MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT OBERWOLFACH

# TAGUNGSBERICHT 51/1980

## Mathematische Methoden des Operations Research

30.11. bis 6.12.1980

**Leitung:** Heinz König (Saarbrücken)
Klaus Neumann (Karlsruhe)

Die Tagung führte 46 Teilnehmer aus Mathematik, Theorie und Anwendungen des Operations Research sowie den verwandten Gebieten Statistik und Wirtschaftstheorie zusammen. In 26 Vorträgen wurde über neuere Ergebnisse der diskreten Optimierung, ellipsoidale Methoden in der mathematischen Optimierung, Location-Theorie, Graphen- und Netzwerktheorie, dynamische Optimierung, Markowsche Entscheidungsprozesse, stochastische Optimierung, Warteschlangentheorie, Statistik, Spieltheorie und Wirtschaftstheorie berichtet.

Im Vergleich zu den bisherigen Tagungen über Mathematische Methoden des Operations Reserach wurden diesmal stochastische Probleme stärker berücksichtigt, was der besonders stürmischen Entwicklung auf diesem Gebiet Rechnung trug und sich sehr belebend auf die Diskussionen auswirkte. Gerade diese lebhaften Diskussionen zwischen Vertretern verschiedener Fachrichtungen waren das hervorstechendste Merkmal der Tagung. Dabei zeigte sich, wie förderlich die besondere Atmosphäre des Mathematischen Forschungsinstituts sowohl für den notwendigen Kontakt zwischen Mathematikern auf der einen und Vertretern des Operations Research auf der anderen Seite als auch für den Erfahrungsaustausch innerhalb des heute bereits weitgehend spezialisierten Operations Research ist.

Der besondere Dank der Tagungsteilnehmer gilt dem Direktor des Mathematischen Forschungsinstitutes, Herrn Professor Dr. M. Barner, und seinen Mitarbeitern für die gastliche Aufnahme und die ausgezeichnete Betreuung während der Tagung.

Teilnehmer

A. Bachem, Bonn
G. Bol, Karlsruhe
R.E. Burkard, Köln
L.G. Chalmet, Gainesville (USA)
L. Collatz, Hamburg
K. Daniel, Bern
W. Eichhorn, Karlsruhe
K.W. Gaede, München
M. Grötschel, Bonn
W. Hackenbroch, Regensburg
G. Hammer, Karlsruhe
J. Hartung, Dortmund
H. Hauptmann, Hamburg
R. Henn, Karlsruhe
K. Hinderer, Karlsruhe
E. Höpfinger, Jülich
A. Hordijk, Leiden
R. Horst, Ottobrunn
A. Jaeger, Bochum
P. Kall, Zürich
P. Kischka, Karlsruhe
K.-P. Kistner, Bielefeld
W. Knödel, Stuttgart
H. König, Saarbrücken
B. Korte, Bonn
P. Kosmol, Kiel
R. Möhring, Aachen
O. Moeschlin, Hagen
M. Morlock, Karlsruhe
E.J. Muth, Gainesville (USA)
K. Neumann, Karlsruhe
M. Neumann, Essen
H. Noltemeier, Aachen
J. van Nunen, Delft
W. Oettli, Mannheim
D. Pallaschke, Bonn
U. Rieder, Ulm
K. Ritter, Stuttgart
J. Rosenmüller, Bielefeld
M. Schäl, Bonn
R. Schaßberger, Berlin
N. Schmitz, Münster
H.C. Tijms, Amsterdam
J. Wessels, Eindhoven
D. Wolf, München
U. Zimmermann, Köln

VORTRAGSAUSZÜGE

A. BACHEM:

Aspekte einer diskreten Polyedertheorie

Wir betrachten Mengen der Form $P_S(A,b)=\{x\in S^n \mid Ax\leqq b\}$ für $S=\mathbb{R}$ ($\mathbb{Q}$ oder $\mathbb{Z}$) und zeigen, daß sich eine Reihe klassischer Resultate der Polyedertheorie bzgl. solcher "(diskreten) Polyeder" verallgemeinern lassen. Im einzelnen zeigen wir: Gilt für $S,U\subseteq\mathbb{R}$ (a) Mit $x\in S^m$, $u\in U^m$ ist $ux\in S^m$ und (b) Für jede rationale $(m,n)$-Matrix $A$ gibt es eine $(k,m)$-Matrix $K$ mit Eintragungen aus $S$, so daß b1) für jedes $x\in\mathbb{Q}^m$ gilt: $x\in S^m \iff Kx\in S^k$ und b2) $KA=\binom{B}{0}$ und rang $(B)$ ist maximal, so gilt das Farkas-Lemma in folgender Form: Entweder gibt es ein $x\in\mathbb{Q}^m$ mit $b-Ax\in S^m$ oder es existiert ein $u\in U^m$ mit $uA=0$, $ub\notin S$, aber nicht beides.

Wir zeigen, daß der Satz von Minkowski für beliebige Mengen $P_S(A,b)$ ($S=\mathbb{R}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{Z}$) gilt und geben ein Gegenbeispiel für die allgemeine Gültigkeit des Satzes von Weyl bzgl. der Mengen $P_S(A,b)$ an. Darüberhinaus berichten wir über die Unlösbarkeit des folgenden Problems. Gibt es zu $M\subseteq S^n$ eine Matrix $A$ und einen Vektor $b$, so daß $M=P_S(A,b)$ ($S=\mathbb{R}$, $\mathbb{Q}$ oder $\mathbb{Z}$).

Die $\gamma$-Polare $P^\gamma$ einer Menge $P=P_S(A,b)$ ist die Menge aller Vektoren $(c,c_0)\in\mathbb{R}^{n+1}$, welche gültige Ungleichungen $cx\leqq x_0$ bzgl. $P$ definieren. Wir charakterisieren die $\gamma$-Polare für $S=\mathbb{R}$, $\mathbb{Q}$ und $\mathbb{Z}$ und zeigen, daß Extremalen der $\gamma$-Polaren zu Facetten der Mengen $P_S(A,b)$ führen. Auf diese Weise läßt sich eine allgemeine Dualitätstheorie für "(diskrete) Polyeder" der Art $P_S(A,b)$ formulieren.

R. BURKARD:

<u>Effiziente Lösungen für kombinatorische Optimierungsprobleme: Zur Diskussion einiger Lösungskonzepte für Optimierungsaufgaben mit 0-1 Variablen</u>

Gegeben sei eine Menge S zulässiger Punkte $x \in \mathbb{B}^n$ und k Zielfunktionen $z_1(x),\ldots,z_k(x)$ mit $z_i(x) \geq 0 \ \forall \ x \in S$. Man betrachte das Hilfsproblem

(HP) $\min\limits_{x \in S} (w_1 z_1(x) + w_2[z_2(x)]^{p_2} + \ldots + w_k[z_k(x)]^{p_k})$ mit $w_i > 0$, $\sum w_i = 1$
und Exponenten $p_2,\ldots,p_k > 0$.

Dann gilt

<u>Satz 1.</u> Für hinreichend große Werte von $p_2,\ldots,p_k$ ist die Vereinigung der Optimallösungen des parametrischen Problems HP(w) identisch mit der Menge der effizienten Lösungen des zugehörigen Vektoroptimierungsproblems mit den Zielfunktionen $z_1,\ldots,z_k$.

Angewandt auf $z_2(x) = \max\limits_{x_i > 0} d_i$, erhält man

$$E(\sum_{\max}) = \bigcup_{w} \{x^*(w) \mid x^*(w) \in \arg\min w \sum c_i y_i + (1-w) \max_{y_i > 0} d_i^p\}$$

für hinreichend großes p.

Da sich $\min\limits_{x \in S} w \sum c_i x_i + (1-w) \max\limits_{x_i > 0} d_i$ nur schwer lösen läßt, führt man

$\min\limits_{x \in S} \max\limits_{x_i > 0} d_i$ über in $\min\limits_{x \in S} \sum d_i^p x_i$, p hinreichend groß, und betrachtet das Problem

(1) $\min\limits_{x \in S} \sum\limits_i (wc_i + (1-w) d_i^p) x_i$

Eine Lösung x heißt <u>streng effizient</u>, wenn sie effizient bez. $(\sum_{\max})$ ist und unter allen effizienten Lösungen mit konstanter 2. Komponente das kleinste $\sum d_i^p x_i$ ergibt. Nun gilt

<u>Satz 2.</u> Jede streng effiziente Lösung bez. $(\sum_{\max})$ läßt sich für ein geeignetes w als Optimallösung von (1) erhalten.

Ferner gilt

Satz 3. Für jede Optimallösung von $\min_{x \in S} (w \sum c_i x_i + (1-w) \max_{x_i > 0} d_i)$ gibt es eine Optimallösung von (1) mit gleichem Wert $w \sum c_i x_i + (1-w) \max_{x_i > 0} d_i$.

L.G. CHALMET:

Efficient Solutions for Multi-Objective Discrete Location Problems

We focus on identifying all efficient (Pareto-optimal) solutions to the following discrete multi-objective location problem: Find $X \in Q = \{Q_1, Q_2, \ldots, Q_m\}$ such as to vector-minimize $F(X) = (r(P_1,X), r(P_2,X), \ldots, r(P_n,X))^T$ where X is the (unknown) new facility location, $Q_1, Q_2, \ldots, Q_m$ are the (known) candidate sites among which X needs to be chosen from, and $P_1, P_2, \ldots, P_n$ are (known) existing facilities that have relationships with the new facility. All points are in $\mathbb{R}^2$. The n functions $r(P_i,X)$, $i=1,\ldots,n$, are rectilinear ($l_1$-) distances. Intuitively speaking, the objective for each existing facility $P_i$ is to have the new facility X as close as possible. It is first shown that solving the above problem also solves the problem where the objective functions are $l_\infty$-norms. Serveral properties are then developed that implicitely characterize each candidate site as either efficient or dominated. The analysis first concentrates on all candidate sites inside a minimal rectangular area constructed around all existing facilities. Since a different analysis is needed, candidate sites outside that region are treated separately. We believe that the properties that result from the investigation allow for a very quick identification of all efficient candidate sites. This contrasts rather drastically with the widespread opinion that the generation of all Pareto-optimal solutions is an unreachable goal. It is the special geometric structure of the problem that is primarily responsible for this result.
This work was done jointly with Siriphong Lawphongpanich, a PhD student at the University of Florida.

K. DANIEL:

Ein konstruktives Verfahren zu einem Satz von Miller-Veinott

Sei S Zustandsraum, endlich; $A(i)$, $i\varepsilon S$, ist der Raum zulässiger Aktionen, falls $i\varepsilon S$. Sei $p(j|i,k)$, $k\varepsilon A(i)$ die Wahrscheinlichkeit, von i nach j unter $k\varepsilon A(i)$ zu gelangen. Für $\rho$ nahe Null soll $V_\rho(\pi)$ maximiert werden, $\pi\varepsilon \mathop{\times}\limits_{n=0}^{\infty} D$, $D = \mathop{\times}\limits_{i=1}^{|S|} A(i)$.

Eine Laurent-Entwicklung für $V_\rho(d^\infty) = \sum\limits_{n=-1}^{\infty} \rho^n y_n(d)$ wird benutzt, um konstruktiv optimale $f^\infty$ zu charakterisieren. Das geschieht durch lexikographische Maximierung von $Y(f) = (y_{-1}(f), y_0(f), y_1(f), \ldots)$.

Satz: Das Linearprogramm

$$u_{-1i} - \sum_{j=1}^{|S|} p(j|i,k)u_{-1j} \geqq 0, \qquad k\varepsilon A(i), i\varepsilon S$$

$$u_{01} - \sum_{j=1}^{|S|} p(j|i,k)u_{0j} + u_{-1i} - r(i,k) \geqq 0, \qquad k\varepsilon A(i), i\varepsilon S$$

$$\text{minimiere} \sum_{i=1}^{|S|} u_{-1i}$$

ist zulässig, die Zielfunktion ist von unten beschränkt und jede Lösung $(u^*_{-1}, u^*_0)$ erfüllt: $u^*_{-1} = y^*_{-1}(f)$, $f^\infty$ optimal. Es genügen höchstens $|S|+2$ lineare Programme zur Bestimmung von $Y^*_S = (y^*_{-1}(f), \ldots, y^*_{|S|}(f))$. Damit kann auch $f^\infty$, optimal, erhalten werden.

W. EICHHORN:

On a Functional-Differential Equation Arising in the Theory of the Distribution of Wealth

In 1957, Wold and Whittle published a paper containing a model by which they intended to explain the Pareto distribution of wealth. A complete description of the solutions of the functional-differential equation deduced from their model has been given by Walter. Among these solutions Pareto's distribution is characterized by some remarkable properties. We prove that under the assumptions of the model the distribution of wealth is of Pareto type at any point of time if and only if it was of Pareto type already in the beginning and hence remains so for ever. Additionally we show, by solving an advanced ordinary differential equation, that a multiplicative solution of the functional differential equation deduced from the model is not necessarily of Pareto type.

M. GRÖTSCHEL:

Ein polynomialer Algorithmus zur Minimierung submodularer Funktionen und seine Anwendungen

Sei E eine endliche Menge und $\mathcal{F} \subseteq \mathcal{P}(E)$ ein Mengensystem, das abgeschlossen ist unter Vereinigungs- und Durchschnittsbildung. Dann heißt eine Funktion $f:\mathcal{F} \to \mathbb{Z}$ submodular, wenn $f(F \cap G)+f(F \cup G) \leq f(F)+f(G) \quad \forall\, F,G \in \mathcal{F}$. Wir zeigen, daß es einen Algorithmus gibt, der das Problem $\min\{f(F) \mid F \in \mathcal{F}\}$ löst und dessen Laufzeit polynomial in $|E|$ und B ist, wobei B eine vorgegebene ganze Zahl ist mit $B \geq |f(F)| \quad \forall\, F \in \mathcal{F}$.
Der vorgestellte Algorithmus arbeitet mit binärer Suche, wobei in jedem Schritt das Ellipsoidverfahren für den Antiblocker eines gewissen Polymatroiden benutzt wird. Wir zeigen, daß man als Separationsalgorithmus für diesen Antiblocker den Greedy-Algorithmus für den Polymatroiden verwenden kann. Das heißt, die wesentlichen Bestandteile des Algorithmus zur Minimierung submodularer Funktionen sind die Ellipsoidmethode und der Greedy-Algorithmus.
Spezialfälle dieser Problemklasse sind z.B. das Separationsproblem für Matroidpolytope und für Polymatroide, sowie als wichtigstes Beispiel das Min Cut Problem. Daraus folgt, daß ein maximaler Fluß in einem Diagraphen in polynomialer Zeit durch die Minimierung einer submodularen Funktion gefunden werden kann.

J. HARTUNG:

Über ein Minimierungsproblem beim Schätzen von Varianzen

In einem allgemeinen Varianzkomponentenmodell erhält man durch Reduktion mittels Invarianz bezüglich Mittelwerttranslationen eine Zufallsvariable $y \in \mathbb{R}^n$ mit $Ey=0$ und $Cov(y) = \sum_{i=1}^{m} \alpha_i V_i$, wobei die $V_i$ bekannte positiv semidefinite Matrizen und die $\alpha_i \geqq 0$ unbekannte Parameter sind. Zur Angabe einer (invarianten) nichtnegativen minimal-verzerrten 'gleichmäßig kleinsten' quadratischen Schätzfunktion $y'Ay$ für eine gegebene Linearform $p'\alpha$ muß A Lösung des folgenden Problems sein:

minimiere Spur $B^2$ unter der Nebenbedingung:

B ist Lösung von: $\min\{ \sum_{i=1}^{m} (\text{Spur } (V_i - p_i)^2 | C \in \mathbb{R}^{n \times n} \text{ pos. s. def.}\}$

Für dieses 2-stufige Optimierungsproblem werden notwendige und hinreichende Bedingungen hergeleitet und eine sequentielle Lösungsmethode angegeben. Für den Fall, daß der von den $V_i$ aufgespannte Unterraum ein kommutativ quadratischer ist (wie z.B. bei den klassischen balanzierten Modellen der Varianzanalyse), wird gezeigt, daß sich dann obiges Minimierungsproblem auf ein gewöhnliches konvexes quadratisches reduzieren läßt.

K. HINDERER:

On a model for the optimal control of a dam

Es wird ein von Geßford und Karlka (1958) und später von Arnahamor (1975), (1977) untersuchtes einfaches Damm-Problem (diskrete Zeit, endlicher Damm, endlicher Horizont) betrachtet. Dabei ergibt sich, daß die von den genannten Autoren angegebenen, auf jeder Stufe n durch einen reellen Parameter $c_n$ charakterisierten optimalen Politiken nicht nur für stückweise lineare Nutzenfunktionen, sondern für eine größere Klasse konkaver Nutzenfunktionen optimal sind. In die Voraussetzungen geht auch - im Gegensatz zu früheren Arbeiten - die Verteilung des Zuflusses ein. Weitere Aussagen betreffen das Verhalten der $c_n$ und der Wertfunktionen mit wachsendem Horizont, sowie einige numerische Ergebnisse.

E. HÖPFINGER:

Zur Abschätzung der Verteilung des Projektendes bei stochastischen Netzplänen

Eine wesentliche Aufgabe bei der Behandlung von stochastischen Netzplänen besteht in der Bestimmung der Verteilung $F_n$ der Realisationszeit des Endknotens. Da die exakte Berechnung von $F_n$ numerisch schwierig ist, versucht man zu $F_n$ leichter berechenbare obere und untere Schranken zu finden. Die von Kleindorfer (1971), Spelde (1976), Robillard und Trahan (1977), Shogan (1977) veröffentlichten Schranken lassen sich hinsichtlich ihrer Genauigkeit und ihrer Anforderung an Unabhängigkeit der Vorgangsdauern ordnen. Weitere - unveröffentlichte - Schranken lassen sich einfügen. Da in Abhängigkeit der zugelassenenen Strukturveränderungen verschiedene Verfahren günstiger sind, kann die Frage nach der Bestimmung optimaler Schranken erst nach schärferer Fassung des Problems bearbeitet werden.

A. HORDIJK:

Markov decision processes with continuous time parameter; discretization and weak convergence

This talk reports on a joint work with Frank van der Duyn Schouten. We study Markov decision processes with a continuous time parameter through a sequence of Markov decision processes with a discrete time parameter. The k-th approximating decision process has decision-time-epochs $nk^{-1}$, $n \in \mathbb{N}_0$. In order to show the convergence of this sequence we firstly have to introduce the metric spaces of sample-paths. Since our sample-paths are neither left - nor right-continuous, we cannot use the well-known metric space $C[0,\infty)$. Therefore we introduce another one and show how to make this space to a complete, separable metric space.

Next we give the defining elements of our decision process. In words this decision process can be described as a jump process where the arrival rate of the jump-epochs and the jump-seizes can be controlled. Between jumps the process follows a given drift-function. Interventions, also called impulsive controls, may be taken at stopping times. Both the control rule and the intervention rule may depend on the complete history. We construct the probability measures on our matric space induced by a given policy and its discretizations. The main theorem provides then sufficient conditions under which the approximating probability measures do converge to the continuous-time one.

Consequences of this theorem are briefly discussed. We mention here the result that under the usual assumptions on the costs there exist optimal (s,S) policies for the discounted as well as the average cost criterion, for the stochastic inventory model with countinuous time review with as demand process a compound Poisson process.

R. HORST:

## Zur Charakterisierung von Funktionen, deren lokale Minima stets global sind

Das wesentliche Ergebnis wird sein:

Für über einem zusammenhängenden, lokal wegzusammenhängenden metrischen Raum M stetige Funktionale f mit kompakten Levelmengen gilt

Jeder lokale Minimalpunkt von f über M ist global und die Menge der globalen Minimalpunkte ist wegzusammenhängend $\Longrightarrow$

f ist limes-wegweise streng quasikonvex.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

P. KALL:

Fehlerabschätzungen beim Kompensationsproblem der stochastischen Optimierung

Zu einem Lösungsverfahren für stochastische lineare zweistufige Programme, das ich 1979 in der ZAMP vorgeschlagen habe, waren bisher nur Konvergenzaussagen sowie theoretische, d.h. numerisch nicht auswertbare Fehlerabschätzungen bekannt. Nimmt man an, daß die sog. "recourse"-Funktion im stochastischen (vektorwertigen) Parameter konvex ist, so muß das obige Verfahren - unter nicht sonderlich restriktiven Annahmen - die für den linearen Fall gezeigten Eigenschaften beibehalten, und man findet für verschiedene Fälle rechenbare Fehlerschranken:

- für "simple recourse" unter Ausnutzung der von Wets 1966 gezeigten konvexen Separabilität;
- für "complete recourse" bei stochastischer Unabhängigkeit der Zufallsvariablen unter Verwendung der von Stoyan behandelten Halbordnung "$\overset{(2)}{\underline{\leq}}$" für Verteilungsfunktionen;
- für "complete recourse" bei stochastischer Abhängigkeit der Zufallsvariablen unter Ausnutzung der vorausgesetzten Konvexität der "recourse"-Funktion im stochastischen Parameter.

W. KNÖDEL:

Ein Packungsalgorithmus der Komplexität O(n log n), welcher im stochastischen limes die optimale Packungsdichte erreicht

Für Elemente mit unabhängiger, identisch verteilter Größe wird ein neuer Algorithmus beschrieben: Die Elemente werden nach der Größe sortiert und - im einfachsten Fall der kontinuierlichen [0,1]-Gleichverteilung paarweise, je ein großes und ein kleines

- in Behälter der Größe 1 gepackt. Wird die Behältergröße von einem Paar überschritten, dann erhält das größere Element des Paares einen eigenen Behälter. Mit den restlichen Elementen wird das Verfahren fortgesetzt. - Wir schätzen die mittlere Güte des Algorithmus für beliebige Elementanzahlen ab und zeigen das im Titel genannte Grenzverhalten. - Wichtigstes Hilfsmittel it ein Satz von Kolmogoroff über empirische Verteilungsfunktionen.

B. KORTE:

Ellipsoidale Methoden und ihre Implikationen

In diesem Vortrag werden die ellipsoidalen Methoden von Shor-Khachian diskutiert. Die Beziehungen zu klassischen Rang-1- und Rang-2-Update-Formeln der nichtlinearen Optimierung (insbesondere Variable-Metrik-Methoden) werden erwähnt. Insbesondere werden die wesentlichen Implikationen dieses algorithmischen Ansatzes für die kombinatorische Optimierung dargestellt, da diese Methode eine algorithmische Äquivalenz zwischen dem Separationsproblem und dem Optimierungsproblem beweist. Schließlich wird noch auf numerische Probleme dieses Algorithmus eingegangen. Anhand eines Konvergenzbeweises, der kein Volumenargument benutzt, sondern klassische Abstandreduktionen hat, wird gezeigt, daß das Konvergenzverhalten des Algorithmus nur vom "Schrumpfen" des kleinsten Eigenwerts abhängt und daher zu einer inhärenten schlechten Konditionierung der Update-Matrix führt. Zur Laufzeit des Algorithmus wird die RAM-Komplexität angegeben.

P. KOSMOL:

Konvexe Optimierung beim Problem der Brachistochrone

Das Problem der Brachistochrone oder der Linie des schnellsten Falles lautet:

$$\min!\ f(y) := \int_0^a \frac{\sqrt{1+\dot{y}^2(x)}}{\sqrt{2gy(x)}}\,dx$$

auf der Menge

$$K := \{y \in C[0,a] \cap C^1(0,a] \mid y(0)=0, y(a)=b, y(x)>0 \text{ für } x>0,\ f(y)<\infty\}.$$

Die folgende Funktion

$$\phi(y) = \int_0^a \frac{\dot{y}(x)}{\sqrt{y(x)}}\,dx = \int_0^a \frac{d}{dx}\left(2\sqrt{y(x)}\right)dx = 2\sqrt{b}$$

ist auf K konstant.

Damit kann man statt f die Funktion $F=\sqrt{2g}\,f-\phi$ auf K minimieren. Für F gilt

$$F(y) = \int_0^a \frac{\sqrt{1+\dot{y}^2(x)}-\dot{y}(x)}{\sqrt{y(x)}}\,dx = \int_0^a L(y(x),\dot{y}(x))dx$$

mit der konvexen Lagrangefunktion $L:(\mathbb{R}_+\setminus\{0\})\times\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, die durch $L(r,s)=\frac{\sqrt{1+s^2}-s}{\sqrt{r}}$ gegeben ist. Damit lautet die notwendige und hinreichende Bedingung für die Lösung z:

$$f'_+(z,y-z) \geqq 0 \quad \text{für alle } y \in K.$$

Die Monotonie der Differenzenquotienten erlaubt hier Integral mit Limes zu vertauschen. Einen zweiten Zugang zu einem hinreichendem Kriterium bekommt man durch die folgende Stabilitätsaussage.

Sei $f_n, f: T \to \mathbb{R}\cup\{\infty\}$ unterhalbstetig (T topologischer Raum) und $f_n$ konvergiere monoton gegen f.

Dann gilt $\overline{\lim}\, M(f_n,T) \subset M(f,T)$, wobei $M(f,T)$ die Menge der Minimallösungen von f (bzw. $f_n$) auf T bezeichnet.

R.H. MÖHRING:

Über zwei zueinander duale Scheduling Probleme

Für einen Projektnetzplan N betrachten wir die Probleme

(A) der Minimierung der Projektdauer bei knappen Betriebsmitteln, sowie

(b) der Minimierung der Betriebsmittelbereitstellungskosten bei vorgegebenem Fertigstellungstermin.

Beide Probleme besitzen eine Darstellung, die nur auf Oberordnungen $\Theta$ der Ordnung $\Theta_0$ der technologischen Reihenfolgebeziehungen von N zurückgreift. Dabei wird bzgl. (A) die Zulässigkeit einer Ordnung $\Theta$ durch das Maximalgewicht der Antiketten von $\Theta$ bzgl. der Betriebsmittelanforderungen der Vorgänge und der Zielfunktionswert von $\Theta$ durch das Maximalgewicht der Ketten von $\Theta$ bzgl. der Vorgangsdauern bestimmt, während es bzgl. (B) gerade umgekehrt ist.
Durch Rollentausch von Ketten und Antiketten kann ein Problem (P) vom Typ (B) in ein Problem (P*) - das "duale" Problem - transformiert werden, das einem speziellen stochastischen Problem vom Typ (A) entspricht. Für die zugehörigen Optimalwerte $\mu$ bzw. $\mu^*$ gilt dabei stets $\mu^* \leq \mu$; und es können hinreichende Kriterien für die Gleichheit angegeben werden.
Der Beweis von $\mu^* \leq \mu$ zieht Hilfsmittel aus der kombinatorischen Ordnungstheorie heran (Dimension von Ordnungen im Sinne von DUSHNIK & MILLER). Insbesondere wird gezeigt, daß von Terminplänen induzierte Ordnungen höchstens die Dimension 2 besitzen.

E.J. MUTH:

Netzwerkdarstellung eines Warteschlangenproblems

Behandelt wird das Problem der Ermittlung der Produktionsrate einer Fertigungsstraße. Die Straße besteht aus k Stationen in Serie, die Bedienungszeiten an

Station $j \varepsilon \{1,2,...,k\}$ bilden eine Folge von unabhängig und identisch verteilten Zufallsvariablen. Wir definieren den stochastischen Prozeß $\{H(n):n \varepsilon \mathbb{N}\}$ der Haltezeiten des Arbeitsstückes n an den k Stationen. Dieser Prozeß wird durch den Prozeß der Bedienungszeiten induziert. Die Fertigungszeit für n Stücke wird durch einen Netzplan dargestellt. Für $n \to \infty$ wird ein äquivalenter endlicher Netzplan abgeleitet, der die Bedingungen für den Gleichgewichtszustand bei unendlicher Fertigung charakterisiert. Die Produktionsrate ist der Reziprokwert der mittleren Haltezeit an der Station 1. Die Lösung der Funktionalgleichung, die die Verteilung der Haltezeit an der Station 1 definiert, wird für k=3 und Erlang-verteilte Bedienungszeiten angegeben.

J. van NUNEN:

Die Ausnutzung der Struktur des Markoffschen Entscheidungsproblems bei der Wahl des Lösungsverfahrens

Mehrere Lösungsverfahren für Markoffsche Entscheidungsprobleme mit diskontierten Kosten werden verglichen.

Wie zeigen, daß verschiedene in der Literatur bekannte Varianten der Methode der sukzessiven Approximation, z.B. Suboptimalität, Wertiteration, etc., nur begrenzte Bedeutung haben.

Dabei zeigt sich, daß die Ausnutzung der Struktur des zugrundeliegenden Markoffschen Entscheidungsproblems sehr wichtig sein kann. Bei der Wahl des Lösungsverfahrens für ein konkretes Problem sollte die spezielle Struktur ausgenutzt werden, um eine gute Mischung der Beschleunigungsverfahren zu erzielen. Für vier Testprobleme wird für sämtliche Lösungsverfahren der numerische Aufwand verglichen.

D. PALLASCHKE:

Bemerkungen zur Khatchian Update Formel

Gegeben sei ein lineares Programm

$$\max \{\langle c,x\rangle \mid x \in P \subseteq \mathbb{R}^n\},$$

wobei der zulässige Bereich

$$P := \{x \in \mathbb{R}^n \mid \bigwedge_{i \in \{1,\dots,m\}} \langle a_i,x\rangle \leq b_i\}$$

kompakt ist und ein nicht leeres Inneres hat.

Dann wird zur Lösung dieser Aufgabe mit Hilfe der Ellipsoiden-Methode eine Folge innerer Punkte bestimmt, die gegen eine optimale Lösung des linearen Programms konvergiert. Die Ellipsoiden-Methode besteht nun darin, eine endliche Folge $(E(A_k,x_k))_{k \in \{1,\dots,l\}}$ von P umfassenden Ellipsoiden mit abnehmendem Volumen zu konstruieren. Da das Volumen von P positiv ist, liegt dann der Mittelpunkt der letzten Ellipse in P. Bei der Konstruktion dieser Ellipsoide geht die spezielle Struktur von P nicht ein, vielmehr ist $E(A_{k+s},x_{k+s})$ das Ellipsoid mit minimalem Volumen, welches das Halbellipsoid

$$E(A_k,x_k) \cap \{x \in \mathbb{R}^n \mid \langle a_{i_o},x\rangle \leq \langle a_{i_o},x_k\rangle\}$$

enthält, sobald

$$\langle a_{i_o},x\rangle = b_{i_o}$$

eine Hyperebene ist, die zu P gehört mit

$$\langle a_{i_o},x_k\rangle > b_{i_o}.$$

Im Vortrag ist über die Arbeit von H. König and D. Pallaschke: The Khatchian Algorithm and minimal Ellipsoids, Preprint des SFB 72, Nr. 369, University Boon, berichtet worden. Hier werden allgemeine Update-Formeln für Minimal-ellipsoide $E(A_k,x_k)$ angegeben, die den Schnitt von $E(A_{k-s},x_{k-s})$ mit der durch 2 parallele Hyperebenen begrenzten Menge enthalten.

Für sie gelten die Update Formeln:

$$A_{k+1} = \lambda(A_k - \mu z \otimes z)$$

$$x_{k+1} = x_k - \gamma z$$

mit

$$z := \frac{A_k a_{i_0}}{\sqrt{\langle a_{i_0}, A_k a_{i_0} \rangle}}$$

$$\lambda = \frac{n^2}{n^2-1}\left(1 - \frac{\xi^2+\eta^2}{2} + \sqrt{\frac{(\eta^2-\xi^2)^2}{4} + \frac{(1-\eta^2)(1-\xi^2)}{n^2}}\right)$$

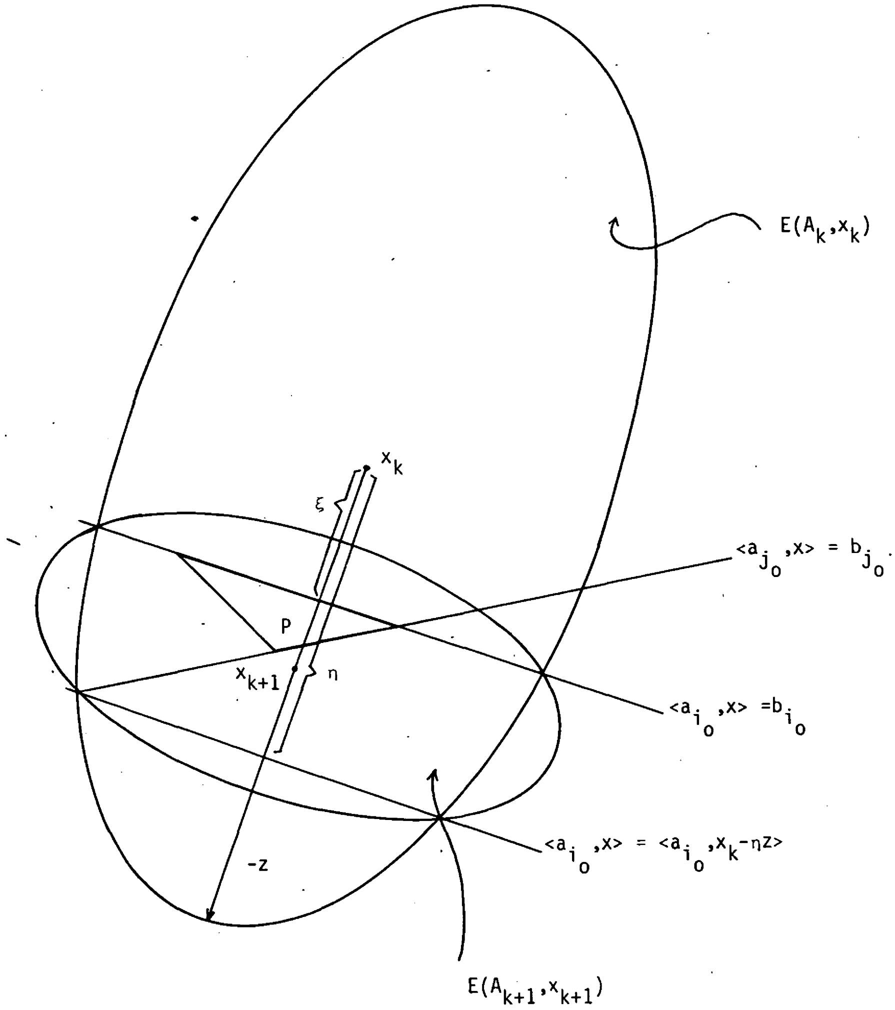
$$\mu = 1 - \left(\frac{(\eta-\xi)^2}{\eta^2+\xi^2+2(\frac{n+1}{n}\lambda-1)}\right)$$

$$\gamma = \xi + \sqrt{(-1+\xi^2)(1-\mu)}$$

Dabei haben $\xi,\eta$ die in der folgenden Zeichnung angegebene Bedeutung:

Für $\eta=1$ und $\xi=0$ erhält man die in der Originalarbeit von Khatchian angegebenen Formeln, nämlich:

$$\lambda = \frac{n^2}{n^2-1}, \quad \mu = \frac{2}{n+1}, \quad \gamma = \frac{1}{n+1}.$$


E(A_k,x_k)
x_k
ξ
<a_{j_o},x> = b_{j_o}.
P
x_{k+1}
η
<a_{i_o},x> =b_{i_o}
<a_{i_o},x> = <a_{i_o},x_k-ηz>
-z
E(A_{k+1},x_{k+1})

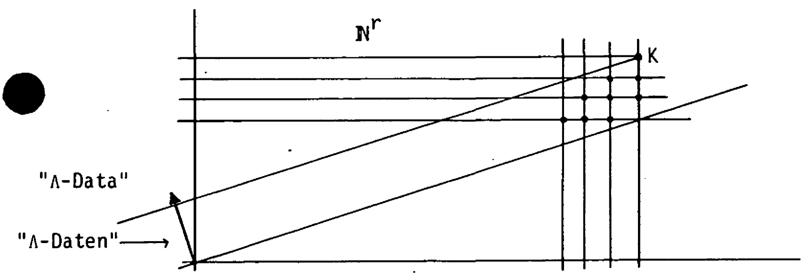
J. ROSENMOLLER:

L.P. - Spiele und Nichtdegeneration

Ist $A \in \mathbb{R}_+^{m\times l}$ ("Technologiematrix"); $b_1,\ldots,b_n \in \mathbb{R}_+^m$ (Faktorverteilung für n Spieler) und $c \in \mathbb{R}_+^l$, so definiert das Tripel $a$ = (A,b,c) ein "L.P.-Spiel" über die nicht additive Mengenfunktion $v^a$,

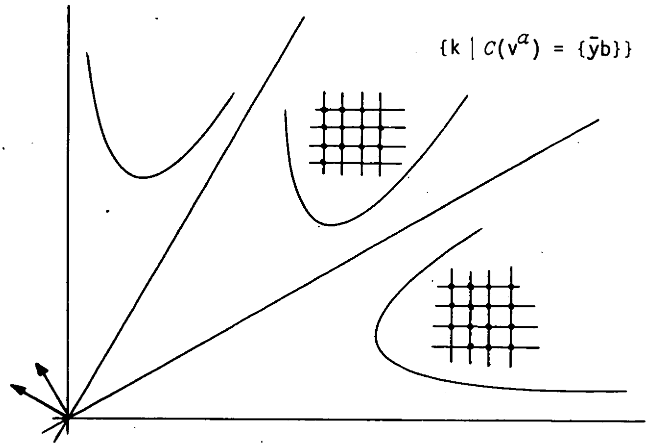
$$v^a(S) = \max\{cx \mid x \in \mathbb{R}_+^l,\ Ax \leqq b(S)\}$$

($S \subseteq \{1,\ldots,n\}$, $b(S) = \sum_{i\in S} b_i$), $\{1,\ldots,n\} =: \Omega$ ist die "Spielermenge." Jede optimal-duale Lösung $\bar{y}$ des $\Omega$-Programms definiert ein Element $\bar{y}b(\cdot)$ im "Core" $C(v^a)$ (= alle $v^a$ dominierenden additiven Mengenfunktionen mit gleicher Gesamtmasse). (OWEN;BILLERA-RAANAN). Sei $\bar{y}$ eindeutig und $\Lambda$ das zugehörige Simplex-Tableau. $k \in \mathbb{N}^n$ symbolisiere eine Verteilung der Spieler über r Typen. Ein geeigneter Nichtdegenerationsbegriff erlaubt die Verknüpfung von $\Lambda$ und k und die Beantwortung der Frage, ob im Core $C(v^a)$ noch weitere Elemente auftauchen: dies ist nicht der Fall, wenn ein mit Hilfe von $\Lambda$ und k definiertes "Parallelepiped" in $\mathbb{N}^r$ r linear unabhängige $\mathbb{N}^r$-Vektoren aufweist.




MINKOWSKI's zweites Theorem erlaubt daher Abschätzungen über die Mindestanzahl der von jedem Typ notwendigen Spieler, die für des Zusammenfallen von Core und "competitivem Gleichgewicht" hinreicht. Im Bereich der L.P.-Spiele ist daher ein

"Äquivalenzsatz der Gleichgewichtstheorie" für "mittelgroße" Spielermengen mit Hilfe der "Geometrie der Zahlen" möglich.




M. SCHÄL:

Schätzung und Kontrolle bei einem GI|M|1-System

Das GI|M|1-System wird hier zur Beschreibung eines Produktions-Lagerhaltungsmodells herangezogen. Eine Maschine ist zu jedem Zeitpunkt mit der Produktion eines Artikels beschäftigt, der nach Fertigstellung gelagert wird. Das Lager wird abgebaut durch die Nachfrage, die durch einen Poissonprozeß mit unbekannter Intensität $\lambda$ beschrieben wird. Eine Nachfrage bei leerem Lager geht verloren. Kontrolliert werden kann die Produktionsart. Das zugehörige Kontrollmodell wird als ein Semi-Markoffsches Entscheidungsmodell der dynamischen Optimierung definiert. Dabei wird ein von Mandl (1974) für das Durchschnittskostenkriterium entwickeltes Prinzip, bei dem die Kontrolle der Produktion auf Schätzungen für $\lambda$ basiert, auch für die Minimierung der erwarteten diskontierten Gesamtkoten angewendet und die Optimalität des resultierenden Produktionsplanes festgestellt.

R. SCHASSBERGER:

Ein Time-Sharing-Modell in diskreter Zeit

Das bekannte $M|G|1$-Round-Robin-Modell wird durch Zeitdiskretisierung und die Einführung eines "Begrüßungsquantums" leicht modifiziert, wodurch es überraschenderweise mathematisch zugänglich wird. Es gelingt, die für das Klein-Rock'sche $M|G|1$-Processor-Sharing-Modell - einer anderen Approximation des $M|G|1$-RR-Modells - bekannten Phänomene der Produktform und Unempfindlichkeit der stationären Verteilung des Zustands für das neue Modell nachzuweisen. Darüber hinaus wird die erzeugende Funktion der Durchlaufzeit eines Kunden angegeben, der eine spezifizierte Forderung an die Bedienungszeit stellt.

N. SCHMITZ:

Zweistufige Konfidenzintervalle vorgegebener Präzision

Bei Simulationsstudien, Schadensschätzungen bei Versicherungen, Nachfrageprognosen u.a.m. tritt das Problem auf, aufgrund von Realisierungen $x_1,\dots,x_n$ von unabhängigen $\mathcal{N}(\mu,\sigma^2)$-(normal-)verteilten Zufallsgrößen den Wert $\mu$ so zu schätzen, daß einerseits ein Sicherheitsniveau $\alpha$ eingehalten wird und andererseits das Konfidenzintervall (höchstens) die Länge 2d hat. Bei bekanntem $\sigma^2$ kann man dies Ziel mit $n^*(d,\sigma^2) = [\frac{\sigma^2}{d^2}\, u^2_{(1+\alpha)/2}]+1$ Beobachtungen erreichen, bei unbekanntem $\sigma^2$ gibt es kein $n \in \mathbb{N}$, für das ein solches Konfidenzintervall existiert. Das Stein'sche 2-Stichprobenverfahren leistet zwar das Verlangte, ist jedoch asympt. ineffizient (d.h. $\lim_{\sigma^2 \to \infty} E_{\mu,\sigma^2}(N_S)|n^*(d,\sigma^2)>1$). Da es andererseits asympt. effiziente rein sequentielle Verfahren mit den o.g. Eigenschaften gibt (die jedoch andere Nachteile besitzen), sucht man nach asympt. effizienten 2-stufigen Verfahren. Neben einigen Negativresultaten wird eine Klasse solcher Verfahren angegeben; hierbei hängt der Anfangsstichprobenumfang von d ab.

H.C. TIJMS:

Recursive computational methods in queueing analysis

In this paper we give an algorithmic analysis for a general class of single-server queues with state-dependent Markovian input and for the M/G/c queue with general service times. For the class of single-server queues we present a stable recursive method for computing the state probabilities and for the M/G/c queue we present a stable recursive method yielding good quality approximations for the state probabilities. Further we obtain as new result simple approximations for the moments of the interdeparture time in the M/G/c queue. Also we give for the first time tractable approximations for the finite capacity M/G/c queue.

J. WESSELS:

Mathematische Methoden bei der Bewertung von Rechnersystemen

Die Bewertung von Rechnersystemen ist ein relativ neuer Zweig des Operations Research. Die Fragen,die sich zur Bewertung eignen, sind dreierlei Art und betreffen:

1. Steuerung der täglichen Arbeit (Prioritäten, Speicherzuteilung usw.)
2. Bewertung von System- und Jobmixänderungen (Speichervergrößerung, eine neue Gruppe von Kunden)
3. Bewertung von Neuanlagen.

Mit Hilfe der Theorie der Warteschlangennetze ist es möglich, viele solche Fragen zu beantworten. Theoretisch sind dabei zwar noch nicht alle Probleme gelöst, aber es scheint jetzt doch relativ klar zu sein, wie man dabei am besten die mathematischen Hilfsmittel ausnützen kann. In dem Vortrag wird anhand von zwei Beispielen gezeigt, wie man dabei vorgeht.

D. WOLF:

Zur Numerik der Integralgleichung von Lindley

In der Theorie der GI|GI|1-Wartesysteme spielt die Integralgleichung von Lindley eine zentrale Rolle. Bezeichnet man mit A(t) bzw. B(t) die Verteilungsfunktion der Zwischenankunfts- bzw. Bedienungszeit und setzt man $K(t) := \int_{(-\infty,t]} A(t+\tau)B(d\tau)$ $(t \in \mathbb{R})$, so hat die Intergralgleichung von Lindley die Form $W(t) = \int_{(-\infty,t]} W(t-\tau)K(d\tau)$ $(t \geq 0)$. Dabei soll W(t) eine auf $\mathbb{R}_+$ konzentrierte Verteilungsfunktion sein. Unter der Voraussetzung $\int tK(dt) < 0$ hat diese Gleichung genau eine solche Lösung.

Es wurde zunächst untersucht, unter welchen Bedingungen stetige Veränderungen der Funktion K im Sinne der schwachen Konvergenz ebensolche der Funktion W hervorrufen. Die Bedeutung dieser Frage resultiert aus der Tatsache, daß sich Verteilungsfunktionen immer durch Gitterverteilungen im Sinne der schwachen Konvergenz approximieren lassen.

Daraufhin wurden Fehlerabschätzungen angegeben, die sich für verschiedene approximative Lösungsverfahren anwenden lassen. Die Abschätzungen basieren auf der Verwendung einer gewichteten Supremum-Metrik und der Anwendung des Banach'schen Fixpunktsatzes.

Abschließend wurde an einem einfachen - nicht unbedingt optimalen - Approximationsverfahren die Verwendungsmöglichkeit der Abschätzungen demonstriert.

Berichterstatter: Klaus Neumann, Karlsruhe

## Adressenliste der Tagungsteilnehmer

| Name | Adresse |
|---|---|
| A. Bachem | Institut für Ökonometrie und Operations Research der Universität Bonn, Nassestr. 2, 5300 Bonn 1 |
| G. Bol | Institut für Statistik und Mathematische Wirtschaftstheorie, Universität Karlsruhe, Kaiserstr. 12, 7500 Karlsruhe 1 |
| R.E. Burkard | Mathematisches Institut der Universität Köln, Weyertal 86-90, 5000 Köln 41 |
| L.G. Chalmet | Department of Industrial and Systems Engineering University of Florida, 303 Weil Hall, Gainesville, FL 32611, U.S.A. |
| L. Collatz | Mathematisches Seminar, Universität Hamburg, Rothenbaumchaussee 67-69, 2000 Hamburg 13 |
| K. Daniel | Institut für Mathematische Statistik und Versicherungslehre, Universität Bern, Sidlerstr. 5, CH-3000 Bern 1 |
| W. Eichhorn | Institut für Wirtschaftstheorie und Operations Research, Universität Karlsruhe, Kaiserstr. 12, 7500 Karlsruhe 1 |
| K.W. Gaede | Institut für Statistik und Unternehmensforschung der Technischen Universität München, Arcisstr. 21, 8000 München 2 |
| M. Grötschel | Institut für Ökonometrie und Operations Research der Universität Bonn, Nassestr. 2, 5300 Bonn 1 |
| W. Hackenbroch | Fachbereich Mathematik der Universität Regensburg, Universitätsstr. 31, 8400 Regensburg |
| G. Hammer | Lehrstuhl für Anwendungen des Operations Research, Universität Karlsruhe, Kaiserstr. 12, 7500 Karlsruhe 1 |
| J. Hartung | Abteilung Angewandte Statistik, Universität Bonn, Meckenheimer Allee 134, 5300 Bonn |
| H. Hauptmann | Hochschule der Bundeswehr, Holstenhofweg 85, 2000 Hamburg 70 |
| R. Henn | Institut für Statistik und Mathematische Wirtschaftstheorie, Universität Karlsruhe, Kaiserstr. 12, 7500 Karlsruhe 1 |
| K. Hinderer | Institut für Mathematische Statistik, Universität Karlsruhe, Kaiserstr. 12, 7500 Karlsruhe 1 |
| E. Höpfinger | Kernforschungsanlage, 5170 Jülich |

| | |
|---|---|
| A. Hordijk | University of Leiden, Department of Mathematics, Postbus 9512, 2300 RA Leiden, Niederlande |
| R. Horst | IABG - Abteilung SOL, Einsteinstr. 20, 8012 Ottobrunn |
| A. Jaeger | Institut für Unternehmensführung und Unternehmensforschung, Ruhr-Universität Bochum, Geb. GC Nord, 4630 Bochum-Querenburg |
| P. Kall | Institut für Operations Research, Universität Zürich, Weinbergstr. 59, CH-8006 Zürich |
| P. Kischka | Institut für Statistik und Mathematische Wirtschaftstheorie, Universität Karlsruhe, Kaiserstr. 12, 7500 Karlsruhe 1 |
| K.-P. Kistner | Fakultät für Wirtschaftswissenschaften, Universität Bielefeld, Universitätsstr., 4800 Bielefeld 1 |
| W. Knödel | Institut für Informatik, Universität Stuttgart, Azenbergstr. 12, 7000 Stuttgart |
| H. König | Institut für Reine Mathematik der Universität des Saarlandes, 6600 Saarbrücken |
| B. Korte | Institut für Ökonometrie und Operations Research, Universität Bonn, Nassestr. 2, 5300 Bonn 1 |
| P. Kosmol | Mathematisches Seminar der Universität Kiel, Olshausenstr. 40-60, 2300 Kiel |
| R. Möhring | Lehrstuhl für Mathematik der RWTH Aachen, Templergraben 53, 5100 Aachen |
| O. Moeschlin | Fachbereich Mathematik, Fernuniversität Hagen, Roggenkamp 6, 5800 Hagen |
| M. Morlock | Institut für Wirtschaftstheorie und Operations Research, Universität Karlsruhe, Kaiserstr. 12, 7500 Karlsruhe 1 |
| E.J. Muth | University of Florida, Department of Industrial and Systems Engineering, 303 Weil Hall, Gainesville, FL. 32611, U.S.A. |
| K. Neumann | Institut für Wirtschaftstheorie und Operations Research, Universität Karlsruhe, Kaiserstr. 12, 7500 Karlsruhe 1 |
| M. Neumann | Gesamthochschule Essen, Fachbereich Mathematik 6, Universitätsstr. 2, 4300 Essen |
| H. Noltemeier | Institut für Informatik, RWTH Aachen, Büchel 29-31, 5100 Aachen |

| | |
|---|---|
| J.van Nunen | Graduate School of Management Delft, Poortweg 6-8, Delft, Niederlande |
| W. Oettli | Lehrstuhl für Mathematik VII, Universität Mannheim, Schloß, 6800 Mannheim |
| D. Pallaschke | Gesellschaft für Mathematik und Datenverarbeitung, 5205 St. Augustin |
| U. Rieder | Lehrstuhl für Mathematik, Universität Ulm, Oberer Eselsberg, 7900 Ulm/Donau |
| K. Ritter | Mathematisches Institut A, Universität Stuttgart, Herdweg 23, 7000 Stuttgart 1 |
| J. Rosenmüller | Institut für Mathematische Wirtschaftsforschung, Universität Bielefeld, 4800 Bielefeld 1 |
| M. Schäl | Institut für Angewandte Mathematik der Universität Bonn, Abt. für Wahrscheinlichkeitstheorie und Mathematische Statistik, Wegelerstr. 6, 5300 Bonn |
| R. Schaßberger | Institut für Mathematik der TU Berlin, Straße des 17. Juni 135, 1000 Berlin 12 |
| N. Schmitz | Institut für Mathematische Statistik, Universität Münster, Roxeler Str. 64, 4400 Münster |
| H.C. Tijms | Institute for Actuarial Sciences and Econometrics, Free University, Postbus 7161, 1007 mc Amsterdam, Niederlande |
| J. Wessels | Eindhoven University of Technology, Department of Mathematics, P.O. Box 513, Eindhoven, Niederlande |
| D. Wolf | Institut für Statistik und Unternehmensforschung der TU München, Arcisstr. 21, 8000 München 2 |
| U. Zimmermann | Mathematisches Institut, Universität Köln, Weyertal 86-90, 5000 Köln 41 |