Math. Forschungsinstitut
Oberwolfach
E 20 /07779

MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT OBERWOLFACH

Tagungsbericht 48/1981

Probleme des Algebra-Unterrichts in der S I

8.11. bis 14.11.1981

Die Tagung fand unter der Leitung von Herrn H.J. Vollrath (Würzburg) und Herrn H. Winter (Aachen) statt.

Nachdem im Zuge der Reformbewegungen während der 60er Jahre - ausgelöst nicht zuletzt durch Unzulänglichkeiten in der Behandlung von Funktionen, Gleichungen und Ungleichungen im Unterricht der Sekundarstufe I - im Algebraunterricht tiefgreifende Änderungen erfolgt waren, läßt sich nun das Abrükken von dieser Reform und von einzelnen ihrer Anliegen wiederum in erster Linie am Algebraunterricht festmachen. Die Auseinandersetzung mit inhaltlicher Kritik, mit Art und Ausmaß der Explikation des begrifflichen Hintergrundes bei der Behandlung von Gleichungen und Ungleichungen im Unterricht, Modifikationen und Abschwächungen von Reformvorstellungen, Möglichkeiten und Leistungsfähigkeit alternativer mathematischer Einordnungen des schulischen Stoffgebietes „Gleichungslehre", Einsatzmöglichkeiten von Verfahren zur Lösung von Gleichungen und Ungleichungen, sowie funktionaler Betrachtungen, und vor allem Berichte über Erfahrungen und Untersuchungen zur Unterrichtspraxis bestimmten die Vorträge der Tagung.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

©

„Algebra in der Hauptschule" war das Thema einer besonderen Diskussion, die sich nicht unmittelbar an einen einzelnen Vortrag anschloß, aber durch mehrere Referate angeregt wurde.

Vortragsauszüge

A. BERGMANN:

Universelle Eigenschaften algebraischer Strukturen und „Gleichungslehre" (bzw. Algebraunterricht in Unter- und Mittelstufe)

Es wurde besprochen, in welcher Weise die universellen Abbildungseigenschaften von freien Moduln und Polynomringen und weitere Eigenschaften von Ring- und Körpererweiterungen (z.B. der Fortsetzungssatz von Homomorphismen zu Stellen) als mathematische Grundlage der "Buchstabenrechnung" und der Behandlung von Gleichungen, die in der S I auftreten, herangezogen werden können. Daraus erbibt sich u.a., daß es im Algebraunterricht der S I (wie auch in den anderen Stufen) nicht erforderlich ist, Sprechweisen eines formalen Kalküls der Prädikatenlogik 1. Stufe zu verwenden. Die erforderlichen logischen Betrachtungen können in den jeweiligen konkreten Situationen in nicht formalisierter Weise mit besprochen werden.

R. BORGES:

Hilfen für die Wahl der Variablen beim Lösen von Textaufgaben

Das Kernproblem der Lösung von Sachaufgaben ist der Ansatz von geeigneten Termen in einer Variablen für die gesuchte(n) Größe(n) und die benötigten Hilfsgrößen sowie einer Gleichung. Als Hilfe

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

wird empfohlen, eine Tabelle für diese Größen anzulegen, deren Tabellenfelder als Variable für diese Größen dienen. Man trägt zunächst alle bekannten bzw. berechenbaren Größenwerte ein, dann schätzt man eine noch unbekannte Größe und berechnet damit Schätzwerte für die übrigen Größenwerte. Ergibt sich ein Widerspruch zu den Bedingungen der Aufgabe, so ersetzt man irgendeinen der berechneten Schätzwerte, z.B. den kleinsten, durch x, und die übrigen durch Terme in x. Anstelle des Widerspruches setzt man eine Gleichung in x an.

G. DORN:

Mathematische Projekte in der Mittelstufe

Unter einem mathematischen Projekt soll die unterrichtliche Behandlung eines Themas mit folgenden Merkmalen verstanden werden: 1) Es soll eine realitätsnahe, komplexe Situation zugrunde liegen. 2) Die Verweildauer soll genügend lang sein (2-6 Std.). 3) Mathematik ist aus realen Anlässen zu entwickeln. 4) Angemessenheit und Sinnhaftigkeit des mathematischen Tuns soll erkannt werden. 5) Beziehungen zu früheren mathematischen Themen sind zu nutzen. 6) Grenzen der mathematischen Behandlung und außermathematische Bezüge sind anzusprechen. 7) Neue Begriffe und Verfahren sind zu benennen und zu üben. 8) Auf offene und weiterführende Fragen ist hinzuweisen. - Anmerkungen: Der Begriff "realitätsbezogen" ist angemessener als "anwendungsorientiert". Reale Anlässe für Mathematik dürfen nicht zu nachgeschobenem Beispielmaterial degenerieren. Die Flüchtigkeit und Künstlichkeit (manchmal sogar Albernheit) vieler Schulbuchaufgaben ist bedenklich. Ein solcher, in anderen Fächern meist selbstverständlicher, projektartiger Unterricht realisiert die Forderung nach einer mehr realitätsbezogenen Mathematik in der Schule, um größere Zugänglichkeit, bedeutsamere Verwendbarkeit, leichtere Lernbarkeit und bessere Verfügbarkeit zu erreichen.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

H. FREUDENTHAL:

Die formale Substitution

Bericht über Erfahrungen im Unterricht einer in der Schule als schlecht geltenden Schülerin, von der Mitte des 6. bis zum Ende des 8. Schuljahrs, etwa 2 x 1/2 Std. pro Woche. Am Anfang wußte sie nichts von Brüchen, Dezimalbrüchen, metrischem System. Erst wurde,ohne Erfolg, Geometrie versucht. Auch problemorientierter Unterricht war unmöglich. Brüche und ihre Operationen wurden anschauungsgebunden eingeführt. Es wurden Regeln implizit erarbeitet, aber niemals explizit formuliert. Das nächste waren negative Zahlen, erst an der Thermometergeraden,dann in der Vektoraddition und bei linearen Funktionsgraphen. Auch für das Rechnen mit negativen Zahlen wurden die Gesetze niemals formuliert. Dann Übergang zur Algebra der Ausdrücke und Gleichungen bis zu den Potenzen. Formulieren von Regeln hätte sie, wie sich einmal erwies, blockiert. Formale Substitutionen wurden sehr langsam, aber gründlich und endgültig gelernt. Es erhebt sich die Frage, ob so schwierig erworbene Algebra irgendeinen Wert hat.

H. GRIESEL:

Unterrichtliche Beobachtungen zum Variablenbegriff

Es wird berichtet über langfristige Beobachtungen, die sich auf zwei mögliche Aspekte des Variablenbegriffs beziehen:

1. Variable als Leerstellenbezeichnung (Arbeitsausdruck: Platzhalter)
2. Variable als Bedarfsname (Belegung, Interpretation, Deutung).

Folgende Beobachtungen zu Darstellungen von Schülern, die sich auf diese Aspekte beziehen, wurden gemacht:

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

1. Folgende Formulierung ist im 5. Schuljahr günstig: Für alle natürlichen Zahlen an Stelle von a und b gilt: a+b = b+a.
2. Die Bedarfsnamenauffassung wird suggeriert bei der Formulierung: Wenn x = 5, dann 3x +4 = 19. (Für diesen Bedarf ist x ein Name der Zahl 5).
3. Schüler haben eine Sperre bei Gleichungen wie x = 7 (die am Ende einer Kette von Gleichungen beim Gleichungslösen auftreten) im x eine Leerstellenbezeichnung zu sehen; die Gleichung x = 7 suggeriert die Bedarfsnamenvorstellung.
4. Bei der Nachprüfung, ob eine Zahl Lösung einer Gleichung ist, stellt sich die Leerstellenbezeichnungsvorstellung als günstiger heraus.
5. Bei Überlegungen zur Einsicht in die Gültigkeit der Umformungsregeln von Gleichungen ist die Platzhalterauffassung zu schwerfällig.
6. Bei Anwendung von Formeln zur Berechnung z.B. von Flächeninhalten und Volumina erwies sich die Platzhalterauffassung als günstiger.
7. Unterrichtliche Zugänge zum Variablenbegriff über die Platzhalterauffassung erwiesen sich als günstiger über die Bedarfsnamenvorstellung. Dies wurde um so mehr beobachtet, je jünger die Schüler waren.
8. In der gymnasialen Oberstufe wurde nicht beobachtet, daß Schüler beim verständigen Umgang mit Variablen die Vorstellung einer Leerstellenbezeichnung mit der Variablen verbinden.
9. Bei grundsätzlichen Verständnisschwierigkeiten war ein „Heruntersteigen" auf das Niveau der Platzhalterauffassung günstig, z.B. wenn Schüler Verständnisschwierigkeiten bei dem Begriff Kreisgleichung $x^2 + y^2 = r^2$ hatten.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

©

H. HERING:

Wie reagiert eine Funktion auf additive Änderung des Arguments?

Anwendungsorientierung (z.B. Wirkung v. Meßfehlern, Änderung v. Daten bei naturw. Experimenten oder wirtschaftl. Entscheidungen, Vorgabe von Toleranzen) legt es nahe, die (gegenseitige) Abhängigkeit der relativen Änderungen $\frac{\Delta x}{x}$, $\frac{\Delta y}{y}$ zu untersuchen und dabei zur Vereinfachung lineare Funktionsnäherungen einzusetzen; z.B. bei $x \to cx^2$: $\Delta y \approx 2\frac{\Delta x}{x}$. Dadurch gewinnt man in der S I ein Instrument, das jegliche Überschlagsrechnungen ermöglicht und von großem heuristischem Nutzen ist. Beim Einsatz dieser Näherungsbezeichnungen fällt die Verschränkung von anwendungsfreundlichen und theorieöffnenden Situationen mit Vertiefungstendenz auf, insbesondere auch der dynamische Aspekt von Variablen. Im Vortrag wurde an ausgewählten Beispielen die Einsatzmöglichkeit im Unterricht der S I erläutert; die Beispiele haben (nicht nur, aber) auch propädeutischen Wert für die S II. Da Sachrechnen, Prozentrechnung, Umgang mit Ungleichungen, z.T. auch Teilgebiete der Geometrie tangiert werden, könnte dies ein Thema für integrierende Wiederholungen unter neuem Aspekt sein.

G. HOLLAND:

Das Lösen geometrischer Berechnungsprobleme als Beitrag zur Term- und Gleichungsumformung

Unter einem geometrischen Berechnungsproblem wird ein Interpretationsproblem verstanden, bei dem aus gegebenen Größen einer geometrischen Konfiguration unbekannte Größen zu berechnen sind. Zu einigen Themenkreisen der Geometrie lassen sich Berechnungsprobleme aller Schwierigkeitsgrade finden.
Aufgaben aus dem Themenkreis „Winkel in geometrischen Figuren" erscheinen geeignet, in algebraische Verfahren wie Term- und Glei-

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

chungsumformungen einzuführen. Wie Unterrichtsversuche zu diesem Themenkreis zeigen, sind auch Schüler leistungsschwacher Lerngruppen in der Lage, spezielle Berechnungsprobleme (konkrete Daten gegeben) zu lösen, falls sie mit den zur Lösung erforderlichen „Operatoren" hinreichend vertraut sind.

Es wird angenommen, daß sich folgende Merkmale der vorgeschlagenen Konzeption auf den Lernprozeß - vor allem bei Hauptschülern - günstig auswirken:

(1) Die zu entwickelnden algebraischen Methoden sind von Anbeginn in einen Sachbereich eingebunden. Der Schüler erfährt die Nützlichkeit der entwickelten algebraischen Methoden zur Lösung konkreter Fragestellungen (vgl. auch 3).

(2) Die Algebra bleibt auf Q^+ beschränkt.

(3) Trotz des Sachbezuges entfallen die Schwierigkeiten der Modellbildung.

(4) Man kommt mit einem Minimum metasprachlicher Begriffsbildung aus.

(5) Es findet ein stetiger und stets reversibler Übergang vom figural-anschaulichen Denken zum formal-signitiven Denken statt.

J. KÜHL:

Parametrisierung von Aufgaben

Vom Abbildungsbegriff ausgehend lassen sich Aufgaben finden, die das funktionale Denken schulen und die Möglichkeit zur intensiven Übung, sinnvoller Wiederholung und beliebiger Vertiefung bieten.

Beispiele:

$$
\begin{array}{lll}
a \in \mathbb{R} & \rightarrow & y = ax + 3 \\
b \in \mathbb{R} & \rightarrow & y = 2x + b \\
a \in \mathbb{R}\setminus\{0\} & \rightarrow & y = \frac{1}{a}x + a \\
(a,b) \in \mathbb{R}\times\mathbb{R} & \rightarrow & y = ax + b \\
a \in \mathbb{R} & \rightarrow & y = (x-a)x \\
a \in \mathbb{R} & \rightarrow & y = (x-a)\ (x-3a) \\
(p,q) \in \mathbb{R}\times\mathbb{R} & \rightarrow & y = x^2 + yx + q
\end{array}
$$

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

Die Paare (a,b) bzw. (p,q) werden als Punkte in einem cart. Koordinatensystem dargestellt und Folgerungen gezogen.

Die methodischen Vorteile dieses Verfahrens werden erörtert, insbesondere auf die seit langem bekannten Möglichkeiten zur „Kinematisierung" hingewiesen.

J. LAUTER:

Welche Begriffe der sog. „modernen Gleichungslehre" sollten im Schulunterricht weiterhin verwendet werden?

Der Vortrag befaßte sich u.a. mit Fragen aus den folgenden Problemkreisen:

1) Rolle der „Buchstaben" im Algebraunterricht: Variable (Leerstellen-Bedarfsnamen)- Formvariable
2) Aussagen und Aussageformen
3) Mengen in der „Gleichungslehre" (Lösungsmengen, Grundmengen, Definitionsmengen)
4) Termbegriff, Termumformungen
5) Logische Verknüpfungen, Folgerungs- und Äquivalenzbegriff, Quantoren
6) Verwendung von Objekt- und Metasprache

G.A. LÖRCHER:

Diagnose algebraischer Schwierigkeiten im 8. Schuljahr

Der Vortrag befaßte sich mit der Analyse von Schwierigkeiten und Fehlern, die bei 146 Schülern in 5 Klassen des 8. u. 9. Schuljahres der Realschule bei Addition und Subtraktion von Termen auf traten.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

Wichtigste Untersuchungsergebnisse:

1. Als Hauptschwierigkeitskomponenten stellte sich bei den Aufgaben heraus: Rechnen in Z - Nullen als Faktoren - verschiedenartige Terme in einer Summe (z.B. 3a + c) - verschiedenartige Reihenfolge der Faktoren im Produkt (z.B. 2a + a·3) - Vorkommen von Klammern.
2. Die wichtigsten Fehlertypen lassen sich in 5 Klassen zusammenfassen:
   Variablenfehler (Koeffizient und Variable werden z.B. verschieden behandelt)
   Operationsfehler (Multiplikation statt Addition oder Subtraktion)
   Zeichenfehler (beim Vorkommen negativer Vorzeichen)
   Klammerfehler (falsche Anwendung des Distributivgesetzes)
   Nullenfehler (Fehler bei 0 als Faktor oder bei fehlenden Koeffizienten).
3. Variablenfehler kommen besonders häufig bei Aufgaben mit verschiedenartigen Termen und bei Aufgaben mit verschiedener Reihenfolge der Faktoren im Produkt vor.
4. Durch eine systematische Testkonstruktion (kontrollierter Einbau einzelner Schwierigkeitsdimensionen) lassen sich Schüler mit speziellen Problemen identifizieren. Aufgrund dieser Diagnose kann eine gezielte Therapie aufgebaut werden.

B. MUTH-von HINTEN:

Fehler in der Algebra

Bei vielen Fehlern erkennt man schnell ihren systematischen Charakter. Ursachen für Fehler sucht die Forschung in mangelnden Fähigkeiten (Krutetski), im mathematischen Denkprozeß (Davis) und/oder im Unterricht (Shevarev). Lokalisiert man die Fehler im Informationsverarbeitungsprozeß (Radatz), stellt man Fehler bei der Wahrnehmung und Syntax von Termen in der Phase der Informationsaufnahme

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

fest. Bei der Verarbeitung treten falsche Prozeduren und Verallgemeinerungen auf. Wesentliche Ursachen liegen im ungenügenden Differenzieren von Verknüpfungen und im ungenügenden Variablenbegriff. Vor allem sinnloses Hantieren mit Buchstaben wie mit Gegenständen ist in der Anfangsphase des Algebraunterrichts problematisch. Die analysierten Fehler beobachtete ich bei Hausaufgabenbetreuung und Nachhilfe und ich versuchte sie auf Defizite im Unterricht zurückzuführen.

G. PICKERT:

Die Verwendung von Variablen in der Gleichungslehre

Nähere Erläuterungen zu dem in MU 26, Heft 1, S. 22-28 (1980) Ausgeführten. Abgrenzen gegenüber dem Begriff „Unbestimmte" („Transzendente", im Sinne der Algebra), der für den Schulunterricht nicht in Frage kommt.

K. SPALLEK:

Funktionales Denken: Funktion, Zuordnung, Zuordnungsvorschrift, Term, Operator usw. - Ein neuer Begriffswirrwarr?

Zur Vereinheitlichung sprachlicher Wendungen und für eine notwendige inhaltliche Differenzierung im funktionalen Kontext wird vorgeschlagen, zwischen der kontextgebundenen, logisch kaum faßbaren Sinnebene und der Bedeutungsebene zu unterscheiden. Auf der Sinnebene erscheinen die Zuordnungsvorschriften $f = (A,B,T)$, die in irgendeiner geeigneten Sprache ausgedrückte (Handlungs-) Anweisungen bedeuten, nach denen man vermöge T auf festgelegtem Wege zu jedem $a \in A$ genau eine Teilmenge (meist einelementig) $T(a) \subset B$ erhält. Auf der Bedeutungsebene gewinnt man (bei Sinnverlust) die Zuordnungen als Äquivalenzklassen einsetzungsgleicher Vorschriften.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

Der dynamische Charakter des „Veränderns" und „Terms" wird auf der Sinnebene besonders deutlich. Diese Ebene reicht auch für weite Bereiche der Mathematik, insbesondere für die gesamte Schulmathematik aus.
Die Wortwahl „Vorschrift" drückt schärfer den Charakter der Handlungsaufforderung aus als etwa „Rechenausdruck" oder „Operator" oder gar das blasse Wort Term.

H. WINTER:

Das Gleichungszeichen im Arithmetikunterricht der Primarstufe

Im traditionellen Rechenunterricht wurde das Gleichheitszeichen nicht als Zeichen für Gleichheit sondern durchgehend im Sinne von „ergibt" aufgefaßt (Aufgabe-Ergebnis-Deutung). Diese funktionale Sicht von Gleichungen ist durchaus natürlich und sollte nicht pauschal diskreditiert werden. Jedoch steht eine rigide Beschränkung auf die Aufgabe-Ergebnis-Deutung einer algebraischen Durchdringung der Arithmetik und des Sachrechnens, die ihrerseits höchst erstrebenswert ist, entgegen. Daher sollte in der Primarstufe behutsam auch die algebraische Gleichheitsdeutung aufgebaut werden, die allerdings einen Mehranspruch darstellt und gezielte didaktische Maßnahmen erfordert. Das „Namenskonzept" (links und rechts von = stehen (evtl. verschiedene) Namen derselben Zahl) erscheint nicht angemessen, eher sollte die Redeweise von der Wertgleichheit favorisiert werden.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

P. WOLFF:

Bemerkungen zur Rechtfertigung und Lernzielfindung für die „Elementare Gleichungslehre" in der Sekundarstufe I

These I: Notwendig ist u.a. eine umfassende „Phänomenologie" der elementaren Gleichungelehre. Sie ist bisher zu einem Teil geleistet, aber noch nicht abgeschlossen.
These II: Die phänomenologische Analyse ist eine Grundlage zur Bewußtmachung möglicher Denk- und Lernprozesse und von Denkinhalten, die mit dem Gegenstand verbunden sind.
These III: Das Curriculum müßte stärker als bisher Rücksicht nehmen auf unterschiedliche kognitive Strukturen, Interessenlagen und Berufsperspektiven der Schüler - wobei in jedem Falle auch Wert gelegt werden sollte auf die Förderung des Denkens - wozu auch der Erwerb mathematischer Denkweisen gehört.

Die bekannte Frage H. Lennés in Bezug auf die elementare Gleichungslehre wird abgeändert in: „Auf welchem Niveau der Explikation (der Begriffe, Operationen, Regeln, Sätze, Beweise) soll die Schule die Gleichungslehre jeweils abschließen, da sie, schon wegen der mit jeder Explikation zwingend verbundenen Informationsvermehrung, also im Hinblick auf die Stoffülle, im allgemeinen nicht das Niveau der Prädikatenlogik und ihrer Semantik erreichen kann?"

Bzgl. des Curriculums wird gefordert, sich Stufen der Erkenntnis und des Lernens bewußt zu machen. Fragestellungen der „Neuen Gleichungslehre" wie „Was ist eine Gleichung?", „Welche Umformungen sind Äquivalenz-, Gewinn-, Verlustumformungen?" werden der höchsten Stufe zugerechnet.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

H. WUNDERLING:

Was erscheint mir wichtig in der Praxis des Algebraunterrichts

Leitgedanke: nicht unnötig abstrakt -
nicht unpädagogisch simpel

1. Gesetze und Formeln
   Quantoren? bei "Gesetzen" ja, bei der Anwendung von "Formeln" nicht.
2. Algebraische Strukturen
   um ihrer selbst willen nicht, warum aber nicht bei der Einführung ganzer Zahlen als Wiederholung der Bruchrechnung?
3. Zahlbereichserweiterungen,
   oder besser Neuschöpfung und Identifikation?
4. Äquivalenzumformungen
   das Waagemodell: ist es noch zeitgemäß?
   Sinn aus unsinnigen Äquivalenzpfeilen und unsinniger Ordnung
   Nullen bei Gleichungssystemen, warum nicht Matrizen?
5. Anwendungsaufgaben
   Einflüsse des Taschenrechners - Näherungsgesichtspunkte.
   Moderner Sinn in alter Algebra.

Berichterstatter: G. Becker, K. Heidenreich

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

Liste der Tagungsteilnehmer

Herrn
Prof. Dr. G. Becker
Modersohnweg 25

2800 Bremen 33

Herrn
Dr. P. Bender
Gesamthochschule Kassel
Fachbereich 17 - Mathematik
Heinrich-Plett-Str. 40
3500 Kassel

Herrn
Prof. Dr. A. Bergmann
Universität Düsseldorf
Mathematisches Institut
Universitätsstraße 1
4000 Düsseldorf

Prof.Dr. Rudolf Borges
Johann Wolfgang Goethe Universität

Fachbereich 12
Institut für Didaktik d. Mathematik

Prof.Dr. Willibald Dörfler
Universität f. Bildungswissenschaften

Institut für Mathematik
Universitätsstr. 67
A-9010 Klagenfurth

Dr. Gernot Dorn
AG Fachdidaktik d. Mathematik
Schloßgartenstr. 7
6100 Darmstadt

Prof.Dr. Roland Fischer
Universität f. Bildungswissenschaften

Institut für Mathematik
Universitätsstr. 67
A-9010 Klagenfurth

Prof.Dr. Hans Freudenthal
Tiberdreef 4

UTRECHT

N i e d e r l a n d e

Prof.Dr. A.J. Goddyn
Tiberdreef 4

UTRECHT

N i e d e r l a n d e

Dr. Jürgen Hayen
Universität Oldenburg
FB IV - Mathematik u. Naturwissenschaften
Berhard Str. 2-4
2900 Oldenburg

Prof. Karl Heidenreich
Pädagogische Hochschule Reutlingen

Am Hohbuch
7410 Reutlingen

Prof. Dr. Hermann Hering
Päd. Hochschule Ruhr
Fachbereich IV - Mathematik
Emil-Figge-Straße
4600 Dortmund 50

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft
©

Prof.Dr. Gerhard Holland
Justus-Liebig-Universität
Fachbereich 12 - Mathematik
Inst. f. Didaktik d. Mathematik
Karl-Glöckner-Str. 21 C
6300 Giessen

Frau
Marianne Nolte
Wilhelmshöher Allee 178
3500 Kassel

Prof. Dr. Karl Kießwetter
Universität Hamburg
Fachbereich Erziehungswissenschaften
Von-Melle-Park 8
2000 Hamburg 13

Prof.Dr. Friedhelm Padberg
Päd. Hochschule, Abt. Bielefeld
Fachbereich IV
Universitätsstraße
4800 Bielefeld 1

Prof.Dr. Rainer Krauskopf
Päd. Hochschule Ludwigsburg
FB III, Abt. Mathematik
Reute Allee 46
7140 Ludwigsburg

Prof.Dr. Günter Pickert
Mathematisches Institut
Arndtstr. 2
6300 Giessen

Herrn
Dr. Jürgen Kühl
Rosenweg 7
2071 Sattenfelde

Prof. Gerhard Preiß
Pädagogische Hochschule
Kunzenweg 21
7800 Freiburg

Prof.Dr. G. A. Lörcher
Päd. Hochschule Freiburg
Kunzenweg 21
7800 Freiburg

Prof. Dr. Hans Schupp
Universität des Saarlandes
Naturwiss.- Mathematischer Fachbereich
Waldhausweg 14
6600 Saarbrücken

Frau
Brigitte Muth-von Hinten
Universität Würzburg
Lehrstuhl f. Didaktik d. Mathematik
Am Hubland
8700 Würzburg

Prof. Dr. Heinz Schwartze
Justus-Liebig-Universität
Fachbereich 12 - Mathematik
Inst. f. Didaktik d. Mathematik
Karl-Glöckner-Str. 21 C
6300 Giessen

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft
©

Prof. Dr. Helmut Siemon
Päd. Hochschule
Fachbereich III, Abt. Mathematik
Reute Allee 46
7140 Ludwigsburg

Prof. Dr. H.-G. Steiner
Universität Bielefeld
Inst. f. Didaktik d. Mathematik
Universitätsstraße
4800 Bielefeld 1

Dr. G. Tischel
Groten Hoff 9
2000 Hamburg 67

Frau
Prof. Ursula Viet
Universität Osnabrück
FB 6 - Mathematik/Philosophie
Albrechtstr. 28
4500 Osnabrück

Prof.Dr. H.-J. Vollrath
Universität Würzburg
Lst. f. Didaktik d. Mathematik
Am Hubland
8700 Würzburg

Prof. Dr. Ingo Weidig
Erziehungswiss. Hochschule
Rheinland Pfalz, Abt. Landau
Im Fort 7
6740 Landau

Prof. Dr. Hartmut Wellstein
Pädagogische Hochschule
Seminar für Mathematik
Mürwiker Str. 77
2390 Flensburg

Prof. Dr. Heinrich Winter
Pädagogische Hochschule Rheinland, Abt. Aachen
Sem. f. Didaktik der Mathematik
Ahornstr. 55
5100 Aachen

Prof. Dr. Erich Wittmann
Pädagogische Hochschule Ruhr
Abteilung Dortmund
Fachbereich VI: Mathematik
Emil-Figge-Str.
4600 Dortmund 50

Dr. Peter Wolff
Päd. Hochschule Rheinland
Abteilung Neuss
Sem. f. Didaktik d. Mathematik
Humboldstr. 2
4040 Neuss

Herrn
Helmut Wunderling
Dahlemer Weg 84
1000 Berlin 37

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft
©