MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT OBERWOLFACH

T a g u n g s b e r i c h t 41/1972

Angewandte Kombinatorik

15.10. bis 20.10.1972

Etwa 40 Mathematiker aus der Bundesrepublik und dem europäischen Ausland waren unter Leitung der Herren Professoren H.Dinges (Frankfurt-Main), K.Jacobs (Erlangen) und D.Morgenstern (Hannover) nach langer Zeit wieder einmal zu einer Tagung über Kombinatorik zusammengekommen. Dabei sollten insbesondere Probleme aus dem Gebiet der Angewandten Kombinatorik behandelt werden, eine Prämisse, die unter den Teilnehmern nicht unumstritten blieb. Die Zahl der Vortragenden war daher auch etwas kleiner. Dennoch gab es interessante Fragestellungen und neue Ergebnisse, und intensiv waren auch die wissenschaftlichen und persönlichen Gespräche am Rande, nach dem Abendessen und beim gemeinsamen Spiel.

Das ausgezeichnete Wetter ermöglichte lange Spaziergänge durch den herbstlichen Schwarzwald und bereicherte so die angenehme Atmosphäre von Oberwolfach nicht nur für diejenigen, die zum ersten Mal hierher gekommen waren.

Teilnehmer

J.André, Saarbrücken
H.Bartenschläger, Frankfurt
Th.Beth, Göttingen
P.Böhne, Aachen
U.Bos, Frankfurt
M.Dezá, Paris (z.Zt.Aachen)
H.Dinges, Frankfurt
G.Dorn, Gießen
L.Fischer, Saarbrücken
D.Foata, Straßburg
K.Gutschke, Aachen
H.Harborth, Braunschweig
E.Harzheim, Düsseldorf
F.Hering, Bonn
A.Herzer, Mainz
H.D.Hischer, Saarbrücken
C.Hoede, Enschede
K.Jacobs, Erlangen
L.Jones, Göttingen
A.Kerber, Aachen
B.Kittel, Straßburg
H.Klinger, Düsseldorf
J.Krauth, Düsseldorf
H.Lüneburg, Kaiserslautern
E.Madlener, Kaiserslautern
D.Morgenstern, Hannover
J.Nalbach, Saarbrücken
W.Oberschelp, Aachen
H.Passing, Bonn
R.Peter, München
O.Prohaska, Kaiserslautern
H.Rost, Frankfurt
G.Schmidt, München
M.Schützenberger, Paris
D.Seinsche, Frankfurt
W.Stahel, Schlieren (Zürich)
V.Strehl, Erlangen
H.Walter, Darmstadt
D.Wille, Aachen
K.E.Wolff, Gießen
H.Zimmermann, Erlangen

Vortragsauszüge

M. Schützenberger: " Recurrent Events "
ref.: W. Feller, "An Introduction to Probability Theory and its Applications", vol. I, chap. 13

C. Hoede: Eine Neuformulierung von Ising Problemen kombinatorischer Art

Zwischen der Kramerscher Matrizenformulierung und der kombinatorisch graphentheoretischen Formulierung von Van den Waerden ist eine andere Formulierung möglich.
Man betrachtet einen Kreis von N Lampen und M Schalter $S_1, S_2, \dots S_M$. Jeder Schalter kann sich in 2 Positionen befinden.

Jedem Schalter S_i ist eine Teilmenge von n_i Lampen zugeordnet, welche ihren Zustand (an - aus) ändern, falls S_i betätigt wird. Die 2^M mögl. Schaltungen ergeben 2^M Muster von brennenden Lampen. Als Basismuster nimmt man dasjenige, wo alle Lampen ausgeschaltet sind. Man fragt nun nach der Erzeugenden Funktion G_N (W) bzw. G_N^- (W) für die Folge

$\{A_k\}$ (k = 0, 1, 2, ..., N), wobei A_k die Anzahl der Muster mit k brennenden Lampen ist (bzw. A_k^- die Anzahl der Muster mit entweder k brennenden oder k nicht-brennenden Lampen).

In dieser Klasse von Problemen sind die Ising Probleme als Spezialfälle enthalten. Es scheint ein wichtiges Problem zu sein, auch andere Klassen von Graphen dadurch zu charakterisieren, daß man die ihren korrespondierenden Mustern zugrunde liegende Erzeugung angibt.

T. Beth: Über die Auflösbarkeit von (v,3,1,3)-designs für gewisse v

Es werden Algorithmen für algebraische Auflösungsmethoden für gewisse (v,3,1,3)-designs angegeben:

I. Wenn $v = 3^n$ mit $n \in N$, wird eine Auflösung durch eine Basisblockmethode in dem n-dim. Vektorraum über GF(3) konstruiert.

II. Sei $v \equiv 0 \mod 6$ und $v - 1$ Primzahlpotenz oder sei $v \equiv 3 \mod 6$ und $v - 2$ Primzahlpotenz.

Sei ξ ein Erzeuger von $GF(v-1)^*$ (bzw. $GF(v-2)^*$). Sei $X := GF(v-1) \cup \{\infty\}$ (bzw. $Y := GF(v-2) \cup \{\infty_1, \infty_2\}$), dann gibt es eine Zerlegung K von X (bzw. zwei Zerlegungen K_1 und K_2 von Y) in Tripel, so daß

$$\left\{ \xi^j K + g \mid j=0,\dots,\tfrac{v-2}{2} -1,\ g \in GF\ (v-1) \right\} \quad \text{bzw.}$$

$$\left\{ \xi^j K_1 + g \mid j = 0,\ \dots,\ \tfrac{v-3}{2} -1;\ g \in GF\ (v-2)\right\} \cup \left\{K_2 + g \mid g \in GF(v-2)\right\}$$

eine Auflösung des (v,3,1,3)- designs $(X,P_3(X))$ (bzw. $(Y,P_3(Y))$) ist.

L. Jones: Über minimale Hamiltonsche Wege

Sei (X,d) ein endl. metrischer Raum mit $X = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$; $d(x_i, x_j) = d_{ij}$. Ein Hamiltonscher Weg von X ist eine Permutation $h : I_N \longrightarrow I_N$ ohne Teilzyklen, ($I_N := \{1,2,\dots,N\}$) d.h. für jedes $m \in I_N$ $\{ h(m), h^2(m), \dots, h^N(m)\} = I_N$.

Weiter sei die Länge des Weges h durch $l(h) = \sum_{i=1}^{N} d_{i,h(i)}$ definiert.

Der Weg $\bar{h}$ heißt minimal, wenn für jeden Hamiltonschen Weg h $l(h) \geq l(\bar{h})$ ist.

Vermutlich gilt allgemein der Satz:

Sei h ein minimaler Hamiltonscher Weg. Dann existiert mind. ein x_{i^*}, so daß $d_{i^*,\bar{h}(i^*)} \leq d_{i^*,j}$ für $1 \leq j \leq N$; $j \neq i^*$.

Bewiesen wurde das folgende Lemma:

Sei $\bar{h}$ ein minimaler Hamiltonscher Weg. Wenn für $i,j, \in I_N$ $d_{ij} \not\leq d_{i,\bar{h}(i)}$ gilt, existiert $l \in \{\bar{h}(i), \bar{h}^2(i), \ldots, \bar{h}^{-2}(j), \bar{h}^{-1}(j)\}$, so daß $d_{l,\bar{h}(l)} < 2 \cdot d_{lk}$. $(1 \leq k \leq N;\ k \neq l)$.

H. Harborth: Über endliche Zeichenfolgen mit vorgegebenen Teilblöcken

Mit welcher Wahrscheinlichkeit kommt in einer beliebigen n-stelligen 0-1-Folge eine fest vorgegebene k-stellige 0-1-Folge $(b_1 b_2 \ldots b_k)$, $b_i \in \{0,1\}$, als Teilblock aufeinanderfolgender Ziffern mindestens einmal vor?

$(b_1 \ldots b_k)$ heißt r-überlappbar, wenn r die größte natürliche Zahl ist, so daß $b_i = b_{k-r+i}$ für alle i mit $1 \leq i \leq r$ gilt, $0 \leq r \leq k-1$. Für alle r-überlappbaren $(b_1 \ldots b_k)$ ist die Wahrscheinlichkeit dann $\geq 1 - (1 - \frac{1}{q+k-r})^{n-k+1}$ mit $q = 2^k + 2^{r-1} - k - 1$.

Für die Anzahl $L(r,k)$ aller r-überlappbaren k-stelligen 0-1-Folgen ergibt sich für große k, daß $1 - \frac{1}{2^r} < L(r,k)2^{r-k} < 1 - \frac{1}{2^{r+1}}$ gilt.

Für $k \geq 8$ ist $L(0,k) < L(1,k)$, $L(1,k) > \ldots > L(k-2,k) = L(k-1,k) = 2$, so daß die 1-überlappbaren Folgen am häufigsten sind.

F. Hering: Über ein (01)-Folgen Problem

Sei $D_m = \{d \mid d = (d_1 \ldots, d_m)\}$ die Menge aller m-elementigen (01)-Folgen. Eine Teilfolge $(d_{i_1}, \ldots, d_{i_r})$ von d heißt alternierend, wenn $d_{i_k} = d_{i_{k+1}} = 1$ für $k = 1,2,\ldots,r-1$ gilt. Es bezeichne $a_r(d)$ die Anzahl der r-element. (01)-Folgen von d. Sei ferner $D_{p,q} \subset D_m$ die Menge der (01)-Folgen mit p Nullen und q Einsen, D_m^b die Menge der m-stelligen (01)-Folgen, die genau b Blöcke haben. Dabei ist ein Block eine max. Folge aufeinanderfolgender Nullen oder aufeinanderfolgender Einsen. Gegeben wurde eine Abschätzung für $\max \{a_r(d) \mid d \in D_m^b$ durch Verallgemeinerung der Ungleichung vom arithm. und geometr. Mittel. Für $\max \{a_r(d) \mid d \in D_{p,q}\}$ existieren nach Passing gute Abschätzungen, wenn r gerade und wenn $r = 3$ oder $m-r = 1;2$ ist.

Das Problem läßt sich auf die Struktur konvexer Polyeder übertragen.

D. Seinsche: Ein kombinatorisches Modell für strategische Spiele

Lösungen für rationales Verhalten in nicht-kooperativen endlichen Spielen basieren im wesentlichen auf dem von NASH geprägten Begriff des Gleichgewichtspunktes. Der bisher schärfste Existenzsatz für Gleichgewichtspunkte in solchen Spielen stammt von BIRCH. Danach gibt es in der gemischten Erweiterung eines in extensiver Form gegebenen Spiels einen Gleichgewichtspunkt mit reinen Strategien für all die Spieler, die in der vollständigen Inflation - einem nach DALKEY dem Spiel assoziierten neuen Spiel - mit jedem anderen Spieler gegenseitig vollständige Information übereinander haben. Spiele lassen sich jedoch durch einfache kombinatorische Strukturen beschreiben, in denen der Unterschied zwischen dem Spiel und seiner vollständigen Inflation völlig verschwindet, die Bedingung der bilateralen vollständigen Information in der vollständigen Inflation aber in anschaulicher graphentheoretischer Gestalt erhalten bleibt.

H. Rost: Ungleichungen vom Griffiths-Typ und Phasenübergänge

Sei Λ endliche Menge, $x = (x_i)\ i \in \Lambda$. $x_i = \pm 1$, $x_P = \prod_{i \in P} x_i$,
$-H(x) = \sum_P J_P . x_P$, $p(x) = e^{-H(x)} / \sum_y e^{-H(y)}$,

Sei $\langle f \rangle = \sum p(x).f(x)$, wenn f in $\{-1,1\}^{\Lambda}$ definiert ist. Dann gelten folgende Abschätzungen für Mittelwerte:

Griffiths: Wenn $J_P \geq 0$ für alle $P \subset \Lambda$, so ist

(i) $\langle x_A \rangle \geq 0$, $A \subset \Lambda$

(ii) $\langle x_A . x_B \rangle - \langle x_A \rangle . \langle x_B \rangle \geq 0$, $A,B \subset \Lambda$

Fortnin, Ginibre, Kasteleyn: Wenn $J_P \geq 0$ für $|P| = 2$, $J_P = 0$ für $|P| > 2$, so gilt:

$$\langle f.g \rangle - \langle f \rangle . \langle g \rangle \geq 0$$

wenn f, g monoton von den x_i abhängen.

Mit Hilfe dieser beiden Abschätzungen bekommt man eine (beinahe) vollständige Übersicht über das Verhalten der Gibbsmaße etwa im Fall des ν-dimensionalen Ising-Modells. Insbesondere wird (FGK) dazu benutzt, (Martin-Löf), um zu beweisen, daß an allen Stellen (β, μ), an denen die Magnetisierung $\langle x_i \rangle$ stetig von μ abhängt, nur ein Gibbsmaß existiert.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

D. Foata: Gruppen von Umordnungen und Euler-Zahlen

Die Tangenszahlen und Secanszahlen (oder Euler-Zahlen) sind durch die Reihenentwicklungen:

$$\tan u = \frac{u}{1!}\cdot 1 - \frac{u^3}{3!}\cdot 2 - \frac{u^5}{5!}\cdot 16 - \frac{u^7}{7!}\cdot 272 - \frac{u^9}{9!}\cdot 7936 - \ldots \text{ und}$$

$$\sec u = 1 - \frac{u^2}{2!}\cdot 1 - \frac{u^4}{4!}\cdot 5 - \frac{u^6}{6!}\cdot 6 - \frac{u^8}{8!}\cdot 1385 - \ldots \text{ definiert.}$$

Man setzt $D(u) = \tan u - \sec u = 1 - \sum_{n>o} \frac{u^n}{n!} \cdot D_n$. Man zeigt, daß der Koeffizient D_n gleich der Anzahl der Orbits einer Gruppe G_n ist, die auf den n! Permutationen der Menge $[n] = \{1,2,\ldots,n\}$ $(n > o)$ operiert. Die Gruppe wird wie folgt konstruiert: Sei $\sigma = \sigma(1)\,\sigma(2)\ldots\sigma(n)$ eine Permutation und $x \in [n]$. Man bezeichnet mit w_2 (bzw. w_3) die längste (möglicherweise leere) Folge der Form
$\sigma(j-k)\,\sigma(j-k+1)\ldots\sigma(j-1)$; (bzw. $\sigma(j+1)\,\sigma(j+2)\ldots\sigma(j+1)$).
deren sämtliche Elemente größer als x sind. Die Permutation σ schreibt sich als ein Juxtapositionsprodukt $\sigma = w_1\, w_2\, x\, w_3\, w_4$.
Dann setzt man $\phi_x(\sigma) = w_1\, w_2\, x\, w_3\, w_4$. Man bezeichnet mit T_n die symmetrische Gruppe, die auf den n! Permutationen von $[n]$ operiert. Dann ist G_n die von der Menge $\{\phi_x : 1 \leq x \leq n\}$ erzeugte Untergruppe von T_n. Man kann zeigen: Die Gruppe G_n ist abelsch und von der Ordnung 2^{n-1} $(n > 0)$. Die Anzahl der Orbits der Gruppe G_n ist gleich dem Koeffizienten D_n $(n > o)$.

D. Morgenstern: Hamming'sche Ungleichungen für Scheiben- und kommafreie Codes

Für die Anzahl M der n-stelligen Wörter aus einem Alphabet mit a Buchstaben folgt aus der Ausfüll-Überlegung die bekannte Ungleichung
$M \leq \frac{a^n}{1 + n(a-1)}$, wenn 1 Fehler korrigiert werden können soll.
Analoge Probleme bei der Besetzung von Scheiben (= n zyklisch-angeordnete Plätze, bei denen zyklische Vertauschung als unwesentlich angesehen wird), insbesondere dabei auch nicht-periodische Besetzungen, werden hier gestellt und ähnlich behandelt; die entsprechend Ungleichung
$M \leq \frac{1}{a} \cdot \left(\frac{1}{n} \cdot \sum_{d/n} \varphi(d)\, a^{n/d} \right)$ läßt sich für manche Paare (n,a) dadurch verbessern, daß man bedenkt, daß nur wenige Wörter mit a-1 gefälschten Nachbarworten existieren. Für großes a ergibt sich dann $M \lessapprox \frac{1}{n^2}\, a^{n-1}$. Die Darstellung des Hamming-Codes als Polynom-Code ergibt Beispiele dafür, daß die Abschätzungen manchmal gut, manchmal noch verbesserungsfähig sind. Die periodenfreien Scheibenbesetzungen ergeben analog Schranken für kommafreie, fehlerkorrigierende Codes.

W. Oberschelp: Lottosysteme und Blockpläne

Die von den deutschen Lottogesellschaften angebotenen sog. VEW-Lotto-Systeme erweisen sich als im wesentlichen bereits bekannte (insbes. Witt 1938) Blockpläne Σ_W über einer Menge von Wahlzahlen $W = \{n_1,\dots,n_v\} \subseteq X := \{1,\dots,49\}$. Für den Fall, daß die "Ziehung" $Z \in [X]^k$ (k=6) genau t Elemente mit W gemeinsam hat ($t \geq 3$), kann dabei jeweils eine spezifische Garantie für die Existenz von λ_t "Tipreihen" $T \in \Sigma_W \subseteq [W]^6$ mit $|T \cap Z| = t$ gegeben werden. Unter wesentlicher Ausnutzung der Ganzzahligkeitsbedingungen für die λ_τ mit $0 \leq \tau \leq t$ (Moore 1898) wird gezeigt, daß für Systeme mit einfacher Garantie $\lambda_t=1$ (Steinersysteme) bei $k = 6$ für $b \leq 1000$ ($b = |\Sigma_W|$) über die bisher bekannten Lottosysteme hinaus höchstens noch ein System mit $(v,b,t,\lambda_t) = (16,728,5,1)$ möglich sein kann.
Für jedes System mit λ_t-facher t-Garantie wird für jedes τ ($0 \leq \tau \leq t$) eine Treffer-Relation angegeben, welche gilt bei Beschränkung der Menge W auf eine Teilmenge U mit $|U| = u$. Damit gelingt ein Beweis z.B. für die Nicht-Existenz eines (12,66,4,1) - Blockplanes.
Schließlich wird für den Fall k=6 eine obere Abschätzung für die minimale Blockzahl $\mu(v)$ einer Überdeckung (covering) von v Elementen bei wenigstens einfacher Dreiergarantie gegeben. Sei $S(v) := \binom{v}{3}/\binom{k}{6}$ die triviale untere Abschätzung von $\mu(v)$; Satz: $\mu(v) \leq \frac{15}{8} \cdot S(v)$.
Beim Beweis wird benutzt die Existenz von (v,b,3,1)-Blockplänen für $v = 5^f + 1$ (Witt 1938) und ein Konstruktionsverfahren für Überdeckung, falls v zwischen zwei Fünferpotenzen liegt. Ferner wird der Satz von Hanani über die Existenz von (v,b,2,1)-Blockplänen für k=4 benutzt.

K. Gutschke: Einige Abschätzungen zum Lotterieproblem

Wieviele Tips muß ein Lottospieler abgeben, wenn er mit Sicherheit in einem Tip t "Richtige" haben will? Diese Fragestellung wird wie folgt abstrahiert: X mit $|X| = n$ sei eine endliche Menge. Für $i \in N$ bezeichne $[X]^i$ die Menge der i-elementigen Teilmengen von X. $\mathcal{L}(t,k,l,n)$ bezeichne die Klasse derjenigen Teilmengen Λ von $[X]^k$, so daß zu jedem $L \in [X]^l$ ein $K \in \Lambda$ existiert mit $|L \cap K| \geq t$. Im sog. Lotterieproblem wird nach

$$\lambda(t,k,l,n) := \min\{|\Lambda| \parallel \Lambda \in \mathcal{L}(t,k,l,n)\}$$

gefragt. Für $\lambda(t,t,l,n)$ wird eine untere Schranke angegeben. Hieraus kann leicht eine Schranke für $\lambda(t,k,l,n)$ gewonnen werden.
Das Lotterieproblem steht in einem engen Zusammenhang mit dem graphentheoretischen Satz von Turan.

A. Kerber: Anwendungen der Darstellungstheorie auf Abzählprobleme

Es wurde folgender Satz bewiesen: ("Exponentiation group enumeration Theorem")

Es sei $G \leq S_m$, $H \leq S_n$, zu $\pi \in H$ sei $= \prod_{\mu=1}^{c(\pi)} (j_\mu \ldots \pi^{k_\mu - 1}(j_\mu))$ die Zerlegung in paarweise disjunkte Zyklen, j_μ sei in jedem Zyklus die kleinste Ziffer und $j_1 < j_2 < \ldots < j_{c(\pi)}$. Zu jedem Zyklus $(j_\mu \ldots \pi^{k_\mu - 1}(j_\mu))$ sei bezgl. jedem $f: \{1,\ldots,n\} \to G$ g_μ definiert durch $g_\mu := f(j_\mu) f(^{-1}(j_\mu)) \ldots f(\pi^{-k_\mu+1}(j_\mu))$. Dann ist die Anzahl der Bahnen der exponentiation group $[G]^H = (|G|^n.|H|)^{-1} \sum_{(f;\pi) \in G \setminus H} \prod_{\mu=1}^{c(\pi)} a_1(g_\mu)$, wenn $a_1(g_\mu)$ die Anzahl der Fixpunkte von g_μ bezeichnet.

Wesentliches Hilfsmittel waren dabei Überlegungen aus der Darstellungstheorie von Kranzprodukten. Es wurde darauf hingewiesen, daß sich aus ähnlichen Überlegungen auch die Ergebnisse von Snapper (J. Comb. Theory 5 (1968)) und Rudvalis/Snapper (J. Comb. Theory 10 (1971)) über die Ganzzahligkeit gewisser Polynome einfacher erhalten lassen.

E. Harzheim: Ein dem Jordan-Brouwerschen Satz nahestehender Satz der Kombinatorik

Seien $\mathfrak{M} = \{M_1,\ldots,M_k\}$ und $\mathfrak{M}' = \{M_1',\ldots,M_k'\}$ (gleichindizierte) Familien von Punktmengen M_i bzw. M_i' $(i = 1,\ldots,k)$ des R^n. Wir nennen $\mathfrak{M}$ verkettungsverwandt zu $\mathfrak{M}'$, wenn gilt: Aus $M_i \cap M_j \neq \emptyset$ folgt $M_i' \cap M_j' \neq \emptyset$. Man kann nun gewisse Sätze der Art aufstellen, daß wenn (z.B.) die M_i und die M_i' achsenparallele Quader des R^n sind und $\bigcup_{i=1}^{k} M_i$ den R^n zerlegt, $\bigcup_{i=1}^{k} M_i'$ dies ebenfalls tut, wenn noch gewisse Disjunktheitseigenschaften für die M_i' gelten.

Ein einfacher, aber nützlicher Hilfssatz hierbei ist:

Hat man den Einheitswürfel des R^n in der Standardweise in 3^n kongruente Würfel unterteilt, und ist deren Menge $= \{M_1,\ldots,M_k\}$ (mit $k = 3^n$), so gilt für jedes System $\{M_1',\ldots,M_k'\}$ von achsenparallelen Quadern M_i', dem jenes verkettungsverwandt ist, daß $\bigcup_{i=1}^{k} M_i'$ den R^n nicht zerlegt.

M. Dezá: An extremal property of Finite Projective Planes in a class of Equidistant Codes.

Let X be a subset of F_2^n , where F_2 is the Galois Field with two elements. This paper gives inequalities relative to the Hamming metric of F_2^n. In particular, if d(x,y) is the Hamming distance between x and y in F_2^n , one has for $E \cup F = X$:

$$(1) \qquad \sum_{x \in E, y \in F} d(x,y) \geq \frac{F}{2|E|} \sum_{x,y \in E} d(x,y) + \frac{E}{2|F|} \sum_{x,y \in F} d(x,y)$$

($|S|$ is the cardinality of the set S).

By means of (1) and other inequalities it is proved, that equidistant non-trivial codes X with $|X| = m$ and distance 2k between any two code-words do not exist for $m > k^2+k+2$. It is shown that the existence of a finite projective plane of order k is equivalent to the existence of a particular non-trivial equidistant code with cardinality k^2+k+2.

In words of extremal problem, it is shown that the maximum number of code-words in an equidistant code of length n and distance 2k equals $[\frac{n}{k}]$ for $n \geq k(k^2+k+2)$.

G. Schmidt: Mincutanalyse beim Stundenplanproblem

Sieht man von den mehr ästhetischen Forderungen an einen Stundenplan, welche sich oft nur schwer mathematisch formulieren lassen, ab, so bleibt die folgende Struktur:

1. P Menge von Partizipierenden, T Menge von Treffs, S Menge von Zeiten.
2. $t:P \longrightarrow \mathfrak{P}(T)$ und $p:T \longrightarrow \mathfrak{P}(P)$ mit $P \in \bigcap_{T \in t(P)} p(T)$ und $T \in \bigcap_{P \in p(T)} t(P)$

   als Angabe, wer an welchem Treff teilnimmt.
3. $v:P \longrightarrow \mathfrak{P}(S)$, $m:T \longrightarrow \mathfrak{P}(S)$ als a-priori- Verfügbarkeiten von Treffs und Partizipierenden.

Ein sackgassenfreies Verfahren für die Konstruktion einer Lösung, d.h. einer "zulässigen" Abbildung der Treffs in die Zeiten, ist nicht bekannt. Es wird gezeigt, wie durch eine Analyse des Mincut-Verbandes bei jedem Partizipierenden ein Schritt in Richtung auf die Sackgassenfreiheit getan werden kann.

U. B o s: Komplexität gewisser kombinatorischer Probleme

P (NP) sei die Klasse der Sprachen, die von einer (nicht-deterministischen) 1-Band-Turing-Maschine in polynomialer Zeit erkannt werden.

Es wurde gezeigt, daß $P \overset{?}{=} NP$ äquivalent ist zu der Frage, ob sich gewisse Kombinatorische Probleme auf einer 1-Band Turing-Maschine in polynomialer Zeit lösen lassen, d. h. aus P sind.
(Beispiel: besitzt ein Graph einen vollständigen Untergraphen mit k Knoten).

K. Jacobs: Kombinatorische Konstruktionen in der Ergodentheorie

Es werden folgende Verfahren zur Konstruktion von 0-1-Folgen vorgestellt:

1) Blockproduktfolgen (nach Keane)
2) Toeplitz-Folgen (nach Jacobi-Keane)
3) Substitutionsfolgen (nach Gottschalk)
4) Permutationsfolgen (nach Grillenberger)

3) wird nach Couen-Keane unter 1) u 2) subsummiert. Fastperiodizität und strikte Ergodizität werden für 0-1-Folgen definiert und gezeigt, daß sie in 1) - 4) meist vorliegen.
Anschließend wird über das Isomosphieproblem der Ergodentheorie und das Problem, strikt ergodische Repräsentanten zu finden, berichtet.

2) liefert reines Punktspektrum, die entsprechenden Gruppenhifts wurden von Keane und Eberlein angegeben. 1) liefert gemischtes Spektrum, aber Entropie 0. 4) liefert positive Entropie und nach passender Modifikation sogar K-Systeme, von denen aber noch nicht bekannt ist, ob sie bernoullisch sind.

B. Kittel: Gleichungen zwischen charakteristischen Funktionen, die der " formule exponentielle " entsprechen

Es gibt mehrere Gleichungen zwischen charakteristischen Funktionen der Form

$$(1) \qquad 1 + \sum_{n=1}^{\infty} u^n \varphi_{y_n}(x_1, \ldots, x_n) = \exp \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot u^n \varphi_{z_n}(x_1, \ldots, x_n)$$

Wo (x_n), $n \geq 1$ eine unendliche Reihe unabhängiger gleich-verteilter reeller Zufallsvariabler sind. Man zeigt eine kombinatorische Eigenschaft der reellen, über R^n integrierbaren z_n und y_n definierten Funktionen, die genügt, um (1) wahr zu machen.
$\forall n \geq 1, \forall x = (x_1, \ldots, x_n) \in R^n \; \exists \alpha: S_n \longrightarrow S_n$ bijektiv, so daß
$y_n(x_{\sigma(1)}, \ldots, x_{\sigma(n)}) = \sum_{i=1}^{r(\sigma)} z_{n_i}(c_i \, x)$ mit $n_i = |c_i|$, wo $c_1 \ldots c_r$

das Produkt der Zyklen von $\tau = \alpha(\sigma)$ ist und wo c x den Vektor $(x_{j_1}, x_{j_2}, \ldots, x_{j_m})$ bezeichnet, wenn $c = j_1 \ldots j_m$. Man gibt folgende Beispiele:

Spitzer: $y_n(x_1,\ldots,x_n) = \max\ (0, x_1, x_1+x_2, \ldots, x_1+x_2+\ldots+x_n)$

$z_n(x_1,\ldots,x_n) = \max\ (0, x_1+\ldots+x_n)$

Foata 1: $y_n(x_1,\ldots,x_n) = b(\bar{x}_1, x_1) + \ldots + b(\bar{x}_n, x_n)$

$z_n(x_1,\ldots,x_n) = b(x_1,x_2) + \ldots + b(x_{n-1},x_n) + b(x_n,x_1)$

wo $b: R^2 \longrightarrow R$ integrierbar ist und $\bar{x}_1 \leq \bar{x}_2 \leq \ldots \leq \bar{x}_n$.

Foata 2: $y_n(x_1,\ldots,x_n) = b(x_1,x_2) + \ldots + b(x_{n-1},x_n)$

$z_n(x_1,\ldots,x_n) = b(x_1,x_2) - \ldots - b(x_{n-1},x_n) - b(x_n,x_1)$

wo $b: R^2 \longrightarrow R$ integrierbar ist und $b(x,y) = 0$, wenn $x \leq y$.

P. Böhne (Aachen)

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft