MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT OBERWOLFACH

Tagungsbericht 43|1979

Arbeitsgemeinschaft Geyer - Harder

Iwasawa - Theorie

14.10. bis 20.10.1979

Die Tagung wurde geleitet von den Herren Jürgen Neukirch und Günther Tamme (beide Regensburg). Ziel war es in erster Linie, einen Überblick über grundlegende Sätze und Methoden, sowie die sogenannte Hauptvermutung der Iwasawaschen Theorie der Kreisteilungserweiterungen algebraischer Zahlkörper zu gewinnen. Am letzten Tag wurde darüber hinaus der Beweis von Kenneth Ribets bedeutsamer Verschärfung des Kummerschen Kriteriums fur die Irregularität einer Primzahl in vier Vorträgen genauer behandelt.

Vortragsauszüge

1. P. DRAXL, $\mathbb{Z}_p$-Erweiterungen

Sei K ein endlicher algebraischer Zahlkörper. Eine galoissche Körpererweiterung K_∞/K heisst $\mathbb{Z}_p$-Erweiterung, falls $G(K_\infty/K)$ zur additiven Gruppe $\mathbb{Z}_p$ isomorph ist. Nach Diskussion einfacher Eigenschaften und des Beispiels der zyklotomischen $\mathbb{Z}_p$-Erweiterung wurde mithilfe der Klassenkörpertheorie der $\mathbb{Z}_p$-Rang $a_p(K)$ der Galoisgruppe der maximalen abelschen ausserhalb p unverzweigten p-Erweiterung von K als Anzahl der linear disjunkten $\mathbb{Z}_p$-Erweiterungen von K erkannt, und die Abschätzung $1+r_2 \leq a_p(K) \leq (K:\mathbb{Q})$ verifiziert, wo r_2 = Anzahl der komplexen Primstellen von K. Die sogenannte Leopoldt-Vermutung, dass stets $1+r_2 = a_p(K)$ ist, ist von Brumer für über $\mathbb{Q}$ oder einem imaginär-quadratischen Körper abelsches K bewiesen worden.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

2. G. FALTINGS, Λ-Moduln

Für $\Gamma \cong \mathbb{Z}_p$, mit topologischem Erzeugenden φ, wurde $\Lambda := \mathbb{Z}_p[[\Gamma]] \cong \mathbb{Z}_p[[T]]$ bewiesen, wobei der Unbekannten T das Element $\varphi-1$ zugeordnet wird. Es wurde gezeigt, dass jeder endlich erzeugte Λ-Modul M einen Homomorphismus mit endlichem Kern und Cokern in genau einen Modul der Form

$$\Lambda^a \oplus \sum_i \Lambda/p^{m_i}\Lambda \oplus \sum_j \Lambda/F_j(T)\Lambda$$

gestattet, wo $0 \leqq a, m_i \in \mathbb{Z}$ und $F_j(T) \in \mathbb{Z}_p[[T]]$ Weierstrasspolynome sind. Daraus wurde gefolgert, dass fur alle $n \gg 0$:

$\#(M/\omega_n M) = p^{(\lambda n + \mu p^n + \nu)}$ gilt, mit gewissen Invarianten $\lambda, \mu \in \mathbb{Z}$; $\nu \in \mathbb{Z} \cup \{\infty\}$ von M; und $\omega_n := (1+T)^{p^n}-1$. Auch im Falle $\nu = \infty$ setzt man formal $\mu = \sum_i m_i$ und $\lambda = \sum_j \deg_T(F_j)$.

3. N. SCHAPPACHER, Iwasawa-Moduln

Fur K_∞/K $\mathbb{Z}_p$-Erweiterung sei M die maximale abelsche ausserhalb p unverzweigte p-Erweiterung von K_∞, N die maximale abelsche unverzweigte p-Erweiterung von K_∞; $X := G(M/K_\infty)$, $Y := G(N/K_\infty)$, aufgefasst als Λ-Moduln. Es wurde bewiesen : (a) X (folglich auch Y) ist noetherscher Λ-Modul; (b) Y ist Λ-Torsionsmodul; (c) X/Torsion = Λ^{r_2}, falls K_∞/K zyklotomisch. Im letzteren Falle erhält man, falls zusätzlich auch $\mu_p \subset K_\infty$ ist, die Kummer-Paarung :

$X \times V \longrightarrow \mu_{p^\infty}$, wo $V \subset K_\infty^* \otimes \mathbb{Q}_p/\mathbb{Z}_p$ als $\{(\alpha \otimes \overline{p}^{-n}) : \alpha \text{ lokale } p^n\text{-te Potenz uberall ausserhalb } p\}$ nachgewiesen wurde. Das Interesse von M, X im Zusammenhang mit der Hauptvermutung beruht auf der am Ende gezeigten exakten Sequenz

$0 \longrightarrow U_\infty \otimes \mathbb{Q}_p/\mathbb{Z}_p \longrightarrow V \longrightarrow \varinjlim A_n \longrightarrow 0$, wo U_∞ die Einheiten von K_∞, A_n den p-primären Anteil der Klassengruppe des Zwischenkörpers $K_n \subset K_\infty$ bezeichnet, der Grad n über K hat.

4. R. PERLIS, Iwasawasche Klassenzahlformel

Fur beliebige $\mathbb{Z}_p$-Erweiterungen K_∞/K wurde durch genaueres Studium von N und Y gezeigt, dass es ein $c \in \mathbb{Z}$ gibt, so dass fur alle $n \gg 0$:

$\# A_n = p^{(\lambda n + \mu p^n + c)}$ gilt, wo λ und μ gemäss Vortrag 2 zu Y gehören.

5. G. TAMME, Iwasawa - Leopoldt - Vermutung

Ausgehend von der analytischen Klassenzahlformel fur abelsche Zahlkörper wurde in zunehmender Spezialisierung schliesslich die folgende Situation beschrieben : $p \neq 2$ prim; $\Delta = G(\mathbb{Q}(\mu_p)/\mathbb{Q})$; h die Klassenzahl von $\mathbb{Q}(\mu_p)$; $h = h^+ . h^-$; $h^- = 2p . \prod_{\chi<0} - \frac{1}{2} B_1(\chi^{-1})$, wobei $B_1(\chi) = \frac{1}{p} \sum_{a=1}^{p-1} a\chi(a)$ die erste Bernoullizahl zum ungeraden ("<0") Charakter χ von Δ bezeichnet; A der p-Anteil der Klassengruppe von $\mathbb{Q}(\mu_p)$; $S \subset \mathbb{Z}_p[\Delta] =: R$ das Stickelbergerideal von $\mathbb{Q}(\mu_p)$. Für die Eigenräume bezüglich der ungeraden Charaktere χ von Δ gilt dann : (£) $(R_\chi : S_\chi) . |B_1(\chi^{-1})|_p = 1$, falls χ nicht der Teichmüller Charakter ω ist, und $R_\omega = S_\omega$. Daraus folgt $\prod_{\chi<0} \# A_\chi = \prod_{\chi<0} (R_\chi : S_\chi)$.

Iwasawa - Leopoldt - Vermutung : Fur alle $\chi < 0$: A_χ ist zyklischer $R_\chi = \mathbb{Z}_p$-Modul; m.a.W. (Stickelbergers Satz : Vortrag 6) $A_\chi \cong R_\chi / S_\chi$.

Diese Vermutung folgt, falls $p \nmid h^+$: vgl. auch Vortrag lo. (Diese Bedingung wird mitunter auch "Vandiver - Vermutung" genannt, und ist für kleine p numerisch verifiziert.) Sie folgt ebenfalls, wenn $p^2 \nmid B_1(\chi^{-1})$, für alle $\chi < 0$, $\chi \neq \omega$. Dies ergibt sich aus dem Ribetschen Satz : $A_\chi = 0 \Rightarrow p \nmid B_1(\chi^{-1})$, dessen Beweis Vorträge 15 bis 18 ausmacht. (Die leichtere Umkehrung dieses Satzes, die von Herbrand stammt, folgt aus (£) oben.)

6. J. HURRELBRINK, Der Satz von Stickelberger

Sei $G = G(K/\mathbb{Q})$ abelsch, f der Führer von K, C(K) die Idealklassengruppe, $s(K) := \frac{1}{f} \sum_{\substack{a=1 \\ (a,f)=1}}^{f} a . \left(\frac{K}{a}\right)^{-1} \in \mathbb{Q}[G]$, $\left(\frac{K}{\cdot}\right)$ das Artinsymbol, $S(K) := \mathbb{Z}[G]s(K) \cap \mathbb{Z}[G]$.

Bewiesen wurde der klassische Satz : Das Stickelbergerideal S(K) annulliert C(K).

Ferner wurde die Bildung "verallgemeinerter Stickelbergerideale" $I_n(K)$ für $n \geq 0$ mittels partieller Zetafunktionen erläutert. Dabei ist $I_o(K) \subset S(K)$, so dass $I_o(K)$ sicher $\tilde{K}_o(\sigma)$ annulliert, wo σ die Maximalordnung von K ist.

Weiter gilt - womöglich nur bis auf 2-primären Anteil von $K_2(\sigma)$ - der Satz (Coates) : $I_1(K)$ annulliert $K_2(\sigma)$.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

7. E. BECKER, Leopoldtsche L-Reihen, p-adische Klassenzahlformel

Die p-adische Interpretation der Klassenzahlformel eines total reellen abelschen Zahlkörpers K wurde für den Fall $K = Q(\mu_\ell)^+$, $\ell \neq 2$ prim, in der Form $2^{n-1}hR_p = \sqrt{d}\prod_{\chi\neq\varepsilon}\left(-\frac{\tau(\chi)}{f(\chi)}\sum_{a \bmod f(\chi)}\bar{\chi}(a)\log_p(1-\zeta_{f(\chi)}^{-a})\right) = \sqrt{d}\prod_{\chi}\mathcal{L}_p(\chi)$ abgeleitet.

Ausgangspunkt fur die Einführung p-adischer L-Reihen ist im Wesentlichen die klassische Formel $L(1-n,\chi) = -\frac{B_n(\chi)}{n}$ $(n \geq 1)$:

Satz : Es existiert genau eine stetige Funktion $L_p(\cdot,\chi) : \mathbb{Z}_p-\{1\} \longrightarrow \bar{\mathbb{Q}}_p$ mit $L_p(1-n,\chi) = -(1-\chi\omega^{n}(p)p^{n-1})\,B_n(\chi\omega^{n})/n$ für $n \geq 1$. L_p ist meromorph in einem Bereich $D = \{s \in \bar{\mathbb{Q}}_p : |s| < r\}$ für ein $r > 1$. $L_p(s,\varepsilon)$ hat einen einzigen Pol, in $s=1$ mit Residuum $1-p^{-1}$; für $\chi \neq \varepsilon$ ist $L_p(s,\chi)$ auf D holomorph. Für $\chi < 0$ ist $L_p(s,\chi) = 0$; für $\chi > 0$ ist $L_p(s,\chi) \neq 0$. Weiter gilt für $\chi \neq \varepsilon$: $L_p(1,\chi) = (1-\chi(p)/p)\mathcal{L}_p(\chi)$.

8. C.-G. SCHMIDT, Iwasawasche Konstruktion der Leopoldtschen L-Reihen durch Stickelbergerelemente

Es wurde §6 von K. Iwasawas Lectures on p-adic L-functions (Ann. of Math. Stud., n° 74) vorgetragen : Ausgehend von Witts p-adischer Darstellung der verallgemeinerten Bernoullizahlen $B_n(\chi)$ wurde eine Folge von Stickelbergerelementen in einem inversen System von Gruppenringen konstruiert, deren Limes - aufgefasst als Potenzreihe in einer Iwasawaalgebra $\mathfrak{o}[[T]]$ - an gewissen Stellen gerade die Werte $L_p(1-n,\chi)$ annimmt, woraus die Identitat der beiden Funktionen folgt.

9. M. KNEBUSCH, Formulierung der Hauptvermutung

Sei k total reeller Zahlkörper; $p \neq 2$ prim; $K = k(\mu_p)$; $K_\infty = k(\mu_{p^\infty})$; $\Delta = G(K/k)$; $d = \#\Delta$; $\omega : \Delta \to \mathbb{Z}_p^*$ Teichmüller Charakter. Dann gibt es zu jedem Charakter ω^i von Δ eine stetige Funktion $\zeta_p(\omega^i,\cdot) : \mathbb{Z}_p-\{1\} \to \mathbb{Q}_p$, mit $\zeta_p(\omega^i,1-n) = \zeta_k(1-n)\prod_{\mathfrak{q}|p}(1-N\mathfrak{q}^{n-1})$, für alle $n \geq 2$, $n \equiv i \bmod d$, welche für

i ungerade allerdings 0 ist. Sei A_i der ω^i-Eigenraum des p-Anteils der Klassengruppe von K . A_i ist $\Lambda = \mathbb{Z}_p[[\Gamma]]$-Modul, wo $\Gamma = G(K_\infty/K)$. Wähle ein topologisches Erzeugendes φ von Γ; so dass für alle $\zeta \in \mu_{p^\infty} : \varphi(\zeta) = \zeta^q$, für ein $q \in 1+pZ_p$.

<u>Hauptvermutung</u> : Fur ungerades i mod d ist

$$\zeta_p(\omega^{1-i},s) = u_i(1-q^{-s}).\begin{cases} \det(1-q^{-s}\varphi^{-1} \mid V_p(A_i)) & i \not\equiv 1 \ (d) \\ \det(1-q^{-s}\varphi^{-1} \mid V_p(A_i))/(1-q^{1-s}) & i \equiv 1 \ (d) \end{cases},$$

für ein $u_i \in \mathbb{Z}_p[[T]]^*$, und $V_p(A_i) = (\varprojlim A_n \otimes \mathbb{Q}_p)_i$.

Fur gerades i kann man sich fragen, ob die verallgemeinerte Vandiver - "Vermutung" gilt : $A_i = 0$. Die Hauptvermutung wurde duch Analogie zum Funktionenkörperfall motiviert.

10. E. MAUS, <u>Beweis der Hauptvermutung in Spezialfällen</u>

Für den Fall eines total reellen <u>abelschen</u> Zahlkörpers k wurde die Hauptvermutung nach Coates und Lichtenbaum (Ann. of Math. 98, 1973) präzisiert und unter folgenden Voraussetzungen bewiesen : (a) $p \nmid (k:\mathbb{Q})$, $p \neq 2$; (b) Kein Primdivisor $\mathfrak{P}^+ | p$ von $k(\mu_p)^+$ zerfällt in $k(\mu_p)$; (c) der p-primäre, ungerade Anteil A_o^- der Klassengruppe von $k(\mu_p)$ ist zyklischer $\mathbb{Z}_p[G(k(\mu_p)/\mathbb{Q})]$-Modul. Diese Bedingungen wurden, z.T. mit Beispielen, erläutert. Im Beweis, der nur für den Fall $k=\mathbb{Q}$ vollständig geführt wurde, gehen insbesondere Vorträge 5,6 und 8 ein. Als Korollar ergibt sich für $k=\mathbb{Q}$ mit dem Leopoldtschen Spiegelungssatz, dass die sogenannte Vandiver-Vermutung die Hauptvermutung impliziert.

11. G. FREY, <u>Lichtenbaumformel fur die Zetafunktion von Schemata</u>

Sei X ein geometrisch zusammenhängendes Schema über dem endlichen Körper $F = \mathbb{F}_q$; dim X = d. Sei $\bar{F}$ algebraischer Abschluss von F; φ Frobeniusautomorphismus von $\bar{F}/F$; $\bar{X} = X \times \mathrm{Spec}(\bar{F})$; $\ell \neq \mathrm{char}(F)$ prim; μ_{ℓ^ν} Garbe der ℓ^ν-ten Einheitswurzeln bzgl. der étalen Kohomologie auf X; $\mathbb{Z}_\ell(1) = \varprojlim \mu_{\ell^\nu}$; $\mathbb{Z}_\ell(n) = \mathbb{Z}_\ell(1)^{\otimes n}$; $\mathbb{Q}_\ell(n) = \mathbb{Z}_\ell(n) \otimes \mathbb{Q}_\ell$; $\zeta_X(s) = \prod_{x \in |X|} (1-q^{-sd(x)})^{-1}$ die Zetafunktion von X, wo $|X|$ die Menge der algebraischen Punkte von X und d(x) den Grad (F(x):F) bezeichnet. φ operiert natürlich auf der ℓ-adischen Kohomologie (mit kompaktem Träger) $H^p_!(X, \mathbb{Z}_\ell(n))$, und eine Formel von Grothendieck besagt : $\zeta_X(s) = \prod_{i=0}^{2d} \det(1-q^{-s}\varphi^{-1} \mid H^i_!(\bar{X}, \mathbb{Z}_\ell)\otimes \mathbb{Q}_\ell)^{(-1)^{i+1}}$. Daraus erhält man für $n \in \mathbb{Z}$ mit $\zeta_X(n) \neq \infty$ die Endlichkeit von $H^i_!(X, \mathbb{Z}_\ell(n))$ und :

$$|\zeta_X(n)|_\ell = \prod_{i=0}^{2d+1} \# H^i_!(X, \mathbb{Z}_\ell(n))^{(-1)^{i+1}}.$$

Setzt man zusätzlich voraus, dass X glatt ist, so folgt mit Poincaré Dualität weiter :

$$|\zeta_X(n)|_\ell = \prod_{0}^{2d+1} \# H^i(X, \mathbb{Z}_\ell(d-n))^{(-1)^{i+1}}.$$

12. R. KIEHL, Kohomologische Darstellung der Iwasawaschen Zetafunktion und Lichtenbaumvermutung

Mit den Bezeichnungen von Vortrag 9 sei $\mathfrak{o}$ der Ring der ganzen Zahlen von k; $X = \mathrm{Spec}(\mathfrak{o}[p^{-1}])$; X_∞, bzw. $\mathfrak{X}$, bzw. $\mathfrak{X}_\infty$ die Normalisierungen von X in k_∞ (der zyklotomischen $\mathbb{Z}_p$-Erweiterung von k), bzw. K, bzw. K_∞. Sei $\mathbb{Z}_p^{(i)}$ die von der konstanten Garbe $\mathbb{Z}_p$ auf $\mathfrak{X}_\infty$ durch Operation von Δ vermöge ω^i auf X_∞ induzierte lokalkonstante Garbe. Dann ist die rechte Seite der Hauptvermutung für alle ungeraden i mod d gleich : $\prod_j \det(1-\varphi^{-1}q^{s-1} \mid H^j(\mathfrak{X}_\infty, \mathbb{Z}_p^{(1-i)})\otimes \mathbb{Q}_p)^{(-1)^{j+1}}$.
Die Hauptvermutung impliziert also kohomologische Formeln für die $|\zeta_p(\omega^{1-i}, 1-n)|_p$. Insbesondere erhält man, wenn $\mu(k_\infty/k) = 0$ ist (vgl: Vortrag 13), die Lichtenbaumvermutung :

$$|\zeta_p(\omega^{1-i}, 1-n)|_p = \prod_j \# H^j(X, \mathbb{Z}_p(n))^{(-1)^{j+1}},$$

für i ungerade, mod d und $n \equiv 1-i$ (d).

13. M. KNESER, "$\mu = 0$"

Beweis nach Ferrero und Washington (Ann. of Math. 1o9, 1979) dafür, dass die Invariante μ (Vortrag 4) verschwindet, wenn $K/\mathbb{Q}$ abelsch und K_∞/K zyklotomisch ist. Der Beweis wurde nur für den Spezialfall $K = \mathbb{Q}(\mu_p)$ in den wesentlichen Schritten durchgeführt.

14. C. SOULE, K-Theorie und Iwasawa-Theorie

Mit den Bezeichnungen von Vortrag 9 schreibe $\zeta_I(\omega^{1-i},s).u_i(1-q^{-s})$ für die rechte Seite der Hauptvermutung.

Satz : Für alle geraden ganzen Zahlen $n \equiv i \bmod d$ ist $\zeta_I(\omega^i, 1-n) \neq 0$.

M.a.W., an den Stellen, wo $\zeta_p(\omega^i,.)$ bekanntlich $\neq 0$ ist, gilt dies auch für ζ_I. Es wurde zunächst gezeigt, wie dieser Satz leicht aus Stickelbergers Satz folgt, falls k abelsch ist. Den allgemeinen Fall leitet man mithilfe von Vortrag 12 ab aus dem

Satz' : k beliebiger Zahlkörper; $X := \operatorname{Spec}(o_k[p^{-1}])$; $n \geqq 2$. Dann ist

$H^2(X, \mathbb{Q}_p/\mathbb{Z}_p(n)) := \varinjlim H^2(X, (\mathbb{Z}/p^\nu\mathbb{Z})(n)) = 0$.

Aus Satz' folgt, dass alle $H^k(X, \mathbb{Z}_p(n))$ über $\mathbb{Z}_p$ endlich erzeugt sind.

Entscheidend für den Beweis von Satz' ist die Surjektivität von

$H^1(k, \mathbb{Q}_p/\mathbb{Z}_p(n)) \xrightarrow{\partial} \bigoplus_{v \nmid p} H^0(\tilde{k}_v, \mathbb{Q}_p/\mathbb{Z}_p(n-1))$, wo $\tilde{k}_v$ der Restklassenkörper mod v ist, die man ihrerseits aus der endlichen Erzeugtheit der H^k ableiten könnte, wenn man diese vorher wüsste. Die Schwierigkeit wird durch einen Vergleichssatz der H^k mit höheren K-Gruppen behoben : Da man deren endliche Erzeugtheit kennt, ist die entsprechende Abbildung

$K_{2n-1}(k, \mathbb{Q}_p/\mathbb{Z}_p) \xrightarrow{\partial'} \bigoplus_{v \nmid p} K_{2n-2}(\tilde{k}_v, \mathbb{Q}_p/\mathbb{Z}_p)$ sicher surjektiv.

DER SATZ VON RIBET (Inventiones 34, 1976)

15. W.D. GEYER, Formulierung des Satzes, Beweisvorbereitungen

Sei $p \geqq 37$ prim; A der p-primäre Anteil der Klassengruppe von $\mathbb{Q}(\mu_p)$;

$\Delta = G(\mathbb{Q}(\mu_p)/\mathbb{Q})$; $\chi : G(\bar{\mathbb{Q}}/\mathbb{Q}) \xrightarrow{can} \Delta \xrightarrow{\omega} \mathbb{Z}_p^*$, wo ω der Teichmüller Charakter;

A_i der ω^i Eigenraum von A. Nach Kummer ist $A \neq 0$ gleichbedeutend mit :

$p | B_k$, für mindestens ein $k = 2,4,\ldots,p-3$. Ribet beweist nun : Für jedes solche k folgt aus $p|B_k$, dass $A_{1-k} \neq 0$ ist.

Der Satz wird zunächst zurückgeführt auf die Existenz (falls $p|B_k$) einer stetigen Darstellung $\bar{\rho} : G(\bar{\mathbb{Q}}/\mathbb{Q}) \longrightarrow GL_2(F)$, wo $F \supset \mathbb{F}_p$ endlich ist, so dass

(a) über F: $\bar{\rho} \cong \begin{pmatrix} 1 & * \\ 0 & \chi^{k-1} \end{pmatrix}$ mit $* \neq 0$; (b) $\bar{\rho}$ unverzweigt in allen $\ell \neq p$;

(c) $\bar{\rho}$ zahm verzweigt für p ist. Weiterhin wurden die Hilfssätze über p-adische

Darstellungen aus §2 der Ribetschen Arbeit vorgetragen.

16. P. SCHNEIDER, Konstruktion einer Spitzenform f

Wie in §3 der Arbeit von Ribet wurde der Satz bewiesen, dass unter der Voraussetzung $p \mid B_k$ (k wie oben) eine Spitzenform $f = \sum_{n \geq 1} a_n q^n$ vom Gewicht 2 zum Charakter ω^{k-2} für $\Gamma_0(p)$ existiert, so dass (a) f normalisierte Eigenform aller Heckeoperatoren T_n ist; (b) $a_\ell \equiv 1+\ell^{k-1} \mod \mathfrak{P}$ für alle Primzahlen $\ell \neq p$ gilt, wo $\mathfrak{P} \mid p$ ein Primideal von $K := \mathbb{Q}(\{a_n : n \geq 1\})$ ist, welches nicht von ℓ abhängt. Dieses Resultat beruht wesentlich auf einer Abschätzung (nach oben) für $h^-(\mathbb{Q}(\mu_p))$ und der Tatsache, dass es keine Spitzenformen $\neq 0$ vom Gewicht 2 für $SL_2(\mathbb{Z})$ gibt.

17. P. BAYER, Die Shimura Varietät zu f

Als wesentliches Hilfsmittel für Ribets Beweis wurde gezeigt :

Satz (Eichler - Shimura - Igusa) : Sei $f(z) = \sum_{n \geq 1} a_n q^n$ normalisierte Spitzenform vom Gewicht 2 für $\Gamma_0(p)$ zum Charakter ω^{k-2}, die Eigenform für alle Heckeoperatoren T_n ist. Sei $\mathfrak{P} \mid p$ Primstelle von $K = \mathbb{Q}(\{a_n\})$. Dann existiert eine stetige Darstellung $\rho : G(\bar{\mathbb{Q}}/\mathbb{Q}) \longrightarrow GL_2(K_{\mathfrak{P}})$, die ausserhalb p unverzweigt ist, so dass für jedes Frobeniuselement $F_\ell \in G(\bar{\mathbb{Q}}/\mathbb{Q})$ einer Primzahl $\ell \neq p$ gilt :
$\det(1-\rho(F_\ell)\ell^{-s}) = 1-a_\ell \ell^{-s}+\omega^{k-2}(\ell)\ell^{1-2s}$.

Man gewinnt ρ aus der $G(\bar{\mathbb{Q}}/\mathbb{Q})$ Operation auf dem Tate Modul $V_{\mathfrak{P}}(A_f)$, wo A_f die Shimura Varietät zu f ist, welche charakterisiert wird durch : (a) A_f ist abelsche Varietät der Dimension $(K:\mathbb{Q})$; (b) A_f ist über $\mathbb{Q}$ definierter Quotient von $J_1(p)$; (c) $\mathfrak{o}_K \hookrightarrow \mathrm{End}_{\mathbb{Q}}(A_f)$; (d) $T_n : J_1(p) \longrightarrow J_1(p)$ induziert auf A_f die Multiplikation mit a_n .

18. J. NEUKIRCH, Ende des Beweises

Zunächst wurde nachgewiesen, dass die Darstellung ρ aus Vortrag 17 irreduzibel ist. Die reduzierte Darstellung (bzgl. eines geeigneten Gitters in V) ist dann von der Form eines $\bar{\rho}$, das Bedingung (a) aus Vortrag 15 erfullt, wie man unter Verwendung der Kongruenzen $a_{\ell} \equiv 1+\ell^{k-1}; \ell.\omega^{k-2}(\ell) \equiv \ell^{k-1} \mod \mathcal{P}$ zeigt. Um auch Bedingung (c) von Vortrag 15 nachzuweisen, zeigt man, dass $\bar{\rho}$ uber $\mathbb{Q}(\mu_p)^+$ in $\mathcal{G}|p$ unverzweigt ist. Unter Ruckgriff auf die Tatsache, dass A_f nach einem Resultat von Deligne und Rapoport uber $\mathbb{Q}(\mu_p)^+$ uberall gute Reduktion hat, wird gezeigt, dass der Darstellungsmodul M von $\bar{\rho}$ der Galoismodul eines endlichen flachen Gruppenschemas ist; woraus mit einem Klassifikationssatz von Raynaud die Halbeinfachkeit von M erschlossen werden kann.

Berichterstatter : Norbert Schappacher

Liste der Tagungsteilnehmer

Bayer, Dr. E., Math. Inst. der Univ., Roxeler Str. 64, D-44oo Münster

Bayer, Dr. P., Fachbereich Math., Universitätsstr. 31, D-84oo Regensburg

Becker, Pr.-Doz. Dr. E., Zum Waldfrieden la, D-5o34 Gleuel

Bröcker, Dr. L., Math. Inst. der Univ., Roxeler Str. 64, D-44oo Münster

Draxl, Pr.-Doz. Dr. P., Grossdornbergerstr. 56, D-48oo Bielefeld 1

Faltings, Dr. G., Math. Inst. der Univ., Roxeler Str. 64, D-44oo Münster

Freitag, Prof. Dr. E., Seitzstr. 18, D-69oo Heidelberg

Frey, Prof. Dr. G., Fasanenweg 4, D-66ol Scheidt

Gekeler, Prof. Dr. E., Math. Inst. der Univ., Wegelerstr. lo, D-53oo Bonn 1

Geyer, Prof. Dr. W.-D., Am Rötelheim 56, D-852o Erlangen

Halter-Koch, Prof. Dr. F., Habichtstr. 18, D-43oo Essen

Hurrelbrink, Pr.-Doz. Dr. J., Südstr. 3, D-48o6 Werther

Jehne, Prof. Dr. W., Am Mühlenberg 57, D-5o6o Bergisch-Gladbach 2

Kani, Dr. E., Math. Inst. der Univ., Im Neuenheimer Feld 288, D-69oo Heidelberg

Kiehl, Prof. Dr. R., Dantestr. 19, D-69oo Heidelberg

Klingen, Pr.-Doz. Dr. N., Hans-End-Str. 227, D-4ooo Düsseldorf 13

Knebusch, Prof. Dr. M., Eichenstr. 3c, D-84ol Pentling

Kneser, Prof. Dr. M., Merkelstr. 39, D-34oo Göttingen

Köhnen, Dr. K., Fachbereich Math., Saarstr. 21, D-65oo Mainz

Leopoldt, Prof. Dr. H.-W., Schneidemühlerstr. 2c, D-75oo Karlsruhe

Löffler, Dr. P., Math. Inst. der Univ., Bunsenstr. 3-5, D-34oo Göttingen

Lorenz, Prof. Dr. F., Staufenstr. 43, D-44oo Münster

Madan, M.L. Prof., Math. Inst. der Univ., Im Neuenheimer Feld 288, D-69oo Heidelberg

Martens, Dr. G., Math. Inst. der Univ., Bismarckstr. 1 $\frac{1}{2}$, D-852o Erlangen

Matzat, Prof. Dr. B.H., Lönsweg 1, D-7519 Walzbachtal

Maus, Prof. Dr. E., Ludwig-Beck-Str. 9, D-34oo Göttingen

Meyer, J., Math. Seminar, Bundesstr. 55, D-2ooo Hamburg

Nastold, Prof. Dr. H.-J., Am Schütthook 75, D-44oo Münster-Angelmodde

Neukirch, Prof. Dr. J., Regensburger Str. 25, D-84o1 Grossberg

Opolka, Dr. H., Math. Inst. der Univ., Roxeler Str. 64, D-44oo Münster

Ossa, Prof. Dr. E., Theoderichstr. 37, D-56oo Wuppertal 2

Perlis, Dr. R., Math. Inst. der Univ.? Wegelerstr. 1o, D-53oo Bonn 1

van der Put, Prof. M., Mathématiques, Université de Bordeaux I, Taleney Bordeaux

Rehmann, Pr.-Doz. Dr. U., Altdorfer Str. 42c, D-48oo Bielefeld 1

Richter, Dr. B., Inst. f. Quantenchemie der FU, Holbeinstr. 48, 1000 Berlin 45

Rück, Dr. G., Fachbereich Math., Bau 27, D-66oo Saarbrücken

Schappacher, Dr. N., 62, rue de la Tombe Issoire, F-75o14 Paris

Schmidt, Dr. C.-G., Fachbereich Math., Bau 27, D-66oo Saarbrücken

Schneider, Dr. P., Fachbereich Math., Universitätsstr. 31, D-84oo Regensburg

Schoof, R., Mathematisch Instituut, Ryksuniversiteit Leiden, Wassenaarseweg 8o, Leiden, Holland

Schulze-Pillot, Dr. R., Math. Inst. der Univ., Bunsenstr. 3-5, D-34oo Göttingen

Siebert, Dr. G., TU, Straße des 17. Juni 135, 1000 Berlin 12

Soulé, Prof. C., 4, rue Myrha, F-75018 Paris

Stieglitz, Dr. A., Abtlg. für Math., Universitätsstr. 15o, NA, D-463 Bochum

Stuhler, Pr.-Doz. Dr. U., Oberstr. 19, D-34o1 Göttingen-Herberhausen

Tamme, Prof. Dr. G., Raiffeisenstr. 5o, D-84o3 Bad Albach

Turner, S. Prof., Math. Inst. der Univ., Bismarckstr. 1 $\frac{1}{2}$, D-852o Erlangen

Vogt, Prof. Dr. E., Teutonenstr. 31, D-1ooo Berlin 38

Vogt, Prof. Dr. R., Papiermühle 24, D-45o4 Georgsmarienhütte

Nachtrag :

Girstmair, Dr. K., Inst. f. Math. d. Univ., Innrain 52, A-6020 Innsbruck

Kersten, Dr. I., Math. Seminar, Bundesstr. 55, D-2ooo Hamburg

Klein, Dr. R., Math. Inst. der Univ., Roxeler Str. 64, 4400 Münster

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft