MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT OBERWOLFACH

Tagungsbericht 40/1978

FUNKTIONALANALYSIS

24.9. bis 30.9.78

In der Woche vom 24. bis 30.9.1978 fand im Mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach die diesjährige Arbeitstagung über Funktionalanalysis statt. Die Organisation der Tagung lag bei den Herren Professor Dr. K.-D. Bierstedt (Paderborn), Professor Dr. H. König (Saarbrücken), Professor Dr. Dr. h.c. G. Köthe (Frankfurt) und Professor Dr. H. Schaefer (Tübingen). Herr König und Herr Schaefer konnten wegen längerer USA-Aufenthalte leider an der Tagung selbst nicht teilnehmen, so daß Herr Bierstedt und Herr Köthe diese Tagung leiteten.

An der Tagung nahmen 45 Mathematiker teil, von denen 17 aus dem Ausland kamen (aus Belgien, Italien, Irland, Österreich, Polen, der Schweiz, Spanien und den USA). Herr Professor Dr. S. Koshi (Japan), der zu der Tagung nicht kommen konnte, sandte eine kurze Mitteilung, die in den Tagungsbericht aufgenommen wurde. In den insgesamt 34 Vorträgen wurden u.a. folgende Teilgebiete der Funktionalanalysis behandelt: Topologische Vektorräume (unter besonderer Berücksichtigung der nuklearen Räume, Folgenräume, Funktionenräume und topologischen Tensorprodukte), Banachraumtheorie (insbesondere Geometrie der Banachräume), Distributionstheorie, topologische Algebren (insbesondere C^* - Algebren), Operatortheorie und Spektraltheorie. Hierbei ergaben sich auch Bezüge etwa zur Topologie, Maßtheorie, Funktionentheorie, angewandten Mathematik und Quantenmechanik. Es wurde über viele aktuelle und interessante neue Forschungsergebnisse berichtet. Die vortragsfreie Zeit (in den Mittagspausen und am Abend) konnte zu fachlichen Diskussionen und anregendem Gedankenaustausch genutzt werden. Insbesondere sei hervorgehoben, daß diese Tagung durch die Teilnahme von Vertretern vieler verschiedener Fachgebiete der Funktionalanalysis (wie auch in den Jahren zuvor) wieder Gelegenheit bot, Methoden und neue Entwicklungen auch aus anderen Teilgebieten kennenzulernen, und dadurch nach Meinung der Teilnehmer zu einem besonderen Erfolg wurde. Zum harmonischen Verlauf der Tagung trug wie immer die angenehme Atmosphäre des Oberwolfacher Instituts wesentlich bei.

Da Herr Professor Dr. Dr. h.c. G. Köthe mitgeteilt hatte, daß dies die letzte Oberwolfach-Tagung sein werde, bei der er die Tagungsleitung übernahm, dankte nach der letzten Sitzung Herr Dubinsky im Namen aller Teilnehmer Herrn Köthe für seine Arbeit und betonte, daß die Persönlichkeit von Herrn Köthe und seine liebenswerte Art stets in besonderer Weise zum Erfolg der Oberwolfacher Funktionalanalysis-Tagungen und ihrem auch international guten Ruf beigetragen hatten. Allgemein wurde die Hoffnung ausgesprochen, daß es neben mehreren Spezialtagungen aus dem Bereich der Funktionalanalysis und Operatortheorie auch in Zukunft wieder regelmäßig zu einer allgemeinen Funktionalanalysis-Arbeitstagung im Oberwolfacher Institut kommen wird.

Teilnehmer

E. Albrecht (Saarbrücken)
A. Arosio (Pisa; Bonn)
H. Behncke (Osnabrück)
E. Behrends (Berlin)
K.-D. Bierstedt (Paderborn)
P. J. Boland (Dublin)
P. Dierolf (München)
S. Dierolf (München)
E. Dubinsky (USA; Warschau)
V. Eberhardt (München)
K. Floret (Kiel)
W. Govaerts (Gent)
B. Gramsch (Mainz)
N. de Grande- de Kimpe (Brüssel)
P. Greim (Berlin)
F. Haslinger (Wien)
A. Hertle (Erlangen)
H.-U. Hess (Regensburg)
R. Hollstein (Paderborn)
D. Hussein (Amman)
H. Jarchow (Zürich)
W. Kaballo (Dortmund)
G. Köthe (Frankfurt)
G. Lumer (Mons)
W. Lusky (Paderborn)
R. Meise (Düsseldorf)
E. Michael (USA; Stuttgart)
G. Neubauer (Konstanz)
N. Ortner (Innsbruck)
H.J. Petzsche (Düsseldorf)
H. Pfister (München)
W. Roelcke (München)
B. Rosenberger (Kaiserslautern)
W.H. Ruckle (Clemson, USA)
J. Schmets (Lüttich)
E. Schock (Kaiserslautern)
C. Stegall (Erlangen)
N. Tomczak-Jaegermann (Warschau)
M. Valdivia (Valencia)
D. Vogt (Wuppertal)
L. Waelbroeck (Brüssel)
M. Wagner (Wuppertal)
G. Wittstock (Saarbrücken)
M. Wolff (Tübingen)
W. Zelazko (Warschau)

Vortragsauszüge

E. Albrecht: Some remarks on a theorem of semi-simplicity

A theorem of Fixman and Tzafriri (1971) states: If T is a spectral operator on a Banach space X with resolution of the identity E such that $E(\partial\, sp(T)) = 0$ then the closed full subalgebra $\mathcal{A}(T)$ of $\mathcal{L}(X)$ generated by T is semi-simple. Vasilescu (1972) has given a variant for decomposable operators. We point out the general ideas behind these results and obtain extensions to classes of operators with weaker decomposability properties, to restrictions of decomposable operators and to the case of several variables. Moreover, $\mathcal{A}(T)$ can be replaced by other closed subalgebras of $\mathcal{L}(X)$ (generated by the restriction of the analytic functional calculus to subalgebras of $\mathcal{H}(sp(T))$) and in some cases $\partial\, sp(T)$ may be replaced by a strictly smaller set.

A. Arosio: A characterization of multiplicative linear functionals for general topological algebras

The Gleason-Kahane-Zelazko theorem states that if A is a Banach algebra with unit 1_A and f is a linear functional on A, then the following properties are equivalent:

(1) f is multiplicative

(2) $\operatorname{Ker} f \cap A^* = \emptyset$ $\qquad$ $A^* \equiv \{$ invertible elements of $A \}$

(3) $\operatorname{Ker} f \cap \exp A = \emptyset$

We expose the contents of two papers (Ferreira-Gigante-Venturi BUMI '78, Arosio-Ferreira C.R.A.S. '78) which generalize this theorem to the case that A is a sequentially complete locally convex algebra (or more generally a complete b-algebra in the sense of L. Waelbroeck) and f is a bounded linear functional on A.

Theorem 1: If A and f are as above, and if for every $a \in A$ there exists an open set $\Omega_a \subset \mathbb{C}$ such that the resolvent function is defined and bounded on Ω_a, then $(1) \Leftrightarrow (2)$.

Theorem 2: If A and f are as above, and if for every $a \in A$ there exists an unbounded open set $\Omega_a \subset \mathbb{C}$ such that the resolvent function is defined and bounded on Ω_a, then $(1) \Leftrightarrow (2) \Leftrightarrow (3)$.

Counterexample: There exists a pair (A,f) which satisfies the hypothesis of Th. 1 but does not satisfy the thesis of Th. 2.

H. Behncke: Scattered C^*- algebra

A topological space is scattered, if it contains no dense in itself non empty subset. If X is a compact scattered space every positive functional φ on $C(X)$ is atomic, i.e. decomposes into a countable sum of pure positive functionals φ_i, $\varphi = \Sigma\, \varphi_i$. Hence we define

Definition: A C^*- algebra $\mathcal{A}$ is scattered if every positive functional φ on $\mathcal{A}$ is atomic.

Examples for scattered C^*- algebras are dual C^*- algebras, i.e. weak direct sums of algebras of compact operators $\mathcal{K}(\mathcal{H}_i)$ on Hilbert spaces $\mathcal{H}_i$; $\mathcal{A} = \Sigma' \oplus \mathcal{K}(\mathcal{H}_i)$. More generally one has

Theorem: For a C^*- algebra $\mathcal{A}$ the following conditions are equivalent:

i) Every hermitean $x \in \mathcal{A}$ has a countable spectrum.

ii) Every quotient of $\mathcal{A}$ has a nontrivial dual ideal.

iii) $\mathcal{A}$ has a composition series of ideals $(\mathcal{J}_\rho)_{o \le \rho \le \alpha}$ with $\mathcal{J}_o = (o)$, $\mathcal{J}_\alpha = \mathcal{A}$, $\mathcal{J}_{\rho+1} / \mathcal{J}_\rho$ is dual and $\mathcal{J}_\lambda = \overline{\bigcup_{\rho<\lambda} \mathcal{J}_\rho}$ if λ is a limit ordinal.

iv) $\mathcal{A}$ is scattered.

If $\mathcal{A}$ is separable, i),...,iv) are equivalent to:

v) $\mathcal{A}$ is scattered.

E. Behrends: Operators which respect norm intervals

Let X, Y be real normed linear spaces. For $x_1, x_2 \in X$ let $[x_1 ; x_2]$ be the intersection of all closed balls containing x_1 and x_2. $[x_1 ; x_2]$ is called the norm interval between x_1 and x_2. A linear continuous operator $T : X \to Y$ is said to respect norm intervals if $T([x_1 ; x_2]) \subset [Tx_1 ; Tx_2]$ for $x_1, x_2 \in X$. We investigate the collection of these operators. For example, every extreme functional on X respects norm intervals and, conversely, the set of norm interval respecting functionals can be obtained from the extreme functionals by means of a Krein-Milman type theorem.

Norm interval respecting operators on function modules are investigated in more detail. As corollaries we obtain a result of Cunningham and Roy which characterizes the extreme functionals on function modules, theorems of the Banach-Stone type and characterizations for extreme operators between spaces of continuous functions.

P. Boland: Holomorphic functions on the spaces of distributions $\mathcal{D}$ and $\mathcal{D}'$

If E is a complex locally convex space, then $H(E)$ (respectively $H_{HY}(E)$) is the space of holomorphic (hypo-holomorphic) functions on E. τ_0 is the compact open topology and τ_ω will denote the Nachbin (ported) topology on $H(E)$. We show that $H_{HY}(\mathcal{D}') = H(\mathcal{D}')$ but that $H_{HY}(\mathcal{D}) \neq H(\mathcal{D})$. This enables us to show, with the aid of duality theory for spaces of holomorphic functions, that $\tau_0 \neq \tau_\omega$ on $H(\mathcal{D}')$ while $\tau_0 = \tau_\omega$ on $H(\mathcal{D})$.

P. Dierolf: Der Raum $\mathring{\mathcal{B}}(\Omega)$: Bidual, Montel-Eigenschaft, "integrierbare Distributionen"

Sei $\emptyset \neq \Omega = \mathring{\Omega} \subset \mathbb{R}^n$. Der Raum $\mathring{\mathcal{B}}(\Omega) := \{\varphi \in \mathcal{E}(\Omega);\ \partial^\alpha\varphi \in C_0(\Omega)\ \ \forall\, \alpha \in \mathbb{N}_0^n\}$ sei mit der durch die Normen $p_m(\varphi) := \max\ \{\|\partial^\alpha\varphi\|_\infty;\ |\alpha| \le m\}$ $(m \in \mathbb{N})$ erzeugten Topologie versehen.
Im Fall $\Omega = \mathbb{R}^n$ ist $\mathring{\mathcal{B}}(\mathbb{R}^n)''$ isomorph zu $\mathcal{B}(\mathbb{R}^n) := \{\varphi \in \mathcal{E}(\mathbb{R}^n);\ \partial^\alpha\varphi \in L^\infty(\mathbb{R}^n)\ \forall\, \alpha \in \mathbb{N}_0^n\}$, und man erhält z.B. $\mathring{\mathcal{B}}(\mathbb{R}^n)' \cap (L^1_{loc}(\mathbb{R}^n)^+) = L^1(\mathbb{R}^n)^+$. Die entsprechende Aussage ist für $\Omega \neq \mathbb{R}^n$ falsch. Dies deutet darauf hin, daß im Fall $\Omega \neq \mathbb{R}^n$ die Funktion 1 nicht im Bidual von $\mathring{\mathcal{B}}(\Omega)$ liegt.
Sei von nun an $\Omega \neq \mathbb{R}^n$, $r(x) := \min\ \{|x-y|;\ y \in \complement\Omega\}$, $\rho(x) := \min\{1, r(x)\}$, $\rho_k(x) := (\rho(x))^k$ $(x \in \Omega,\ k \in \mathbb{Z})$. Gegenstand des Vortrags sind die folgenden Sätze:

1. Satz: Es gibt eine monoton wachsende Folge $(\theta_k;\ k \in \mathbb{N})$ in $\mathcal{D}(\Omega)$ mit folgenden Eigenschaften:

(a) $\forall\, K \Subset \Omega\ \ \exists\, k(K) \in \mathbb{N}$ mit $\theta_k(x) = 1\ \ \forall\, x \in K,\ k \ge k(K)$.

(b) $\forall\, \alpha \in \mathbb{N}_0^n\ \ \exists\, C_\alpha > 0$ mit $|\partial^\alpha\theta_k(x)| \le C_\alpha \rho_{-|\alpha|}(x)\ \ \forall\, x \in \Omega,\ k \in \mathbb{N}$.

(c) $\lim_{k\to\infty} p_m(\theta_k\varphi - \varphi) = 0\ \ \ \forall\, \varphi \in \mathring{\mathcal{B}}(\Omega),\ m \in \mathbb{N}_0$.

Sei $\mathcal{B}_1(\Omega) := \{\varphi \in \mathcal{E}(\Omega);\ \rho_{-m}\partial^\alpha \varphi \in L^\infty(\Omega)\ \ \forall\, m \in \mathbb{N}_o^n,\ \alpha \in \mathbb{N}_o^n\}$. $\mathcal{T}^\infty$ bezeichne die durch $(p_m\,;\ m \in \mathbb{N})$ erzeugte Topologie auf $\mathcal{B}_1(\Omega)$.

2. Satz: (a) Die Bitransponierte der Inklusion $j: \mathcal{B}(\Omega) \hookrightarrow \mathcal{E}(\Omega)$ liefert einen topologischen Isomorphismus von $(\mathring{\mathcal{B}}(\Omega)'', \beta(\mathring{\mathcal{B}}'', \mathring{\mathcal{B}}'))$ auf $(\mathcal{B}_1(\Omega), \mathcal{T}^\infty)$.

(b) $\mathring{\mathcal{B}}(\Omega)$ ist distinguiert.

(c) Folgende Aussagen sind äquivalent:

- (c_1) $\forall\ \varepsilon > o$ ist $\{x \in \Omega;\ r(x) \geq \varepsilon\}$ kompakt (d.h. Ω ist quasi-bounded).
- (c_2) $\mathring{\mathcal{B}}(\Omega)$ ist ein Montel-Raum.
- (c_3) $\mathring{\mathcal{B}}(\Omega)$ ist reflexiv.

3. Satz: Für $f \in L^1_{loc}(\Omega)$ sind äquivalent:

(a) $|f| \in \mathring{\mathcal{B}}(\Omega)'$.

(b) $\exists\ m \in \mathbb{N}_o$ mit $f\,\rho_m \in L^1(\Omega)$.

(c) $f\,\varphi \in L^1(\Omega)\ \ \forall\, \varphi \in \mathring{\mathcal{B}}(\Omega)$.

S. Dierolf and V. Eberhardt: On minimal topological vector spaces

(The talk was given by V. Eberhardt)

A Hausdorff topological vector space X is called minimal if there does not exist a strictly coarser Hausdorff linear topology on X. X is called q-minimal, if all Hausdorff quotients of X are minimal. We prove the following three theorems, the second of which gives a positive answer to a problem posed by L. Drewnowski in 1977.

1) If X, Y are topological vector spaces such that X is B-complete and Y is q-minimal, then the product $X \times Y$ is B-complete (Cf. V. Eberhardt, Math. Ann. 215 (1975), p.9).

2) An arbitrary product of q-minimal topological vector spaces is q-minimal.

3) The quotient of a complete topological vector space by a q-minimal linear subspace is complete.

E.D. Dubinsky: A nuclear Fréchet space without the bounded approximation property

A nuclear Fréchet space E has the bounded approximation property if there exists a sequence $A_n : E \to E$, $n = 1,2,\ldots,$ of linear continuous

maps such that $\dim A_n(E) < \infty$ and $\lim_n A_n x = x$ for all $x \in E$. Since Grothendieck's thesis (1955) it was an open question whether every nuclear Fréchet space has this property.
In this talk we describe the construction of a nuclear Fréchet space which does not have the bounded approximation property. This construction also gives the first example of a Fréchet space with a continuous norm which is not countably normed in this sense of Gelfand and Šilov.

K. Floret: On the sum of two closed convex sets

A Mackey-complete bounded absolutely convex subset B of a (real) locally convex space is weakly compact if and only if for every $\varphi \in E'$ the set $(B \times I) + [(B \times I) \cap \operatorname{graph} \varphi]$ is closed in $E \times \mathbb{R}$ (when $I := [-1, +1])$. As a consequence, the following stronger version of a theorem of V. Klee holds: A quasicomplete locally convex space is semireflexive if and only if $C + C \cap H$ is closed whenever C is absolutely convex bounded and closed and H a closed 0-hyperplane. For Banach-spaces E it turns out that E is not reflexive if and only if there exists an equivalent norm with closed unit ball B and a closed 0-hyperplane H such that $B + B \cap H$ is not closed. The change of the norm is only in "one dimension" but it is open whether it is necessary or not. - Similar results hold for the closedness of the convex hull of two bounded, closed absolutely convex sets.

W. Govaerts: Bornological spaces of non-archimedean valued functions

Let F be a field with non-trivial non-archimedean valuation of rank one and let X be a zerodimensional Hausdorff space. The vector space $C(X, F)$ of all continuous functions from X into F may be provided with the point-open topology γ or with the compact-open topology c. We can show the equivalence of the following statements:

(1) $C\,(X, F, \gamma)$ is bornological
(2) $C\,(X, F, c)$ is bornological
(3) X is a $\mathbb{Z}$ - replete space.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

N. de Grande - de Kimpe: Subspaces of L_f (b,r) - spaces

Let f be an increasing odd function, defined on $(-\infty,+\infty)$ and which is logarithmically convex on (o,∞). Let $-\infty < r \leq +\infty$ and (r_k) a sequence which increases (strictly) to r. Moreover let $b = (\beta_n)$ be an increasing sequence of positive numbers with $\lim \beta_n = \infty$. The corresponding L_f (b,r) - space is then defined by

$$L_f(b,r) = \{(\gamma_n) \mid \sum_n |\gamma_n| e^{f(r_k \beta_n)} < \infty, k = 1,2,\ldots\}.$$

Putting $|(\gamma_n)|_k = \sum_n |\gamma_n| e^{f(r_k \beta_n)}$ the space L_f (b,r) equipped with the increasing sequence of norms $(|\cdot|_k)$ is then a Fréchet space in which the unit vectors e_i form an absolute basis. The nuclearity of L_f (b,r) is expressed by the statement that, putting $\|(\gamma_n)\|_k = \sup_n |\gamma_n| e^{f(r_k \beta_n)}$, the sequence $(\|\cdot\|)_k$ provides an equivalent system of norms on L_f (b,r). Dragilev shows that there are six essentially different types of L_f (b,r) - spaces (depending on f and r)

Problem: Let L_f (b,r) be stable. Characterize all the subspaces of L_f (b,r) which have a basis (in each of the six cases).

Theorem: A nuclear Fréchet space E with a basis (y_n) is isomorphic to a subspace of $L_f(b,\infty)$ (f rapidly increasing - if f is not rapidly increasing L_f (b,r) is in fact a power series space) if and only if

a) there exists a sequence $(\|\cdot\|_k)$ on E and a $D > 1$ such that

$$f^{-1}\left(\log \frac{\|y_n\|_{k+1}}{\|y_n\|_k}\right) < \frac{1}{D} f^{-1}\left(\log \frac{\|y_n\|_{k+2}}{\|y_n\|_{k+1}}\right) \text{ for all } k \text{ and } n,$$

b) there exists a fundamental system $\mathfrak{U}_E$ of zero neighborhoods such that for all $U \in \mathfrak{U}_E$ and $c > o$ it exists a $V \in \mathfrak{U}_E$ such that $d_n(V,U) < e^{-f(c\beta_n)}$.

The other cases are discussed as well. As an application some remarks are made about the $L_g(a,s)$ - subspaces of a given $L_f(b,r)$ - space.

P. Greim: Einige Eigenschaften von Integralmoduln

Integralmoduln sind gewisse normierte Produkte von Banachräumen

$X_k (k \in K)$ mit hyperstoneschem Kompaktum K als Indexmenge. Sie treten bei der Untersuchung der l^p-Struktur eines beliebigen Banachraums auf und enthalten als diskreten Spezialfall die l^p-Summe $\Sigma_I^p X_i$ eines Systems von Banachräumen $(1 \leq p < \infty)$.
Day hat 1940 gezeigt, daß für $p \neq 1$ eine solche (diskrete) l^p-Summe genau dann gleichmäßig konvex ist, wenn alle ihre Komponenten gleichmäßig konvex sind und einen gemeinsamen Konvexitätsmodul haben. Diese Charakterisierung wird auf Integralmoduln übertragen und dort vereinfacht, wobei von den topologischen und maßtheoretischen Besonderheiten hyperstonescher Kompakta wesentlicher Gebrauch gemacht wird.
Der Zusammenhang weiterer geometrischer und isomorphie-invarianter Eigenschaften eines Integralmoduls mit den entsprechenden Eigenschaften seiner Komponenten wird diskutiert.

F. Haslinger: <u>Ein Dualitätsprinzip zwischen Abel-Gončarov Basen und gewissen Pincherle Basen</u>

Mit Hilfe neuerer Ergebnisse über die Entwickelbarkeit holomorpher Funktionen durch Abel-Gončarov Polynome wird das Verhalten von Pincherle Systemen $\{ z^n E(\lambda_n z)\}$ untersucht, wobei E die Exponentialfunktion, welche dem Gel'fond-Leont'ev Differentialoperator $\mathcal{D}$ entspricht, und (λ_n) eine Folge von komplexen Zahlen ist. Ein Dualitätsprinzip aus der Theorie der Basen in nuklearen Fréchet-Räumen sowie der Satz von Hahn-Banach ergeben Sätze über die eindeutige Entwickelbarkeit holomorpher Funktionen durch das System $\{ z^n E(\lambda_n z)\}$. Dabei tritt, wie bei den Abel-Gončarov Polynomen, die Whittaker Konstante $W(\mathcal{D})$ als in gewisser Weise scharfe Grenze auf.

A. Hertle: <u>The Radon transform of functions and measures on $\mathbb{R}^n$</u>

This paper deals with the Radon transform (RT), defined as an operator $R: L^1(\mathbb{R}^n) \to L^1(S^{n-1} \times \mathbb{R})$ by $(Rf)(x,p) := \int_{x \cdot y = p} f(y)dy$.

The following problems are treated:

1. Inversion of the RT.
2. Introduction of the RT of measures and its inversion. As an application, the explicit determination of a measure from its values on half spaces is given.

3. A negative answer to the problem of well-posedness for the inversion of the RT on the space of integrable functions.
4. Conditions for the continuity of the inverse RT.
5. Helgason's Support Theorem for the RT without differentiability assumptions.
6. Generalization of John's Theorem on determining the RT by a countably infinite number of directions to functions of rapid decrease.
7. Contributions to the problem of approximating the inverse RT by finite sets of directions.

H.-U. Hess: <u>On a geometric property of Choquet-simplices</u>

Ausgangspunkt des Vortrages ist der folgende einfache geometrische Sachverhalt: Jede kompakte konvexe Teilmenge K eines endlich-dimensionalen Vektorraumes enthält einen Bauer-Simplex B derart, daß je zwei auf B übereinstimmende affine Funktionen identisch sind.
Es wird unter anderem gezeigt, daß die Dual-Kugel jedes separablen Lindenstrauss-Raumes einen Bauer-Simplex enthält, der die oben angegebene Eigenschaft besitzt und dessen Extremalpunktmenge homöomorph zu $[0,1]$ ist.

R. Hollstein: <u>Induktive Limiten von ε- Tensorprodukten</u>

Ein lokalkonvexer Raum E heißt ε-Raum, wenn für jeden lokalkonvexen Raum F und für jeden kanonischen Homomorphismus K von einem lokalkonvexen Raum F auf einen Quotientenraum F/H das ε-Tensorprodukt $Id_E \otimes_\varepsilon K : E \otimes_\varepsilon F \to E \otimes_\varepsilon F/H$ ein topologischer Homomorphismus ist.
Jeder nukleare Raum und jeder $\mathcal{L}^\infty$-Raum ist ein ε-Raum. Umgekehrt ist jeder Banachsche ε-Raum ein $\mathcal{L}^\infty$-Raum. Für eine Nachbin-Familie V von stetigen Funktionen auf einem lokalkompakten Hausdorffraum X ist der gewichtete Raum $CV_0(X)$ der stetigen Funktionen f auf X, für die vf für alle $v \in V$ im Unendlichen verschwindet, ein ε-Raum, wenn $CV_0(X)$ die "gewichtete Topologie" trägt. Für einen induktiven Limes $F = \operatorname{ind}_{n\to} F_n$ einer aufsteigenden Folge $F_1 \subset F_2 \subset \ldots$ von lokalkonvexen Räumen mit stetigen Einbettungen $F_i \hookrightarrow F_{i+1}$ gilt :

<u>Satz:</u> Sei E ein ε - (DF) - Raum. Es ist
$E \tilde{\otimes}_\varepsilon (\operatorname{ind}_{n\to} F_n)$ topologisch isomorph $\operatorname{ind}_{n\to} (E \tilde{\otimes}_\varepsilon F_n)$, wenn $F = \operatorname{ind}_{n\to} F_n$ strikter induktiver Limes ist, oder wenn E die Approximationseigenschaft besitzt, F und sämtliche F_n vollständig sind und eine der beiden folgenden Bedingungen erfüllt ist:

(1) E ist ein Banach-Raum und $F = \operatorname{ind}_{n\to} F_n$ ist kompakt-regulär,

(2) E ist vollständig und $F = \operatorname{ind}_{n\to} F_n$ ist stark beschränkt-retraktiv.

Korollar: Für einen $\mathcal{L}^\infty$-Raum E und einen bornologischen (DF)-Raum F ist $E \tilde{\otimes}_\varepsilon F$ tonnelierter (DF)-Raum.
Erfüllen $CV_0(X)$ und $F = \operatorname{ind}_{n\to} F_n$ die Bedingungen des Satzes, so ist dann der gewichtete Raum $CV_0(X, \operatorname{ind}_{n\to} F_n)$ topologisch isomorph dem induktiven Limes $\operatorname{ind}_{n\to} CV_0(X,F_n)$.

H. Jarchow: On generalized (DF) - spaces

An lcs E is called a df-space if it has a fundamental sequence of bounded sets and if every null sequence in its strong dual E'_β is equicontinuous. For an lcs E, we have that E'_β is an F-space iff $[E, \mu(E,E')]$ is a df-space. E is then a df-space with respect to every lc topology $\mathcal{T}$ such that $\mu_0(E,E') \leq \mathcal{T} \leq \mu(E,E')$. Here $\mu_0(E,E')$ is the finest Schwartz topology consistent with $\langle E,E' \rangle$.
Let $E = [E, \mathcal{T}]$ be an lcs having a fundamental sequence $\mathcal{A}$ of bounded sets. E is called a gDF-space (after W. Ruess) if $\mathcal{T} = \mathcal{T}^{\mathcal{A}}$ holds, $\mathcal{T}^{\mathcal{A}}$ being the finest lc topology on E agreeing with $\mathcal{T}$ on every member of $\mathcal{A}$. These spaces occur in the literature also as D_b-spaces or as σ-locally topological spaces. Every DF-space is a gDF-space, and every gDF-space is a df-space. The respective converses fail. gDF-spaces enjoy precisely the nice properties familiar from DF-spaces. gDF-spaces and DF-spaces can be characterized in terms of equicontinuity of null sequences resp. bounded sequences in spaces $L_\beta(E,F)$ with e.g. arbitrary Banach spaces F. Further results, in particular in connection with Schwartz spaces, can be deduced.

W. Kaballo: Small ideals and decompositions of holomorphic Fredholm functions

In 1973 B. Gramsch proved the following decomposition theorem for resolvents L of holomorphic Fredholm functions $T : G \to L(X)$, $G \subset \mathbb{C}^N$ a domain of holomorphy : $L(z) = A(z) + S(z)$, where A is holomorphic and S is meromorphic in the ideal $\mathcal{J}(X)$ (this means that locally for some $0 \not\equiv f \in H(U) : f \cdot S \in H(U) \varepsilon \mathcal{J}(X)$). In 1978 B. Gramsch and the author showed that the values S(z) may be chosen in any given (F)-ideal

$\mathcal{J} \subseteq L(X)$. The question whether S is $\mathcal{J}$-meromorphic leads to the following problem: If $S \in H(G) \varepsilon \mathcal{J}$, $T \in H(G,L(X)) \Rightarrow ST, TS \in H(G) \varepsilon \mathcal{J}$? It was shown in collaboration with H. Bart and G.Ph.A. Thijsse that if $\mathcal{J}_1$ is another ideal and the inclusion $u : \mathcal{J} \hookrightarrow \mathcal{J}_1$ is "N-exponentiellement galbé" in the sense of P. Turpin, then $u(ST)$, $u(TS) \in H(G) \varepsilon \mathcal{J}_1$. Especially functions $B(z) P C(z)$, P fixed and $\dim R(P) < \infty$, belong to $H(G) \varepsilon \mathcal{N}_{\psi_p}(X)$ for $p > N$, where $\mathcal{N}_{\psi_p}$ denotes the ideal of ψ_p - nuclear operators, where $\psi_p(t) = \dfrac{1}{(\log \frac{1}{t})^p}$, $0 < p < \infty$. Therefore in the above decomposition S may be chosen $\mathcal{N}_{\psi_p}(X)$-meromorphic, $p > N$. However, there is an example $P(z) = A(z) P_0 A(z)^{-1}$ on a Hilbert space such that $P \notin H(G) \varepsilon \mathcal{N}_{\psi_p}(X)$ for $p \leq N$.

S. Koshi: The F. and M. Riesz theorem on LCA groups

We shall consider the F. and M. Riesz theorem in a locally compact abelian (LCA) group G with the dual group G^*. We assume that G^* is algebraically ordered, i.e. there is a semi-group $P \subset G^*$ with two properties:

(0.1) $P \cap (-P) = \{0\}$,

(0.2) $P \cup (-P) = G^*$.

A semigroup P with two conditions (0.1) and (0.2) is called an o-semigroup. Under these conditions, P induces an order in G^*. For if we define $\gamma_1 \geq \gamma_2$ to mean that $\gamma_1 - \gamma_2 \in P$ for γ_1, $\gamma_2 \in G^*$, the axioms for a linear order are satisfied. P is then identified with the set of non-negative elements with respect to the order induced. We don't assume that P is closed in G^*. A measure μ on G is called a measure of analytic type (with respect to P) if $\mu^*(\gamma) = 0$ for all $\gamma < 0$, where μ^* is the Fourier transform of μ. We shall define $A_p(G)$ as the set of all measures of analytic type on G. If G is the group of the unit circle (Torus group), then the dual group G^* of G is the the group of integers with the order induced by $P = \{0,1,2,\dots\}$. The usual F. and M. Riesz theorem is as follows: If μ is a measure of analytic type i.e.

$$\mu^*(\gamma) = \int_0^{2\pi} \exp(-i\,\gamma\,\theta)\, d\mu(\theta) = 0 \text{ for } \gamma < 0 \quad (\gamma \in G^*),$$

then μ is absolutely continuous with respect to Lebesgue measure (Haar measure) and $d\mu(\theta) = f(\theta)d\theta$ for some $f \in L^1(0,2\pi)$. In other words, $A_p(G) \subset L^1(G)$ where $L^1(G)$ denotes the space of all integrable functions with respect to the Haar measure on G.

Main theorem: Let G be a LCA group and assume that G^* (the dual group of G) is torsion-free. Assume further that P is an o-semigroup of G^* and $A_p(G)$. If $A_p(G) \subset L^1(G)$, then G admits one of the following structures:

(a) $G = R \oplus D$,

(b) $G = T \oplus D$,

where R is real space, T is torus group and D is some divisible discrete abelian group.

In other words, a LCA group G is reduced to (a) or (b) if the F. and M. Riesz theorem is true in G.

W. Lusky: A remark on non separable Lindenstrauss spaces

We present a proof for the following theorem:

i) Let X be a Lindenstrauss space whose density character is $m \geq \aleph_0$. Then there is a Gurarij space $G \supseteq X$ with density character m and there exists a contractive projection $P : G \to X$.

ii) Let F be a compact Choquet simplex whose density character is $m \geq \aleph_0$. Then there is a Poulsen simplex $S \supseteq F$ whose density character is m , such that F is a face of S and such that there is an affine continuous map $Q : S \to F$ with $Q|_F = id_F$.

N. Ortner: Regularisierte Faltung von Distributionen und Fundamentallösungen von partiellen Differentialoperatoren

Definition: Seien $E_1, E_2 \in \mathcal{D}'$, $\{ E_1^N \}_{\mathbb{N}} \subset \mathcal{E}'$ mit $\lim\limits_{N\to\infty} E_1^N = E_1$, $P(\partial)$ linearer, partieller Differentialoperator mit konstanten Koeffizienten (LPDO) und $R_N \in \mathcal{D}'$ mit

i) $\lim\limits_{N\to\infty} (E_1^N * E_2 + R_N)$ existiert in $\mathcal{D}'$,

ii) $P(\partial) R_N = 0$.

Dann heißt $E := \lim\limits_{N\to\infty} (E_1^N * E_2 + R_N)$ regularisierte Faltung von E_1 mit E_2 bezüglich $P(\partial)$.

Satz: $E_1, E_2 \in \mathcal{D}'$ seien Fundamentallösungen (FL) von LPDO $P_1(\partial)$ bzw. $P_2(\partial)$. Ist E eine Regularisierung der Faltung von E_1 mit E_2 bezüglich $P(\partial)$, definiert durch $P(\partial)\delta := P_1(\partial)\delta * P_2(\partial)\delta$, so ist E eine FL von $P(\partial)$.

Anwendung: Die Methode der regularisierten Faltung liefert für den LPDO

$(\partial_x^2 + \partial_y^2)(a^2\partial_x^2 + b^2\partial_y^2)$ als FL

$$\frac{a^2y^2-b^2x^2}{8\pi ab(a^2-b^2)} \log (b^2x^2+a^2y^2) + \frac{x^2-y^2}{8\pi(a^2-b^2)} \log (x^2+y^2) + \frac{xy}{2\pi(a^2-b^2)} \operatorname{arctg} \frac{(a-b)\, xy}{a^2y^2+b^2x^2} .$$

Diese FL ist expliziter als die von H.G. Garnir 1956 angegebene

$$\frac{1}{16\,\pi} \int_0^\infty \frac{\frac{x^2}{\lambda + a^2} + \frac{y^2}{\lambda + b^2}}{\sqrt{(\lambda+a^2)\,(\lambda+b^2)}} \log \left(\frac{x^2}{\lambda + a^2} + \frac{y^2}{\lambda + b^2} \right) d\lambda \ .$$

H.J. Petzsche: Randwertdarstellungen von Ultradistributionen und Räume der Klasse $\mathcal{A}$

Es wurde gezeigt, daß jede Ultradistribution vom Beurlingschen Typ auf einer Produktmenge $\prod_{j=1}^{N} \Omega_j \subset \mathbb{R}^N$ darstellbar ist als Randwert einer in $\prod_{j=1}^{N} (U_j \setminus \Omega_j)$ holomorphen Funktion ($U_j \subset \mathbb{C}$ offen mit $U_j \setminus \mathbb{R} = \Omega_j$). Die Vorgehensweise wurde am Beispiel der Gevreyklassen erläutert, obwohl sie auch in allgemeineren Fällen anwendbar ist. Zunächst wurde das N-dimensionale Problem mit Hilfe von Tensorproduktsätzen auf den eindimensionalen Fall reduziert. Danach wurde eine Klasse $\mathcal{A}$ von Räumen mit Bornologien angegeben, und es wurde für $E \in \mathcal{A}$ gezeigt, daß sich für Keime E-wertiger holomorpher Funktionen ein Rungesatz beweisen läßt, der es ermöglicht, den Mittag-Leffler Schluß auch für E-wertige Funktionen durchzuführen und somit die Surjektivität der eindimensionalen E-wertigen Randwertabbildung nachzuweisen. Im letzten Abschnitt wurde untersucht, welche Räume zu $\mathcal{A}$ gehören. $\mathcal{A}$ umfaßt alle Frêcheträume, Distributionsräume, Ultradistributionsräume und Tensorprodukte dieser Räume sowie viele andere.

H. Pfister: On sum-continuous homomorphisms

Let E,F be topological abelian groups. A homomorphism $T : E \to F$ is called Σ-continuous, if for every subfamily-summable family $(x_\iota)_{\iota \in I}$ in E the family $(Tx_\iota)_{\iota \in I}$ is also subfamily-summable with $\sum_I Tx_\iota = T(\sum_I x_\iota)$. A set H of homomorphisms $E \to F$ is called equi-Σ-continuous, if every $T \in H$ is Σ-continuous and the sums $\sum_I T x_\iota$ converge uniformly in $T \in H$.

On LCA-groups, and on $C^b_\beta(X)$ (X locally compact and paracompact, β the strict topology) Σ - continuous homomorphisms are continuous. On $C^b(X)$ (X completely regular) with certain strict topologies, and on $(L^\infty, \tau(L^\infty, L^1))$ over a σ-finite (more generally : decomposable) measure space Σ - continuous linear mappings into locally convex spaces are continuous.

A set of continuous homomorphisms is equi - Σ - continuous, if it is sequentially precompact or topologically bounded with respect to the topology of pointwise convergence.

A Borel measurable homomorphism into a topological abelian group E is Σ - continuous, if the covering character of E is non-Ulam-measurable (if E is LCA or a locally convex space this restriction is not necessary).

A homomorphism into a K-analytic topological abelian group with $\mathcal{F}$-Souslin graph is Σ - continuous.

Under weak set theoretical restrictions every sequentially continuous homomorphism is Σ - continuous.

B. Rosenberger: <u>Absolutely - 2 - summing operators and operators of type l_2</u>

We consider extensions of the operator ideal $HS(l_2, l_2)$ of Hilbert-Schmidt-mappings to an operator ideal defined on the class of all Banach-spaces; we are mainly concerned with the operator ideal $[AS_2, \pi_2]$ of absolutely - 2 - summing mappings, the ideal $[S_2^{app}, \sigma_2^{app}]$ of all operators with 2 - summable approximation numbers, and with $[S_2^{min}, \sigma_2^{min}]$ resp. $[S_2^{max}, \sigma_2^{max}]$, the minimal resp. maximal extension of $HS(l_2, l_2)$. We show that in most cases those operator ideals coincide only for the class of Hilbert spaces and prove the following characterization: A Banach space X isomorphic to a Hilbert space if one of the following conditions holds:

(i) $AS_2(X,X) = S_2^{max}(X,X)$ and X is sufficiently Euclidean.

(ii) $AS_2(X,X) = S_2^{min}(X,X)$

(iii) $S_2^{max}(X,X) = S_2^{min}(X,X)$

(iv) $S_2^{app}(X,X) = S_2^{max}(X,X)$.

On the other hand, any Hilbert space X does have the properties (i)-(iv).

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

W. H. Ruckle: Matrix mappings between sequence spaces having the normal topology

The normal topology on a sequence space S is determined by the collection of all seminorms p_t of the form

$$p_t(s) = \Sigma_n \mid s(n)\, t(n) \mid , \; s \in S$$

as t ranges over S^α, the Köthe dual of S. Problem: Characterize the space $M_n\,(S,T)$ of all matrices which map the perfect space S continuously into the perfect space T with respect to the normal topology. Several characterizations of $M_n\,(S,T)$ are given. For example it is shown that the following statements are equivalent:

(a) $A \in M_n\,(S,T)$;

(b) $\Sigma_i \Sigma_j \mid A(i,j)s(j)t(i) \mid < \infty$ for each s in S and each t in T^α;

(c) For each t in T^α there is s in S^α such that $\Sigma_i A(i,j)\, t(i) = 0$ whenever $s(j) = 0$ and $\sup \{ |s(j)|^{-1} \Sigma_i |A(i,j)\, t(i)| : s(j) \neq 0 \} < \infty$.

An example is given of a matrix which maps l^2 into l^2 but which is not continuous in the normal topology.

T. Schmets: Locally convex spaces of vector-valued continuous functions

Let X be a Hausdorff completely regular space and E be a Hausdorff locally convex topological vector space. Then $C(X;E)$ [resp. $C_s(X;E)$] denotes the space of the continuous functions on X with values in E endowed with the compact-open (resp. the simple or pointwise) topology. We are interested in criteria on X and E for $C(X;E)$ [resp. $C_s(X;E)$] to be ultrabornological, bornological, barrelled or evaluable and also in the characterization of the corresponding associated spaces.

Ch. Stegall: Support functionals and Frêchet differentiation

We apply some inequalities of Smulyan (proved between 1938-1942) to give an elementary proof of the following

Theorem: Let D be a bounded and closed subset of a Banach space X such that every subset of D is dentable. The $p_D(x^*) = \sup \{ x^*(x) = x \in D \}$ is Frêchet differentiable on a dense subset of interior (closure $(\mathcal{L}(D))$) where $\mathcal{L}(D)$ is the subset of X^* such that each $x^* \in \mathcal{L}(D)$ attains its supremum on D .

Again, by elementary techniques one obtains somewhat improved versions of theorems of Lindenstrauss, Troyanski, Phelps, and Bourgain.

N. Tomczak-Jaegermann: <u>On the Banach-Mazur distance between symmetric spaces</u>

The Banach-Mazur distance between two k-dimensional symmetric spaces is shown to be not greater than $C\sqrt{k}\ (\log_2 k)^2$.

M. Valdivia: <u>Quotients of echelon spaces</u>

<u>Theorem 1:</u> If E is a separable Fréchet space, there is an echelon Montel space λ so that E is isomorphic to a quotient of λ.
<u>Theorem 2:</u> An echelon space λ is not Schwartz if and only if λ has a quotient isomorphic to l^1.

D. Vogt: <u>Tensorprodukte von (F) - und (DF) - Räumen</u>

Sei $0 \to F \to G \to H \to 0$ eine exakte Sequenz nuklearer (F)-Räume, E ein (DF)-Raum. Die Sequenz heißt (*)-Sequenz, wenn F Quotient von (s) ist.
<u>Definition:</u> E gehört zur Klasse (A). $\Leftrightarrow$ Es existiert eine absolutkonvexe beschränkte Menge B und zu jedem $x \in E$ eine Folge $x_n \in n\,B$ mit $n(x-x_n) \to 0$.
<u>I Satz:</u> E gehört zur Klasse (A). $\Leftrightarrow$ E läßt alle (*)-Sequenzen bei Tensorierung exakt.
Sei $(\lambda_{j,k})_{j,\,k \in \mathbb{N}}$ eine Zahlenmatrix derart, daß

(i) Zu k existiert $0 < \delta < \rho$: $\sup_j |\lambda_{j,k}|\,\delta^{-k} < +\infty$.

(ii) Zu $0 < \delta < \rho$ existiert k_o : $\inf_j |\lambda_{j,k_o}|\,\delta^{-\alpha_j} > 0$, wo $0 > \rho \leq +\infty$, $\alpha_1 < \alpha_2 < \ldots \uparrow +\infty$, $\sup_n \frac{\log n}{\alpha_n} < +\infty$ für $\rho = +\infty$ und $\lim \frac{\log n}{\alpha_n} = 0$ für $\rho < +\infty$.

<u>II Satz:</u> Äquivalent ist: (1) E gehört zur Klasse (A).
(2) Für jede Folge $y_1, y_2, \ldots$ in E ist das Gleichungssystem $\sum_j \lambda_{j,k} x_j = y_k$, $k = 1,2,\ldots$, lösbar in E.
Räume der Klasse (A) sind z. B. viele Distributionsräume, Keime holomorpher Funktionen usw.; (*)-Sequenzen sind z.B. : $\bar\partial$ - Komplex auf Steinscher Mannigfaltigkeit X; zu analytischer Menge $A \subset X$ gehörende Sequenz; für $P(D)$ hypoelliptisch, $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ offen $P(D)$ - konvex : $0 \to \mathcal{N}(\Omega) \to C^\infty(\Omega) \xrightarrow{P(D)} C^\infty(\Omega) \to 0$ usw.. Beispiel der Anwendung von Satz II ist:
<u>Satz:</u> Äquivalent ist: (1) E gehört zur Klasse (A).
(2) Zu jeder Folge $y_o, y_1, \ldots \in E$ existiert ein $f \in C^\infty(\mathbb{R}, E)$, $f^{(k)}(o) = y_k$ für alle k.
Hieraus folgt $(E \rightsquigarrow \mathcal{D}'(\mathbb{R}^n))$ durch Regularisierung für $H_+ = \{(x,t) \in \mathbb{R}^{n+1}; t>0\}$:
<u>Satz:</u> Zu jeder Folge $T_o, T_1, \ldots \in \mathcal{D}'(\mathbb{R}^n)$ existiert ein $f(x,t) \in C^\infty(H_+)$,

lokal langsam wachsend für $t \to 0+$, so daß $\lim_{t \to 0+} \text{distr} \frac{\partial^k}{\partial t^k} f(x,t) = T_k$.

L. Waelbroeck: On the TW spectrum

This is a progress report on research which would combine results of the author (Acad. R. Belgique Mêm. Cl. des Sc. 1960) and of J.L. Taylor (JFA 1970, Acta 1970). It is also an occasion to speak of formal quotients of Banach and complete bornological spaces (Definitions to appear respectively in the collection of the Banach Center in Warzaw- Proc. of the Spectral Theory Semester and presumably in the Leray Seminar). These formal quotients are exact categories which are useful when homological algebra and functional analysis have to combine. The W spectrum was defined in the talk. So was the T spectrum. What was said about the TW spectrum was mostly a set of conjectures, i.e. half-proved results.

M. Wagner: Charakterisierung der Unterräume und Quotienten von Potenzreihenräumen

Es wird die Existenz einer exakten Sequenz $0 \to \lambda(A) \to \lambda(A) \to \lambda^{\mathbb{N}}(A) \to 0$ unter geeigneten Bedingungen an die Matrix A gezeigt. Wendet man diese Sequenz auf nukleare stabile Potenzreihenräume unendlichen Typs an, so ergibt sich mit Hilfe eines Liftingsatzes durch die topologischen Eigenschaften von DN und Ω eine vollständige Charakterisierung der Unterräume, Quotienten und stetig projizierten Unterräume von $\Lambda_\infty(\alpha)$. Desweiteren wird mit verwandten Methoden eine Charakterisierung der Unterräume von $\Lambda_1(\alpha)$ gegeben. Abschließend werden die Quotienten mit Basis von $\Lambda_1(\alpha)$ bestimmt. Die Ergebnisse dieses Vortrags sind zu finden in einer Arbeit von Vogt, einer Arbeit von Vogt und Wagner und in der Dissertation von Wagner.

G. Wittstock: Eine ordnungstheoretische Charakterisierung von C^*-Algebren und axiomatische Quantenmechanik

Wir benutzen den sogenannten 'operational approach' der axiomatischen Quantenmechanik zur Motivierung der Axiome. Es sei also $\langle A,V \rangle$ eine separierte Dualität, A und V haben duale erzeugende Kegel A_+, V_+. A hat eine Ordnungseins e. Neu hinzukommt, daß A und V eine Matrixordnung (im Sinne von Choi und Effros) einer Stufe $k \in \mathbb{N}$ bzw. $k = \infty$ tragen. Diese wird als Koppelung mit einem endlichen Quantensystem, dargestellt durch die ℓ,ℓ-Matrizen M_ℓ, eingeführt. Man betrachte nun spezielle Operationen $P : A \to A$. Diese seien positiv, kontraktiv, $\sigma\langle A,V\rangle$ - stetig, idempotent. Ferner neutral : $\langle e,\varphi \rangle = \langle Pe, \varphi\rangle \Rightarrow \varphi = P^*\varphi$ für alle $\varphi \in V_+$ und hereditär: $0 \le x \le Pe \Rightarrow Px = x$ für alle $x \in A_+$. Derartige nh-Projektoren sind durch ihre nh-projektive Einheit $p = Pe$ eindeutig bestimmt. Zwei nh-Projektoren P, P' heißen nh-quasicomplementär, wenn $Pe + P^*e = e$. Es sei ε^{ℓ}_{11} die Matrixeins in M_ℓ, die auf die erste Koordinate projiziert, und sei $E^{\ell}_1 : \alpha \to \varepsilon^{\ell}_{11}\ \alpha\ \varepsilon^{\ell}_{11}$ auf M_ℓ. P und P' heißen nh_ℓ-Projektoren, wenn $P \otimes E^{\ell}_1$ und $P' \otimes E^{\ell}_1$ nh-Quasikomplemente haben. Man kann nun die Resultate der Dissertation von Herrn K.H. Werner (Saarbrücken) anwenden und zeigen, daß die nh_ℓ-projektiven Einheiten C^*-Algebren in A erzeugen. Ist speziell $k = \infty$, $A = V^*$ und V vollständig, so ist die Menge der nh_ℓ-Projektoren isomorph zum Verband der Projektoren einer W^*-Algebra $A_\infty \subset A$.

M. Wolff: On C_0-semigroups of certain positive operators

In the following let E be a Banach lattice, let $\mathcal{Z}(E)$ be its centre and let $\sigma = (T_t)_{t \ge 0}$ denote a C_0-semigroup of lattice homomorphisms on E with infinitesimal generator A, defined on $\mathcal{D}(A)$.

Theorem 1: If T is a lattice isomorphism on E then the spectrum of T lies in $\mathbb{R}_+$ iff T is in $\mathcal{Z}(E)$.

Corollary: If A is bounded then $\sigma \subset \mathcal{Z}(E)$.

Theorem 2: Let E have order continuous norm. Then $\mathcal{D}(A)$ is a vector sublattice of E and the lattice operations are continuous with respect to the graph norm.

Corollary (seems to be known): The Sobolev space $W_{1,p}(\mathbb{R}^n)$ is a vector sublattice of $L^p(\mathbb{R}^n)$ $(1 \le p < \infty)$ and the lattice operations are continuous with respect to the graph norm.

Theorem 3: Assume that the scalar-valued lattice homomorphisms separate the points of E. If $\mathcal{D}(A)$ is a sublattice then $\sigma \subset \mathcal{Z}(E)$.

Corollary: If E has order continuous norm and if in addition the scalar-valued lattice homomorphisms separate the points on E, then every C_0-semigroup of lattice homomorphisms is contained in $\mathcal{Z}(E)$.

Theorem 1 together with its corollary come from a joint paper of H.H. Schaefer, W. Arendt and myself, the remainder is due to myself.

W. Zelazko: Separation of ideals in regular Banach algebras

A is a commutative complex unital Banach algebra. An ideal $I \subset A$ is always assumed to be $\neq A$.

Definition: An ideal $I \subset A$ can be separated from an element $x_0 \notin I$ if there is a net $(z_\alpha) \perp I$ (i.e. $z_\alpha x \to o$ for all $x \in I$) and $z_\alpha x_0 \not\to o$. Two ideals can be separated, if one of them can be separated from any element of the other.

An ideal I has the separation property if it can be separated from every $x \notin I$. We speak about bounded separation if the net (z_α) can be chosen to be bounded, and then without loss of generality one can assume $\| z_\alpha \| = 1$.

Propostion 1: If A is regular and $K(I_1) \neq K(I_2)$, then I_1 can be separated from I_2. Here $K(I) = \{ M \in m(A) : I \subset M \}$. Thus separation by nets is at least as good as separation by spectral synthesis.

Proposition 2: Let A be regular and semisimple, $S = \bar{S} \subset m(A)$, and let $I_0(S)$ be the smallest ideal with $K(I_0(S)) = S$. Then $I_0(S)$ has the separation property.

Definition: An element $u \in A$ is dominated by elements $v_1, \ldots, v_n \in A$ if there is a $C > 0$ such that for all $x \in A$ it is : $C \| ux \| \leq \| v_1 x \| + \ldots + \| v_n x \|$.

An ideal I has the domination property if whenever $v_1, \ldots, v_n \in I$ and u is dominated by $v_1, \ldots, v_n$, then $u \in I$.

Proposition 3: An ideal I has the separation property if and only if it has the domination property.

Proposition 4: Let A be regular, possibly without unit, but with an approximative unit. If there is $x_0 \in A$ with $0 \in (\sigma(x_0) \setminus \{0\})$, then all ideals I_k, $k = 1,2,\ldots$ can be separated from each other, where I_k is the smallest ideal in A containing x_0^k.

Proposition 5. If $A = C'[0,1]$, $I = \{ x \in A ; x(0) = x'(0) = 0 \} \subset M = \{ x \in A : x(0) = 0 \}$, then the ideals I and M can be separated, but they cannot be boundedly separated.

R. Hollstein (Paderborn)