgaben der Art P1 wichtige Eigenschaften der MK-Funktionen angegeben, der Zusammenhang zu bekannten Erweiterungen konvexer Funktionen hergestellt, Optimalitätskriterien für MK-Probleme behandelt und für konvexe Probleme bekannte Lösungsverfahren hinsichtlich ihrer Erweiterbarkeit auf MK-Probleme untersucht.

G.HÜBNER: Stoppmengen bei sequentieller Bayes-Schätzung

Es wird ein Bayes'sches sequentielles statistisches Entscheidungsmodell untersucht, wobei jede Stichprobe X_i die Werte +1 oder -1 ergibt mit $Q_\vartheta(1) = 1-Q_\vartheta(-1) = \vartheta$, $\vartheta \in \Theta = \langle 0,1 \rangle$, und die a priori-Verteilung eine Gleichverteilung auf Θ ist.
Außerdem sei eine quadratische Verlustfunktion $L(\vartheta,a) = k^2(\vartheta-a)^2$ angenommen, und die Kosten je Stichprobe seien zu 1 normiert. Für kleine Werte k läßt sich das Bayes-Risiko und die Stoppmenge exakt bestimmen, für großes k wird die Stoppmenge nur in einem gewissen Bereich exakt bestimmt und im übrigen durch Schranken eingegrenzt.
Für die Anwendungen wird eine "trapezförmige" Stoppmenge, die annähernd proportional zu k ist, vorgeschlagen, die sich einerseits leicht handhaben läßt und die andererseits das Bayes-Risiko gegenüber dem nicht-sequentiellen Verfahren um ca. 2,5 % verkleinert.

J.HÜLSMANN: Zweistufiges stochastisches Programmieren bei Unsicherheit über die Verteilung von (A,b,c).

Es wird ein Zweipersonen-Nullsummenspiel betrachtet, daß es gestattet, die Zielvorstellung des zweistufigen, stochastischen Programmierens als Bestimmung einer Bayeslösung in einer gemischten Erweiterung dieses Spieles zu interpretieren. Die Bestimmung einer Bayeslösung ist ein Spezialfall der Bestimmung von Minimax-Lösungen gegen Klassen von Verteilungen. Es wird gezeigt, daß optimale Entscheidungen gegenüber einigen Klassen von Verteilungen, die durch Erwartungswerte oder α -Fraktile der Randverteilungen charakterisiert sind, mit den Mitteln des (deterministischen) linearen Programmierens bestimmt werden können.

W.JUNGINGER: <u>Stundenplanproblem und dreidimensionales Transportproblem</u>

Die mathematische Behandlung des Stundenplanproblems ist bis heute noch nicht befriedigend gelöst. Obwohl bei den bisherigen Versuchen gewöhnlich nur eine stark vereinfachte Form des Problems behandelt wurde, bereiten effektive mathematische Lösungsmethoden große Schwierigkeiten.
Der Vortrag zeigt, wie das Stundenplanproblem als dreidimensionales Transportproblem formuliert werden kann. Damit erhält man eine weitere Möglichkeit der mathematischen Behandlung. So gibt es z.B. verschiedene notwendige Bedingungen für die Existenz einer Lösung beim dreidimensionalen Transportproblem. Überträgt man diese auf das Stundenplanproblem,so erhält man notwendige Bedingungen für die Existenz eines Studenplans, die eng mit den bisher bekannten HALL-Bedingungen zusammenhängen, über diese aber zum Teil noch hinausgehen.

W.JUNGINGER: <u>Über die Lösung des dreidimensionalen Transportproblems</u>

Das dreidimensionale Transportproblem (TP 3) ist zunächst eine formale Erweiterung des gewöhnlichen Transportproblems auf ein Problem mit dreifach indizierten Variablen x_{ijk}. Verschiedene Fragestellungen lassen sich in dieser Form bequem darstellen. Bei der Lösung des TP3 kann man -ähnlich wie im zweidimensionalen Fall- infolge der speziellen Nebenbedingungen Vereinfachungen gegenüber den Verfahren für das allgemeine LP finden. Möglichkeiten hierfür zeigt HALEY, doch sind die wesentlichen Teile seines Vorgehens für ein praktisches Vorgehen unbrauchbar. Diese Teile kann man nun unter Zuhilfenahme eines geeigneten Graphen bequem lösen. Selbst in den Fällen, in denen die Basis keine Dreiecksform hat, läßt sich das Verfahren so modifizieren, daß auch dann die notwendigen Schritte zur Lösung des TP3 anhand dieses Graphen durchführbar sind.

F.LEMPIO: Lineare Optimierung mit unendlich vielen Nebenbedingungen

Für ein lineares Optimierungsproblem mit unendlich vielen Nebenbedingungen werden Eigenschaften der als existent angenommenen Optimallösung angegeben, die die Form eines Maximumprinzips haben. Dann wird gezeigt, daß Gültigkeit dieses Maximumprinzips unter einer gewissen Zusatzvoraussetzung gleichbedeutend ist mit der Gültigkeit eines starken Dualitätssatzes für ein geeignet formuliertes Dualproblem. Schließlich wird auf den Zusammenhang hingewiesen zwischen dem Maximumprinzip, den Sattelpunktstheoremen der konvexen Optimierung und den verschiedenen Multiplikatorregeln der differenzierbaren Optimierung.

K.MARTI: Konstruktion von Ordnungshomomorphismen und Charakterisierung der Aktionenmenge bei Entscheidungsproblemen

Zunächst wird die Möglichkeit der Konstruktion von Ordnungshomomorphismen zu gewissen gegebenen Ordnungen untersucht. Ist dann $e:\Omega\times X \rightarrow \mathbb{R}$ die Ergebnisfunktion eines Entscheidungsproblems mit Parametermenge Ω und Aktionenmenge X, so wird für beschränktes e unter Verwendung der Theorie der Banachalgebren gezeigt, daß im Falle einer endlihhen bzw. abzählbaren bzw. beliebigen Parametermenge die Aktionenmenge X homomorph einer kompakten Teilmenge des $\mathbb{C}^n$ bzw. ein kompakter metrischer Raum bzw. ein kompakter topologischer Raum ist.

O.MOESCHLIN: Bemerkungen zur Eindeutigkeit von Lösungen des Morgenstern/Thompson Außenhandelsmodells

Selbst für das um zwei Axiome erweiterte Axiomensystem des Außenhandelsmodells von Morgenstern/Thompson können für einen festen gleichgewichtigen Wachstumsfaktor mehrere (beliebig viele) Lösungen existieren. Dazu werden hinreichende und notwendige Bedingungen genannt, sowie ein Satz, der die Konstruktion weiterer Lösungen ermöglicht. Zur Beweisführung werden Sätze aus der Theorie der Linearprogrammierung herangezogen.

K.NEUMANN: Entscheidungsnetzpläne

Unter Entscheidungsnetzplänen sollen Netzpläne verstanden werden, deren Knoten alle vom Exclusive-Oder-Typ sind und wobei jeder Pfeil $[v_i, v_j]$ mit einem Bewertungsvektor $\begin{pmatrix} p_{ij} \\ T_{ij} \end{pmatrix}$ – p_{ij} ist die Wahrscheinlichkeit, mit welcher der dem Pfeil $[v_i, v_j]$ entsprechende Projektvorgang realisiert wird, und die nichtnegative Zufallsgröße T_{ij} stellt die Dauer des Vorganges dar– versehen ist.

Seien $v_1, \ldots, v_n$ die Knoten eines Entscheidungsnetzplanes N, so kann N eine homogene Semi-Markow-Kette mit den Zuständen $v_1, \ldots, v_n$, den Übergangswahrscheinlichkeiten p_{ij} und den Übergangsdauern T_{ij} $(i,j=1(1)n)$ zugeordnet werden. Unter Benutzung von Ergebnissen aus der Theorie der Semi-Markow-Ketten ist es dann möglich, die folgenden drei Aufgaben zu lösen:

1. Bestimmung der Wahrscheinlichkeiten für das Eintreten der verschiedenen Zielereignisse des vorgegebenen Projektes
2. Ermittlung der Verteilung der Dauer des Projektes schlechthin
3. Bestimmung der Verteilung der Projektdauer unter der Bedingung, daß ein gewisses Zielereignis eintritt.

W.OBERHOFER: Konsistente Schätzfunktionen bei nichtlinearer Regression

Es wird gezeigt, daß bei einer nichtlinearen Regression die Schätzungen, die man erhält, indem man die Absolutbeträge der Fehler minimiert und die Schätzungen, die man erhält, indem man den größten Absolutbetrag der Fehler minimiert unter sehr allgemeinen Voraussetzungen konsistent sind. Für die Schätzungen nach der Minimumquadratmethode ist die Konsistenz bewiesen worden von Malinvaud und Jenwrich (1969 und 1970 unabhängig voneinander).

M.A.POLLATSCHEK: Representation of Forests and the Spanning-Tree Algorithms

A system of linear ineuqalities is derived each extreme point of which represents a forest. The algorithms of Kurskal, Prim and Sollin for finding the biggest spanning tree are shown to be the linear programming solution for the system.

K.RITTER: Eine Quasi-Newton-Methode für nichtlineare Optimierungsprobleme

Eine Methode zur Minimierung einer stetig differenzierbaren Funktion F(x) wird beschrieben, die unter den gleichen Voraussetzungen wie die Methode des steilsten Abstiegs angewendet werden kann. Wenn F(x) zweimal stetig differenzierbar ist und wenn die Eigenwerte der Matrix der zweiten partiellen Ableitungen von $F(\check{x})$ immer größer als eine positive Konstante sind, dann erzeugt der Algorithmus eine Folge von Punkten, die überlinear konvergiert. Die Berechnung von zweiten partiellen Ableitungen ist nicht erforderlich.

W.RÖDDER: Ein Lösungsvorschlag zur stochastischen Zielprogrammierung

Für das stochastische Zielprogramm

$$Gx + \bar{v} \overset{!}{=} y^* \qquad (*)$$

$$\text{s.d. } Ax + \bar{z}^1 = b + \bar{z}^2$$

(wobei $\bar{v}$ ein r-komponentiger, $\bar{z}^1, \bar{z}^2$ m-komponentige zufällige Vektoren, G eine feste rxn, A eine feste mxn, b eine feste mx1 und y eine feste rx1 - Matrix ist)

wird ein deterministisches Ersatzproblem formuliert.

1. Behandlung der Zielformulierung $Gx+\bar{v} \overset{!}{=} y^*$

y^* wird interpretiert als Stichprobe der Zufallsvariablen $Gx + \bar{v}$. Berechnet wird der Max.Likelihood-Schätzer x/y^*).
Im Falle der (ganzzahligen) Gewichtung α_i der einzelnen Zielkomponenten i wird das Problem interpretiert als M.L.-Schätzung bei einer"erweiterten" Stichprobe

$$z^* = \underbrace{y_1^*,\ldots,y_1^*}_{\alpha_1\text{- mal}},\ldots,\underbrace{y_r^*,\ldots,y_r^*}_{\alpha_r\text{-mal}}$$

2. Behandlung der Restriktionen $Ax + \bar{z}^1 = b + \bar{z}^2$

An die Stelle der stochastischen Restriktionen tritt die Forderung, die Likelihood-Funktion der Zielvariablen $Ax + \bar{z}^1 - b - \bar{z}^2$ an der Stelle $0 \in \mathbb{R}^m$ größer oder gleich einer vorgegebenen Konstanten $c > o$ zu halten.
Für den Fall, daß $\bar{v}, \bar{z}1, \bar{z}2$ normalverteilt sind, führt das vorgeschlagene deterministische Ersatzproblem von (*) zu einem quadratischen Optimierungsproblem.

J.ROSENMÜLLER: Extremale konvexe Mengenfunktionen mit endlichem Träger

Es sei Ω eine (endliche) Menge, $\underline{\underline{P}}$ ein System von Untermengen (z.B. Potenzmenge). Es werden Funktionen

$$v : \underline{\underline{P}} \rightarrow R^+$$

mit

$$v(\emptyset) = 0, \; v(S)+v(T)=v(S \cup T)+v(S \cap T) \qquad (S,T \in \underline{\underline{P}})$$

betrachtet. Diese Funktionen bilden einen konvexen Kegel, man kann eine kompakte Basis definieren und sich für ihre Extrmalpunkte interessieren. Auf Anwendungen (Spieltheorie etc) wird kurz eingegangen.

H.SCHELLHAAS: Regenerative stochastische Entscheidungsprozesse mit endlich vielen Zuständen

Es wird ein Entscheidungsmodell formuliert, dem ein regenerativer stochastischer Prozeß zugrundeliegt. Eigenschaften eines solchen regenerativen Prozesses werden aufgezeigt, insbeeondere wird auf einen Grenzwertsatz für die stationären Zustandswahrscheinlichkeiten des Prozesses hingewiesen.
Bei Verknüpfung des regenerativen Prozesses mit einer Bewertungsstruktur wird das asymptotische Verhalten des Erwartungswertes des totalen Ertrages bei langem Planungshorizont untersucht. Es zeigt sich, daß die Ergebnisse vom Aufbau her mit entsprechenden Ergebnissen bei bewerteten Semi-Markoff-Prozessen übereinstimmen. Der Unterschied liegt in der Darstellung der auftretenden Größen. Unter Berücksichtigung von Korrespondenzen zwischen diesen Größen bei

regenerativen Prozessen einerseits und Semi-Markoff-Prozessen andererseits gelingt es, die Lösung regenerativer Entscheidungsprozesse auf die Lösung der spezielleren Semi-Markoffschen Entscheidungsprozesse zurückzuführen. Insbesondere stehen bei endlichem Zustands- und Entscheidungsraum, sowie unbeschränktem Planungshorizont, Politik-Iterationsmethoden und lineare Optimierungsverfahren als Lösungsalgorithmen für regenerative Entscheidungsmodelle zur Verfügung.

W.SCHLEE: Verallgemeinerte Differentialgleichungen zur Lösung von Optimierungsaufgaben

Bei dem von J.Heinhold und K.Kuntze angegebenen Gradientenverfahren zur Lösung von Optimierungsaufgaben wird ein Differentialgleichungssystem (DGs) verwendet, das im allgemeinen keine Lösung im Carathéodoryschen Sinne besitzt. Dies gibt den Anlaß einen Lösungsbegriff zu definieren, der auch solchen DGsen angemessen ist und den Carathéodoryschen Lösungsbegriff als Spezialfall enthält. Als verallgemeinerte Lösung eines DGs $\frac{dx}{dt} = f(x,t), x(t_A) = x_A$ wird jede Lösung eines mengenwertigen DGs $\frac{dx}{dt} \in F(x,t), x(t_A) \triangleq x_A$ definiert, bei der die Menge $F(x,t)$ in intuitiv motivierter Weise aus f konstruiert wird.

B.SCHMID: Über eine Klasse von diskreten nichtlinearen Programmen

Zu einem Programm P1: $\min\{f_0(x) | f_i(x) = 0,\ i=1,2,\ldots,m,\ x\in P\subset\mathbb{R}^n\}$, wo P oder die $f_i(x)$ einer zusätzlichen Bedingung genügen, existiert ein äquivalentes Programm P2: $\min\{f_0(x) | g(x) = 0,\ P\subset\mathbb{R}^n\}$. Algorithmen für P2 können in vielen Fällen als Algorithmen für P1 abgefasst werden.

CH. SCHNEEWEISS: Über den Zusammenhang von quadratischer stochastischer Dynamischer Programmierung und Wiener-Newton-Theorie

Unter der diskreten Wiener-Newton-Theorie versteht man eine um einen linearen Regelungsvorgang erweiterte diskrete Wiener-Filtertheorie. Diese stochastische dynamische Optimierungstheorie zeichnet sich dadurch aus, daß 1) die Zustandstransformationsgleichung linear ist, 2) $\nexists$ stat. NB, 3) die stochastische "Störfolge" $\{V_4\}$ schwach stationär ist und 4) ein Varianzkriterium vorliegt. Zur Lösung solcher Probleme verwendet man ein quadratisches Variationsverfahren, das auf eine Wiener-Hopf-Gleichung führt, die mit Hilfe der Wiener-Hopf-Technik gelöst wird.

Es wird nun in einem Spezialfall gezeigt, daß die Ergebnisse der Wiener-Newton-Theorie auch unter Verwendung des quadratischen stochastischen Dynamischen Programmierens erhalten werden können. Dazu geht man aus von einem dem ursprünglichen (mit Hilfe der W.-N.-Theorie gelösten) Optimierungsmodell zugeordneten Modell, das sich i.w. durch die Wahl der Kriterien unterscheidet. Statt des Varianzkriteriums: $\sigma_x^2 + \varrho^2 \sigma_n^2$ (σ_x^2 u. σ_n^2: Varianzen der Zustandsvariable X_k und Steuervariable U_n, ϱ^2: pos. Konst.) verwendet man die Kostenfunktion

$$K = \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=0}^{N-1} (X_k^2 + \varrho^2 U_{k-1}^2).$$

Im Grenzfall $N \to \infty$ gehen optimale Politik und optimale erwartete Kosten in die Ergebnisse der W.-N.-Theorie über.

H.SCHNEEWEISS: Rationale Entscheidungskriterien mit ordinalen Parametern

X sei eine reellwertige Zufallsvariable. Ein Parameter ist ein Funktional, das jeder Zufallsvariablen eine reelle Zahl zuordnet. Ein metrischer Parameter ist ein Moment: $\alpha_i[X] = EX^i$. Ein ordinaler Parameter β ist durch die folgende Eigenschaft charakterisiert:

$\beta[X_1] = \beta[X_2] \Leftrightarrow \beta[fX_1] = \beta[fX_2]$ für jede streng monoton steigende

Funktion f. Über der Menge der Zufallsvariablen sei eine Präferenzordnung $\succsim$ gegeben. Sie werde durch eine Präferenzfunktion ψ in metrischen und ordinalen Parametern wie folgt induziert (Entscheidungskriterium):

$$X_1 \succsim X_2 \Leftrightarrow \psi(\alpha[X_1], \beta[X_1]) \geq \psi(\alpha[X_2], \beta[X_2]).$$

Dabei sei $\alpha = (\alpha_1, \ldots, \alpha_n), \beta = (\beta_1, \ldots, \beta_m)$. Wir sagen, es existiert eine Nutzenfunktion u für $\succsim$, wenn gilt:

$$X_1 \succsim X_2 \Leftrightarrow E\, u(X_1) \geq E\, u(X_2).$$

Unter sehr allgemeinen Bedingungen kann nun gezeigt werden, es zu einem ψ nur dann ein u gibt, wenn ψ von β nicht abhängt und in den α_i linear ist. Zum Beweis wird eine interessante Funktionalgleichung benötigt.

V.STEINMETZ: Wachstumsgleichgewichte und Trennbarkeit konvexer Kegel

In Wachstumsmodellen vom v. Neumannschen Typ ist die Existenz von Wachstumsgleichgewichten äquivalent der halbstrengen Trennbarkeit von zwei durch die Technologie bestimmten, konvexen Ursprungskegeln. Es wird ein Trennungssatz bewiesen, der für den Fall polyhedraler Technologien die Existenz von Wachstumsgleichgewichten zu jedem gleichgewichtigen Wachstumsfaktor sichert.
Für den Fall nicht-polyhedraler Technologien wird an einem zusammen mit J.Hülsmann (Karlsruhe) aufgestellten Beispiel gezeigt, daß im Wachstumsmodell von D.Gale die Existenz von Wachstumsgleichgewichten i.a. nicht gegeben ist.

W.WERTZ: Einige Bemerkungen über Dichteschätzungen

Es sei folgendes nichtparametrisches Schätzproblem gegeben: es ist bekannt, daß die Verteilung der zufälligen Variablen mit Werten in einem topologischen Raum, die unabhängigen Beobachtungen zugrunde liegt, eine Wahrscheinlichkeitsdichte bezüglich eines gegebenen Maßes besitzt. Auf Grund der Beobachtungen ist die Dichte f der Verteilung zu bestimmen; f gehört dabei einer beliebig gegebenen Klassen $\mathfrak{F}$ von Dichten an.
Es wird gezeigt, daß man sich unter allgemeinen Voraussetzungen in mancher Hinsicht auf stetige Schätzfolgen (Sfn.) beschränken kann: zu jeder Sf. kann man eine Folge stetiger Schätzungen angeben, die asymptotisch das gleiche Risiko in bezug auf eine naheliegende Verlustfunktion hat; ebenso gibt es zu jeder von der Ordnung (α_n) asymptotisch erwartungstreuen Sf. eine stetige Sf., die bis auf eine Menge beliebig kleinen Maßes asymptotisch erwartungstreu von der Ordnung (α_n) ist.
Im zweiten Teil der Arbeit wird ein Banachraum definiert, dem eine Klasse bereits gründlich untersuchter Schätzungen angehört; schließlich werden einige damit im Zusammenhang stehende Probleme behandelt.

W.WERTZ: Empirische Betrachtungen und Normalapproximation bei Dichteschätzungen

Es werden Schätzungen der Gestalt $h_n(x_1,\dots,x_n;x) :=$

$$\frac{1}{nk_n}\sum_{i=1}^{n} K\left(\frac{x-x_i}{k_n}\right)$$ für die unbekannte Dichte der Verteilung, die unabhängigen Beobachtungen $(x_1,\dots,x_n)$ zugrundeliegt, untersucht. Zunächst wird eine in [1] angegebene Schranke S für den Fehler $\Delta := E_f \int_{\mathbb{R}} [h_n(\xi_1,\dots,\xi_n;x)-f(x)]^2 dx$ in folgender Weise diskutiert: es werden Stichproben ${}_jx^n$ $(1 \leq j \leq k)$ zu verschiedenen Dichten f erzeugt, daraus Δ

angenähert und dann Δ mit S verglichen. Es ergibt sich, daß S häufig überschritten wird, wenn f die in [1] angegebenen Voraussetzungen nicht erfüllt. Sodann wird gezeigt, daß man sich auf stetige Funktionen K beschränken kann. Schließlich wird ein Satz über die gleichmäßige Approximation der Verteilung der geeignet-normierten - Abweichung $h_n(\xi_1,\ldots,\xi_n;x)-f(x)$ angegeben.

---

[1] Wertz,W.: Fehlerabschätzung für eine Klasse von nicht parametrischen Schätzfolgen. Operations Research-Verfahren 8, 300-304 (1970).

G.Bol (Karlsruhe)

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

©