MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT OBERWOLFACH

T a g u n g s b e r i c h t 33|1976

Mathematische Methoden des Operations Research

1.8. bis 7.8.1976

Leitung: Prof.Dr. R. Henn (Karlsruhe)
Prof.Dr. H.P. Künzi (Zürich)
Prof.Dr. H. Schubert (Düsseldorf)

Die achte Oberwolfach-Tagung über Mathematische Methoden des Operations Research fand in der Zeit vom 1. bis 7. August 1976 im Mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach statt. Wie die vorangegangene wurde auch diese Tagung von den Professoren R. Henn (Karlsruhe), H.P. Künzi (Zürich) und H. Schubert (Düsseldorf) geleitet. Wegen der großen Zahl in- und ausländischer Teilnehmer konnte nur ein Teil im Gästehaus des Institutes untergebracht und von diesem finanziell unterstützt werden.

Im Vordergrund der achten Oberwolfach-Tagung standen die Darstellung neuer Forschungsergebnisse bei der Untersuchung der theoretischen Grundlagen des Operations Research und Probleme der Anwendungsmöglichkeiten des Operations Research in der Praxis. Insbesondere wurden Vorträge aus den folgenden Gebieten gehalten: Optimierungstheorie, Kontrolltheorie, Spieltheorie, Graphentheorie, Statistik, Mathematische Wirtschaftstheorie.

Die traditionelle Halbtageswanderung fand mittwochs statt. Es bildeten sich drei Gruppen mit den Ziel- bzw. Startpunkten: Freudenstadt, Alpirsbach, St. Roman. Die Atmosphäre am Forschungsinstitut Oberwolfach ermöglichte auch außerhalb der Vorträge interessante Diskussionen der Fragestellungen des Operations Research.

Wie von den vorangegangenen Tagungen, wird auch von der achten Tagung ein Ergebnisband in der Reihe Operations Research-Verfahren (Anton-Hain-Verlag, Meisenheim/Glan) erscheinen.

Im folgenden eine Liste der Teilnehmer und Kurzfassungen der Vorträge in alphabetischer Reihenfolge. Eine Adressenliste der

Teilnehmer kann vom Institut für Statistik und Mathematische Wirtschaftstheorie der Universität Karlsruhe angefordert werden.

Teilnehmer

Bachem, A., Bonn
Ballarini, K., Karlsruhe
Beckmann, M., München
Bierlein, D., Regensburg
Boenchendorf, K., Augsburg
Bol, G., Karlsruhe
Braun, K., Heidelberg
Bräuninger, J., Stuttgart
Bröcker, Th., Regensburg
Burkard, R., Köln
Eckhard, U., Jülich
Eichhorn, W., Karlsruhe
Fix, W., Karlsruhe
Friede, G., Karlsruhe
Fuchs-Seliger, S., Karlsruhe
Gaede, K.W., Darmstadt
Gaul, W., Bonn
Glashoff, K., Hamburg
Göppl, H., Karlsruhe
Gröflin, H., Zürich
Gupta, S.Sh., Lafayette
Hammer, G., Augsburg
Hansohm, J., Augsburg
Hauptmann, H., Hamburg
Hellwig, K., Karlsruhe
Henn, R., Karlsruhe
Hettich, R., Enschede
Hieber, G., Karlsruhe
Hild, C., Karlsruhe
Höpfinger, E., Karlsruhe
Ibert, W., Bonn
Jongen, B., Enschede
Kaerkes, R., Aachen
Kall, P., Zürich
Karmann, A., Karlsruhe
Kindler, J., Karlsruhe
Kischka, P., Karlsruhe
Köhler, E., Hamburg
Köhler, M., Zürich
König, H., Saarbrücken
Korte, B., Bonn
Krabs, W., Darmstadt
Künzi, H.P., Zürich
Lehn, J., Karlsruhe
Lempio, F., Würzburg
Liebling, T., Zürich
Marti, K., Zürich
Merkwitz, J., Aachen
Meyer, H., Augsburg
Moeschlin, O., Hagen
Müller-Wichaido, D., Kiel
Neumann, K., Karlsruhe
Noltemeier, H., Göttingen
Oettli, W., Mannheim
Opitz, O., Karlsruhe
Ortlieb, C.P., Hamburg
Pohl, F., Bonn
Rieder, U., Karlsruhe
Roleff, K., Hamburg
Salz, W., Bonn
Schaible, S., Köln
Schuback, K., Augsburg
Schubert, H., Düsseldorf
Spellucci, P., Mainz
Stahl, W., Hamburg
Stehling, F., Karlsruhe
Stierlin, C., Zürich
Vahrenkamp, R., Karlsruhe
Vogel, W., Bonn
Walter, M., Heidelberg
Weidner, Hans G., Erlangen
Wriedt, M., Kiel

Vortragsauszüge

Bachem, A. (Bonn): Verallgemeinerte Fundamentalpunkte von Corner Polyedern

Wir betrachten allgemeine Kongruenzsysteme der Form

$$Nx \equiv b \bmod B \qquad (x \text{ ganzzahlig})$$

wobei die Kongruenz $a \equiv b \bmod B$ definiert wird durch die Beziehung "$\exists y$ (ganzzahlig): $a-b = By$". Für diese Systeme von Kongruenzen beweisen wir eine Kürzungsregel, die uns unter anderem zu einer expliziten Darstellung aller Lösungen eines Kongruenzsystems führt. Hieraus ergeben sich dann insbesondere alle bekannten Darstellungssätze für ganzzahlige Lösungen eines Systems $Ax=b$ als Korollar. Diese Ergebnisse nützen wir nun aus, um eine Darstellung des allgemeinen Corner Polyeders als Minimierungsproblem über eine Gruppe mit minimaler Ordnung angeben zu können. Wir zeigen dann, daß man die Minimierung über ein Corner Polyeder auf die Minimierung über endlich viele ausgezeichnete Gitterpunkte (sogenannte Fundamentalpunkte) beschränken kann. Wir zeigen, daß diese Punkte eine Gruppe bilden (die Fundamentalgruppe) und geben eine Formel für ihre Ordnung an. Dies führt uns schließlich auf einen polynomial beschränkten Algorithmus in Abhängigkeit der Ordnung der Fundamentalgruppe zur Minimierung einer beliebig monotonen Funktion über ein Corner Polyeder.

Beckmann, M. (München): Optimale Submissionsstrategien (Optimal Bidding)

The conventional approach to bidding assumes that the distributions of prices of other bidders are known to the firm. In this paper the distributions of costs of other bidders are assumed known by each bidding firm, and the optimal bidding strategies are then derived.

They turn out to depend on the bidding firm's own costs. This paper focusses on the case that the distributions of other bidders' costs are conditional on the firms own cost. Under reasonable assumptions it is shown that the optimal strategy is to add a certain mark-up to cost, the amount of the mark-up depending on the distribution function. Calculation are given for the case of the normal distribution.

Bierlein, D. (Regensburg): ε-Rand-Spiele

Für Zweipersonen-Nullsummen-Spiele mit nicht notwendig beschränkter Auszahlungsfunktion lassen sich aus einem erweiterten Sattelpunktkriterium Sätze gewinnen, die es gestatten, die Definitheit des gegebenen Spieles Γ abzulesen an der Definitheit eines "ε-Rand-Spieles" Γ^{ε}. Es werden Bedingungen angegeben, die unter schwachen Voraussetzungen für die Definitheit von Γ notwendig und hinreichend zugleich sind. An Beispielen wird gezeigt, daß naheliegende Verallgemeinerungen der Kriterien unzulässig sind.

Bräuninger, J. (Stuttgart): Eine Quasi-Newton-Methode ohne Berechnung von Ableitungen zur Minimierung von Funktionen ohne Nebenbedingungen

Es wird ein Algorithmus zur Minimierung einer Funktion f(x) von n Variablen ohne Nebenbedingungen angegeben, der völlig ohne Berechnung von Ableitungen auskommt. Gradient und Hessesche Matrix an einem Punkt x werden jeweils durch Differenzen von Funktionswerten aus der Umgebung von x approximiert. Unter der Voraussetzung, daß f(x) zweimal stetig differenzierbar und $\{x \mid f(x) \leq f(x_0)\}$ beschränkt ist, ist jeder Häufungspunkt der vom Algorithmus erzeugten Folge $\{x_j\}$ stationärer Punkt. Hat die Folge $\{x_j\}$ einen Häufungspunkt z mit positiv definiter Hessescher Matrix G(z), so konvergiert $\{x_j\}$ superlinear gegen z. Die Konvergenz ist quadratisch, wenn G(x) in einer Umgebung von z eine Lipschitz-Bedingung erfüllt.

Bröcker, Th. (Regensburg): Generische lokale Eigenschaften von Differentialgleichungen

Die Liste der 7 Elementarkatastrophen läßt sich sinnvoll durch Entfaltungen unter kompakter Gruppenoperation symmetrischer Funktionskeime erweitern, um auch Bifurkationen einzuschließen, bei denen z.B. zyklische Attraktoren aus einem Punktattraktor entstehen. Für $\mathbb{Z}/2$-Operationen ist folgendes eine vollständige Liste der Keime der $\mathbb{Z}/2$-Kodimension ≤ 4 (Michael Beer, Regensburg):

(1) Die 7 Keime der Thomschen Liste mit trivialer Operation;
(2) x^4, x^6, x^8, x^{10};
(3) $x^2y \pm y^3$, $x^2y \pm y^4$, $x^2y \pm y^5$, $\pm x^4 \pm y^3$,
$(x^2 \pm y^2)(x^2 + ay^2)$, $a \neq 0, \pm 1$.

Das Erzeugende operiert durch $(x,y) \to (-x,y)$. Auch eine Klassifikation der generischen Singularitäten einer impliziten Differentialgleichung erster Ordnung wurde angegeben (D. Michaelis, Regensburg).

Burkard, R. (Köln): Einige Bemerkungen zum algebraischen Flußproblem

Nach der Formulierung des algebraischen Flußproblems und seiner Erläuterung anhand einiger Beispiele wird auf die Schwierigkeiten eingegangen, die sich seiner Lösung in allgemeiner Form entgegenstellen. Es wird skizziert werden, wie man durch eine Analyse der zugrundeliegenden algebraischen und kombinatorischen Struktur zu einem Lösungsverfahren für das algebraische Flußproblem kommt. Dabei ergibt sich als Nebenresultat ein Komplementaritätssatz zwischen einem Flußproblem und einem Minimierungsproblem in einer Halbgruppe.

Eckhardt, U. (Aachen-Jülich): Darstellungen konvexer Mengen

Es wurde untersucht, auf welche Weise man eine abgeschlossene konvexe Menge im $\mathbb{R}^d$ als Lösungsmenge eines semi-infiniten linearen Ungleichungssystems darstellen kann. Wenn die konvexe Menge maximale Dimension hat, dann ist durch die nichtredundanten Ungleichungen eine eindeutige Minimaldarstellung gegeben, sofern die Anzahl der Ungleichungen endlich ist. Ist die Dimension der konvexen Menge nicht maximal, dann kann man eine Klassifikation der Ungleichungen bezüglich ihres Redundanzverhaltens in vier Klassen angeben. Es ist dann aber nicht mehr möglich, eine eindeutige Minimaldarstellung zu finden.

Fix, W. (Karlsruhe): Auswertung von Entscheidungsnetzplänen mit Grundelementstrukturen

Es werden Entscheidungsnetzpläne mit 6 verschiedenen Knotentypen betrachtet. Die Pfeile sind dabei durch ihre bedingte Ausführungswahrscheinlichkeit und ihre Dauer (in Form einer Zufallsgröße) bewertet.
Die Auswertung (d.h. die Berechnung der Projektdauer) eines Entscheidungsplanes der lediglich sogenannte stochastische Exklusive- Oder - Knoten besitzt, führt auf die Lösung eines Integralgleichungssystems.
Werden bei Entscheidungsnetzplänen die sogenannten Und- bzw. Ino-Knoten nur in Grundelementarstrukturen zugelassen (das sind spezielleUnternetzpläne mit i.a. mehreren Quellen und Senken), so lassen sich diese Strukturen durch eine äquivalente Kombination von stochastischen Exklusive-Oder-Knoten ersetzen und auch nach obiger Methode auswerten.

Gaul, W. (Bonn): Probleme bei gleichzeitigen Flüssen in Graphen

Es werden für den allgemeinen Fall Lösungsansätze, die die bisher behandelten Nebenbedingungstypen zusammenfassen, diskutiert. Eine Verbesserungsmöglichkeit, die Rechenaufwand und Anzahl der Verfahrensschritte der HU'schen Methode zur Bestimmung von Doppelflüssen verringern kann, wird erläutert und mit einem eigenen Verfahren verglichen. Schließlich werden Graphenstrukturänderungen beschrieben, die die Existenz gleichzeitiger Flüsse unter Nebenbedingungen sicherstellen.

Gröflin, H., Liebling, Th.M. (Zürich): Optimale Doppelbäume als Matroiden-Durchschnittsproblem

Gegeben sei ein Graph $G = (V,E,\psi)$, dessen Kantenmenge in drei disjunkte Teilmengen E_a, E_b und E_{ab} zerfällt und auf der die Gewichtsfunktion $c: E \to R$ definiert ist.

Gesucht wird eine Teilmenge J von E, so daß

(i) $J \cap (E_a \cup E_{ab})$ und $J \cap (E_b \cup E_{ab})$ die Kantenmengen von Gerüsten auf G bilden;

(ii) die Gewichtssumme c(J) maximal ist.

Das Problem wird auf den Durchschnitt zweier graphischer Matroide mit unwesentlichen Zusatzbedingungen überführt. Dementsprechend kann zu seiner Lösung eine leicht abgeänderte Version von Edmonds' Primal-Dual-Algorithmus angewendet werden.

Gupta, S. Shanti (Lafayette): On Some Selection Procedures for Poisson Processes and Some Applications

The Poisson process arises in many applications, especially, as a model for arrivals at a store, for the arrivals of calls at a telephone exchange, for the arrivals of radioactive particles at a Geiger counter, etc. In many practical situations the classical tests of homogenity are inadequate. In practice, one already knows that the unknown mean arrival times of k independent Poisson processes are different. What is unknown and of interest are various rankings of these unknown means. In this paper, the problem of selecting a subset of k Poisson processes including the best, namely, the one associated with the smallest value of the mean arrival time, is investigated. The object is to select a (non-trivial) subset depending on the outcome of the observed values which is small, never empty and just large enough to guarantee that the probability is at least equal to $P^*(\frac{1}{k} < P^* < 1)$ that it includes the best Poisson process.

Some subset selection procedures are proposed and studied. Analogous problem of selecting the process for which the associated mean arrival time is largest is considered. Applications to binomial and multinomial selection problems are also discussed. Properties of the proposed selection procedures are studied.

Hieber, G. (Karlsruhe): Gleichgewichte in Walras-Modellen mit linearer Produktion

Walras-Modelle mit linearer Produktion, wie sie etwa von J. und M. Łoś (1974) eingeführt wurden, bestehen aus je endlich vielen Produzenten und Konsumenten. Die Konsumenten verbrauchen die von den Produzenten hergestellten Güter und bieten dafür Arbeitsleistungen verschiedener Art an, die die Produzenten zur Produktion benötigen. Jedem Produzenten steht eine lineare Technologie zur Verfügung.

Für solche Modelle wird die Existenz von "Fast-Gleichgewichten" gezeigt. Ferner werden Kriterien für die Ausgeglichenheit und Profitlosigkeit von Preissystemen gegeben. Ein Satz von J. und M. Łoś wird in diesem Zusammenhang neu formuliert.

Hild, C. (Karlsruhe): Der MINQUE-Schätzer in einem Regressionsmodell mit stochastischen Koeffizienten: Konsistenz und Small-Sample-Eigenschaften

Die von C.R.Rao (1971) entwickelte MINQUE-Methode zur Schätzung von Varianzen bzw. lineare Funktionen der Varianzen in "variance component" Modellen wird auf das Problem der Parameterschätzung in einem Regressionsmodell mit stochastischen Koeffizienten angewandt. Betrachtet wird ein univariates Modell mit homoskedastischen stochastischen Koeffizienten, wie es Hildreth u. Houck (1968) untersucht haben.

Da festzustellen ist, daß sich dieses Modell in der Form eines variance component models schreiben läßt, ist die MINQUE-Methode direkt anwendbar, und der MINQUE-Schätzer für die Varianzen der stochastischen Koeffizienten kann unter gewissen Regularitätsannahmen für das Beobachtungsmaterial explizit angegeben werden. Die Konsistenz des MINQUE-Schätzers wird bewiesen. Eine Monte-Carlo Studie gibt im Vergleich mit weiteren Schätzverfahren Einblicke über die Eigenschaften von MINQUE bei kleinen Stichprobenumfängen.

Jongen,H.Th. und Hettich, R. (Enschede):
Über Bedingungen erster und zweiter Ordnung für lokale Optima endlichdimensionaler Optimierungsprobleme

Für das Problem, eine Funktion unter Nebenbedingungen (Gleichungen und Ungleichungen) zu maximieren werden sowohl notwendige als auch hinreichende Bedingungen dafür angegeben, daß ein gegebener Punkt ein lokales Maximum ist.
Die notwendigen Bedingungen erster und zweiter Ordnung können in zwei Klassen unterteilt werden: in solche, die nur unter einer sogenannten "constraint qualification" gelten (wie etwa die Kuhn-Tucker-Bedingung) und solche, die ohne derartige Voraussetzungen auskommen (wie etwa das Kriterium von John). Die letzteren Bedingungen werden mit Hilfe der ersteren abgeleitet und die Beziehungen zwischen beiden diskutiert. Im Gegensatz zu bekannten Kriterien wird die Kluft zwischen einerseits notwendigen und andererseits hinreichenden Bedingungen zweiter Ordnung darauf reduziert, daß bei einen eine Ungleichung schwach und bei andern strikt gelten muß.

Karmann, A. (Karlsruhe): Stochastische Interaktionsökonomien - Tauschwirtschaften mit großer Agentenzahl

Üblicherweise werden in der Theorie gleichgewichtiger Tauschwirtschaften Agenten betrachtet, die unabhängig voneinander handeln. Durch Einführen gewisser Modelle aus der statistischen Mechanik, sogenannter stochastischer spezifizierter Felder, ist es möglich, stochastische Interaktionsökonomien zu studieren, in denen das Verhalten der Agenten von ihrer Umgebung beeinflußt und durch "lokale" bedingte Wahrscheinlichkeiten beschrieben wird. Ökonomisches Ziel ist es, die auf Grund der lokalen Daten entstandenen Zufallsnachfragen durch gleichgewichtige Preise zu befriedigen. In diesem Vortrag wird gezeigt, daß dies auch ohne eine bisher verwendete Endlichkeitsforderung an den Raum aller Charakteristiken möglich ist.

Kindler, J. (Karlsruhe): Endlichadditive gemischte Erweiterungen von Spielen

Sehen beide Spieler im (Zweipersonennullsummen-) Spiel (X,Y,a) Wahrscheinlichkeitsinhalte als gemischte Strategien an , so werden dadurch - je nach Reihenfolge bei der Integration - zwei asymmetrische "endlichadditive Erweiterungen" definiert. Es wurde gezeigt, daß beide asymmetrischen Erweiterungen definit sind und ihr Spielwert mit dem oberen bzw. unteren Spielwert der diskreten gemischten Erweiterung übereinstimmt. Ferner werden Bedingungen angegeben, die zugleich notwendig und hinreichend dafür sind, daß die diskrete gemischte Erweiterung sämtlicher Teilspiele definit ist. Hierbei wurden gleichzeitig ein "Fatou-Lemma" und ein "Fubini-Theorem" für Inhalte hergeleitet.

Kischka, P. (Karlsruhe): Anwendung der Krein-Bedingung bei ökologischen Fragestellungen

Die Krein-Bedingung wird auf das Problem der optimalen Standortbestimmung für Kontrolleinrichtungen angewandt. Dabei wird von der bezüglich ökologischer Restriktionen maximalen Gesamtintensität der den betrachteten Schadstoff abgebenden Quellpunkte ausgegangen. Es werden Bedingungen angegeben, unter denen aus dem Erfülltsein der Krein-Bedingung für ein nicht restringiertes Problem, die Krein-Bedingung für ein Problem mit restringierten Intensitäten gefolgert werden kann. Zur Bestimmung der optimalen Kontrollpunkte müssen die maximalen Intensitäten nicht explizit bekannt sein.

Die Untersuchung bedient sich der Modelle von Gustafson, Kortanek u.a.; es werden Ergebnisse aus der Theorie Tschebyscheffscher Ungleichungen angewandt.

Köhler, E. (Hamburg): Verallgemeinerte Skolem-Sequenzen als Zugang zur Theorie des t-designs

Es wurde über den folgenden Existenzsatz aus der Theorie des zyklischen t-designs berichtet: Sei $p \equiv 5 \pmod{12}$ eine Primzahl und $G(p) := (E(p), K(p))$ ein Graph mit

$$E(p) := \{\bar{\alpha} = \{\alpha, 1-\alpha, \frac{1}{\alpha}, 1-\frac{1}{\alpha}, \frac{-\alpha}{\alpha+1}, 1+\frac{\alpha}{\alpha+1}\} \mid \alpha \in GF(p) \setminus \{0, 1, \frac{p-1}{2}, p-2, p-1\}\},$$

$$\binom{E(p)}{2} \supseteq K(p) \ni \{\bar{\alpha}, \bar{\beta}\} :\Leftrightarrow \bigvee_{\alpha \in \bar{\alpha}, \beta \in \bar{\beta}} \alpha = \beta+1 \vee \alpha = \beta-1 \text{ . Dann gilt:}$$

$G(p)$ besitzt einen 1-Faktor $\Longrightarrow$ Es existiert ein zyklisches Quadrupelsystem $S(3,4,2p)$.

Köhler, M. (Zürich): Ober ein Investitionsproblem

Ausgehend von einem makro-ökonomischen, dynamischen Investitionsmodell soll folgende Fragestellung untersucht werden: Kann man erwarten, daß für einen Staat die Ziele Maximierung des individuellen Konsums und Minimierung der durchschnittlichen Arbeitslosenrate miteinander vereinbar sind? Indem man dem Modell die Struktur eines Differentialspieles aufprägt, werden dann Strategien diskutiert, die die notwendigen Bedingungen für eine absolut kooperative Lösung erfüllen.

Korte, B.,(Bonn): Analyse von suboptimalen, kombinatorischen Optimierungsverfahren

Durch neuere Ergebnisse aus der Komplexitätstheorie (Cook, Korp u.a.) ist bewiesen worden, daß viele besonders schwierige kombinatorische Optimierungsprobleme insofern äquivalent sind, als entweder alle oder keines mit einem polynomialen Algorithmus gelöst werden können. Aus diesem Grund ist es angebracht, suboptimale Verfahren (Heuristiken) bezüglich ihres worst-case Verhaltens zu untersuchen, d.h., eine universelle

Schranke für das Verhältnis der mit dem Algorithmus gefundenen suboptimalen Lösung zur optimalen Lösung anzugeben. Basis jeder weiterführenden Heuristik ist das Greedy-Verfahren. Für seine Anwendung auf Unabhängigkeitssysteme werden folgende Resultate erzielt: Sei $(E,\mathfrak{F})$ ein Unabhängigkeitssystem (E bel. endl. Menge, $\mathfrak{F} \subseteq \mathcal{P}(E)$) $c: E \to \mathbb{R}^+$ eine Gewichtung und (*) $\max_{F \in \mathfrak{F}} c(F)$ das kombinatorische Optimierungsproblem und $S \subseteq E$ beliebig.

Sei $lr(S) := \min \{|F| \mid F$ maximale unabh. Teilmenge von $S\}$

$ur(S) := \max \{|F| \mid F$ maximale unabh. Teilmenge von $S\}$

und sei $F_g \subseteq S$ die Greedy-Lösung und F_o die optimale Lösung von (*). Dann gilt

<u>Satz:</u> Für jedes c gilt: $1 \geq \frac{c(F_g)}{c(F_\sigma)} \geq \min_{S \subseteq E} \frac{lr(S)}{ur(S)}$

Für einige Klassen von Unabhängigkeitssystemen kann man den Rang-Quotienten $\min_{S \subseteq E} \frac{lr(S)}{ur(S)}$ angeben bzw. abschätzen. Für das allgemeine Matching-Problem gilt (bis auf Entartungsfälle): $\min_{S \subseteq E} \frac{lr(S)}{ur(S)} = \frac{1}{2}$. Für das symmetrische Travelling-Salesman-Problem gilt: $\frac{1}{2} \leq \min_{S \subseteq E} \frac{lr(S)}{ur(S)} \leq \frac{1}{2} + O\left(\frac{1}{|E|}\right)$. Für das lineare Ordnungsproblem (acyclic-subgraph-problem) und für spezielle Vertex-packing-Probleme gilt: $\lim_{|E| \to \infty} \min_{S \subseteq E} \frac{lr(S)}{ur(S)} = 0$. Für allgemeine Unabhängigkeitssysteme gilt:

<u>Satz:</u> Sei $(E,\mathfrak{F}^i)$ $1 \leq i \leq k$ ein Matroid und $\mathfrak{F} = \bigcap_{i=1}^{k} \mathfrak{F}^i$. Dann gilt für das Unabhängigkeitssystem $(E,\mathfrak{F})$ $\min_{S \subseteq E} \frac{lr(S)}{ur(S)} \geq \frac{1}{k}$.

<u>Marti, K. (Zürich): Approximationen stochastischer Programme</u>

Betrachtet wird das Optimierungsproblem

$$\min_{x \in U} R(x),\ R(x) = E_\omega(c(\omega)'x + p(A(\omega)x - b(\omega))) \qquad (1)$$

als Ersatzproblem zu einem ursprünglich gegebenen Programm $\min c'x$ bzgl. $Ax = b$, $x \in U$ mit stochastischen Daten $A = A(\omega)$, $b = b(\omega)$, $c = c(\omega)$. Dabei ist $U \subset \mathbb{R}^n$, $p: \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}$ eine konvexe Kostenfunktion zur Bewertung der Verletzung der Restriktion

$A(\omega)x = b(\omega)$, ω ist Element eines W-Raumes $(\Omega, \mathfrak{A}, P)$ und E_ω bezeichnet den Erwartungswert bzgl. ω. Für den Fall stabil-verteilter Elemente von $A(\omega)$, $b(\omega)$, $c(\omega)$ wird ein Verfahren zulässiger Richtungen zur Lösung von (1) vorgestellt, bei dem die zulässigen Richtungen teilweise mit Hilfe von Monotonie-relationen zwischen W-Massen (die als einfache konvexe Hilfs-programme formuliert werden können) und ohne Benutzung des Gradienten berechnet werden können; diese Hilfsprogramme sind unabhängig von der Kostenfunktion p.

Ortlieb, C.P. (Hamburg): Bemerkungen zum Maximum-prinzip bei konvexen Steuerungsproblemen

Betrachtet werden Steuerungsprobleme mit gemischten Un-gleichungsrestriktionen $g_j(t,x(t),u(t)) \leq 0$ $(j=1,\dots,q)$ an die Zustandsvariable x und die Steuervariable u. Für solche Probleme ist als notwendige Bedingung für die Optimallösung $(\hat{x},\hat{u})$ ein Maximumprinzip bekannt, falls die Matrix

$$\begin{pmatrix} \frac{\delta g_1}{\delta u_1} & \cdots & \frac{\delta g_q}{\delta u_1} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\delta g_1}{\delta u_m} & \cdots & \frac{\delta g_q}{\delta u_m} \\ g_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & g_q \end{pmatrix} (t,\hat{x}(t),\hat{u}(t))$$

für alle t den vollen Rang q hat. Wir geben für den konvexen Fall ein Maximumprinzip an, das ohne diese Rangvoraussetzung auskommt; die adjungierte Trajektorie ist dabei nicht mehr notwendig absolut stetig, sondern nur noch von beschränkter Variation. Es zeigt sich, daß die Rangvoraussetzung gerade die absolute Stetigkeit der adjungierten Trajektorie garantiert.

Pohl, Fritz C. (Bonn): Eine geglättete exakte Penaltyfunktion

Eine exakte Penaltyfunktion ist am optimalen Punkt nicht diffe-renzierbar. Für den einfachen Fall eines Optimierungsproblems mit einer Ungleichungsnebenbedingung soll eine differenzierbare Funktion vorgestellt werden, deren Minimum die optimale Lösung liefert. Diese Funktion wird innerhalb des Restriktionsbereiches durch eine Hintereinanderschaltung der anfänglichen Zielfunktion und einem Deformationshomeomorphismus definiert; außerhalb des Restriktionsbereiches steigt sie quadratisch an. Es werden Formeln für den Gradienten dieser Funktion sowie eine einfach überprüfbare notwendige und hinreichende Optimalitätsbedingung angegeben.

Rieder, U. (Karlsruhe): Dynamische Programme mit unbeschränkten Gewinnfunktionen

Betrachtet wird ein endlichstufiges stationäres dynamisches Programm mit beliebigen Zustands- und Aktionenräumen und unbeschränkten Gewinnfunktionen. Damit das Optimierungsproblem wohldefiniert ist, wird angenommen, daß das dynamische Programm sog. einseitige (untere und/oder obere) Schrankenfunktionen besitzt. Es werden allgemeine Halbstetigkeits- und Kompaktheitsbedingungen vorgestellt, unter denen ε -optimale deterministische Markoffsche Politiken existieren. Außerdem werden Abschätzungen für den maximalen erwarteten Gewinn und für den erwarteten Gewinn "guter" Politiken angegeben. Der besondere Vorteil dieser Abschätzungen liegt darin, daß die Schranken zweiseitig sind und die obere (untere) Schranke nur von der oberen (unteren) Schrankenfunktion abhängt. Entsprechende Ergebnisse lassen sich für unendlichstufige dynamische Programme mit einseitigen Schrankenfunktionen herleiten.

Salz, W. (Bonn): Eine topologische Eigenschaft der effizienten Punkte konvexer Mengen

Ist M eine abgeschlossene, konvexe Teilmenge eines halbgeordneten Banachraumes, so wird untersucht, unter welchen Voraussetzungen die effizienten Punkte in M im schwachen topologischen Abschluß der strikten Bayeslösungen liegen. Die effizienten Punkte sind die in der Halbordnung minimalen Punkte in M. Die strikten Bayeslösungen sind die Punkte in M mit einer strikt positiven Stützhyperebene.

Die obige Fragestellung ergibt sich bei Vektoroptimierungsaufgaben und bei Produktionsmodellen in der mathematischen Wirtschaftstheorie.

Schaible, S. (Köln): Eigenschaften einiger spezieller Quotientenprogramme

Gegenstand der Untersuchung sind nichtlineare Programme mit folgender Zielfunktion:

1. Quotient einer konvexen oder konkaven Zählerfunktion und einer konvexen oder konkaven Nennerfunktion;
2. Summe einer linearen und gebrochen-linearen Funktion;
3. Quotient zweier quadratischer Funktionen.

Es werden einige Struktureigenschaften dieser Quotientenprogramme abgeleitet.

Spellucci, P. (Mainz): Numerische Stabilität und Grenzgenauigkeit bei Verfahren der nichtlinearen Optimierung

Unter den üblichen Regularitätsvoraussetzungen betrachten wir ein allgemeines nichtlineares Optimierungsproblem. Zunächst wird eine Klasse von global konvergenten Verfahren mit primal zulässigen Näherungslösungen angegeben. Sodann wird das Rundungsverhalten dieser Verfahren diskutiert. Dazu dient ein spezielles Störmodell für numerisch zu berechnende Funktionen. Eine Untersuchung des Rundungsfehlerverhaltens der einzelnen Teilalgorithmen führt zu hinreichenden Bedingungen für die Stabilität des Gesamtverfahrens. Dabei verstehen wir unter "Stabilität", daß die Gesamtfehler im Verfahren sich auf die berechnete Näherungslösung nicht stärker auswirken als dies "kleine" parametrische Störungen in den Problemfunktionen tun würden. Jeder stabile Algorithmus ist numerisch konvergent. Die erhaltenen Bedingungen werden an Beispielen plausibel gemacht. Der Vortrag schließt mit einer kurzen Beweisskizze für das Hauptresultat, den Stabilitätssatz.

Stierlin, C. (Zürich): Zwischenergebnisse zum quadratischen Null-Eins Knapsack Problem

Zur Lösung des quadratischen Null-Eins Knapsack Problems betrachten wir ein Verzweigungsverfahren, das als relaxiertes

Problem die Aggregation von zwei Unterproblemen benützt. Diese Unterprobleme sind bezüglich Untermatrizen der Zielfunktionsmatrix definiert. Es wird ein Algorithmus für das eine der Unterprobleme vorgestellt. Der Algorithmus verwendet ein dynamisches Verfahren, wobei die Ergebnisse für die dynamische Aggregation anhand einer Enumerationsprozedur gewonnen werden. Die Besonderheit dieser Enumerationsprozedur besteht darin, daß nur Werte der rechten Seite berücksichtigt werden, für welche auch eine Verbesserung der Zielfunktion eintritt. Numerische Ergebnisse werden vorgestellt.

Vahrenkamp, R. (Karlsruhe): Tucker's Ungleichungen

Die Tucker'schen Matrix-Ungleichungen wurden daraufhin untersucht, ob sie Verallgemeinerungen bezüglich ihrer Ordnungskegel zulassen. Diese Frage wurde für den Fall polyhedraler Ordnungskegel mit vollem Inneren dahingehend beantwortet, daß gewisse, aber nicht alle Ordnungskegel diese Verallgemeinerung zulassen. Interessant ist der Vergleich dieser Verallgemeinerung der Tucker'schen Ungleichungen mit der Verallgemeinerung der bekannten Alternativ-Theoreme: Weder lassen sich die Tucker'schen Ungleichungen für beliebige Ordnungskegel verallgemeinern, noch kommt bei ihnen der duale Ordnungskegel mit ins Spiel.

Weidner, H.G. (Erlangen): Gewinnkoalitionen gewichteter Majoritätsspiele

Es sei $\Omega = \{1,\dots,n\}$ und $\Gamma = [q;w_1,\dots,w_n]$ ein gewichtetes Majoritätsspiel auf Ω; $\mathcal{P} = \mathcal{P}(\Omega)$ bezeichne die Potenzmenge - das System aller Koalitionen - von Ω. Die Gesamtheit

$$\mathcal{G} = \mathcal{G}_{m,q} := \{T \in \mathcal{P} : m(T) \geq q\}$$

aller Gewinnkoalitionen von Γ genügt den evidenten Bedingungen

i) $\emptyset \neq \mathcal{G} \subseteq \mathcal{P}$;

ii) für $T \in \mathcal{G}$ und alle $S \in \mathcal{P}$ mit $T \subseteq S$ gilt: $S \in \mathcal{G}$;

iii) $T \in \mathcal{G}$ impliziert $T^c \notin \mathcal{G}$.

Es werden notwendige und hinreichende Bedingungen hergeleitet, unter denen ein vorgegebenes Mengensystem $\mathcal{G}$ mit i) - iii) "linearisierbar" ist, d.h. genau das System aller Gewinnkoalitionen eines gewichteten Majoritätsspieles auf Ω darstellt.

Wriedt, M. (Kiel): Korrekte Optimierungsoperatoren

Es werden konvexe Funktionen charakterisiert, die auf jeder konvexen abgeschlossenen Menge K ein starkes Minimum haben, d.h., aus $\lim_{n\to\infty} f(k_n) = \inf f(K)$, $k_n \in K$, folgt, daß (k_n) eine konvergente Folge ist. Es werden im wesentlichen drei Charakterisierungen angegeben. Die erste ist geometrischer Natur, sie besagt, daß der Graph von f aus stark exponierten Punkten des Epigraphen besteht.
Dualisiert man das Problem, so ergibt sich als zweite Charakterisierung die Frechet-Differenzierbarkeit der konjugierten Funktion. Das dritte Kriterium besagt, daß für jedes $r \in \mathbb{R}$ auf der Menge $\{x \mid f(x) = r\}$ starke und schwache Folgenkonvergenz übereinstimmt. Auf zwei Klassen lokal uniform konvexer Funktionen werden die Resultate angewendet.

Peter Kischka, Karlsruhe