MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT OBERWOLFACH

Tagungsbericht 40/1975

FUNKTIONALANALYSIS

5.10. bis 11.10.75

Die unter der Leitung der Herren Professor Dr. H. König, Professor Dr.Dr.h.c. G. Köthe, Professor Dr. H.H. Schaefer und Professor Dr. H.G. Tillmann stehende Arbeitstagung über Funktionalanalysis im Mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach fand in diesem Jahr in der Woche vom 5.10. bis 11.10.1975 statt. Es nahmen 53 Mathematiker an der Tagung teil, von denen 19 aus dem Ausland kamen.
In den insgesamt 36 Vorträgen wurden u.a. folgende Themenkreise behandelt: Topologische Vektorräume mit besonderer Betonung der nuklearen Räume, lokalkonvexe Vektorverbände, Banach-Algebren, Operatoren in Funktionen- und Distributionen-Räumen. Hervorzuheben ist, daß auf allen diesen Gebieten viele sehr aktuelle, noch nicht publizierte Forschungsergebnisse vorgetragen wurden. In der vortragsfreien Zeit wurde die Gelegenheit zur fachlichen Diskussion und zum Austausch von Gedanken und Anregungen bis in den späten Abend hinein intensiv genutzt. All das bewirkte, daß diese Tagung wohl für alle Teilnehmer hochinteressant war und zu einem besonderen Gewinn wurde.
Herr Professor Dr. H. Hogbe-Nlend konnte bedauerlicherweise nicht zu der Tagung kommen. Der Vortragsauszug, den er eingesandt hatte, wurde in den Tagungsbericht aufgenommen.

<u>Teilnehmer</u>

Albrecht, E., Saarbrücken
Anger, B., Erlangen
Behrends, E., Berlin
Bengel, G., Münster
Bierstedt, K.-D., Paderborn
Cartwright, D., Tübingen
Cooper, J., Linz
De Grande - De Kimpe, N., Brüssel
De Wilde, M., Liège
Dierolf, P., München
Dierolf, S., München
Eberhardt, V., München
Espelie, M.S., z.Zt. London
Floret, K., Kiel
Fuchssteiner, B., Paderborn
Gramsch, B., Kaiserslautern
Heuser, H., Karlsruhe
Janssen, G., Braunschweig
Jarchow, H., Zürich
Kahanpää. L., Jyväskylä
Kalb, K.G., Mainz
Keim, D., Frankfurt
König, H., Saarbrücken
Köthe, G., Frankfurt
Levi, S., Pisa
Lotz, H.P., Tübingen
Lumer, G., Mons
Maltese, G., Münster

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

Marquina, A., Valencia
Meise, R., Düsseldorf
Mennicken, R., Braunschweig
Meyer-Nieberg, P., Saarbrücken
Michor, P., Wien
Milman, D., Tel Aviv
Müller, B., Mannheim
Nakamura, M, Liège
Neubauer, G., Konstanz
Oostenbrink, W., Groningen
Pérez Carreras, P., Valencia
Pfister, H., München
Roelcke, W., München
Ruckle, W.H., z.Zt. Frankfurt
Salinas, L., z.Zt. Saarbrücken
Schaefer, H.H., Tübingen
Schock, E., Kaiserslautern
Swaminathan, S., Halifax
Tillmann, H.G., Mainz
Tischer, J., Erlangen
Valdivia, M., Valencia
Vogt, D., Wuppertal
Waelbroeck, L., Brüssel
Wittstock, G., Saarbrücken
Wolff, M., Dortmund

Vortragsauszüge

ALBRECHT, E.: Lokale Operatoren.

Sind E, F lineare Räume von Funktionen, Distributionen oder Ultradistributionen, so nennt man einen linearen Operator $T: E \longrightarrow F$ lokal, falls $\operatorname{supp} T\varphi \subset \operatorname{supp}\varphi$ für alle $\varphi \in E$.
In Analogie zu einem Resultat von J. PEETRE (1960) für lokale Operatoren $T: \mathcal{D}(\Omega) \longrightarrow \mathcal{D}'(\Omega)$ wird unter Verwendung eines sehr allgemeinen Stetigkeitssatzes für lokale Operatoren gezeigt:
SATZ: Zu jedem lokalen Operator $T: \mathcal{D}^{(M_p)}(\Omega) \longrightarrow \mathcal{E}^{(K_p)'}(\Omega)$ (bzw.: $T: \mathcal{E}^{\{M_p\}'}(\Omega) \longrightarrow \mathcal{E}^{(K_p)'}(\Omega)$) existiert $\Lambda \subset \Omega$, Λ ohne Häufungspunkt in Ω, so daß T als Operator von $\mathcal{D}^{(M_p)}(\Omega \setminus \Lambda)$ (bzw. $\mathcal{E}^{(K_p)'}(\Omega \setminus \Lambda)$) nach $\mathcal{E}^{(K_p)'}(\Omega)$ stetig ist.
Nimmt T seine Werte schon in $\mathcal{C}(\Omega)$ an, so ist T stetig und (unter geeigneten Voraussetzungen an $\{M_p\}$) auf $\mathcal{D}^{(K_p)}(\Omega)$ (mit $K_p = \sqrt{p!M_p}$) darstellbar als Ultradifferentialoperator mit Koeffizienten in $\mathcal{C}(\Omega)$. (Andere Zielräume sind auch möglich).
Es wird ein Beispiel eines lokalen Operators $T: \mathcal{E}'(\Omega) \longrightarrow \mathcal{E}'(\Omega)$ angegeben, so daß T als Operator von $\mathcal{E}'(U)$ nach $\mathcal{E}'(\Omega)$ für keine offene Menge $U \subset \Omega$ stetig ist. Man kann jedoch noch zeigen:
SATZ: Zu jedem lokalen Operator $T: \mathcal{E}'(\Omega) \longrightarrow \mathcal{E}'(\Omega)$ gibt es eine lokalendliche Familie $\{a_\alpha\}_{\alpha \in \mathbb{N}_0^n} \subset \mathcal{E}(\Omega)$, so daß $|\operatorname{supp}(T\varphi - \sum_\alpha a_\alpha D^\alpha \varphi)| < \infty$ für alle $\varphi \in \mathcal{E}'(\Omega)$.

BEHRENDS, E.: L^p-Struktur in reellen Banachräumen.

Sei V ein $\mathbb{R}$-Banachraum, X, $X^\perp \subset V$ Unterräume, $1 \leq p \leq \infty$. Wir schreiben $V = X \oplus_p X^\perp$, falls $V = X \oplus X^\perp$ und für $x \in X$, $x^\perp \in X^\perp$ stets

$\|x + x^{\perp}\|^p = \|x\|^p + \|x^{\perp}\|^p$ (für $p = \infty$: $\|x + x^{\perp}\| = \max(\|x\|, \|x^{\perp}\|)$) gilt. X, $X^{\perp}$ heißen dann L^p-Summanden, die zugehörige Projektion auf X heißt L^p-Projektion. Nach der Diskussion einiger Beispiele wurde auf die Beweismethoden des folgenden Satzes eingegangen.

Satz: V kann nur für höchstens ein p nichttriviale (d.h. von 0, V verschiedene) L^p-Summanden haben. Einzige Ausnahme: $(\mathbb{R}^2, \|\cdot\|_{max})$. Für $p \neq 2$ kommutieren je zwei L^p-Projektionen.

Als Folgerung erhält man: $\mathbb{P}_p = \{e \mid e\ L^p\text{-Projektion auf } V\}$ ist eine vollständige Boolesche Algebra (für $p \neq 2$). Diese Aussage entspricht gewissen Permanenzeigenschaften für L^p-Summanden, z.B. sind Summen und Schnitte von L^p-Summanden wieder L^p-Summand.

Die Banachalgebra $(\mathcal{L}\,\mathbb{P}_p)^-$ hat die Form $\mathcal{C}\Omega_p$, wo Ω_p kompakt und hyperstonesch ist. V kann in ein geeignetes Banachraumfeld über Ω_p eingebettet werden, so daß die L^p-Struktur von V in diesem Banachraumfeld durch charakteristische Funktionen beschrieben wird.

BIERSTEDT, K.-D., GRAMSCH, B., MEISE, R.: Lokalisierung der Approximationseigenschaft für gewisse Funktionenräume.

(Der Vortrag wurde von dem zuerst genannten Autor gehalten.)

Durch Verwendung eines schärferen vektorwertigen verallgemeinerten Stone-Weierstraß-Satzes, der von G. Kleinstück (1975) bewiesen wurde, gelingt es, die Voraussetzungen des Lokalisierungssatzes für die Approximationseigenschaft (A.E.) gewisser Funktionenräume abzuschwächen, über den der zuerst genannte Autor bei der Oberwolfach-Tagung über Störungstheorie und Operatorfunktionen (Januar 1975) berichtet hat: Die Funktionen brauchen nur auf vollständig regulären k-Räumen definiert zu sein, und oberhalb stetige Gewichtsfunktionen sind zugelassen. Dadurch ergeben sich neue Anwendungen in Zusammenhang mit holomorphen Funktionen auf unendlichdimensionalen Räumen. Insbesondere erhält man unter Benutzung von Ergebnissen von Boland-Waelbroeck (1975) bzw. Aron-Schottenloher (1974) den folgenden Satz:

Sei Ω lokalkompakt, X quasivollständiger lokalkonvexer k-Raum über $\mathbb{C}$ und Λ offene Teilmenge von $\Omega \times X$. Bezeichne π_1 die Projektion $\Omega \times X \longrightarrow \Omega$ und für $t \in \pi_1(\Lambda)$ Λ_t die Menge $\{x \in X;\ (t,x) \in \Lambda\}$. Dann hat der Raum

$$\mathcal{C}\mathcal{H}(\Lambda) := \{f: \Lambda \longrightarrow \mathbb{C} \text{ stetig; für jedes } t \in \pi_1(\Lambda) \text{ ist } f(t,.) \text{ holomorph auf } \Lambda_t\},$$

versehen mit der kompakt-offenen Topologie co, die A.E. von Grothendieck in jedem der folgenden Fälle: (1) X'_b nuklear, oder (2) X hat die A.E., und für jedes $t \in \pi_1(\Lambda)$ ist Λ_t endlich-Runge in X (d.h. für jeden endlichdimensionalen Unterraum X_0 von X liegen

bei $\Lambda_t^o := \Lambda_t \cap X_o$ die Polynome bzgl. der co-Topologie dicht im Raum der holomorphen Funktionen auf Λ_t^o).
Andere Anwendungen betreffen z.B. Garben von Null-Lösungen hypoelliptischer Differentialoperatoren und gewisse Garben der abstrakten Potentialtheorie.

CARTWRIGHT, D.: Disjoint sequences in Banach lattices.

Theorem. Let E be a Banach lattice. Then the following statements are equivalent

(a) E is lattice isomorphic to an AM-space.
(b) Every normalized disjoint sequence in E_+ is equivalent to the usual basis in c_o.
(c) Every disjoint null sequence in E_+ is majorized in E".
(d) For some p, $1 < p < \infty$, every p-summable disjoint sequence in E_+ is majorized in E".

Remarks. 1. Tzafriri and Meyer-Nieberg have each characterized the $L^p(\mu)$-spaces as those Banach lattices E in which each normalized disjoint sequence in E_+ is equivalent to the usual basis of l^p $(1 \leq p < \infty)$.
2. Using (d) $\Longrightarrow$ (a) above in the case p = 2, it is easy to see that the AM-spaces are the only Banach lattices E such that each operator $T: l^2 \longrightarrow E$ is hypermajorizing (= intégrale à gauche).
The above results were obtained jointly with H.P.Lotz.

COOPER, J.: Remarks on mixed topologies.

The triples $(E, \| \|, \tau)$ where $(E, \| \|)$ is a normed space and τ is a weaker locally convex structure on E so that

(i) $B_{\| \|}$ is τ-complete
(ii) τ is the finest locally convex structure on E which agrees with itself on $B_{\| \|}$

can be regarded as the objects of a category MIXTOP. This contains BAN_1, the category of Banach spaces with linear contractions as morphisms, as a full subcategory and it is indicated how the Buchwalter-Waelbroeck duality for Banach spaces can be extended to MIXTOP. Some examples are given of spaces of measures and continuous functions which can be regarded, in a natural way, as objects of MIXTOP or its dual category.

DE GRANDE - DE KIMPE, N.: Structure theorems for nuclear Frechet spaces.

We consider the nuclear power series spaces $\Lambda_\infty(\alpha)$ and $\Lambda_1(\beta)$. Since $\Lambda_\infty(\alpha)$ belongs to Dragilov class (D_1) and $\Lambda_1(\beta)$ belongs to Dragilov class (D_2) it is known that all the operators from $\Lambda_1(\beta)$ to $\Lambda_\infty(\alpha)$ are compact. It is then left to characterize those pairs (α,β) for which all the operators from $\Lambda_\infty(\alpha)$ to $\Lambda_1(\beta)$ are compact. This problem can be solved completely. The conditions obtained depend highly on the rate of growth of the sequences α and β. It also turns out that all the operators are compact iff all the generalized diagonal operators are compact. These results were obtained in collaboration with W.B.Robinson (Potsdam,N.Y.) and will be the subject of a forthcoming paper.

DE WILDE, M.: Some questions of density in countable projective limits.

Let X be a topological space. A "prétamis" is a binary relation between non empty subsets of X, denoted " $e \sqsubset e'$ ", such that

1. $e \subset e' \sqsubset e'' \subset e''' \Rightarrow e \sqsubset e'''$,
2. $e \sqsubset e' \Rightarrow e \subset e'$,
3. $e_{n+1} \sqsubset e_n,\ \forall n \Rightarrow \bigcap_{n=1}^{\infty} e_n \neq \emptyset$.

It is called strict if (3) is replaced by the stronger condition

4. $e_{n+1} \sqsubset e_n,\ \forall n \Rightarrow \begin{cases} \overline{e_{n+1}} \subset e_n,\ \forall n, \\ x_n \in e_n,\ \forall n \Rightarrow \{x_n : n \in \mathbb{N}\} \text{ is relatively compact.} \end{cases}$

The concept of prétamis is a weakened version of the "tamis" introduced by Choquet in C.R.Acad.Sc.Paris,1958,246,pp.218-220.
Let X and Y have prétamis $\underset{(1)}{\sqsubset}$ and $\underset{(2)}{\sqsubset}$. A map f of X into Y is $\sqsubset$-stable if

$$e \underset{(1)}{\sqsubset} e' \Rightarrow fe \underset{(2)}{\sqsubset} fe'.$$

It is $\sqsubset$-continuous if, for every open subset $\omega \neq \emptyset$ in f(X), there is an open subset $\omega' \neq \emptyset$ in X such that $f\omega' \sqsubset \omega$. A tamis is a prétamis for which the identity map is $\sqsubset$-continuous.
Examples of prétamis can easily be given in topological and metric spaces.
THEOREM. Let X be the projective limit of X_n $(n \in \mathbb{N})$ and denote by k_n and k'_n the canonical maps of X_{n+1} into X_n and of X into X_n. Assume that X_n have prétamis $\underset{(n)}{\sqsubset}$, for which the k_n's are $\sqsubset$-continuous and $\sqsubset$-stable and that, moreover, the k_n's are injective or the $\underset{(n)}{\sqsubset}$ strict. Then, if $k_n X_{n+1}$ is dense in X_n for each n, $k'_n X$ is dense in X_n for each n.
Various examples of projective limits where these assumptions are satisfied can be given. By a duality argument, a general condition for countable inductive limits to be Hausdorff is deduced.
Reference: Bull.Soc.Sc.Liège,3-4,1972,pp.155-162.

DIEROLF, P.: Summierbare Folgen und assoziierte ORLICZ-PETTIS-Topologien.

Eine Folge $(x_n;\ n\in\mathbb{N})$ in einer separierten kommutativen topologischen Gruppe $(E,\mathcal{R})$ heißt summierbar, wenn das Netz $(\sum_{n\in\sigma} x_n;\ \sigma\in\mathcal{F}(\mathbb{N}))$ konvergent ist. Dabei ist $\mathcal{F}(\mathbb{N})$ die (per Inklusion gerichtete) Menge aller endlichen Teilmengen von $\mathbb{N}$. $(x_n;\ n\in\mathbb{N})$ heißt TF-summierbar, wenn $(x_n;\ n\in J)$ für alle $J\subset\mathbb{N}$ summierbar ist. (TF-summierbar steht für Teilfamilien-summierbar.)

Satz: Zu jeder kommutativen separierten topologischen Gruppe $(E,\mathcal{R})$ gibt es eine feinste Gruppentopologie $\mathcal{OP}(\mathcal{R})$, die die gleichen TF-summierbaren Folgen wie $\mathcal{R}$ besitzt. Die Zuordnung $\mathcal{R}\longmapsto\mathcal{OP}(\mathcal{R})$ ist funktoriell.

Ein entsprechender Satz gilt für separierte topologische lineare Räume und für separierte lokalkonvexe Räume.

Gegenstand des Vortrags sind Eigenschaften und Charakterisierungen dieser "assoziierten ORLICZ-PETTIS-Topologie". Es wird gezeigt, daß diese OP-Topologie eine Darstellung als verallgemeinerter induktiver Limes im Sinne von GARLING (Proc.London Math.Soc.14,1964,pp.1-28) besitzt. Dies liefert Aussagen über die Vertauschbarkeit von $\mathcal{OP}$ mit Summen und Produkten und erlaubt den Vergleich von $\mathcal{OP}$ mit anderen assoziierten Topologien. Mit der assoziierten Folgentopologie $\mathcal{F}$ und der assoziierten ultrabornologischen Topologie $\mathcal{UB}$ gilt z.B. stets

$\mathcal{R}\subset\mathcal{F}(\mathcal{R})\subset\mathcal{OP}(\mathcal{R})\subset\mathcal{UB}(\mathcal{R})$.

Für $m_o := \{x:\mathbb{N}\to\mathbb{K};\ x(\mathbb{N})\text{ endlich}\}$ erhält man als Nebenresultat:

$\mathcal{R} = \|\cdot\|_\infty\text{-Top.} \implies \mathcal{OP}(\mathcal{R}) = \tau(m_o,m_o^*) =$ feinste lokalkonvexe Topologie. (Dies folgt aus Ergebnissen einer gemeinsamen Arbeit mit J.BATT und J.VOIGT, München.) $(m_o,\|\cdot\|_\infty)$ ist daher ein Beispiel eines normierten tonnelierten Raumes, für den die assoziierte ultrabornologische Topologie mit der feinsten lokalkonvexen Topologie zusammenfällt.

EBERHARDT, V.: Zur Vollständigkeit in Graphensätzen.

Bekanntlich ist ein lokalkonvexer Raum E [für topologische Vektorräume gilt ähnliches] vollständig, wenn der folgende Graphensatz gilt:

(+) { Jede graphenabgeschlossene faststetige lineare Abbildung von einem lokalkonvexen Raum F nach E ist stetig.

Schwächt man die Bedingung an E ab, indem man als Definitionsbereiche nur noch alle tonnelierten (bzw. bornologischen, bzw. dual lokalvollständigen) F's betrachtet, so ergeben sich schwächere Vollständigkeitseigenschaften für E, und zwar ist der zu E assoziierte tonnelierte (bzw. bornologische, bzw. dual lokalvollständige) Raum vollständig (bzw. lokalvollständig, bzw. vollständig bzgl. $\mathcal{T}_{c_0}$). Diese zum Teil bekannten Aussagen sind Spezialfall von

Satz. Sei α eine finalinvariante Klasse lokalkonvexer Räume. Erfüllt der lokalkonvexe Raum E den Graphensatz (+) für alle $F \in \alpha$, so gilt für den assoziierten α-Raum E^α: Jedes y aus der vollständigen Hülle $(E^\alpha)^\wedge$, für welches $E + [y] \subset (E^\alpha)^\wedge$ ein α-Raum ist, liegt bereits in E.

Mit diesem Ergebnis läßt sich unter anderem der Graphensatz von A.P. und W. Robertson verallgemeinern und präzisieren:

Korollar. Ist F der induktive Limes einer aufsteigenden Folge von Räumen F_n, die alle dem Graphensatz (+) mit Baireschem F genügen, dann ist dieser Graphensatz auch für F gültig.

ESPELIE, M.S.: Extreme Positive Operators.

Let A, B denote commutative complex Banach $*$-algebras and $L(A,B)$ the space of continuous operators from A into B. Let $P \subset L(A,B)$ be the convex set of positive operators of norm ≤ 1. If A^2 is total in A and B is semisimple and symmetric, the multiplicative operators in P are extreme points of P. If, on the other hand, $e \in A$ and it is assumed that $\|T\| = \|Te\|$ for $T \in P$, then any extreme point of P satisfies $TeTab = TaTb$ for $a, b \in A$. If, in addition, B is a B^*-algebra, the extreme points of P are multiplicative.

FUCHSSTEINER, B.: Integraldarstellungen vektorwertiger linearer Abbildungen.

Sei X eine Menge und F ein konvexer Kegel von Funktionen $f: X \to [-\infty, +\infty[$ mit $\sup_X(f) < \infty$, der die konstanten Funktionen enthält. Es wurde die Beweisidee des folgenden Satzes skizziert:

Satz 1: Es ist äquivalent:

(i) Für jedes lineare (d.h. additive und positiv-homogene) $\mu: F \to \mathbb{R} \cup \{-\infty\}$ mit $f \geq g \Rightarrow \mu(f) \geq \mu(g)$ $\forall$ $f, g \in F$ gibt es ein positives Maß m_μ auf der von F erzeugten σ-Algebra in X, so daß $\mu(f) \leq \int_X f \, dm_\mu$ $\forall$ $f \in F$.

(ii) Für jede fallende Folge (f_n) in F gilt: $\sup_X \inf_n(f_n) = \inf_n \sup_X(f_n)$. (F heißt dann Dini-Kegel)

In Zusammenarbeit mit J.D.Maitland Wright konnte dieser Satz auf den vektorwertigen Fall ausgedehnt werden.

Satz 2: Sei V ein vollständiger Vektorverband. Dann ist äquivalent:

(i) Jeder lineare Operator $T: F \to V \cup \{-\infty\}$ mit $f \geq g \Rightarrow T(f) \geq T(g)$ $\forall$ $f, g \in F$ hat ein V-wertiges Darstellungsmaß m_T, d.h. $T(f) \leq \int_X f \, dm_T$ $\forall$ $f \in F$.

(ii) F ist ein Dini-Kegel.

GRAMSCH, B.: Über eine Fortsetzungsmethode der Dualitätstheorie lokalkonvexer Räume.

Bei geeigneter Interpretation und Verallgemeinerung lassen sich aus dem Schwach-Stark-Satz von Grothendieck (Mem.Am.Math.Soc.16(1955)II, §3.3) Fortsetzungssätze für Vektorfunktionen und Funktionalkalküle ableiten.

Definition: Sei $\langle E_1,E_2\rangle$ bzw. $\langle F_1,F_2\rangle$ ein Dualsystem und Δ eine beliebige, nicht leere Teilmenge von E_1. Eine Abbildung $\varphi:\Delta \longrightarrow F_1$ hat die schwache Fortsetzungseigenschaft bzgl. obiger Dualsysteme, wenn für jedes $y_2 \in F_2$ ein $x_2 \in E_2$ existiert, so daß für alle $\delta \in \Delta$

$$\langle \delta, x_2\rangle = \langle \varphi(\delta), y_2\rangle$$

erfüllt ist. Der Untervektorraum von F_1^{Δ} dieser Abbildungen $\varphi:\Delta\longrightarrow F_1$ sei $\Phi(\Delta, E_1, E_2; F_1, F_2)$; Φ ist versehen mit der Topologie der punktweisen Konvergenz auf Δ ein lokalkonvexer Vektorraum, wenn F_1 ein lokalkonvexer Vektorraum ist. Für geeignete Topologien auf E_j, F_j, $j = 1,2$, wird die Fortsetzungsisomorphie

$$\Phi \cong \mathcal{L}(E_1,F_1)/\mathcal{L}_0 ,$$

$\mathcal{L}_0 = \{ u \in \mathcal{L}(E_1,F_1) : u(\Delta) = 0\}$ untersucht.

Für spezielle Räume skalarer Funktionen werden Fortsetzungskerne abgeleitet. Im Falle der Lösungsräume hypoelliptischer Operatoren ergibt sich ein konstruktives Fortsetzungsverfahren mittels lokaler Orthogonalisierung.

HOGBE-NLEND, H.: Partial differential equations and Silva bornologies.

Nous donnons une nouvelle démonstration, basée sur les "bornologies de Silva" du théorème de Malgrange sur la résolubilité globale d'une équation aux dérivées partielles à coefficients indéfiniment dérivables sur un ouvert P-convexe.

JANSSEN, G.: Verbände von Ordungsidealen in geordneten Vektorräumen.

Wir nennen eine reellen geordneten Vektorraum V mit positivem Kegel $P = P(V)$ quasiarchimedisch, wenn aus $0 \leq \mathbb{R}^+ x \leq y$ folgt, daß x gleich 0 ist. Ein Ordnungsideal $\mathfrak{a}$ heißt quasiarchimedisch, wenn $\mathfrak{a}$ positiv erzeugt ist und $V/\mathfrak{a}$ quasiarchimedisch ist. Die Mengen Ord(V), Pos(V), Quarch(V) von Ordnungsidealen, positiven Ordnungsidealen, quasiarchimedischen Ordnungsidealen sind durch Inklusion geordnet und bilden sogar vollständige Verbände, deren Operationen wir mit o, p, q als Superskript unterscheiden.

1.Satz. Pos(V) ist nach oben stetig, d.h. wenn $A \subset \mathrm{Pos}(V)$ nach oben gerichtet ist und $\mathfrak{b} \in \mathrm{Pos}(V)$, dann gilt $\overset{p}{\bigvee}_{\mathfrak{a}\in A} (\mathfrak{a} \overset{p}{\wedge} \mathfrak{b}) = (\overset{p}{\bigvee}_{\mathfrak{a}\in A} \mathfrak{a}) \overset{p}{\wedge} \mathfrak{b}$.

Sei P erzeugend und T ein Teilraum des algebraischen Duals V^* von V mit positivem Kegel $P^*(T) := P^* \cap T$ (P^* der Dualkegel).

Für $\mathfrak{a} \in \mathrm{Pos}(V)$ setzen wir

$\mathfrak{a}_* := \{ \varphi \in T \mid 0 = \varphi\mathfrak{a} \} \in \mathrm{Ord}(T)$.

$\mathfrak{a}_\perp := (\mathfrak{a}_* \cap P^*(T)) - (\mathfrak{a}_* \cap P^*(T)) \in \mathrm{Pos}(T)$

und analog $\Phi_*, \Phi_\perp$ für $\Phi \in \mathrm{Pos}(T)$.

<u>2.Satz</u>. a) $\mathfrak{a} \in \mathrm{Pos}(V) \Rightarrow \mathfrak{a}_\perp \in \mathrm{Quarch}(T)$.

b) $\perp : \mathrm{Pos}(V) \longrightarrow \mathrm{Quarch}(T)$ ist antiton.

c) Für $A \subset \mathrm{Pos}(V)$ gilt $(\overset{P}{\bigvee_{\mathfrak{a} \in A}} \mathfrak{a})_\perp = \overset{P}{\bigwedge_{\mathfrak{a} \in A}} \mathfrak{a}_\perp$.

d) Entsprechendes gilt, wenn V und T vertauscht werden.

<u>3.Satz</u>. a) $\perp(T) := \perp(\mathrm{Pos}(V))$ und $\perp(V) := \perp(\mathrm{Pos}(T)) = \perp\perp(\mathrm{Pos}(V))$ sind vollständige Verbände (folgt aus 2.c)), und die Abbildungen $\perp : \perp(V) \rightarrow \perp(T)$ und $\perp : \perp(T) \longrightarrow \perp(V)$ sind zu einander inverse duale Verbandsisomorphismen.

b) $\perp(V)$, $\perp(T)$ sind stetige Verbände, also sind sie Z-Verbände und ihre Zentren $Z(V)$, $Z(T)$ sind dual isomorphe vollständige Boolesche Verbände.

<u>Anwendungen</u>. Sei C eine C^*-Algebra mit Einselement 1, L(C) der vollständige Verband der $\|\cdot\|$-abgeschlossenen Linksideale und (H,1) der geordnete Vektorraum ihrer hermitischen Elemente. $\perp(H)$ sei bezüglich des $\|\cdot\|$-Duals H' gebildet.

<u>4.Satz.</u> a) $\perp(H) = \mathrm{Quarch}(H) = \{\|\cdot\|$-abgeschlossene positive Ordnungsideale$\}$.

b) $L(C) \longrightarrow \mathrm{Quarch}(H)$, $\mathfrak{l} \longmapsto \mathfrak{l} \cap H$ ist ein Verbandsisomorphismus. Das Urbild von $\mathfrak{a} \in \mathrm{Quarch}(H)$ ist $\tilde{\mathfrak{a}} := \{ x \in C \mid x^*x \in \mathfrak{a} \} \in L(C)$.

c) $\tilde{\mathfrak{a}}$ ist genau dann ein $\|\cdot\|$-abgeschlossenes zweiseitiges Ideal in C, wenn $\mathfrak{a} \in \mathrm{Quarch}(H)$ ein neutrales Element ist.

Ähnliche Resultate gelten, wenn V ein archimedisch geordneter Vektorraum mit Ordnungseins ist, der in der zugehörigen Norm vollständig ist. Insbesondere lassen sich die Ordnungsideale, die zu Split-Seiten des Zustandsraumes $S \subset V'$ gehören, verbandstheoretisch kennzeichnen.

JARCHOW, H.: <u>Some Remarks on Nuclearity</u>.

The completion $\tilde{E}$ of a strongly nuclear space E has a representation as the projective limit of spaces which are either finite-dimensional or isomorphic to (s). Here (s) can also be replaced by any infinite-dimensional Banach-space F with a Schauder basis.*)

Let (e) be the space of all exponentially decreasing (scalar) sequences (ξ_n), i.e. $\lim\limits_n e^{nk}\xi_n = 0$, $\forall\, k \in \mathbb{N}$. Using (e), one can introduce so-called exponential spaces and strongly exponential spaces in the same

manner as one obtains nuclear spaces and strongly nuclear spaces with the aid of (s). The completion $\tilde{E}$ of a strongly exponential space E has a representation as the projective limit of spaces which are either finite-dimensional or isomorphic to (e). Here (e) can be replaced by any infinite-dimensional separable Banach space.
The results can be applied to yield special representations of ultra-bornological spaces. Extensions to other nuclear sequence spaces are also possible.
*) improved in the talk of M.Valdivia.

KALB, K.: Über die spektrale Vielfachheitsfunktion.

Es werden Beziehungen zwischen einer in [3] behandelten Version der Vielfachheitstheorie eines normalen Operators in einem separablen Hilbertraum , die von der zyklischen Multiplikationsoperatorform ausgeht, und Ergebnissen aus [1],[2] über die Vielfachheitstheorie eines Multiplikationsoperators M_ϕ in $L^2(X,\mu)$ (X separabler, vollständiger metrischer lokalkompakter Raum, μ ein endliches Borelmaß auf X, $\phi : X \to \mathbb{C}$ beschränkte Borelfunktion) diskutiert. Unter anderen werden dabei folgende Aussagen über die von Neumannsche Vielfachheitsfunktion k von M_ϕ gewonnen:
Sei $\nu = \mu \circ \phi^{-1}$, sei $e = \{ z: k(z) < \infty \}$. Dann:
(1) Es existiert eine μ-Nullmenge $N \subset X$, so daß
$k(z) = \# (\phi|_{X-N})^{-1}\{z\}$ ν - f.ü.
(2) $k(z) = \# \phi^{-1}\{z\}$ ν - f.ü. gilt genau dann, wenn für jede μ-Nullmenge $N \subset X$ die Menge $\phi(N) \cap e$ in einer ν-Nullmenge enthalten ist.

[1] Abrahamse & Kriete, Indiana Univ.Math.J.22(1973)
[2] Nadkarni, Studia Math.47(1973)
[3] Kalb, Rev.Colombiana Mat.9(1975)

LEVI, S.: On the multiplicative extension property in Banach algebras.

Let B be a commutative Banach algebra with identity. A closed subspace M of B is said to have the multiplicative extension property (m.e.p.) if every continuous linear functional on M of norm ≤ 1 can be extended to a multiplicative linear functional (m.l.f.) on B.
Hewitt and Kakutani constructed the first example of a subspace with the m.e.p. in the algebra $\mathcal{M}(G)$ of measures on a locally compact non discrete abelian group G and Phelps characterized the m.e.p. subspaces in C(X), X compact Hausdorff.
We prove that a subspace M of B has the m.e.p. if and only if every

finite-dimensional subspace of $\mathbb{M}$ has the m.e.p. and that a linear functional λ on M can be extended to a m.l.f. on the closed subalgebra generated by M if and only if $\forall \{x_1,\ldots,x_n\} \subset M$ and every polynomial p in n variables we have that $|p[\lambda(x_1),\ldots,\lambda(x_n)]| \leq \leq \|p(x_1,\ldots,x_n)\|_\infty$ where $\|p\|_\infty$ is the spectral radius of $p(x_1,\ldots,x_n)$. It then follows that every linearly independent subset of $\mathbb{M}$ is also algebraically independent. In the special case that B is a function algebra on a compact uncountable metric space Δ, with Δ the maximal ideal space of B, we construct an isometry $T: B \to B$ such that TB has the m.e.p. in B, or equivalently such that $\forall$ M closed subspace of B, TM has the m.e.p. in B.

LOTZ, H.P.: Semi-embeddings of C(X), X compact.
(Joint results with N.T.Peck and H.Porta)

Definition. A bounded linear operator T from a Banach space E into a Banach space F is called a semi-embedding if T is one-to-one and maps the closed unit ball of E onto a closed subset of F.

Theorem 1. Let $T: C(X) \to E$, X compact, be a weakly compact semi-embedding. Then X is hyper-stonian and satisfies the countable chain condition.

Theorem 2. Let X be a compact space. Then the following assertions are equivalent:

a) X is scattered (i.e. there is no continuous surjection from X onto $[0,1]$).
b) If $T: C(X) \to E$ is one-to-one but not a topological isomorphism into E, then there is a complemented subspace $F \subset C(X)$ isomorphic to c_o such that $T|_F$ is compact.
c) Every semi-embedding of C(X) in a Banach space E is a topological isomorphism into E.

Theorem 3. Let X be an uncountable metrizable compact space. Let $T: C(X) \to E$ be a semi-embedding, then there is a complemented subspace $F \subset C(X)$ isomorphic to C(X) such that $T|_F$ is a topological isomorphism.

LUMER, G.: Cauchy problem with continuous boundary values.

Let Ω be a locally compact Hausdorff space on which there is given a local operator, satisfying abstract conditions of the kind satisfied by second order elliptic partial differential operators. For such an operator, we treat the Cauchy problem (evolution equation), in a $C(\overline{V})$

context (V open $\subset \Omega$, having compact closure $\overline{V}$), and with prescribed boundary values independent of time. In particular, we determine exactly for which such open sets V, the given Cauchy problem has a solution. We use semigroup methods.

MARQUINA, A.: Locally convex spaces of continuous functions on topological product spaces.(*)

Let $\{X_i : i \in I\}$ be a family of topological spaces. Let X be its topological product. Let $C_c(X)$ be the locally convex space of all the continuous real-valued functions on X, provided with the compact open topology. Let (α) be a class of locally convex spaces. We test the truth of the following proposition, which can be useful to the study of hereditary properties of topological products,

(P_α) : "If $C_c(X_i) \in (\alpha)$, $\forall\, i \in I$, then $C_c(X) \in (\alpha)$"

We obtain the following results

1) If (α) is the class of all the complete locally convex spaces (resp. sequentially complete, locally complete) then (P_α) is satisfied.

2) If (α) is the class of all the B-complete or B_r-complete spaces then (P_α) need not be true.

Other results about tensor ε-products are also given.

(*)The results presented here are contained in a wider paper. I write together with J.L.Blasco.

MENNICKEN, R.: Störungstheorie in lokalkonvexen Räumen.

Auf dem Raum $\mathfrak{U}(E)$ von Unterräumen eines lokalkonvexen Raumes E mit einem Basissystem Γ von Seminormen wird in natürlicher Weise mit Hilfe der Öffnungen $\hat{\delta}_p$ $(p \in \Gamma)$ eine uniforme Topologie eingeführt. Bezüglich dieser Topologie werden in $\mathfrak{U}(E)$ Störungen von Semi-Fredholmpaaren betrachtet und Störungsaussagen bewiesen, die die Halbstetigkeit der Nullität und des Defektes sowie die Invarianz des Index zum Inhalt haben.

Als Anwendung ergeben sich Stabilitätsaussagen für lineare Operatoren in lokalkonvexen Räumen X, Y mit Basissystemen Γ_X, Γ_Y. Zugelassen werden Störungen durch relativ-stetige, also insbesondere durch stetige und lokalbeschränkte Operatoren. Dabei wird die Größe der Störung gemessen bezüglich eines konfinalen Teilsystems von $\Gamma_X \times \Gamma_Y$. (Literatur: R.Mennicken & B.Sagraloff, 1) Störungstheoretische Untersuchungen über Semi-Fredholmpaare und -operatoren in lokalkonvexen Räumen, I, Journal für Reine u. Angew.Math., im Druck, II, in Vorbereitung; 2) Eine Verallgemeinerung des Satzes vom abgeschlossenen Wertebereich in lokalkonvexen Räumen, eingereicht bei Manuscripte Mathematica.)

MEYER-NIEBERG, P.: Faktorisierbarkeit über Räumen vom Typ L^p.

Es wird eine notwendige und hinreichende Bedingung dafür angegeben, daß ein linearer stetiger Operator von einem Banachverband in einen Banachraum sich durch einen Verbandshomomorphismus über einen Banachverband mit "p-superadditiver" ($1 \leq p < \infty$) Norm faktorisieren läßt. Durch einige zusätzliche Voraussetzungen erreicht man eine derartige Faktorisierung über einen L^p-Raum.

MICHOR, P.: Operatorideale und Tensorprodukte aus funktorieller Sicht.

Unter den Funktoren auf Kategorien von Banachräumen kann man Tensorprodukte und Operatorideale leicht kategoriell charakterisieren. Dabei spielt die Dualität von Funktoren nach Mitjagin-Schwartz die Rolle des Zusammenhangs zwischen Tensorprodukten und durch sie definierten Operatoridealen, und die $\otimes$-Normen Grothendiecks spielen eine besondere Rolle. Es gibt auch ein paar konkrete Resultate.

MILMAN, D.: On the minimal continuations of a subadditive functional.

We present here a theorem about the set of minimal continuations of a subadditive functional. This theorem contains as special cases: Three principal theorems of Banach, the Krein-Milman's theorem about extreme points, the theorem of Alaoglu about compactness of the unit ball in the conjugate Banach space, the Mazur-Orlicz theorems about systems of linear inequalities, and the theorem of monotone continuation.

MÜLLER, B.: Vervollständigungen von Limesvektorräumen.

Es ist das Ziel, für die Kategorie der Limesvektorräume Konstruktionsverfahren anzugeben, die für jeden Limesvektorraum E eine Vervollständigung $\hat{E}$ liefern, d.h. einen vollständigen Limesvektorraum $\hat{E}$, der einen zu E isomorphen Unterraum enthält, die üblichen kategoriellen Eigenschaften besitzt, und ein topologischer Vektorraum ist, falls E topologisch ist. Da es Limesvektorräume E mit unbeschränkten Cauchy-Filtern gibt (ein Cauchy-Filter $\mathcal{F}$ heißt beschränkt, falls $\mathcal{V}\mathcal{F}$ in E gegen 0 konvergiert, wobei $\mathcal{V}$ der 0-Umgebungsfilter in $\mathbb{R}$ ist), kann man i.a. nur zeigen, daß jeder Limesvektorraum E eine β-Vervollständigung $\hat{E}$ besitzt, d.h. einen Limesvektorraum $\hat{E}$, in dem jeder beschränkte Cauchy-Filter konvergiert. Um die Eindeutigkeit der Vervollständigung zu erreichen, muß man sich auf die Kategorie der T_3-Limesvektorräume beschränken. Es stellt sich heraus, daß ein T_3-Limesvektorraum E genau dann eine T_3-Vervollständigung besitzt, falls jeder Filter $\mathcal{F}$ in E gegen 0 konvergiert, für den gilt: Für alle vollständigen T_3-Limesvektorräume M und für alle stetigen, linearen Abbildungen T von E in M konvergiert der von $T(\mathcal{F})$ erzeugte Filter in M gegen 0.

NAKAMURA, M.: A certain class of linear topological spaces satisfying the condition of A. Grothendieck.

We consider a family of linear topological spaces satisfying A.Grothendieck's condition. This family is defined by a simple property closely related to the original argument of Banach and contains all the usual spaces. We prove the closed graph theorem for the spaces belonging to the family.

OOSTENBRINK, W.: The bounded approximation property and the multiplier.

In the paper "The a.p. does not imply the bounded a.p." of T.FIGIEL and W.B.JOHNSON a banach space X with norms ν is considered, where the dual norm of ν is given by

$$\nu'(f) = \|f\| + \beta \inf_{h\in H} \|f-h\| , \quad \beta > 0, \ H \in F(X'); \qquad (*)$$

$F(X')$ denotes the finite dimensional subspaces $H \neq \{0\}$ in X'. Let $N_\beta := \{\nu \ ; \ \nu$ a norm on X, where ν' is given by $(*)$, $H \in F(X')\}$, $N := \bigcup_{\beta>0} N_\beta$. The authors proved among other things, that if (X,ν) has the λ.a.p. for each $\nu \in N$, then X' has the $m\lambda$.a.p., where the multiplier $m = 2(1 + 4\lambda)$. Because this result does not give the best answer for $\lambda = 1$ and because of some other reasons, this proposition will be improved by the following result.

THEOREM. If (X,ν) has the λ.a.p. für each $\nu \in N_{\beta_1}$, $\beta_1 > 2\lambda - 2$, then X' has the $m_{\lambda,\beta_1}\lambda$.a.p., where

$$m_{\lambda,\beta} = (\beta - 2\lambda + 2)^{-1}(\beta^2 + \beta). \qquad (**)$$

The use of this theorem will be shown by several corollaries and there will be explained, how this result is connected with other theorems in this field.

PFISTER, H.: Bemerkungen zur Separabilität der Fréchet-Montel-Räume.

Es wird ein einfacher Beweis für die folgende Verallgemeinerung des bekannten Satzes von J. Dieudonné, daß jeder Fréchet-Montel-Raum separabel ist, angegeben:

Satz 1. Sei (E,t) ein metrisierbarer topologischer linearer Raum, s sei eine weitere lineare Topologie auf E derart, daß jede t-beschränkte Menge s-präkompakt ist. Dann ist (E,s) von abzählbarem Typ (d.h. zu jeder s-Nullumgebung U gibt es eine abzählbare Menge $A \subset E$, so daß $E = A + U$).

Für lokalkonvexe Räume läßt sich dieser Satz dualisieren mit Hilfe des folgenden Lemmas:

Lemma. Sei $\langle E,E'\rangle$ ein duales Paar, $\mathfrak{B}$ eine Menge von $\sigma(E',E)$-beschränkten absolutkonvexen Mengen, $t_{\mathfrak{B}}$ die Topologie der gleichmäßigen Konvergenz auf den Mengen von $\mathfrak{B}$. Es ist $t_{\mathfrak{B}}$ genau dann von abzählbarem Typ, wenn jede Menge aus $\mathfrak{B}$ bezüglich $\sigma(E',E)$ metrisierbar ist.

Damit erhält man aus Satz 1:

Satz 2. In einem (DF)-Raum ist jede präkompakte Menge metrisierbar.

Als Folgerung hieraus ergibt sich eine Verallgemeinerung eines Satzes von Grothendieck und Dieudonné über Fréchet-Montel-Räume, nämlich:

Korollar. Für einen metrisierbaren lokalkonvexen Raum E sind die beiden folgenden Bedingungen äquivalent:

(a) $(E',\beta(E',E))$ genügt der Mackey-Konvergenzbedingung (d.h. zu jeder $\beta(E',E)$-Nullfolge (y_n) gibt es eine Folge (ρ_n) von Skalaren mit $\rho_n \to \infty$, so daß noch $\rho_n y_n \to 0$ bzgl. $\beta(E',E)$).

(b) Jede lineare Abbildung von E in einen Banach-Raum (oder auch nur in c_o), die beschränkte in präkompakte Mengen überführt, ist kompakt.

RUCKLE, W.H.: Factoring Absolutely Convergent Series with Application to the Structure of Banach Spaces.

The following theorem about sequence spaces:

Theorem 1. Let S be a balanced BK-space containing φ (finitely nonzero sequences). For each sequence (α_n) in 1 (absolutely convergent series) there is (b_n) in S^o (closure of φ in S) and (c_n) in $S^{\alpha o}$ such that $b_n c_n = \alpha_n$ for each n.

can be used to prove the following theorems about the structure of Banach spaces:

Theorem 2. If a Banach space X contains a complemented subspace isomorphic to $\lambda[X]$ for λ a balanced BK- space containing φ then $\langle X\rangle$ the collection of continuous linear mappings which factor through X forms a Banach operator ideal.

Theorem 3. If X contains a subspace isomorphic to $\lambda[X]$ for λ a balanced BK-space containing φ then for any Banach space E the following statements are equivalent:

(SIX) For each absolutely divergent series $\Sigma_n x_n$ in E there is T in L(E,F) such that $\Sigma_N T x_N$ diverges absolutely.

(LIX) There is a number $K > 0$ such that for each finite dimensional subspace G of E there is a continuous linear mapping T in L(E,X) such that $\|T\| \leq 1$ and $\|Tx\| \geq K\|x\| \quad x \in G$.

(ASX) For every Banach space D a mapping T in L(D,E) is absolutely summing if ST is absolutely summing for all S in L(E,X).

(intX) A mapping T from a Banach space D into E is integral if ST is integral for all S in L(E,Y) as Y ranges over the closed subspaces of X.

(Theorem 1 was proven jointly with R.E.Jamison.)

SALINAS, L.: <u>Analytische Struktur in maximalen Unteralgebren von $L^\infty(X,\Sigma,m)$, im Falle eines Szegö-Maßes</u>.

1) Ein elementarer Beweis des Satzes von P.S.Muhly (Proc.of the AMS, Vol.36, No2,Dec.1972).
2) Anwendung des obigen Satzes auf das Problem der Definition einer analytischen Struktur für eine $\sigma - *$ abgeschlossene $\mathbb{C}$ -Unteralgebra H von $L^\infty(m)$, mit folgenden Eigenschaften.

i) Das Integral $\int \ldots dm$ ist multiplikativ auf H.

ii) m ist ein Szegö-Maß bezüglich H (H.König, Theory of abstract Hardy Spaces, Seite 42, §4, Def.).

iii) $H_o := \{ u \in H : \int u \, dm = 0 \}$ ist einfach invariant.

SWAMINATHAN, S.: <u>On a Convergence Property in H^1-spaces</u>.

S. Warschawski (1930) and D.J.Newman (1963) have shown that the following convergence property (called pseudo-uniform convexity by Newman) holds for the H^1 space of the unit circle: Uniform convergence on compact subsets, together with convergence of norms imply norm convergence in H^1. L.D.Hoffmann (1970) generalized it to H^1 spaces of several complex variables. We examine the validity of the property for the space $H^1(dm)$ which is the closure in $L^1(dm)$ of a Dirichlet algebra A on a compact Hausdorff space X, where m is a non-negative finite Borel measure on X such that $\int_X f dm$ defines a multiplicative linear functional on A. Bochner's generalizations of the F. & M.Riesz theorem play a significant rôle.

TISCHER, J.: <u>Zum Radon-Nikodym-Satz für Gewichte auf von Neumann - Algebren</u>.

Sei $\mathfrak{A}$ von Neumann-Algebra auf dem Hilbertraum H, φ ein normales, halbendliches, treues Gewicht auf $\mathfrak{A}$ mit modularer Automorphismengruppe Σ_φ und $\mathfrak{A}^\varphi$ die Menge der Σ_φ-invarianten Elemente von $\mathfrak{A}$. Dann gilt die folgende Verallgemeinerung eines Satzes von PEDERSEN und TAKESAKI:

Durch $E \to \varphi_E$, definiert durch $\varphi_E(A) := \int_{\overline{R}^+} \lambda \, d\varphi(E_\lambda A)$ für A aus $\mathfrak{A}$, wird eine Bijektion der Menge der Spektralmaße auf $\overline{R}^+$ mit Werten in $\mathfrak{A}^\varphi$ auf die Menge der normalen, Σ_φ-invarianten Gewichte auf $\mathfrak{A}$ definiert.

Ein G-Maß m ist eine τ-additive Abbildung von den Projektoren P(H) von H in $\overline{R}^+$, so daß die Menge H_m der Vektoren x aus H mit $m(P_x) < \infty$ einen linearen Raum mit $\dim H_m \geq 3$ bildet. Es existiert eine eindeutige symmetrische, positive Sesquilinearform t_m mit $\mathcal{D}(t_m) = H_m$ und $m(P_x) = t_m(x,x)$ für normiertes x aus H_m. Es gilt die folgende Verallgemeinerung eines Satzes von GLEASON:

Ist m ein G-Maß auf P(H) und t_m abgeschlossen, so existiert genau ein Spektralmaß E auf $\overline{R}^+$ mit Werten in L(H) und $m(P) = Sp_E(P)$ für P aus P(H).

VOGT, D.: Nukleare (F)-Räume, die isomorph sind zu einem Unterraum von s.

Es wurde die folgende Charakterisierung der Unterräume von s, des Raumes der schnell fallenden Folgen, angegeben. E sei hierbei ein nuklearer (F)-Raum mit Halbnormensystem $\|\cdot\|_1 \leq \|\cdot\|_2 \leq \ldots$

Satz. E ist isomorph einem Unterraum von s $\Leftrightarrow$
E hat die Eigenschaft (DN).

Hierbei bedeutet

(DN): Es existiert eine stetige Norm $\|\cdot\|$ auf E, so daß zu jedem k ein p und C > 0 existiert mit $\|\cdot\|_k \leq r\|\cdot\| + \frac{C}{r} \|\cdot\|_{k+p}$ für alle $r \geq 1$.

Spezialisierung von (DN) auf Köthesche Folgenräume (= nukleare (F)-Räume mit Basis) ergibt Bedingungen, die in ähnlicher Form unabhängig und etwa zur gleichen Zeit auch von Dubinsky gefunden wurden. Weitere Untersuchungen in diesem Zusammenhang führten zu einem Beispiel von M.J.Wagner für einen nuklearen (F)-Raum, der nicht Quotient von s ist (Widerlegung einer Vermutung von Martineau). Die zur Klasse (DN) duale Klasse (A) läßt sich charakterisieren als Klasse derjenigen (DF)-Räume E, die gewisse exakte Sequenzen nuklearer (F)-Räume beim Übergang zum vollständigen projektiven Tensorprodukt mit E exakt lassen. Dies spielt eine wichtige Rolle bei Untersuchugnen, über die an gleicher Stelle 1973 berichtet wurde.

VALDIVIA, M.: Nuclearity and Banach spaces.

a) Let E be a nuclear locally convex space and let F be an infinite dimensional separable Banach space. Let U be an absolutely convex neighbourhood of the origin in E such that E_U is infinite dimen-

sional. Then, there exists an absolutely convex neighbourhood of the origin $V \subset U$ such that $\hat{E}_{(V)}$ is norm-isomorphic to F.
b) Let Ω be a non void open set in $\mathbb{R}^n$ and Ω_1 a non void open set in $\mathbb{R}^p$. We denote by $\mathcal{D}'(\Omega)$ and $\mathcal{D}'(\Omega_1)$ the spaces of the distributions provided with the strong topology. Then, $\mathcal{D}'(\Omega)$ is topologically isomorphic to $\mathcal{D}'(\Omega_1)$.

WAELBROECK, L.: Nuclearity of some spaces of holomorphic functions.

Let U be an open set in a locally convex space E. Let $\mathcal{B}$ be a nuclear completant bounded structure on E, compatible with the topology (elements of $\mathcal{B}$ are bounded for the vector space topology). Let $\mathcal{B}_U$ be the set of elements of $\mathcal{B}$ which are relatively compact in U. Uniform convergence on the elements of $\mathcal{B}_U$ is a nuclear topology on $\mathcal{O}(U)$. This result was proved independently by the present author and P.Boland after Boland and the author discussed the matter in Cracow 1974. As a result, the compact open topology is a nuclear topology on $\mathcal{O}(U)$ when U is open in a Fréchet nuclear space, or in the dual of a Fréchet nuclear space.

WITTSTOCK, G.: Ein vereinfachter Beweis zur Konstruktion modularer Algebren.

Die Ergebnisse von Tomita über linke Hilbertalgebren und modulare Algebren wurden von Takesaki erstmals ausführlich dargestellt. Ein vereinfachter Zugang zu den linken Hilbertalgebren wurde kürzlich von van Daele gegeben. Der Vortrag zeigt, wie man mit Hilfe einiger Resultate von van Daele auch einen unmittelbaren Beweis für die Eigenschaften von modularen Algebren erhalten kann.

WOLFF, M.: Über die eindeutige Fortsetzbarkeit von Verbandshomomorphismen mit Anwendungen auf die Approximationstheorie.

Eine Teilmenge M eines lokalkonvexen Vektorverbandes E heißt optimales Konvergenzsystem, wenn gilt (✱) :
Jedes punktweise auf M gegen die Identität I konvergente Netz stetiger positiver linearer Abbildungen T_α von E in sich konvergiert punktweise auf dem ganzen Raum gegen I.
M heißt I-Korovkinsystem, wenn (✱) nur für gleichgradig stetige Netze gilt.
Satz 1. Sei E ordnungstonneliert (jede solide Tonne ist Nullumgebung) und folgenvollständig. E besitzt genau dann ein endliches optimales Konvergenzsystem, wenn E topologisch und verbandsisomorph ist zum Raum

$\mathscr{C}(X)$ aller stetigen reellen Funktionen auf einer kompakten Teilmenge X von $\mathbb{R}^n$ für geeignetes n.

Satz 2. Sei E ein Dini-Verband mit o-stetiger Topologie, M eine konvergenzadaptierte Menge und H_M die universelle Korovkin-Hülle von M (s. M.Wolff, Math.Ann.213,97-108 (1975)). Dann gibt es zu jedem $x \notin H_M$ eine positive lineare stetige Abbildung T von E in sich mit $T|_M = I|_M$, also auch $T|_{H_M} = I|_{H_M}$ (s.loc.cit.) aber $Tx \neq x$.

Korollar 1. Jedes I-Korovkinsystem M ist auch ein universelles (d.h. $H_M = E$).

Korollar 2 (gilt für alle Dini-Verbände):

E ist endlich erzeugt $\Longleftrightarrow$ E besitzt endliches I-Korovkinsystem.

Ersetzt man I durch einen festgewählten stetigen Verbandshomomorphismus, so ergeben sich analoge Resultate.

P. und S. Dierolf (München)