

MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT OBERWOLFACH

Tagungsbericht 13/1972

Regelungstheorie

26.3. bis 31.3.1972

An der unter der Leitung von P. Saggirow (Stuttgart) abgehaltenen Tagung über Regelungstheorie nahmen, wie bei den vorausgehenden Tagungen mit gleicher Themenstellung, in etwa zu gleichen Anteilen sowohl stärker theoretisch als auch mehr praktisch orientierte Fachleute teil. Sie kamen überwiegend von Hochschulen und einige von staatlichen Forschungsinstituten. Von den 41 Teilnehmern reisten 9 aus dem Ausland an.

Wie aus den beigegeführten Kurzfassungen zu ersehen ist, lag ein gewisser Schwerpunkt dieser Tagung bei der Behandlung von Systemen mit örtlich verteilten Parametern, also bei Systemen, die sich durch partielle Differential- bzw. Funktionalgleichungen beschreiben lassen. Von den 23 Vorträgen befaßte sich nahezu die Hälfte mehr oder minder mit diesem in jüngster Zeit in der Regelungstheorie und Regelungstechnik stärker beachteten Problembereich; dabei wurde auch über Fragen der Stabilität, Optimierung sowie Simulation berichtet. In einigen Fällen lagen konkrete technische Aufgabenstellungen zugrunde, während bei anderen Aufsätzen mehr die mathematischen Überlegungen im Vordergrund standen.

Die übrigen Vorträge behandelten Fragestellungen in Zusammenhang mit gewöhnlichen Differential- bzw. Funktionalgleichungen. Dabei sind Optimierungsfragen in sowohl dynamischen als auch statischen Fällen, die Steuer- und Beobachtbarkeit sowie Entwurfs- und Identifikationsprobleme zu nennen. Weitere Themen waren den Differentialspielen und Schwingungsproblemen gewidmet.

Im Vergleich zu den meisten Industrienationen sowohl des westlichen wie auch des östlichen Auslandes wird in der Bundesrepublik dem Gebiet der Regelungstheorie merklich weniger Aufmerksamkeit geschenkt. Man kann bei uns auch noch nicht von einer eigenen Fachdisziplin sprechen. Das Interesse an der Regelungstheorie wurde jedoch in den letzten Jahren sichtbar geweckt. Daran hat die Oberwolfacher Tagung, eine der wenigen Veranstaltungen auf diesem Gebiet in der Bundesrepublik erheblichen Anteil.

Nach Ansicht aller Tagungsteilnehmer sollte daher die Tagung in Abständen von ein bis zwei Jahren wiederholt werden.

Das unmittelbare zeitliche Aufeinanderfolgen der Tagungen "Gewöhnliche Differentialgleichungen" und "Regelungstheorie" hat sich nach Auffassung des Berichters und der ca. zehn an beiden Tagungen anwesenden Teilnehmer wegen der Überschneidung für beide Interessengruppen positiv ausgewirkt. Dabei hatten sie Gelegenheit, die unterschiedliche Frage- und Problemstellungen kennenzulernen, aber auch die verbindenden Gemeinsamkeiten zu erkennen. Nur durch gemeinsame Anstrengung der Mathematiker und Ingenieure wird es gelingen, die interdisziplinär ausgerichtete moderne Regelungs- und Systemtheorie weiter zu fördern und das Interesse bei jüngeren Wissenschaftlern hierfür zu wecken.

#### Teilnehmer

J.Ackermann, Oberpfaffenhofen	P.C.Parks, Coventry
H.Altmann, Karlsruhe	H.Parkus, Wien
I.Barbalat, Bukarest	F.Pichler, Linz
U.Clauß, Stuttgart	K.Popp, München
F.Csaki, Budapest	B.Reißenweber, Karlsruhe
B.Dejon, Erlangen	G.Reißig, Bochum-Querenburg
M.Frik, Stuttgart	R.Reißig, Bochum
F.Graef, Erlangen	P.Sagirow, Stuttgart
W.Hahn, Graz	G.Schmidt, München
B.Herz, Berlin	Chr.Schneeweiß, Bonn
E.Hofer, Stuttgart	H.Schwarz, Hannover
H.Jeggle, Darmstadt	R.Sharma, Oberpfaffenhofen
F.Kappel, Würzburg	E.Shimemura, Stuttgart
H.Kiendl, Bochum-Querenburg	M.Sohrwardy, Bochum-Querenburg
A.Kistner, Stuttgart	K.Taubert, Hamburg
M.Köhne, Stuttgart	H.Thöm, Darmstadt
P.Kopacek, Wien	M.Thoma, Hannover
R.Lunderstädt, Karlsruhe	I.Troch, Wien
J.Medanic, Belgrad	W.Wedig, Karlsruhe
P.Chr.Müller, München	H.Wimmer, Graz
K.Nixdorf, Bochum	M.Zeitz, Stuttgart

Reißig, R.: Stabilitätsprobleme bei partiellen Differentialgleichungen

Am Beispiel der verallgemeinerten Wellengleichung wird die in den letzten Jahren entwickelte Stabilitätstheorie für Systeme, die durch partielle Differentialgleichungen beschrieben werden, erläutert. Zunächst müssen die Lösungen (in einem festen Zeitmoment) als Elemente eines geeigneten Funktionenraumes interpretiert werden, wobei man schon die Randbedingungen berücksichtigt. Die Erfüllung der Stabilitätsbedingungen hängt dann wesentlich von der Metrik des Funktionenraumes ab. Die Stabilitätskriterien sind gewisse Funktionale, deren zeitlicher Verlauf längs der Lösungen studiert wird. In der mathematischen Theorie verallgemeinert man die Grundgleichungen zu sogenannten Operator-differentialgleichungen. Einer solchen Operator-differentialgleichung ist eine Halbgruppe des Funktionenraumes zugeordnet, die eine einfache Darstellung der Lösung auf Grund der Anfangswerte gestattet. Gewisse Zusatzeigenschaften dieser Halbgruppe sichern die gewünschte Stabilitätsform der Lösungen. Kriterien dafür, daß ein vorgegebener Operator eine Halbgruppe mit den erforderlichen Zusatzeigenschaften erzeugt, sind nun gerade durch die Ljapunovschen Funktionale gegeben, die aber in anderem Zusammenhang in die Untersuchung eingehen. Die Begriffe und Methoden werden an dem oben erwähnten Beispiel illustriert, um die Resultate der teilweise sehr abstrakten Theorie auch praxisorientierten Interessenten zugänglich zu machen.

Csáki, F.: Die Bedeutung der Methode des Zustandsraumes

Die Zustandsgleichungen der Systeme mit konstanten, verteilten Parametern. Die Verallgemeinerung der Zustandsgleichungen für Systeme mit sich räumlich ändernden, verteilten Parametern. Die Bestimmung der Grundmatrizen. Die Lösung der Zustandsgleichungen. Einige Beispiele.

Pichler, F.: Zur Zustandsraumbeschreibung allgemeiner dynamischer Input-Output Systeme

Es ist üblich bei einem dynamischen System mit Input und Output die Zustandstransitionsfunktion  $\gamma: T \times T \times X \times U \rightarrow X$  (T die Zeitmenge, X der Zustandsraum, U der Raum der Inputfunktionen) zusammen mit der zugehörigen Halbgruppeneigenschaft und der Kausalitätseigenschaft axiomatisch einzuführen. Es ist aber möglich, eine geeignete Systemkonstruktion anzugeben, so daß die Forderung nach der Kausalität dieser Konstruktion in natürlicher Weise das Vorhandensein einer Zustandstransitionsfunktion  $\gamma$  mit den oben erwähnten Eigenschaften garantiert. Damit wird vorgeschlagen, den Begriff der Kausalität an den Anfang der Überlegungen, die im Zusammenhang mit der Konstruktion eines "dynamischen" Systems gemacht werden müssen, zu stellen, wenn man an einer Zustandstransitionsfunktion (und damit an einer Zustandsraumbeschreibung der üblichen Art), welche die üblichen Eigenschaften hat, interessiert ist. Es ist zu erwarten, daß man damit eine gewisse Hilfe für grundsätzliche Betrachtungen, welche im Zusammenhang mit der Konstruktion von Zustandsraumbeschreibungen von Systemen mittels Differentialgleichungen mit verzögertem Argument oder mittels Funktionalgleichungen allgemeiner Art notwendig werden, in die Hand bekommt.

Lunderstädt, R.: Ein Beitrag zur Optimierung von Systemen mit Transportvorgängen

Es werden Transportvorgänge betrachtet, die durch lineare partielle Differentialgleichungen 1. Ordnung beschrieben werden. Neben Quellenfunktionen  $w(t,s)$  werden zusätzlich Steuereingriffe über die Randbedingungen zugelassen. Letztere sind Lösungen eines Systems von gewöhnlichen Differentialgleichungen. Als Optimierungskriterium werden Funktionale vom Bolza-Typ zugrundegelegt. Die Randbedingungen der Zustandsvariablen sind nicht vorgeschrieben. Das Optimierungsproblem ist das Maximumprinzip.

Im theoretischen Teil des Vortrages werden zunächst die notwendigen Bedingungen für die optimalen Steuerungen hergeleitet, dabei insbesondere die Differentialgleichungen für die adjungierten

Funktionen. Außerdem wird gezeigt, wie das Optimierungsproblem vom Bolza-Typ in ein im allgemeinen einfacher zu behandelndes vom Mayer-Typ umgewandelt werden kann.

Der zweite Teil des Vortrages behandelt ein Beispiel aus der Heizungstechnik. An diesem Beispiel wird nochmals die zuvor behandelte Theorie erläutert. Des weiteren werden einige numerische Ergebnisse vorgelegt.

Altmann, H.: Die Berechnung eines optimalen zeitlichen Verlaufs der Brenntemperatur bei einem keramischen Brennvorgang.

Es wird die Herleitung eines Algorithmus zur Berechnung eines optimalen zeitlichen Verlaufes der Brenntemperatur eines keramischen Brennvorganges besprochen. Es handelt sich hierbei um ein System mit örtlich verteilten Parametern, das durch eine gewöhnliche und eine partielle Differentialgleichung (Diffusionsprozeß) beschrieben wird. Die Brenntemperatur geht stark nicht-linear in die Gleichungen ein. Dadurch gelingt es nicht, eine analytische Lösung zu gewinnen. Auch die meisten numerischen Verfahren versagen. Mit Hilfe des Gradientenverfahrens wird ein Lösungsalgorithmus entwickelt.

Reißenweber, B.: Eine Näherungslösung des Erstarrungsproblems bei zeitlich veränderlichem Wärmeübergang

In diesem Vortrag wird ein spezieller Fall des vielfach als Stefan-Problem bezeichneten Wärmeleitvorganges mit gleichzeitiger Phasenänderung behandelt. Es werden die Temperaturverteilung und das Wachstum der erstarrten Schale bei der Erstarrung von Stahl in einer Kokille berechnet. Dieses nichtlineare Problem enthält eine "gemischte" Randbedingung, wie sie dem freien Wärmeaustausch mit der Umgebung entspricht. Außerdem soll sich die Intensität des Wärmeüberganges in bestimmter Weise zeitlich ändern. Für den eindimensionalen Fall wird mit Hilfe eines Potenzreihenansatzes die partielle Differentialgleichung in ein System gewöhnlicher Differentialgleichungen überführt. Dafür wird dann im Vergleich mit bekannten Meßergebnissen eine möglichst einfache Näherungslösung gesucht.

Zeit, M.: Simulation von Systemen mit örtlich verteilten Parametern auf der Basis von Integralgleichungen

Es wird ein analog/hybrides Simulationsverfahren für partielle Differentialgleichungen (PDGL) mit nichtlinearen Quellenfunktionen vorgestellt. Das Verfahren basiert auf der Integraldarstellung der PDGL mit Hilfe der Greenschen Funktion des örtlichen Differentialoperators. Die analog/hybride Realisierung dieser Integralgleichung erfordert die simultane Integration über die Orts- und Zeitkoordinate in zwei Rechengeschwindigkeiten und die Inversion eines Integralausdruckes. Das Ergebnis sind entweder zeit- oder ortsabhängige Kurven für feste Orts- oder Zeitpunkte.- Als Beispiel wird ein 2-Gleichungsmodell eines chemischen Rohrreaktors untersucht.

Köhne, M.: Simulation und Regelung des Förderrohres eines Tiefseebergbausystems

Von den möglichen Schwingungsformen des Förderrohres eines Tiefseebergbausystems haben besonders die Transversalschwingungen technische Bedeutung. Sie werden durch eine lineare partielle Dgl. mit ortsabhängigen Koeffizienten und inhomogenen Anfangs- und Randbedingungen beschrieben. Dieses einfachste mathematische Modell des Förderrohres berücksichtigt die wesentlichsten Einflüsse (Biegesteifigkeit, Eigengewicht, Massenträgheit, Dämpfung) und dient als Grundlage für die modale (analoge) Simulation. Örtlich verteilte und an den Rohrenden wirkende Störungen werden simuliert. Die Ergebnisse zeigen, daß eine Regelung das Systemverhalten erheblich verbessern kann. Deshalb wird zunächst für den idealisierten Fall örtlich verteilter Messungen und Stelleingriffe ein optimales Regelsystem entworfen. Lösungen werden für den Sonderfall des unendlichen Zeitintervalles angegeben und analog simuliert (Film). Technische Realisierungen, wie Messung und Stelleingriff in diskreten Punkten werden abschließend diskutiert.

Parks, P.C.: Trends in Control Theory

A survey of some current trends, exemplified by interests of the Control Theory Centre at the University of Warwick.

The topics mentioned were:

- (i) Use of Morse-Smale Theorems of differentiable dynamics to predict constraints on numbers of equilibrium points and limit cycles of non-linear systems; (L.Markus).
- (ii) Applications of René Thom's "catastrophe theory" to heart-beat and nerve-impulse-models; (E.C.Zeeman).
- (iii) Control theory on differentiable manifolds, for example
$$\dot{\underline{X}} = (\underline{A} + \sum_{i=1}^m u_i \underline{B}_i) \underline{X} \quad (\text{Brockett}); (J.D. Grote).$$
- (iv) Set-valued differential equations and controls; (F.S. De Blasi).
- (v) Existence of "value" in differential games; (R.J.Elliott)
- (vi) Liapunov funtionals for partial differential games; (P.C.Parks, A.J. Prikhart)
- (vii) Stochastic stability problems arising in model-reference adaptive control systems; (P.C. Parks),
- (viii) "Stratified" sets and optimal control; (S. Miricá).
- (ix) Economic models with state-dependent time delays (P.C.Parks)

Claus, U.: Zusammenfassung des Beitrags von Kalman: Kronecker Invariants and Feedback

Es wurde über die Arbeit "Kronecker Invariants and Feedback"

von R.E. Kalman berichtet. Zugrunde liegt das System

$$x(t+1) = Fx(t) + Gu(t) \text{ mit } x \in R^n, u \in R^m, t = 0, 1, \dots$$

Ist (F,G) vollständig steuerbar, so kann das Matrizenpaar auf verallgemeinerte kanonische Normalform transformiert werden; diese ist vollständig bestimmt durch die Regelungsinvarianten  $K_1, \dots, K_m$  ( $K_i$  positiv ganz;  $m = \text{Rang von } G$ ). Es wird gezeigt, daß die  $K_i$

identisch sind mit den minimalen Spaltenindizes bei singulären Matrizenbüschel (KRONECKER 1890). - Aus der Existenz der Normalform folgen einige wichtige Sätze der Systemtheorie.

Jeggle, H.: Über die Steuerbarkeit von dynamischen Systemen

Es seien  $X, Y$  Hilbertsche Räume,  $U$  ein normierter Raum. Betrachtet werden lineare autonome Prozesse  $\Pi: X \times \mathbb{R} \times U \times \mathbb{R} \rightarrow X$ .

Sie können mit Hilfe linearer Abbildungen  $F(\tau): X \rightarrow X$  und  $K(\sigma, \tau): U \rightarrow X$ ,  $\sigma, \tau \in \mathbb{R}$ , charakterisiert werden:

$$\Pi(x, u, s, t) = F(\tau) x + K(\tau, \sigma) T_s u,$$

$T_s$  ist der Translationsoperator  $\tau := t - s$ . Setzt man  $F$  und  $K$  als beschränkte Operatoren voraus, so erhält man Kriterien für die vollständige Steuerbarkeit des Prozesses, d.h.

$x + \{K(\tau, \sigma)u \mid u \in U\} = X$  für jedes  $x \in X$ . Hier interessiert jedoch der

Fall, daß ein Prozess nicht vollständig steuerbar ist: Wenn  $F(\cdot)$

eine holomorphe operatorwertige Funktion ist, dann erhält man

einen abgeschlossenen Teilraum  $\mathcal{C} \subset X$ , so daß die Restriktion  $\Pi_{\mathcal{C}}$  von  $\Pi$  auf  $\mathcal{C}$  vollständig steuerbar ist in  $\mathcal{C}$  im obigen Sinne.

Für die Beobachtungen  $Cx \in Y$ ,  $C: X \rightarrow Y$  linear-beschränkt, ist die Injektivität von  $CF(t)$  Kriterium für die vollständige Unterscheidbarkeit der Zustände des Prozesses durch die Beobachtungen. Ist diese Bedingung nicht erfüllt, so existiert wieder ein Teilraum  $\mathcal{B}$  von  $X$  mit der erwünschten Eigenschaft der Unterscheidbarkeit für die entsprechende Restriktion  $\Pi_{\mathcal{B}}$  von  $\Pi$ . Als Resultat erhält man eine direkte Zerlegung des Zustandsraums in vier abgeschlossene Teilräume, so daß die entsprechenden Restriktionen des Prozesses in ihnen vollständig steuer- und beobachtbar, weder steuer- noch beobachtbar, steuer- jedoch nichtbeobachtbar bzw. beobachtbar, aber nicht steuerbar sind. Sind  $X$  und  $Y$  endlichdimensional, so reduziert sich dies auf einen bekannten Satz von Kalman über Minimaldarstellungen von Prozessen. Anwendung findet das Resultat auf Evolutionsgleichungen.

Kappel, F.: Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit bei Systemen mit Verzögerung

Im Vortrag wurden Systeme der Gestalt

$$(1) \quad \dot{x} = \int_{-1}^0 [d_\theta \eta(t, \theta)] x(t+\theta) + C(t)u(t)$$

bzw.

$$(2) \quad \dot{x} = Ax(t) + Bx(t-r) + C(t)u(t)$$

bzw.

$$(3) \quad \dot{x} = Ax(t) + C_1u(t) + C_2u(t-r)$$

behandelt. Bezeichnet  $U(t, s)$  die Fundamentalmatrix für (1) bzw. (2), so ist (1) bzw. (2)  $\mathbb{R}^n$ -steuerbar, wenn

$$\text{rg} \int_{t_0}^{t_1} U(t, s) C(s) C^T(s) U^T(t, s) ds = n$$

für  $t_1 > t_0$  gilt. Diese Bedingung ist auch notwendig, wenn die Systeme punktweise vollständig sind, d.h. für die Systeme mit  $u = 0$

$$\{x(t_1; t_0, \varphi) \mid \varphi \in \mathcal{C}\} = \mathbb{R}^n$$

für alle  $t_1 \geq t_0$  gilt. Im Vortrag wurde auch eine hinreichende Bedingung für die punktweise Vollständigkeit von (1) angegeben.

Schneeweiß, Chr.: Über zwei Separationssätze zur Optimierung eines linear-nichtquadratischen Entscheidungsmodells

Gegeben sei ein lineares dynamisches System mit nichtquadratischem Kostenkriterium und autokorrelierter stochastischer Störfolge. Unter der Annahme, daß diese Störfolge ein diskreter Gaußprozess ist, wird folgendes gezeigt. 1) Das nichtquadratische Problem wird auf ein quadratisches zurückgeführt (1. Separationssatz). 2) Das stochastische Problem wird durch den Nachweis der Existenz dynamischer Sicherheitsäquivalente auf ein deterministisches zurückgeführt.

Wedig, W.: Instabilitätsgebiete erster und zweiter Art für ein Schwingungssystem mit zufälliger Parametererregung

In der kinetischen Stabilitätstheorie untersucht man die Stabilität elastischer Körper unter schwingenden Lasten über ein System linearer homogener Differentialgleichungen zweiter Ordnung, in denen die äußeren Erregungen als zeitlich veränderliche Koeffizienten enthalten sind. Derartige Erregungen werden als Parametererregungen bezeichnet. Im vorliegenden Beitrag werden Stabilitätsbedingungen eines Schwingungssystems mit zwei Freiheitsgraden für zufällige Parametererregungen hergeleitet, die über Bandpaßfiltern aus gaussischem weißen Rauschen erzeugt werden.

Wenn diese Markov-Prozesse ein schmales Spektrum besitzen, gibt man die kritischen Erregervarianzen, bei denen die Ruhelage des Systems im quadratischen Mittel noch stabil ist, in Abhängigkeit ihrer mittleren Erregerfrequenzen an. Ähnlich wie bei harmonischen Erregungen findet man auch hier Instabilitätsgebiete erster bzw. zweiter Art, die in der Nähe der doppelten Eigenfrequenzen des Systems bzw. in der Nähe der Summe der beiden Eigenfrequenzen liegen. Eine Erhöhung der Dämpfung des Systems führt auch hier zu einer Verengung der Instabilitätsgebiete.

Dejon, B.: Analytische Lösung eines nicht-konvexen Optimierungsproblemens aus der Nachrichtentechnik

Die Vielfachübertragung von  $M$  pulsamplitudenmodulierten (zeitdiskreten) Signalen über einen verrauschten Kanal bildet den technischen Hintergrund des vorliegenden Problemens. Man möchte  $M$  Sende- und  $M$  Empfangsfilter in dem Sinne optimieren, daß die Fehlervarianz am Ausgang - bei gegebener Beschränkung der Sendeleistung - minimiert wird. Die Optimierung der  $M$  Empfangsfilter bei vorgegebenen Sendefiltern leistet die klassische Methode der Orthogonalprojektion nach Wiener. Möchte man darüberhinaus die Restfehlervarianz durch geeignete Wahl der  $M$  Sendefilter minimieren, so hat man ein nichtkonvexes Funktional auf der Einheitskugel eines gewissen Hilbertraumes zu maximieren. Die Lösung ist in geschlossener Form angebar und technisch interpretierbar.

Shimemura, E.: A Pursuit Game in a Linear System with Time-delay

A pursuit game in a linear system with a constant time-delay is discussed. A special attention is paid in a formulation of problem in order to be able to handle as many practical situation as possible. A perfect information on the system is assumed. A sufficient condition under which a pursuer can capture an evader in a finite time is derived. The discussion is based on a geometrical structure of a playable set, which is defined as a counterpart to a reachable set in an optimal control theory.

Medanic, J.: Approximations for the minimax solution of the linear regulator problem

The problem considered is that of determining the minimax solution in the linear regulator problem with respect to a finite set of  $r$  performance criteria. The relation with the pareto-optimal set of strategies is discussed. Motivation for determining the approximate solution is given and the Taylor series approximation is utilized to define and obtain, a first order uniform approximation and a second order uniform approximation of the Riccati matrix. These two approximations bound the Riccati matrix from above and below and are the used to define a quadratic approximation of the Riccati matrix. The quadratic approximation is employed in determining the approximate minimax solution in the considered problem.

Clauß, U.: Zur Lösung bilinearer diskreter Differentialspiele

Betrachtet wurden Differentialspiele mit den Zustandsgleichungen

$$x^{k+1} = \left( A + \sum_{i=1}^r u_i^k C_{(i)} + \sum_{j=1}^s v_j^k D_{(j)} \right) x^k + E u^k + F v^k + b^k$$

$k = 0, 1, \dots, N-1$ ;  $x^0$  gegeben,  $x^N$  frei.

Die Beschränkungen der Steuervektoren  $u$  und  $v$  seien linear, und die Kostenfunktion hänge nur von  $x^N$  ab. Zur Berechnung der

optimalen Strategien kann man notwendige Bedingungen heranziehen; diese bilden zusammen mit den Zustandsgleichungen ein diskretes Zweipunkt-Randwertproblem. Zur Lösung wird ein Iterationsverfahren vorgeschlagen, das - ausgehend von beliebig gewählten Nominalstrategien - durch abwechselnde Anwendung der notwendigen Bedingungen und der Zustandsgleichungen eine Folge von Strategienpaaren liefert. Wegen der Linearität des Problems bestehen die Strategienpaare aus einer endlichen 0-1-Folge der Länge  $N (r+s)$ . Da es nur endlich viele derartige Folgen gibt, muß das Verfahren nach endlich vielen Schritten entweder abbrechen (Konvergenz) oder aber mehrere Strategienpaare zyklisch durchlaufen (Divergenz).

Ackermann, J.: Polfestlegung und Entwurf von Beobachtern reduzierter Ordnung ohne Benutzung kanonischer Formen

Bei der Polfestlegung durch Zustandsvektor-Rückführung tritt folgendes Problem auf:

Gegeben eine  $n \cdot n$  -Matrix  $\underline{A}$ , eine  $n \cdot r$  - Matrix  $\underline{B}$  und  $n$  gewünschte Eigenwerte  $z_1, \dots, z_n$ , die reell oder paarweise konjugiert komplex sind. Gesucht ist eine  $r \cdot n$  - Matrix  $\underline{K}$ , so daß

$$P(z) := \det (z \underline{I} - \underline{A} + \underline{B} \underline{K}) = (z - z_1) \cdot (z - z_2) \dots (z - z_n)$$

wird. Es wird gezeigt, daß man  $\underline{K}$  im Eingrößenfall,  $r = 1$ , erhält, indem man  $P(\underline{A})$  mit der letzten Zeile der invertierten Steuerbarkeitsmatrix vormultipliziert. Die Verallgemeinerung auf den Mehrgrößenfall wird behandelt. Das duale Problem, nämlich der Entwurf eines Beobachters der Ordnung  $n$  kann leicht auf das angegebene Problem zurückgeführt werden. Um einen Beobachter der Ordnung  $n - s$  zu bestimmen, wobei  $s$  die Zahl der Ausgangsgrößen ist, wird zunächst ohne Benutzung kanonischer Formen eine  $(n - s) \cdot (n - s)$  - Matrix  $\underline{A}^*$  aus den gegebenen Größen gebildet, damit kann das obige Ergebnis benutzt werden.

Wimmer, H.: Das Problem der durchdringenden Dämpfung

Die Schwingungsgleichung

$$(1) M\ddot{y} + (G+D)\dot{y} + Ky = 0 \quad y \in \mathbb{R}^n$$

wird untersucht. M und K sind positiv definite Matrizen, D ist positiv semidefinit und G schiefsymmetrisch. (1) hat genau dann eine periodische Lösung  $e^{i\alpha t}v$  wenn  $(-\alpha^2 M + i\alpha G + K)v = 0$  und  $Dv = 0$  gilt. Die Dämpfung D ist genau dann durchdringend (d.h. jede Lösung von (1) strebt gegen 0), wenn aus  $v \neq 0$  und  $(\lambda^2 M + \lambda G + K)v = 0$  stets  $Dv \neq 0$  folgt. Ein anderes Kriterium für durchdringende Dämpfung ist

$$\text{Det} \left[ \begin{pmatrix} 0 & E \\ K & G+D \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} E & 0 \\ 0 & -M \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} E & 0 \\ 0 & -M \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 0 & K \\ E & -G+D \end{pmatrix} \right] \neq 0.$$

Das System

$$(2) M\ddot{y} + G\dot{y} + Ky + Du = 0 \quad y, u \in \mathbb{R}^n$$

ist genau dann vollständig steuerbar, wenn für jeden Eigenwert  $\lambda$  der Frequenzmatrix  $\text{Rang}(\lambda^2 M + \lambda G + K, D) = n$  gilt.

Damit ist auf diesem Weg nachgewiesen, daß für das Dämpfungsproblem (1) und das Steuerbarkeitsproblem (2) die gleichen Kriterien gelten.

Ist die Dämpfung nicht durchdringend, dann ist der Raum, von dem periodische Lösungen von (1) ihren Anfang nehmen, genau der Raum der Zustände, die in (2) durch Steuerung nicht zu beeinflussen sind.

Kopacek, P.: Die Eigenschaften verschiedener pseudozufälliger Binärsignale im Hinblick auf ihre Verwendung zur Systemidentifikation

Nach Definition des Begriffs einer pseudozufälligen Binärfolge sowie des zugehörigen Signals wurde versucht, für die Systemidentifikation geeignete Signale zu finden. Für Binärfolgen konnten notwendige Bedingungen abgeleitet werden, die einen für die Identifikation geeigneten Verlauf des Signals aufgrund seiner Autokorrelationsfunktion sicherstellen, um auf einfachste Weise die Kreuzkorrelationsfunktion zu bestimmen. Den Abschluß bildete ein Ausblick auf Mehrfach- sowie nichtlineare Systeme.

Sohrwardy, M.: Eine suboptimale Strategie für zeitoptimale Systeme

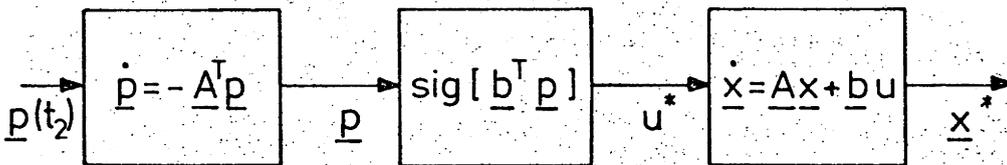
Es wird versucht, eine zeitsuboptimale "on-line" Strategie zu finden.

Folgende Vereinfachungen sind getroffen worden:

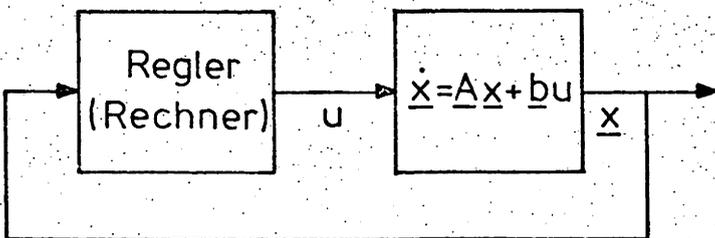
- 1) Das System ist linear und zeitunabhängig  
 $\dot{\underline{x}} = \underline{A} \underline{x} + \underline{b} u$
- 2) Das System ist bekannt, d.h.  $\underline{A}$  und  $\underline{b}$  sind bekannt
- 3) Die Wahl der Zustandsgrößen ist nur in einer bestimmten Form zulässig, d.h. die Struktur von  $\underline{A}$  und  $\underline{b}$  ist vorgeschrieben.
- 4) Die Steuergröße ist mit  $|u| \leq M$  begrenzt.

Die zeitoptimale Lösung des obigen Problems ist bekannterweise die sogenannte "bang-bang"-Regelung. Hierbei wird die Steuergröße  $u$  aber nicht explizit als  $u = u(\underline{x})$  angegeben. In diesem Beitrag wird versucht,  $u$  als Funktion von  $\underline{x}$  zu berechnen.

Optimale Lösung (nach Pontryagin)



Suboptimale Lösung



Herz, B.: Vereinfachte zeitoptimale Synthese von Abtastsystemen

Es wird eine notwendige und hinreichende Bedingung dafür angegeben, daß der bekannte Desoer-Wing-Algorithmus zur zeitoptimalen Abtast-Regelung zeitinvarianter dynamischer Systeme mit beschränkter Stellgröße durch geeignete Wahl der Abtastperiode  $T$  und eines im Abtastintervall definierten nicht notwendig konstanten Grundimpulses  $f(t)$  erheblich vereinfacht werden kann. Die Vereinfachung basiert darauf, daß durch Wahl von  $T$  und  $f(t)$  die Beziehung

$$e^{-\underline{A}nT} \int_0^T dt e^{\underline{A}\tau} \underline{b} f(T-\tau) = \alpha \int_0^T dt e^{\underline{A}\tau} \underline{b} f(T-\tau)$$

( $\alpha$  reell;  $\dot{\underline{x}} = \underline{A}\underline{x} + \underline{b}u(t)$  ist der kontinuierliche Anteil des Abtastsystems) erzwungen wird.

M. Thoma (Hannover)

