MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT OBERWOLFACH

Math. Forschungsinstitut Oberwolfach
E 20 / 01612

Tagungsbericht 36/1978

Komplexe Analysis

27.8. bis 2.9.1978

Die diesjährige Tagung über Komplexe Analysis stand wieder unter der Leitung von H.Grauert (Göttingen), R.Remmert (Münster) und K.Stein (München). 48 Mathematiker aus 7 Ländern vermittelten in 26 Vorträgen und anschließenden Diskussionen ein umfassendes Bild über den gegenwärtigen Stand der Forschung in der Funktionentheorie mehrerer Veränderlicher. Besonders viele Gäste aus Amerika konnten diesmal begrüßt werden und natürlich auch wieder die Freunde aus dem benachbarten Frankreich. Die nächste Tagung über Komplexe Analysis soll bereits im kommenden Jahr stattfinden, dann aber unter dem spezielleren Thema "Komplex-projektive Geometrie" stehen.

Teilnehmer

R.Axelsson, Reykjavik
D.Barlet, Nancy
P.Le Barz, Nizza
E.Bedford, Princeton
J.Bingener, Regensburg
J.Brun, Nizza
D.M.Burns Jr., Ann Arbor
D.Catlin, Princeton
A.M.Chollet, Orsay
M.Commichau, Göttingen
K.Diederich, Wuppertal
G.Dloussky, Marseille
P.Dolbeault, Paris
A.Duma, Bochum
R.Dwilewicz, Warschau
G.Elencwajg, Nizza
G.Fischer, München
J.E.Fornaess, Princeton
O.Forster, Münster
K.Fritzsche, Göttingen

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft
©

H.Grauert, Göttingen
S.Hayes, München
A.Hirschowitz, Nizza
H.Holmann, Fribourg
C.Horst, München
A.Huckleberry, Notre Dame
K.Hulek, Erlangen
K.Knorr, Regensburg
J.J.Kohn, Princeton
B.Kramm, Bayreuth
N.Kuhlmann, Essen
I.Lieb, Bonn
J.Maurer, München
K.J.Ramspott, Mannheim
M.Range, Albany
R.Remmert, Münster
M.Schneider, Göttingen
M.Schottenloher, München
G.Schumacher, Münster
H.W.Schuster, München
Y.-T.Siu, New Haven
A.J.Sommese, Ithaca
K.Stein, München
W.Stoll, Notre Dame
W.Thimm, Kaiserslautern
G.Trautmann, Kaiserslautern
A.van de Ven, Leiden
K.W.Wiegmann, Duisburg

Vortragsauszüge

Y.-T. SIU: An example of a compact Kähler surface of negative sectional curvature whose universal covering is not the ball

We present an example, recently obtained jointly with G.D.Mostow, of a compact Kähler surface S of negative sectional curvature whose universal covering is not biholomorphic to the 2-ball and discuss its significance in the context of uniformization theory for high-dimensional complex manifolds. The surface S is obtained in the following way. We start with an explicitly constructed subgroup Γ of automorphisms of the 2-ball B which is not discrete but "almost discrete" in some sense. Then we construct a complex manifold Y and a holomorphic map $Y \to B$ which locally is either biholomorphic or branched over some complex line in B so that the action of Γ on B corresponds to the

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

action on Y of a discrete subgroup $\tilde{\Gamma}$ of Aut Y. The surface S is the quotient of Y with respect to a subgroup of finite index in $\tilde{\Gamma}$. To show that the universal covering of S is not biholomorphic to B, we calculate the Chern numbers c_1^2 and c_2 and verify that $c_1^2 \neq 3c_2$. The Kähler metric on S is constructed by piecing together local potential functions coming from the Bergmann kernel functions of B and the domain $\{|z|^2 + |w|^{2m} < 1\}$ in $\mathbb{C}^2$ for some suitable m.

E. BEDFORD: Complex Monge-Ampère Equation

We discuss some joint work with B.A.Taylor concerning the operator

$$M\,u = \det\left(\frac{\partial^2 u}{\partial z_i \partial \bar{z}_j}\right).$$

We show that the Dirichlet problem is well posed for this operator on strongly pseudoconvex domains. Two variational principles for this operator are given. One is a Dirichlet Principle: the solution to the homogeneous Dirichlet problem for M may be obtained by minimizing the L^2 - norm of ∇u over the class of plurisubharmonic functions with given boundary values. The other involves the computation of an intrinsic norm on homology classes.

D.M. BURNS, JR.: Charakterisierung von $\mathbb{C}^n$ durch Lösungen einer Monge-Ampèreschen Gleichung

Sei M eine komplexe Mannigfaltigkeit und $\tau : M \to \mathbb{R}^+$ eine eigentliche streng-plurisubharmonische Funktion. Wenn $(dd^c \log \tau)^n = 0$ $(n = \dim M)$, dann gibt es eine biholomorphe Abbildung $\Phi : M \to \mathbb{C}^n$, so daß $\Phi^* |z|^2 = \tau$ gilt.

W. STOLL : Strictly parabolic manifolds

The open ball of radius r and with center 0 in $\mathbb{C}^m$ is denoted by $\mathbb{C}^m(r)$. Let M be a connected, complex manifold of dimension m. Let $\tau : M \to \mathbb{R}$ be a non-negative function of class C^∞. Define $\Delta = \sup_M \sqrt{\tau}$. Assume that $\tau < \Delta^2$ on M. Suppose that

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

$$M[r] = \{x \in M \mid \tau(x) \leqq r^2\}$$

is compact for each $r \geqq 0$ with $r < \Delta$. If $dd^c\tau > 0$ on M and if $dd^c \log \tau \geqq 0$ and $(dd^c \log \tau)^m = 0$ on $M \setminus M[0]$, then there exists a biholomorphic map $h : \mathbb{C}^m(\Delta) \to M$ such that $\tau(h(z)) = |z|^2$ for all $z \in \mathbb{C}^m(\Delta)$. This result was obtained with contributions by Daniel Burns.

A.M. CHOLLET : Peak sets for A(D) and $A^\infty(D)$

Let D be a bounded strictly pseudoconvex domain in $\mathbb{C}^n$ with C^∞ boundary and A(D) the class of functions analytic in D and continuous in $\bar{D}$. For A(D), the notions of peak sets and boundary zero sets are equivalent. It is no longer true for $A^\infty(D)$, the class of functions analytic in D and continuous with all their derivatives in $\bar{D}$. We give geometric conditions for a boundary set E to be a zero set for $A^\infty(D)$. An important role is played in this study by submanifolds M of ∂D whose tangent space $T_p(M)$ lies in the maximal complex subspace of $T_p(\partial D)$ for every p belonging to M. Other metric conditions are given for E to be a zero set for $A^\infty(D)$.

J.J. KOHN : Invariants of pseudo-convex hypersurfaces

If $S \subset \mathbb{C}^n$ is a pseudo-convex hypersurface then for $x \in S$ we associate a doubly indexed sequence $I_k^q(x)$ of ideals of germs of functions. These ideals measure the order of contact that q-dimensional varieties through x can have with S. These ideals also control the boundary behaviour of solutions of the $\bar{\partial}$-Neumann problem and the $\bar{\partial}$-problem.

K. DIEDERICH : Pseudokonvexe Gebiete mit reell-analytischen Rändern

Es werden notwendige und hinreichende Bedingungen für die Existenz komplex-analytischer Mengen in pseudokonvexen, reell-analytischen Hyperflächen angegeben. Als Konsequenzen ergeben sich u. a. die Existenz Steinscher Umgebungsbasen sowie (in Verbindung mit Resultaten von J.J. Kohn) die Existenz globaler subelliptischer Abschätzungen für das $\bar{\partial}$-Neumann-Problem für beschränkte pseudokonvexe Gebiete mit reell-analytischem Rand in $\mathbb{C}^n$.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

R.M. RANGE : The Carathéodory metric and holomorphic maps on a class of weakly pseudoconvex domains

The boundary behavior of proper holomorphic maps between two smoothly bounded pseudoconvex domains in $\mathbb{C}^n$ is studied by means of the Carathéodory metric. The Hölder continuity of such maps is proved in case the image domain satisfies some technical conditions. These conditions are satisfied, for example, by strictly pseudoconvex domains, in which case the results are well known, and by convex domains with real analytic boundary.

J. BRUN : Quelques fibrés de rang deux sur $\mathbb{P}_2(\mathbb{C})$

Let $\mathcal{J} \in \mathrm{Hilb}^n(\mathbb{P}_2)$ and $\mathcal{E}_{\mathcal{J}}$ be the set of isomorphism classes of 2-bundles E such that there exists a section s of E with $\{s = 0\} = \mathcal{J}$. I describe $\mathcal{E}_{\mathcal{J}}$ when n = 1, 2, and for some types of $\mathcal{J}$ when n = 3, 4.

K. HULEK : Stabile Rang-2-Bündel auf $\mathbb{P}_2$ mit c_1 ungerade

Hier wird das Klassifikationsproblem für stabile Rang-2-Bündel F mit $c_1(F) = -1$, $c_2(F) = n$ behandelt. Diese Bündel können mit Hilfe einer Monade der Form

$$H^1(F(-2)) \otimes \mathcal{O}(-1) \xrightarrow{a} H^1(F(-1)) \otimes T(-2) \xrightarrow{c} H^1(F) \otimes \mathcal{O}$$

konstruiert werden. Diese Monade ist im wesentlichen eindeutig und reflektiert die Dualität $F \otimes F \to \Lambda^2 F = \mathcal{O}(-1)$. Die Abbildung c kann als Multiplikationsabbildung

$$H^1(F(-1)) \otimes \Gamma(\mathcal{O}(1)) \to H^1(F)$$

identifiziert werden. Hiervon ausgehend, bekommt man eine Beschreibung des Modulraumes $M(-1,n)$.

Die Rolle, die der Divisor der Sprunggeraden im Fall $c_1(F) = 0$ spielt, wird hier von der Kurve

$$C(F) := \{L \in \mathbb{P}_2^\vee : h^0(F|L^2) \neq 0\}$$

übernommen. Dabei bedeutet L^2 die erste infinitesimale Umgebung von L. C(F) hat Grad 2n-2. Man bekommt eine detaillierte Beschreibung von $M(-1,2)$ und $M(-1,3)$, ebenso wie Ergebnisse über die Sprunggeraden.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

G. ELENCWAJG : Uniforme Bündel auf $\mathbb{P}_2$

1) Definition von uniformen Bündeln und Beispiel eines nicht uniformen Bündels.

2) Ergebnisse über das Problem: Wann ist ein uniformes Bündel homogen?

3) Ein Beispiel von einer Familie von uniformen, nicht homogenen 4-Bündeln auf $\mathbb{P}_2$.

C. HORST : Ein Projektivitätskriterium für Bilder projektiv-algebraischer Räume

Sei X projektiv, Y normal mit diskreter Singularitätenmenge, und sei $\varphi : X \to Y$ eine surjektive holomorphe Abbildung mit konstanter Faserdimension.

Dann ist Y projektiv.

A.J. SOMMESE : Hyperplane sections of projective surfaces

In an attempt to understand the adjunction process and classical results of Castelnuovo and Enriques on hyperelliptic hyperplane sections of projective surfaces, I ask 3 questions:

Let L be a very ample holomorphic line bundle on a smooth connected projective surface, X. Let g be the genus of a smooth hyperplane section of X, via the embedding of X in some $\mathbb{P}_N$ given by $\Gamma(L)$.

Question A: When is $K_X \otimes L$ spanned by $\Gamma(K_X \otimes L)$?

Question B: What is the structure of the map, which I call the adjunction mapping, associated to $\Gamma(K_X \otimes L)$, when $\Gamma(K_X \otimes L)$ spans $K_X \otimes L$?

Question C: How can this mapping be used to study the pair (X,L) ?

The answers turn out to be quite nice! I will discuss these answers and as one application "classify" pairs (X,L) where $g \leq 4$.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

P. LE BARZ : Une courbe gauche avec -4 quadrisécantes

Lorsqu'une courbe C de $\mathbb{P}^3$ admet une infinité de quadrisécantes, la formule classique donnant le nombre de quadrisécantes en fonction du degré et du genre ne s'applique évidemment plus. Si on définit cependant ce nombre comme d'intersection, dans le schéma de Hilbert, entre la variété des quadruplets de points alignés et la variété des quadruplets situés sur C, on trouve par exemple -4 quadrisécantes pour une courbe de bidegré (4,4) située sur une quadrique. Comme c'est le nombre obtenu par la formule classique, ceci laisse supposer que la formule puisse s'appliquer dans tous les cas.

A. DUMA : Invariante holomorphe Differentiale auf kompakten Riemannschen Flächen

Sei X eine kompakte Riemannsche Fläche vom Geschlecht $g \geqq 2$ und h ein Automorphismus von X von Primordnung N mit $t \geqq 0$ Fixpunkten. Sei $k \geqq 2$ und $d \geqq 0$, $0 \leqq \bar{k} \leqq N-1$ mit $k = N \cdot d + \bar{k}$. $\tilde{X}$ bezeichne die Quotientenfläche X/h und $\tilde{g}$ sei ihr Geschlecht; $\pi : X \to \tilde{X}$ sei die kanonische Projektion. $\Omega^k(X)$ (bzw. $\Omega^k(\tilde{X})$) sei der $\mathbb{C}$-Vektorraum aller holomorphen k-Differentiale auf X (bzw. $\tilde{X}$). $R^k(h)$ bezeichne den von h induzierten Automorphismus des Vektorraumes $\Omega^k(X)$. Es gibt eine Basis von $\Omega^k(X)$, bzgl. welcher dem $R^k(h)$ eine Diagonalmatrix entspricht; auf der Diagonale befinden sich Potenzen von $\mu = \exp(2\pi i/N)$. Mit n_j $(0 \leqq j \leqq N-1)$ bezeichne man die Vielfachheit von μ^j in dieser Diagonale, d.h. die Dimension des Untervektorraumes $\{\omega \in \Omega^k(X) : R^k(h)(\omega) = \mu^j \cdot \omega\}$. Insbesondere ist n_o die Dimension des Untervektorraumes der h-invarianten, holomorphen k-Differentiale auf X.

Es gilt:

I) Ist $t \neq 0$, so ist $n_o = \begin{cases} (2k-1)(\tilde{g}-1) + t(k-d-1) & \text{falls } \bar{k} \neq 0 \\ (2k-1)(\tilde{g}-1) + t(k-d) & \text{Falls } \bar{k} = 0 \end{cases}$

Ist n_{j_o} von Null verschieden, so gilt:

$$(2k-1)(\tilde{g}-1) + \frac{N-1}{N} \cdot t \cdot (k-1) \leqq n_{j_o} \leqq (2k-1)(\tilde{g}-1) + \frac{N-1}{N} \cdot t \cdot k \quad .$$

II) Ist $t = 0$, so ist $\tilde{g} \geqq 2$ und $N = \frac{g-1}{\tilde{g}-1}$.

Für alle j, $0 \leqq j \leqq N-1$ gilt: $n_j = (2k-1)(\tilde{g}-1)$.

Dabei wird der Fall "$k = g = 2$" und "h = die kanonische Involution von

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

X" ausgeschlossen; dies ist keine Einschränkung, da in diesem Fall alles bekannt ist. Als Anwendungen dieses Ergebnisses zum Studium der Automorphismengruppen einer kompakten Riemannschen Fläche X vom Geschlecht $g \geqq 2$:

a) Besitzt der Automorphismus h von Primordnung N einen Fixpunkt, so besitzt h mindestens einen weiteren Fixpunkt;

b) Ist h eine Involution mit t Fixpunkten, so ist jeder Fixpunkt von h ein k-Weierstraß-Punkt für alle $k \geqq 2$, falls g ungerade oder $t \geqq 3$ gilt;

c) Ist h ein Automorphismus von X von Primzahlordnung N, so ist jeder Fixpunkt von h ein k-Weierstraß-Punkt, für alle $k \equiv 0 \bmod N$, falls $t \geqq 3$ oder $g \equiv 0 \bmod N$ gilt.

D. BARLET : Convexité de l'espace des cycles

Je parlerai du problème suivant:

Si Z est un espace analytique fortement n-complet, alors $\mathcal{C}_n(Z)$, l'espace des cycles compacts de dimension pure n de Z est fortement 0-complet (de Stein).

A. HIRSCHOWITZ : Embedding curves in surfaces

Formal equivalence of embeddings of smooth curves into smooth surfaces does not, in general, imply actual equivalence, according to Arnold. However we prove that this is true when the normal bundle is positive. The proof starts from the fact that, according to Kodaira there are a lot of curves around. We identify the space of these curves (together with the universal family of curves) with complex manifolds naturally attached to the first neighborhood of the embedding, so that we are then in position to use the fact that formal equality implies equality.

K. FRITZSCHE : Normally homogeneous submanifolds of $\mathbb{P}^n$

This is a report on some joint work with M.Buchner and T.Sakai. A closed complex submanifold $X \subset \mathbb{P}^n$ is called normally homogeneous,

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

if there is a closed subgroup $G \subset SU(n+1)$ (acting as an isometry group on $\mathbb{P}^n$) which operates transitively on X and on the unit normal bundle of X. It is possible to classify all normally homogeneous submanifolds of $\mathbb{P}^n$. In all these cases the action of G has principal orbits of real codimension one and exactly two singular orbits, X and the "cut locus" C(X) which carries some CR-structure and which therefore is an obstruction for $\mathbb{P}^n \setminus X$ to be q-complete for lower q.

If $\mathcal{F}$ is a coherent sheaf on $\mathbb{P}^n \setminus X$, then

$$H^i(\mathbb{P}^n \setminus X, \mathcal{F}) \cong H^i(C(X), \mathcal{F}|C(X))$$

for all $i \geqq \operatorname{codim}(X)$, i.e. the higher cohomology groups are concentrated on C(X).

The most interesting example is the Segre embedding

$$X \cong \mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^m \hookrightarrow \mathbb{P}^{2m+1},$$

where the cut locus is a fibre bundle over $G_{2,m+1}(\mathbb{C})$ with fibre SO(3).

A. HUCKLEBERRY : <u>Non-compact homogeneous spaces</u>

The purpose of my talk was to outline several remarks which pertain to <u>non-compact</u> complex homogeneous spaces (i.e. manifolds which are quotients of complex Lie groups by closed complex subgroups). It is easy to see that every such G/H possesses a "holomorphic separation" fibration $G/H \xrightarrow{\pi} G/J$ so that $\mathcal{O}(G/H) = \pi^* \mathcal{O}(G/J)$ and G/J is holomorphically separable. One naturally asks if the base G/J is Stein, and if the fiber J/H possesses only constant holomorphic functions. This situation is quite complicated in general (particularly in the semi-simple case), but if G is nilpotent then one has the "desired" conclusion:

<u>Theorem</u> (B.Gilligan - A.H.): If G is nilpotent, then the base of the holomorphic separation fibration is Stein and the fiber possesses only constant holomorphic functions.

It should be remarked that this yields a positive answer to the Serre problem in the category of nil-fiber bundles. J.Erdmann - Snow has made explicit calculations to show that for low-dimensional solv-manifolds the theorem remains true.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

Pseudoconcave homogeneous manifolds are candidates for fibers of the holomorphic separation fibration. Consequently D.Snow and I have initiated a program of study of these objects. In particular we have shown that many of the powerful tools in the compact category can be carried over (e.g. the normalizer, Albanese and meromorphic reduction fibrations). In fact one always has a meromorphic reduction, even without the pseudoconcavity assumption.

It turns out that the 0-pseudoconcave homogeneous manifolds can be classified. The study of these spaces led to consideration of groups acting with fixed points. This in turn led to the following:

Theorem(A.H. - E.Oeljeklaus) : Let X be a complex space with $x_0 \in X$. Let G be a complex Lie group which acts transitively on $X \setminus \{x_0\}$ and which fixes x_0. Then X is a homogeneous cone over a projective rational-homogeneous space. If X is compact, then X itself is a projective rational manifold and is simply-connected. If X is non-compact, then it is Stein. In this case the cone is affine. Furthermore, if x_0 is a non-singular point, then X is either $\mathbb{P}_n$ or $\mathbb{C}^n$.

G. DLOUSSKY : Extension of analytic mappings

The following class of analytic spaces X is considered:

> For every analytic mapping $f : U \to X$ of an open set U of $\mathbb{C}^2$ to X there exists an extension of f to the envelope of holomorphy $\tilde{U}$ of U except for a closed countable set of $\tilde{U}$.

It is proved that

> all compact parallisable manifolds,
> all compact homogeneous manifolds,
> all elliptic surfaces,
> a type of K3 surfaces

are of this type.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

P. DOLBEAULT : A weak vanishing theorem

Let (X,ψ) be a weakly 1-complete manifold (i.e. X is complex and ψ is a plurisubharmonic exhaustion function); let E be a positive line bundle over X.

Then, using a modification of a method of Nakano (1974), we get the following result: For convenient conditions on the eigenvalues of the Levi form of ψ, for some small values of (p+q), then:

$$\mathrm{Im}(\, H_c^{p,q}(X,E) \to H^{p,q}(X,E)) = 0 \ ,$$

where H_c denotes the cohomology with compact supnort.

D. CATLIN : Domains of existence for $A^\infty(\Omega)$

Let Ω be a smoothly bounded pseudoconvex domain in $\mathbb{C}^n$. We study the algebra of functions $A^\infty(\Omega) = A(\Omega) \cap C^\infty(\bar{\Omega})$.

Theorem 1. There exists $f \in A^\infty(\Omega)$ which cannot be extended past any boundary point.

Definition: For $K \subset\subset \bar{\Omega}$, we define

$$\widehat{K}_\infty = \{z \in \bar{\Omega} : |f(z)| \leq 1 \text{ for all } f \in A^\infty(\Omega) \text{ that satisfy } |f| \leq 1 \text{ on } K$$

Theorem 2. Let $K_1, K_2 \subset\subset \Omega$. Assume that $K_1 \cap b\Omega = K_2 \cap b\Omega$. Then $\widehat{K}_{1\infty} \cap b\Omega = \widehat{K}_{2\infty} \cap b\Omega$.

Definition: Let V be an open subset of $\bar{\Omega}$. For u defined in V, denote by $\|u\|^2_{m,V}$ the sum $\sum_{|\alpha| \leq m} \int_V |D^\alpha u|^2 d\mu$, where $d\mu$ represents the Lebesgue measure. Denote by $H_m(V)$ the set of all u such that the above sum is finite.

Theorem 3. Suppose $K \subset\subset \bar{\Omega}$ and that $K = \widehat{K}_\infty$. Let U be an open neighborhood such that $K \subset\subset U$, and suppose that $f \in A(\Omega \cap U) \cap H_m(U)$. Then there exists V with $K \subset\subset V \subset\subset U$, and $f_n \in A^\infty(\Omega)$ such that $\lim_{n\to\infty} \|f_n - f\|_{m,V} = 0$.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

B. KRAMM : Eine Charakterisierung der komplexen Räume und der Steinschen Algebren im Rahmen der ∞-dimensionalen Holomorphie

∞-Analytische Räume, modelliert in lokal-konvexen $\mathbb{C}$-Vektorräumen, werden nach Douady eingeführt. Von speziellem Interesse sind analytische Mengen in DFN-Räumen (DFN-Raum = Dual eines Fréchet-nuklearen Raumes); ein solcher DFN-analytischer Raum $(X, \mathcal{O})$ heißt uniform, wenn die Schnittalgebren $\mathcal{O}(U)$ vollständig in der KO-Topologie sind.

Satz: $(X, \mathcal{O})$ ist genau dann ein lokal-kompakter uniformer DFN-analytischer Raum, wenn $(X, \mathcal{O})$ ein reduzierter komplexer Raum ist.

Satz: Sei $(X, \mathcal{O})$ ein reduzierter komplexer Raum, $A \subset \Gamma(X, \mathcal{O})$ eine abgeschlossene Unteralgebra. A ist genau dann eine Steinsche Algebra, wenn die kanonische DFN-analytische Struktur auf dem Spektrum σA von A uniform ist.

Bemerkenswerterweise charakterisieren diese Sätze analytische Struktur via ∞-dimensionale analytische Struktur ohne explizite Endlichkeitsvoraussetzungen. Der Beweis verwendet Sätze von Douady, Boland-Waelbroeck, Bierstedt - Meise.

R. DWILEWICZ : Some conditions for the fibration of a neighbourhood of a compact complex submanifold

Let M be a complex manifold of complex dimension n+1. Let $N \subset M$ be a complex compact connected submanifold of complex dimension n.

I present the following problem: under what assumptions does there exist a neighbourhood U with $N \subset U \subset M$ and a holomorphic surjection $\pi : U \to K$ (where $K = K_1(0)$ is the open unit disc with the center 0 in the complex plane $\mathbb{C}$) such that $\pi^{-1}(0) = N$.

G. SCHUMACHER : Beispiele nicht reduzierter Strukturen auf komplexen Räumen

Starre kompakte komplexe Mannigfaltigkeiten werden durch den Satz von Frölicher-Nijenhuis charakterisiert. Für komplexe Räume gilt der Satz von Schuster. Um Beispiele nicht reduzierter starrer komplexer Räume

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

zu gewinnen, beweist man ein cohomologisches Kriterium für die Starrheit von Räumen $Z[\mathcal{F}]$, die triviale analytische Erweiterungen komplexer Mannigfaltigkeiten Z durch lokal-freie $\mathcal{O}_Z$-Moduln $\mathcal{F}$ vom Rang 1 sind. Als einfache Klasse von nicht reduzierten Strukturen auf gegebenen komplexen Räumen Z betrachtet man kartesische Produkte mit Mehrfachpunkten Q.

Eine verselle Deformation von Q induziert eine verselle Deformation von $Z \times Q$, falls Z starr ist und $H^0(Z, \mathcal{O}_Z) = \mathbb{C}$ und $H^1(Z, \mathcal{O}_Z) = 0$ ist. Diese Bedingungen sind auch notwendig, wie aus der Künneth-Formel für die Gruppen analytischer Erweiterungen für Produkträume (Axelsson, Schumacher) folgt:

$$\begin{aligned} Ex(\mathcal{O}_{X\times Y}, \mathcal{F}\boxtimes\mathcal{G}) = {} & (Ex(\mathcal{O}_X, \mathcal{F})\otimes H^0(Y,\mathcal{G})) \oplus (H^0(X,\mathcal{F})\otimes Ex(\mathcal{O}_Y,\mathcal{G})) \oplus \\ & \oplus (H^0(X, Der(\mathcal{O}_X,\mathcal{F}))\otimes H^1(Y,\mathcal{G})) \oplus \\ & \oplus (H^1(X,\mathcal{F})\otimes H^0(Y, Der(\mathcal{O}_Y,\mathcal{G}))). \end{aligned}$$

Diese Formel läßt sich verallgemeinern auf die Kohomologiegruppen des Tangenten-Komplexes nach Palamodow: (Axelsson, Schumacher)

$$T(X\times Y, \mathcal{F}\boxtimes\mathcal{G})^\bullet = (T^\bullet(X,\mathcal{F})\otimes H^\bullet(Y,\mathcal{G}))^\bullet \oplus (H^\bullet(X,\mathcal{F})\otimes T^\bullet(Y,\mathcal{G}))^\bullet .$$

J. BINGENER : <u>Offenheit der Versalität in der analytischen Geometrie</u>

Seien S ein fester komplexer Raum, $\mathcal{C}$ die Kategorie der komplexen Räume über S und $F \to \mathcal{C}$ ein Gruppoid über $\mathcal{C}$. Unter sehr schwachen Voraussetzungen an F gilt dann: Ist X ein komplexer Raum über S und $v \in F(X)$ ein Element, so ist die Menge der Punkte $x \in X$, in denen v versell ist, Komplement einer in X analytischen Menge. Dieses Resultat ist analog zu einem Satz von M.Artin. Als Anwendungen betrachten wir Deformationen von kompakten komplexen Räumen, isolierten Singularitäten kohärenten Moduln.

K.Fritzsche (Göttingen)

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft
©