MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT OBERWOLFACH

Tagungsbericht 42/1976

FUNKTIONALANALYSIS

3.10. bis 9.10.1976

Die Tagung über Funktionalanalysis fand vom 30.10. bis 9.10.76 unter der Leitung der Herren H. König (Saarbrücken), G. Köthe (Frankfurt) und H.G. Tillmann (Münster) statt.

Es nahmen 43 Mathematiker aus dem Inland und Ausland teil. In den 29 gehaltenen Vorträgen wurde wieder über viele neue Ergebnisse aus einer Vielzahl von Gebieten berichtet. Schwerpunkte waren: Lokalkonvexe Vektorräume, Nuklearität, strikte Topologien, Banach-Algebren, Räume von affinen Funktionen, Konvexität und Operatoren, Tensorprodukte. Darüber hinaus wurden bis spät in die Nacht Resultate ausgetauscht und diskutiert.

Leider konnte Herr Ky Fan nicht an der Tagung teilnehmen, sein Vortragsauszug wurde in den Tagungsbericht aufgenommen.

Wie immer trug die angenehme Atmosphäre des Oberwolfacher Instituts wesentlich zum Erfolg der Tagung bei.

Teilnehmer

Albrecht, E., Saarbrücken
Barbey, K., Regensburg
Behnke, H., Osnabrück
Berens, H., Erlangen
Bierstedt, K.-D., Paderborn
Binz, E., Mannheim
Clausing, A., Erlangen
Cuntz, J., Berlin
Erven, J., München
Fishel, B., London
Fuchssteiner, B., Paderborn
Grosser, M., Wien
Hackenbroch, W., Regensburg
Haslinger, F., Wien
Helmberg, G., Innsbruck
Hollstein, R., Frankfurt
Huff, R.E., Erlangen
Istratescu, V.J., Bukarest
Janssen, G., Braunschweig
Jarchow, H., Zürich
Kaballo, W., Kaiserslautern
Kölzow, D., Erlangen
König, H., Saarbrücken
Köthe, G., Frankfurt
Losert, V., Wien
Lumer, G., Mons
Maltese, G., Münster
Meise, R., Düsseldorf

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

Mertins,U., Karlsruhe
Michalicek,J., Hamburg
Neumann,M., Saarbrücken
Nürnberger,G., Erlangen
Oliveri,U., Palermo
Rodé,G., Saarbrücken
Ruess,W., Bonn
Sinclair,A.M., Edinburgh
Slowikowski,W., Aarhus
Thieme, H., Münster
Tillmann,H.G., Münster
Vogt,D., Wuppertal
Wesselius,W., Enschede
Wloka,J., Kiel
Zelazko,W., Warschau

## Vortragsauszüge

ALBRECHT,E.: Verallgemeinerte Spektralzerlegungen.

Eine Algebra $\mathfrak{A}$ von Funktionen auf einer Menge $\Omega \subset \mathbb{C}^n$ heißt zulässig, falls sie die Polynome enthält, normal ist und falls zu jedem $f \in \mathfrak{A}$ und jedem $\omega \notin \operatorname{supp} f$ Funktionen $f_1,\ldots,f_n \in \mathfrak{A}$ existieren mit

$$\sum_{i=1}^{n} (\omega_j - z_j)\, f_j(z) = f(z) \quad \text{auf } \Omega.$$

$T = (T_1,\ldots,T_n) \in \mathcal{L}(X)^n$ ($X$ ein Banachraum) heißt $\mathfrak{A}$-skalar, falls ein Homomorphismus $\Phi: \mathfrak{A} \to \mathcal{L}(X)$ (den wir dann $\mathfrak{A}$-Funktionalkalkül für $T$ nennen) existiert mit $\Phi(1) = I$ und $\Phi(z_j) = T_j$ $(j = 1,\ldots,n)$. Das folgende Resultat entstand in Zusammenarbeit mit Herrn Frunză (Jassy):

Satz: Ist $T = (T_1,\ldots,T_n) \in \mathcal{L}(X)^n$ $\mathfrak{A}$-skalar, so ist $T$ zerlegbar und der Träger eines jeden $\mathfrak{A}$-Funktionalkalküls für $T$ stimmt mit dem Linksspektrum, dem Rechtsspektrum, dem Kommutantenspektrum und dem Spektrum im Sinne von J.L. Taylor überein.

Es wird ein Beispiel eines $\mathcal{C}^1(\mathbb{C})$-skalaren (und damit zerlegbaren) Operators auf einem Hilbertraum angegeben, der subnormal aber nicht normal ist. In Beantwortung einer Frage von Herrn Zelazko wird ein Beispiel eines n-Tupels $T$ von Operatoren angegeben, so daß das gemeinsame Spektrum von $T$ in verschiedenen $T_1,\ldots,T_n$ enthaltenden maximal kommutativen Unteralgebren verschieden ist.

BARBEY, K.: Zum Satz von Mooney für abstrakte analytische Funktionen.

Wir betrachten eine abstrakte Hardy-Algebra Situation:
Es seien $(X, \sum, m)$ ein positiver endlicher Maßraum und $H \subset L^{\infty}(m)$ eine $\sigma(L^{\infty}(m), L^{1}(m))$-abgeschlossene komplexe Teilalgebra mit $\mathbb{C} \subset H$; weiter sei $\phi: H \to \mathbb{C}$ ein multiplikatives lineares Funktional $\neq 0$ derart daß ein $F \in L^{1}(m)$ existiert mit $\phi(f) = \int fF\,dm \;\forall f \in H$.
Bekanntlich ist dann auch $M = \{ 0 \leq F \in \mathrm{Re}L^{1}(m) : \phi(f) = \int fF dm \;\forall f \in H\}$ nichtleer.

Satz: Es sei $M$ $\sigma(\mathrm{Re}L^{1}(m), \mathrm{Re}L^{\infty}(m))$-kompakt.
Es seien $F_n \in L^{1}(m)$ $(n = 1,2,\ldots)$ so daß $\lim\limits_{n\to\infty} \int f F_n\, dm$ existiert $\forall f \in H$.
Dann gibt es ein $F \in L^{1}(m)$ mit

$$\lim_{n\to\infty} \int f F_n\, dm = \int f F\, dm \;\forall f \in H.$$

Dieser Satz verallgemeinert einen Satz von Mooney (1972) und Havin (1973).

BEHNKE, H.: Stabilität des Defektindex symmetrischer Operatoren.

Die bekannten Ergebnisse von Kato, Rellich, Faris und Konrady über wesentliche Selbstadjungiertheit von symmetrischen Operatoren werden verallgemeinert und geben Stabilitätsaussagen über den Defektindex von symmetrischen Operatoren. Anwendungen auf Differentialoperatoren werden auch gegeben.

BIERSTEDT, K.-D. - MEISE, R.: Nuklearität lokalkonvexer Räume holomorpher Funktionen auf (F)-Räumen.
(Vorgetragen von R. MEISE)

Ausgehend von einem Nuklearitätsresultat von Boland und Waelbroeck (s. Vortrag von Herrn Waelbroeck auf der Tagung 1975) sowie einem Artikel von Mujica zeigen wir:

Satz 1: Sei $E$ ein metrisierbarer lokalkonvexer Raum über $\mathbb{C}$.

a) Ist $E$ nuklear (Schwartzraum), so ist für jede kompakte Menge $K$ in $E$ der Raum $H(K)$ der Keime holomorpher Funktionen auf $K$ ein (DFN)-((DFS)-)Raum.
b) Gibt es $\emptyset \neq K \subset E$ kompakt mit $H(K)$ (DFN)-((DFS)-)Raum, so ist $E$ nuklear (Schwartzraum).

Hieraus folgt für die von Nachbin eingeführte sogen. "parted topology" $\tau_\omega$ auf dem Raum $H(U)$ der holomorphen Funktionen auf einer offenen Menge $U$ :

Satz 2: Ist $E$ ein metrisierbarer nuklearer (Schwartzscher) lokalkonvexer Raum über $\mathbb{C}$ und $U \subset E$ offen, so ist $(H(U), \tau_\omega)$ ein vollständiger s-nuklearer (Schwartz-) Raum.

Indem man Resultate der Autoren über das $\varepsilon$-Produkt von (DFS)-Räumen, eine Aussage aus der Dissertation von Petzsche (Düsseldorf 1976) und einen Satz von Ramanujan und Terzioglu benutzt, kann man für die $\Lambda_\infty(\alpha)$-Nuklearität von $(H(U), \tau_\omega)$ bzw. $(H(U), co)$ auf metrisierbaren Schwartz- bzw. (F)-Räumen eine obere Schranke angeben:

Satz 3: Ist $E$ ein metrisierbarer Schwartzraum((F)-Raum), so daß für jede kreisförmige offene Menge $K$ in $E$ $(H(U), \tau_\omega)$ $((H(U), co))$ ein $\Lambda_\infty(\alpha)$-nuklearer Raum ist, so gilt für die Exponentenfolge $\alpha$ :

(*) Für jedes $N \in \mathbb{N}$ ergibt sich $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{\alpha_n}{\sqrt[N]{n}} = 0.$

Am Beispiel $E = \mathbb{C}^{\mathbb{N}}$ kann man zeigen, daß für stabile Exponentenfolgen $\alpha$ die Bedingung (*) scharf ist.

CLAUSING, A.: The CE-property of compact convex sets.

Eine kompakte, konvexe Menge heißt CE-Menge, wenn die zugehörige Schwerpunktsabbildung offen ist. CE-Mengen zeichnen sich durch ein besonders schönes Zusammenspiel ihrer topologischen und geometrischen Eigenschaften aus.
Neue Resulate von R.O'Brian, S. Papadopoulou und eigene Ergebnisse sollen das illustrieren.
Außerdem sollen Anwendungen der CE-Eigenschaft auf die Bestimmung extremaler Operatoren vorgestellt werden.

CUNTZ, J.: Stetigkeit von Halbnormen auf Operatoralgebren.

Der Beweis des folgenden Satzes soll skizziert werden.
Satz: Es sei $A$ eine involutive Algebra von Operatoren auf einem Hilbertraum, die den Funktionalkalkül aller stetigen Funktionen erlaubt und $p$ eine Halbnorm auf $A$ . Wenn $p$ auf jeder kommutativen Unteralgebra von $A$ stetig ist, so ist $p$ stetig.

Korollar 1. Ein lineares Funktional auf einer $C^*$-Algebra ist stetig genau dann, wenn es auf jeder kommutativen $C^*$-Unteralgebra stetig ist.

Korollar 2. Eine involutive Banachalgebra ist genau dann *-isomorph zu einer $C^*$-Algebra, wenn jede kommutative selbstadjungierte abgeschlossene Unteralgebra *-isomorph zu einer $C^*$-Algebra ist.

FISHEL,B.: Remarks on the structure of an irreducible partial isometry.

If $V$ is an irreducible partial isometry in the Hilbert space $H$, with deficiency index $(m:n)$, $\mathcal{R}=\{\xi : \|V^n\xi\| = \|\xi\|, n \geq 0\}$ and $\mathcal{L} = \{\xi : V^n\xi \to 0\}$ are closed subspaces of $H$ invariant under $V$, and $\mathcal{R} \perp \mathcal{L}$. We may write $H = \mathcal{L} \oplus \mathcal{P} \oplus \mathcal{R}^{(\dagger)}$ (orthogonal direct sum). $V|_{\mathcal{R}}$ is an isometry and so is a right shift, of multiplicity $\leq n$. $V|_{\mathcal{L}}$ is part of a left shift $L$(i.e. $V|_{\mathcal{L}} = L|_M$ where $M$ is $L$-invariant) of multiplicity $m$. The only possible cases of $^{(\dagger)}$ are $H = \mathcal{R}$, $H = \mathcal{L}$, $H = \mathcal{L} \oplus \mathcal{P}$, $H = \mathcal{L} \oplus \mathcal{P} \oplus \mathcal{R}$ (the latter two without trivial summands). The first two are realised by $V$ a right shift of multiplicity 1 and $V$ a left shift of multiplicity 1, respectively. $H = \mathcal{L} \oplus \mathcal{P}$ can be realised by the Cayley transform $V$ of $i\frac{d}{dt}$ with domain $\{\xi \in L_2(0,1)$; $\xi$ abs. cont. on compact subsets of $(0,1)$; $\xi' \in L_2(0,1)$; $\xi(0) = 0 = \xi(1)\} \subset L_2(0,1)$. The orthocomplement of the initial domain of $V$ is $[e^t]$.

Conjecture: $\mathcal{L} = [e^t]$, thus providing an example of a partial isometry as far removed as possible from the (effectively) only irreducible partial isometries at present concretely known.

Question: Is there a realisation of the fourth case?

The decomposition $^{(\dagger)}$ may help with classification of irreducible partial isometries.

FUCHSSTEINER,B.: Integraldarstellung von Operatoren. (Gemeinsame Ergebnisse mit I.D. Maitland Wright)

Sei $F \supset \mathbb{R}$ konvexer Kegel nach oben beschränkter reeller Funktionen auf einer beliebigen Menge $X$, und sei $V$ ein vollständiger Vektorverband.

Satz: Es ist äquivalent:

(i) Zu jedem isotonen linearen $\phi: F \to V$ existiert ein V-wertiges Maß $m$ auf $X$ bezüglich der von $F$ erzeugten $\sigma$-Algebra mit $\phi(f) \leq \int_X f \, dm$ für alle $f \in F$.

(ii) $F$ ist ein Dini-Kegel, d.h. für jede fallende Folge $f_n$ in $F$ gilt $\sup_X \inf_n f_n = \inf_n \sup_X f_n$.

Der Beweis des Satzes beruht auf zwei Hauptpfeilern. Erstens der von Fuchssteiner für den Spezialfall $V = \mathbb{R}$ bewiesenen Version des obigen Satzes. Zweitens dem folgenden Lemma

LEMMA: Sei $S$ extrem unzusammemhängend, $\phi: F \to C(S)$ ein maximaler $C(S)$-Zustand und $\psi : F \to \mathbb{R}^S$ ein maximaler $\mathbb{R}^S$-Zustand $\geq \phi$. Dann ist $\{ s \in S \mid \phi(f)(s) < \psi(f)(s) \}$ mager für alle $f \in F$.

GROSSER, M.: Strikte Topologien auf Banachmoduln.

Der Vortrag bringt Teile meiner Dissertation, die 1975/76 unter der Anleitung von Herrn Prof. Dr. J. Cigler entstand. Zunächst werden (nach F.D. Sentilles und D.C. Taylor (1)) die ß-Topologien (oder strikten Topologien) auf allgemeinen Banachmoduln definiert und einige grundlegende Eigenschaften dieser Topologien angeführt. Den Hauptteil des Vortrages bildet das 3. Kapitel der Dissertation, in dem eine spezielle Klasse von Banach-A-Moduln $V$ betrachtet wird, nämlich wo $A$ eine Teilalgebra und $V$ ein Teilraum des Raumes der beschränkten linearen Operatoren auf einem Banachraum $X$ sind. Unter gewissen Voraussetzungen für $A$ und $V$ läßt sich zeigen, daß jeder algebraische A-Modulhomomorphismus von $A$ in $V$ automatisch stetig ist. Daraus werden verschiedene Folgerungen abgeleitet.Die grundlegende Beweismethode besteht darin, daß man einer Algebra der betrachteten Art eine wohlgeordnete Familie von abgeschlossenen Teilräumen des Banachraumes $X$ zuordnet.

(1) F.D. Sentilles and D.C. Taylor, Factorization in Banach algebras and the general strict topology, Trans. AMS 142 (1969) 141-152.

HASLINGER, F.: Biorthogonal sequences in nuclear (F)-spaces.

Let $X$ be a nuclear (F)-space and $\{x_i, x_i'\}$ $(x_i \in X,\ x_i' \in X',\ i=1,2,\dots)$ a biorthogonal sequence in $X$. The elements $\{x_i\}$ constitute a basis for the subspace of $X$, which they span, if and only if the functionals $\{x_i'\}$ are equicontinous. This theorem is used for basis problems in nuclear Köthe-sequence-spaces and spaces of holomorphic functions. Let $E_r$ be the space of holomorphic functions on the open disc $|z| < r$ with the topology of compact convergence. We give a characterization for Newton's polynomials $p_n(z) = (z - x_1)\dots(z - x_n)$, ($(x_n)$ is a sequence of complex numbers inthe disc $|z| < r$), and for the functions $f_n(z) = f(c_n z)$ to form a basis in $E_r$ ($f$ is an entire function and $(c_n)$ is a sequence of distinct complex numbers with $|c_n| \nearrow \infty$). Finally we mention a dual relationship between basis and interpolation theory in nuclear (F)-spaces.

HELMBERG, G.: Ein Rochlinscher Satz für Markov-Operatoren.

Ein auf Rochlin zurückgehender Satz, der in den Entropie-Untersuchungen von Ornstein eine wesentliche Rolle spielt, besagt, daß es für eine aperiodische meßbare Transformation $T$ in einem Wahrscheinlichkeitsraum bei vorgegebenem $n \geqq 1$ und $\varepsilon > 0$ eine Menge $F$ gibt, deren Urbilder $T^{-j}F$ $(0 \leqq j \leqq n-1)$ disjunkt sind und den Raum bis auf eine Menge vom Maß $\leqq \varepsilon$ ausfüllen. Diese Aussage wird auf Markov-Operatoren in $L_\infty$ mit einer bestimmten Aperiodizitätseigenschaft übertragen.

HOLLSTEIN, R.: Einige Permanenzeigenschaften des ε-Tensorproduktes.

Im Gegensatz zum projektiven Tensorprodukt kennt man bisher nur wenige Permanenzeigenschaften des ε-Tensorproduktes. So ist z.B. das Problem von A. Grothendieck noch offen, ob das ε-Tensorprodukt $E \tilde{\otimes}_\varepsilon F$ von zwei (DF)-Räumen $E$ und $F$ ein (DF)-Raum ist.

Sind $E$ und $F$ tonnelierte (DF)-Räume oder tonnelierte metrisierbare Räume, so ist das projektive Tensorprodukt $E \otimes_\pi F$ tonneliert. Das ε-Tensorprodukt von zwei Banachräumen ist i.a. jedoch nicht mehr tonneliert. Dies ergibt sich aus dem folgenden Satz:

Satz: Ein (F)-Raum $E$ ist genau dann nuklear, wenn $E \otimes_\varepsilon \ell'$ tonneliert.

Weiterhin gilt:

Satz: Ist $E$ unendlich dimensionaler Banachraum, so ist $E \otimes_\varepsilon \ell'$ nicht abzählbar tonneliert.

Ist $E = \bigoplus_{\alpha \in I} E_\alpha$ topologisch direkte Summe von lokalkonvexen Räumen, so gilt folgende topologische Isomorphie: $(\bigoplus_{\alpha \in I} E_\alpha) \tilde{\otimes}_\varepsilon F \cong \bigoplus_{\alpha \in I} (E_\alpha \tilde{\otimes}_\varepsilon F)$, wenn $I$ abzählbar und $F$ (DF)-Raum ist (G. Köthe, Top. lin. spaces II). Dieser topologische Isomorphismus ist im Gegensatz zum projektiven Tensorprodukt nicht mehr richtig für beliebiges Indexsystem $I$ und einen normierten Raum $F$.

Sind $E$ und $F$ lokalkonvexe Räume mit Fundamentalsystemen (FS) $\mathfrak{B}$ und $\mathfrak{C}$ von beschränkten Mengen in $E$ bzw. $F$, so bilden die Mengen $(B^\circ \otimes C^\circ)^\circ$ (die Polaren jeweils genommen bzgl. der Dualsysteme $\langle E,E'\rangle, \langle F,F'\rangle$ und $\langle E \otimes F, E' \otimes F'\rangle$) für alle $B \in \mathfrak{B}$ und $C \in \mathfrak{C}$ ein FS von beschränkten Mengen in $E \otimes_\varepsilon F$, wenn $E$ und $F$ metrisierbar sind. Sind $E$ und $F$ außerdem separabel, so ist $\{\widetilde{(B^\circ \otimes C^\circ)^{\circ\varepsilon}} : B \in \mathfrak{B},\ C \in \mathfrak{C}\}$ ein FS von beschränkten Mengen in $E \tilde{\otimes}_\varepsilon F$.

Seien $E$ und $F$ entweder (F)-Räume oder vollständige (DF)-Räume. Dann liegt nach G. Köthe (Top. lin. spaces II) jede beschränke Menge $M \subset E \tilde{\otimes}_\varepsilon F$ in einer Menge $(B^\circ \otimes C^\circ)^\circ$, $B \in \mathfrak{B}$ und $C \in \mathfrak{C}$, wobei $(B^\circ \otimes C^\circ)^\circ$ die Polare in $E \tilde{\otimes}_\varepsilon F$ der Menge $B^\circ \otimes C^\circ$ $E' \otimes F'$ ist. Hieraus folgt, daß für vollständige (DF)-Räume $E$ und $F$ $E \tilde{\otimes}_\varepsilon F$ eine Fundamentalfolge von beschränkten Mengen besitzt, und daß für (FM)-Räume $E$ und $F$ $E \tilde{\otimes}_\varepsilon F$ ebenfalls ein (FM)-Raum ist.

HUFF, R.E.: Supremum attaining operators and the Radon-Nikodym property.

Banach spaces with the Radon-Nikodym Property (RNP) have many of the nice properties of reflexive spaces. I shall discuss recent characterizations of the RNP in terms of operators and functionals attaining their suprema over closed bounded sets. The following theorem, which is due to R.R. Phelps, C. Stegall, and others, gives a flavor of the results to be discussed. THEOREM: A Banach space $X$ has the RNP if and only if for every closed bounded convex set $K$ in $X$, the set

$$P(K) = \{f \in X^*: \text{there exists } k \text{ in } K \text{ with } f(k)=\sup f(K)\}$$

contains a dense $G_\delta$ subset of the dual space $X^*$. This should be compared with the Bishop-Phelps theorem that for any space $X$, $P(K)$ is always dense in $X^*$, and with the James theorem that $X$ is reflexive if and only if $P(K) = X^*$ for every $K$.

SŁOWIKOWSKI, W.: The use of Wick algebras in analysis in infinitely many dimensions.

We prove a simple approximation lemma for the so-called symmetric Wick algebras - axiomatized symmetric tensor algebras of Segal. This Lemma while interpreted in the Wiener polynomial chaos realization helps to remove most of combinatorics from the proof of Nelson's best $L^p$ by $L^2$ estimates for even $p$ (cf. E. Nelson, J. Funct. Anal. 12 (1973) 211 - 227, and B. Simon, Proc. Amer. Math. Soc. 55 (1976) 376-378).

The same Wick algebras yield the multiple Wiener stochastic integration as the second quantization of the single Paley-Wiener-Zygmund stochastic integration. As a consequence, we obtain Ito's formula representing the multiple Wiener integral by means of Hermite polynomials (cf. K. Ito, J.Math.Soc.Jap. 3 (1952) 157-169).

The Rademacher-Walsh chaos yields antisymmetric probabilistic realization alternative to that of Gross (J.Funct.Anal. 10 (1972) 52 - 109). Here we also have the best $L^p$ by $L^2$ estimates for even $p$ starting from the well-known Khinchin inequality. We verify that in certain important cases, the antisymmetric second quantization is double Markovian.

KABALLO, W.: $\varepsilon$-Tensorprodukte und Lifting vektorwertiger Funktionen.

Es seien $E,Q$ lokalkonvexe Räume und $\pi: E \to Q$ eine lineare, stetige und surjektive Abbildung. Es sei $\Lambda$ eine Menge und $\mathcal{F}(\Lambda,Q)$ bzw. $\mathcal{G}(\Lambda,E)$ seien Räume Q- bzw. E-wertiger Funktionen auf $\Lambda$. Wir geben Bedingungen an die Funktionenräume bzw. an die Surjektionen $\pi: E \to Q$ an, unter denen jede Funktion $f \in \mathcal{F}(\Lambda,Q)$ ein Lifting $g \in \mathcal{G}(\Lambda,E)$ besitzt, d.h. daß $\pi g(\lambda) = f(\lambda), \lambda \in \Lambda$, gilt. Ein wesentliches Hilfsmittel dabei ist das $\varepsilon$-Tensorprodukt; Nuklearität der vorkommenden Räume wird nicht benötigt. Die Spezialisierung der verwendeten Methoden auf konkrete Fälle, liefert Liftingsätze für stetige, Lipschitz-stetige und $C^k$-Funktionen, für holomorphe Funktionen mit stetigen Randwerten oder mit vorgeschriebenem Randwachstum sowie für weitere Funktionenklassen.

KY FAN: Extension of invariant linear functionals.

Let $E$ be a locally convex topological vector space, and let $S$ be a semigroup of continuous linear maps of $E$ into itself. A continuous linear functional $\phi \neq 0$ on $E$ is called a direction of deflation for $S$, if for every circled, convex, $\sigma(E,E')$-compact set $C$ in $E$, there is a $u \in S$ such that $u(C) \subset \{x \in E: |\phi(x)| \leq 1\}$. $S$ is said to be non-deflating if no direction of deflation exists. Results on extension of continuous linear functionals invariant under a non-deflating semigroup will be discussed.

LOSERT, V.: Dualität von Funktoren und Operatorenideale.

Die von Mitjagin-Schwartz begründete Dualitätstheorie wird auf Funktoren, die durch Operatorenideale definiert sind, angewendet. In verschiedenen Fällen kann der duale Funktor wieder mit einem Operatorenideal identifiziert werden und es ergeben sich Zusammenhänge zu Begriffsbildungen von A. Pietsch.

LUMER, G.: Holomorphic semigroups, $L^2$ solutions and regular solutions of evolution equations.

We consider the Cauchy problem in the setup of local operators A on a locally compact Hausdorff space $\Omega$ , as defined in: [G. Lumer, "Problème de Cauchy...", Annales Inst. Fourier, t. 25 (1975), p. 409 - 446] in particular in the context and under the hypothesis of section 5 of that paper. We can now (joint work with L. Paquet) tell exactly when the solution semigroups for the Cauchy problem (C.P.), are holomorphic:

THEOREM: Assuming the C.P. is solvable for $\Omega$ , then the solution s.g. are holomorphic (with fixed constants) for all relatively compact non empty open V for which solution exists, iff the solution s.g. for $\Omega$ is holomorphic.

We also compare, under suitable hypothesis, the sup norm Cauchy problem and the $L^2$ Cauchy problem, and under weak symetry and "negativity" assumptions show that $A_V$ , V open, is symetric negative hence with negative self adjoint expansion; and we link this with spectral theory.

MERTINS,U.: Duale Eigenschaften von Schauder Basen.

Es bezeichne E einen lokalkonvexen tonnelierten Raum mit einer Schauder Basis $\{x_i\}$ und zugehöriger Folge $\{f_i\} \subset E'$ von Koeffizientenfunktionalen. Bei geeigneter Wahl eines Systems $\mathcal{P}$ von Halbnormen p , die die Topologie von E erzeugen, ist $\{f_i p(x_i)\} \subset E'(U^o)$, wobei

$U = \{x \in E : p(x) \leq 1\}$, $p \in \mathcal{P}$. Für $f \in H_p := \overline{LH\{f_i p(x_i)\}} \subset E'(U^o)$

konvergiert die Basisdarstellung $S_n' f := \sum_{i=1}^{n} f(x_i) f_i$ im Banachraum $E'(U^o)$ gegen f . Der induktive Limes $G := \bigcup_{p \in \mathcal{P}} H_p$ der Banachräume $H_p$ hat $\{f_i\}$ als Schauder Basis und ist topologieerzeugend für E , d.h. $p(x) = \sup\{|f(x)| : x \in U^o \cap G\}$ für $p \in \mathcal{P}$. Bei Betrachtung der Dualsysteme (E,E') und (G,G') , die durch die Inklusionen $G \subset E'$ und $E \subset G'$ sowie durch das Biorthogonalsystem

$\{x_i, f_i\}$ verknüpft sind, lassen sich die Topologien von $E$ bzw. $G$ bestimmen als die Spurtopologien von $\beta(G',G)$ bzw. $\beta(E',E)$. $H := \overline{LH\{f_i\}} \subset E'_\beta$ erweist sich als die vollständige Hülle $\tilde{G}$ von $G$. Damit ist $H$ ein tonnelierter Raum mit $\{f_i\}$ als Schauder Basis. Mit Hilfe des Raumes $G$ lassen sich die Basiseigenschaften fallend und beschränkt vollständig (sie sind notwendig und hinreichend für die Reflexivität von $E$) charakterisieren.

MICHALIČEK, J.: Eine Spektraldarstellung für Banachalgebren.

Es wird folgender Satz behandelt:

Satz 1: Es sei $\mathfrak{A}$ eine halbeinfache Banachalgebra, die von einem Element rational erzeugt wird, dessen Spektrum $S \subset \mathbb{C}$ die Eigenschaft $\bar{\mathring{S}} = S$ besitzt und $\mathring{S}$ zusammenhängend ist. Dann gibt es eine holomorphe Abbildung $M: \mathring{S} \to C(S)$, so daß die Gelfandtransformierte $\hat{B}$ eines beliebigen Elementes $B \in \mathfrak{A}$ folgende Darstellung besitzt:

$$\hat{B} = 2i \int_{\mathring{S}} \hat{B}(\lambda)\, \overline{M(\lambda)}\, \phi(\lambda)\, \frac{\partial G_{z_0}(\lambda)}{\partial \lambda}\, dF \qquad z_0 \in \mathring{S}.$$

Dabei ist $G_{z_0}(\lambda)$ die Greenfunktion von $\mathring{S}$ und $\phi \in H(S)$, so daß $\phi(\lambda)\, \frac{\partial G_{z_0}(\lambda)}{\partial \lambda} \in P(\mathring{S})$ und $\phi(\lambda) \neq 0 \;\forall\, \lambda \neq z_0$. Das Integral ist in einem schwächeren Sinne als das von Pettis zu verstehen.

$M$ hat zusätzlich gewisse Invarianzeigenschaften. $M$ hängt i.A. von dem erzeugenden Element und von der Funktion $\phi$ ab. Es gilt folgender

Satz 2: 1) $\Phi\, M_{A,\phi} = \Phi_1 M_{A\phi_1}$

2) $M_{A,\phi} = M_{B,\phi}\, \frac{\partial \hat{b}}{\partial \hat{a}}$.

Dabei ist $\Phi$ der Operator, der erzeugt wird durch die Multiplikation mit $\phi$.

NEUMANN, M.: Varianten zum Konvergenzsatz von Simons und Anwendungen in der Choquettheorie.

Zunächst wird ein von S. Simons [Pacific J. Math. 1972] angegebenes Konvergenzkriterium in die Situation oberhalbstetiger Funktionen auf einem kompakten Raum übertragen. Durch Kombination mit einer elementaren Hahn-Banach-Variante ergibt sich zum einen sofort eine neue allgemeine Version des Satzes von Choquet-Bishop-de Leeuw in der abstrakten Situation der Choquettheorie. Zum anderen erhält man eine Reihe nützlicher Charakteresierungen der $F_\sigma$-Obermengen des Choquetrandes. Beispielsweise gilt für einen punkttrennenden und die Konstanten enthaltenden Kegel $T$ von oberhalb stetigen Funktionen auf einem kompakten Hausdorffraum die folgende Verallgemeinerung des Satzes über die Existenz des Shilovrandes: Eine $F_\sigma$-Menge $Y$ umfaßt den Choquetrand zu $T$ genau dann, wenn alle abzählbaren Konvexkombinationen von gleichmäßig nach oben beschränkten Folgen aus $T$ ihr Maximum bereits auf $Y$ annehmen. Eine der direkten Anwendungen dieser Theorie ist die Verallgemeinerung des Rieszschen Darstellungssatzes für Dinikegel von B. Fuchssteiner [Arch. Math. to appear].

NÜRNBERGER, G.: Schwache Tschebyscheff-Systeme und stetige Schnitte für die metrische Projektion.

Für einen n-dimensionalen Teilvektorraum $G$ eines normierten Raumes $E$ sei $P: E \to 2^G$ die metrische Projektion, definiert durch $P(f) = \{g_o \text{ in } G : \|f-g_o\| = d(f,G)\}$ für alle $f$ in $E$. Eine stetige Abbildung $s: E \to G$ heißt stetiger Schnitt für die metrische Projektion, falls $s(f)$ aus $P(f)$ ist für alle $f$ in $E$.

Es wird gezeigt, daß für einen n-dimensionalen Teilvektorraum $G$ von $C[a,b]$ ein stetiger Schnitt für die metrische Projektion existiert, falls jedes $f$ in $C[a,b]$ genau ein Alternantenelement $g_f$ besitzt, d.h. ein $g_f$ aus $P(f)$, so daß $a \leq x_o < \ldots < x_n \leq b$ existieren mit $\varepsilon(-1)^i (f-g_f)(x_i) = \|f-g_f\|$, $i=0,\ldots,n$, $\varepsilon = \pm 1$. Diese Bedingung ist genau dann erfüllt, falls $G$ ein n-dimensionaler schwach tschebyscheffscher Teilvektorraum ist mit der Eigenschaft, daß jedes $g$ in $G$, $g \neq 0$, höchstens $n$ verschiedene Nullstellen besitzt. Daraus folgen Resultate von Lazar, Morris und Wulbert für $n = 1$ und von Brown für $n = 5$.

Die Splinefunktionen $S_{n,k}$ in $C[a,b]$ lassen einen stetigen Schnitt für die metrische Projektion auf $S_{n.k}$ genau dann zu, falls die Anzahl der $k$ festen Knoten kleiner oder gleich ist dem Grad $n$ der Splinefunktionen.

OLIVERI, U.: <u>Pure states in ordered locally convex spaces.</u>
AIENA, P.:

<u>Introduction:</u> Recently G. Maltese [1] introduced the concept of a pure state in a Banach space and obtained, via an extension theorem for pure states, an extension result for maximal ideals in Banach involution algebras. What we do in this paper, is to show that in the case of real Banach spaces the methods and the concepts used by G. Maltese are essentially dependent on an order structure. In addition it is possible to consider states in a more general topological situation than the norm topology, i.e. in a locally convex Hausdorff topology.

In this context we obtain an extension theorem for maximal convex ideals in real ordered Banach algebras with positive cones having non-empty interior.

RODÈ, G.: <u>Stützende lineare Funktionale und schwache Kompaktheit.</u>

Wir starten mit einer Verschärfung des Konvergenzsatzes von Simons:
<u>Lemma:</u> $\Theta : \ell_1^+ \to \mathbb{R}$ sei sublinear. <u>Dann</u> existiert zu jedem $c > 0$ eine Folge $(q_1, q_2, \ldots)$ in $\ell_1^+$ mit $\| q_n \| = 1$, $q_n^k = 0 \; \forall \; 1 \leq k < n$ und:
Ist $p: \ell_1^+ \to \mathbb{R}$ sublinear, $p \leq \Theta$ & $p(q_1) = \Theta(q_1)$, so gilt $p(q_n) \geq \Theta(q_1) - c \; \forall \; n \in \mathbb{N}$.

Das ermöglicht einen einheitlichen Beweis diverser Ergebnisse über schwach kompakte Teilmengen TVR. Zum Beispiel der folgenden Kombination des Grothendieckschen Doppellimes-Kriteriums mit dem

Satz von James:

<u>Satz:</u> Es sei $E$ ein vollständiger lokalkonvexer TVR, $X \subset E$ beschränkt. Zu jedem $\phi \in E'$ existiere eine Folge $(x_1, x_2, \ldots)$ in $X$ mit

($\mathfrak{J}$) $\phi(x_k) \to \sup \phi(X)$

($\mathfrak{G}$) $(x_1, x_2 \ldots)$ erfüllt die Doppellimes-Bedingung.

Dann ist $X$ relativ schwach kompakt.

Zum Beweis definieren wir uns eine Abbildung $j: \ell_1^+ \to E'$ und wenden das Lemma an auf

$$\Theta : \Theta(q) = \sup \phi(X)$$

$$p : p(q) = \limsup_k \phi(x_k),$$

wobei $\phi = j(q)$ und $(x_1, x_2, \ldots)$ eine geeignete Folge in $X$.

RUESS, W.: <u>Strikte Topologien und verallgemeinerte (DF)-Räume.</u>

Es wird eine Klasse lokalkonvexer Räume ((g-DF)-Räume) definiert, die 1. die Klasse der (DF)-Räume und
2. alle Räume mit strikter Topologie (im Sinne von R.C. Buck) umfaßt.

Viele der wesentlichen Eigenschaften von (DF)-Räumen (quasinormabel, Kompaktheit stetiger linearer Abbildungen usw.) werden auch für (g-DF)-Räume nachgewiesen.

Damit ergeben sich ein neuer Zugang und neue Resultate zu konkreten Problemstellungen bei strikten Topologien auf Funktionenräumen, etwa auf $C_b(S)$, $S$ vollständig regulär Haussdorff, und auf dem Raum $H^\infty(G)$ der beschränkten holomorphen Funktionen auf $G, G \subset \mathbb{C}$ ein Gebiet (strikte Topologien sind quasi-normabel; kein Raum mit strikter Topologie ist nuklear (sofern unendlich-dimensional)).

Weiter werden einige neue Formen des Graphensatzes gegeben, die ebenfalls die Beantwortung von Fragestellungen in Räumen mit strikter Topologie ermöglichen.

SINCLAIR, A.M.: Bounded Approximate Identities.

A Cohen factorization theorem $x = a^t \cdot x_t$ $(t > 0)$ is stated for a Banach algebra $A$ with a bounded approximate identity, where $t \to a^t$ is a continuous one parameter semigroup in $A$. This theorem is used to show that a separable Banach algebra $B$ has a bounded approximate identity bounded by 1 if and only if there is a homomorphism $\theta$ from $L^1(\mathbb{R}^+)$, where $\mathbb{R}^+ = (0,\infty)$, into $B$ such that $\|\theta\| = 1$ and $\theta(L^1(\mathbb{R}^+))B = B = B\,\theta(L^1(\mathbb{R}^+))$.

THIEME, H.: Eine Anwendung monotoner, konkaver Abbildungen auf biologische und medizinische Probleme: Pandemieschrankentheoreme.

Wir betrachten eine Gleichung $v = AF([v - m]_+) + v_o$. Die Lösung $v$ wird in $\bar{M}_+ = \{u : \mathbb{R}^n \to [0,\infty],\ u \text{ meßbar}\}$ gesucht. $v_o, m$ sind stetig, $A$ ist linear auf $\bar{M}_+$ (d.h. $A(\alpha u + \beta v) = \alpha Au + \beta Av$, $\alpha, \beta \geq 0$) und monoton wachsend, $F$ ist monoton wachsend und konkav. Die Gleichung beschreibt den (zeitlichen) Endzustand der räumlichen Ausbreitung einer Epidemie. Wir interessieren uns dafür, wieweit die Epidemie sich ausbreitet, ob sie nur eine lokale oder eine globale Wirkung erzielt. Angestrebt wird eine Verallgemeinerung von D.A. Kendalls "pandemic threshold theorem" (1957), das man folgendermaßen formulieren kann. Ist die Bevölkerungsdichte niedriger als eine bestimmte Schranke, so hat die Epidemie nur lokale Wirkung; ist die Bevölkerungsdichte größer als die Schranke, so ist die Wirkung global.

ZELAZKO,W.: An axiomatic approach to joint spectra.

I propose an axiomatic definition of (joint) spectra and subspectra of subsets of a Banach algebra, consisting of pairwise commuting elements. The most essential axiom is the spectral mapping property for polynomial maps. Examples for the above concepts are: The Taylor spectrum, the left and right spectrum and their union, the approximative point spectrum and the defect spectrum (the commutant and the bicommutant spectra fail to be spectra in the above sense).

It is given a functional representation of spectra, the existence of the largest spectrum and the minimal spectra and subspectra. There are given also some criteria for the existence of a unique spectrum.

ISTRATESCU, V.J.: Köthe summing operators.

Let $\rho$ be a Köthe norm which has the Riesz-Fischer property and let $T$ be a linear operator defined on a Banach space $L$ with values in a Banach space $L_1$. The operator $T$ is called $\rho$-Köthe absolutly summing if there exists a measure $\mu$ on the Borel sets of the unit ball of $L$ and a Köthe norm $\rho$ with Riesz-Fischer property associated with $\mu$ such that

$$Tx \leq \rho(\langle x^*, x \rangle) .$$

We remark that when $\rho(f) = (\int |f|^p \cdot d\mu)^{1/p}$ this class is exactly the class considered by Pietsch and named absolutely p-summing operators. Also when $\rho$ is a Lorentz norm this class of operators gives operators studied recently under the name $(p,q,r)$ absolutely summing operators.

Further we give results concerning the following problem: If $T$ is of $\rho$-Köthe type then what are the additional conditions for $\rho$ under which $T$ is p-absolutely summing for some $p$ ? We give the answer in terms of indexes for Köthe spaces (which represents the generalization of indices of Matuszenska-Orlicz).

Also we consider the spaces of functions of bounded variation of order $p$ (weak and strong) and using these we obtain a characterization of absolutely p-summing operators. This suggests also the extension to $\lambda$-summing operators on a Köthe space $\lambda$. We define the Köthe $\lambda$-variation of a function on $[0,1]$ (weak and strong) and we obtain the characterization of $\lambda$-summing operators. Also we consider the class of operators in connection with the problem of conjugates.

In this report we consider what we call strongly Köthe summing operators. Also some possible new approaches to locally convex spaces are indicated.

VOGT, D.:

"Charakterisierung der Quotientenräume von s und eine Vermutung von Martineau"

Es wird zunächst eine vollständige Charakterisierung derjenigen nuklearen (F)-Räume E angegeben, die isomorph sind einem Quotientenraum bzw. einem projizierten Unterraum von s. Sei $U_1 \supset U_2 \supset \dots$ eine Nullumgebungsbasis.

<u>Definition</u>: E hat Eigenschaft $(\Omega)$, falls folgendes gilt: Zu jedem p existiert q, sodaß es zu jedem k ein n und $C > o$ gibt mit

$$U_q \subset C r^n U_k + \frac{1}{r} U_p \quad \text{für alle } r > o .$$

<u>1. Satz</u>: E ist isomorph einem Quotientenraum von s, genau dann, wenn E die Eigenschaft $(\Omega)$ hat.

<u>2. Satz</u>: E ist isomorph einem projizierten Unterraum von s genau dann, wenn E die Eigenschaften (DN) (siehe Vortrag Okt. 75) und $(\Omega)$ hat, d.h. wenn E isomorph einem Unterraum und isomorph einem Quotientenraum von s ist.

Anwendung auf Köthesche Folgenräume ergibt anschauliche Kriterien, die es u.a. erlauben, Gegenbeispiele anzugeben gegen die Vermutung von Martineau, daß jeder nukleare (F)-Raum Quotient von s sei. Mittels einer Modifizierung von Bedingung $(\Omega)$ läßt sich diese Widerlegung folgendermaßen verschärfen:

<u>3. Satz</u>: Es gibt keinen nuklearen (F)-Raum $E_o$, so daß jeder nukleare (F)-Raum Quotient von $E_o$ ist.

Die vorgetragenen Ergebnisse sind in einer gemeinsamen Arbeit von D. Vogt und M.J. Wagner enthalten.

G. Janssen (Braunschweig)