MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT OBERWOLFACH

Tagungsbericht 51/1981

Mathematische Methoden der Strömungsmechanik

29.11. bis 5.12.1981

Obige Tagung fand unter der Leitung von E. Meister (Darmstadt), K. Nickel (Freiburg) und J. Polasek (Prag) statt und setzte sich zum Ziel, theoretisch interessierte Ingenieure mit Mathematikern auf dem Gebiet der inneren Aerodynamik, insbesondere bei Strömungsmaschinen zusammenzuführen. Es haben 39 Teilnehmer aus 8 Ländern teilgenommen. 30 Vorträge von 40-minütiger Dauer fanden reges Interesse. Die Vortragsauszüge von drei Wissenschaftlern, die an der Tagung teilnehmen wollten, aber kurzfristig abgesagt haben, sind nachfolgend mit aufgenommen worden. Dabei wurde im wesentlichen über approximative und numerische Methoden bei dreidimensionalen, transonischen, axialsymmetrischen, inkompressiblen Gitterströmungen, über Grenzschichtdifferentialgleichungen und über die Wiener-Hopf Technik in der Turbomaschinenakustik diskutiert. Auch tieferliegende mathematische Fragen bei Differenzenverfahren für nichtlineare parabolische oder hyperbolische Differentialgleichungen der Strömungsmechanik, sowie Stabilitätsprobleme unter Berücksichtigung der Peynoldszahl, Strömungen in Gebieten mit nichtglattem Rand, und finite Elementapproximationen bei den Navier-Stokes-Gleichungen wurden vorgetragen.

Schließlich wurde auch über neue mathematische und numerische Resultate berichtet, die die Behandlung von Stoßwellen und Kontaktunstetigkeiten in transonischen Strömungen betreffen.

Besonders beeindruckend waren die von den Ingenieuren vorgetragenen numerischen Approximationen von Verdichtungsstößen in Turbomaschinen. Die dabei auftretenden mathematischen Fragen sind bei diesen sehr schwierigen Problemen bisher nur im eindimensionalen Fall ohne Berandung beantwortet. Hier zeigt sich, wie durch optimal gewählte Differenzenverfahren Ergebnisse erzielt werden, die sehr gut mit dem Experiment übereinstimmen.

Die von den Ingenieuren vorgetragenen Probleme haben die anwesenden Mathematiker zu neuen theoretischen Fragen angeregt, deren Beantwortung natürlich für den Ingenieur von sehr großem Interesse wäre. Im Vordergrund stehen Approximationen von wirbelbehafteten Strömungen um Gitterprofile, kompressible instationäre Strömungen und Berechnung von Turbolenzfeldern. Eine Tagung zu diesen Themen an einem späteren Zeitpunkt würde sicherlich reges Interesse finden.

Vortragsauszüge

E. ADAMS:

Empfindlichkeitsanalyse und Schrittweitensteuerung bei Differenzenverfahren für nichtlineare parabolische oder hyperbolische DGL der Strömungsmechanik

Systeme nichtlinearer parabolischer oder hyperbolischer Anfangs-Randwertaufgaben mit einer Lösung u^* werden implizit und konsistent diskretisiert, und zwar mit 2 bzw. 3 Stützwerten im Fall der Ableitungen 1. bzw. 2. Ordnung. Die unbekannten lokalen Diskretisierungsfehler werden durch $z_{\mu\nu} \in \mathbb{R}$ ersetzt. Der Lösungsvektor U_j zur Zeit t_j hängt ab:
1.) nichtlinear von den endlichen Schrittweiten h und l sowie
2.) von den $z_{\mu\nu}$ für $\nu = 1(1)j$. Die durch $V_j := \partial U_j/\partial z_{\mu\nu}$ definierten Empfindlichkeitsvektoren lösen lineare Systeme $P_j V_j^{(\mu\nu)} = Q_j V_{j-1}^{(\mu\nu)} + R_j V_{j-2}^{(\mu\nu)}$.
Für große Klassen solcher DGL mit Anwendungen auf transonische Strömungen oder (Mehrkomponenten-)Grenzschichten ist P_j eine M-Matrix, wenn $h \leq \bar{h}(U_j)$ und $l \leq \bar{l}(U_j)$ erfüllt sind. Wenn $\bar{h}, \bar{l}$ sogar so gewählt sind, daß P_j hinreichend weit vom Rand der Eigenschaft der M-Matrix entfernt ist, kann $\|P_j^{-1}\|_\infty \approx 1$ durch eine scharfe Schranke für $\|P_j^{-1}\|_\infty$ erreicht werden. In numerischen Beispielen wird gezeigt, daß dann
a) der Zusammenhang zwischen U_j und den $z_{\mu\nu}$ ungefähr linear und damit gut konditioniert ist, aber
b) ohne die Steuerung von h, l via P_j schlecht konditioniert sind kann, wegen schnellen Wachsens von $|U_j - u^*(x_i, t_j)|$, beginnend mit dem Zeitpunkt der Verletzung der Eigenschaft der M-Matrix.

J. BENDA:

Solution of axially symmetric flow of an ideal fluid

The paper deals with the vortex subsonic axially symmetric flow of an ideal compressible fluid. The flow is supposed to be adiabatic and isentropic.

The "classical" problem (a boundary value problem for nonlinear partial differential equation) with the unknown stream function is formulated. If the inequality $M \leqq \tilde{M}$ (where M denotes Mach number and $\tilde{M}$ is any constant less than 1) is valid, the formulation of the "generalized" problem is given. Its solution is required to be an element of some functional space. The application of the method of monotonic operators shows that the generalized problem has a unique solution, if the vorticity of the stream fields is not very large.

G. BUGGLE / E. MEISTER:

Zur Theorie rotierender und schwingender Schaufelkränze in einer Unterschallströmung durch einen Ringkanal

Es wird die dreidimensionale Störströmung untersucht, die von einem umlaufenden Schaufelkranz mit schwingenden Schaufelblättern in einer Unterschallströmung durch einen Ringkanal erzeugt wird. Die Wellengleichung für das zugehörige Geschwindigkeitspotential Φ wird in Schraubenflächenkoordinaten dargestellt und vermittels der Eigenfunktionsentwicklung bzgl. des innern und äußeren Kreiszylinders verschwindender Normalableitungen und der Fouriertransformation in achsialer Richtung in ein unendliches System gewöhnlicher Differentialgleichungen für die transformierten Entwicklungskoeffizienten ϕ_n als Funktionen des Umfangswinkels ζ überführt.

Mehrere kanonische Zweiteil-Randwertprobleme, die bei Vorgabe der Schwingungsformen oder Druckverteilungen an den Schaufeln oder in deren Kielwassern entstehen, werden auf "unendliche Wiener-Hopf-Funktionalsysteme" reduziert. Die "starke Faktorisierung" der Operator-Matrizen-Funktionen auf der reelen Achse erlaubt dann die explizite Lösung dieser Systeme.

P. CAPODANNO:

Unsteady irrotational motions of incompressible fluid in multiply connected domains

Using known results on the general motion of a profile and a biplane in an

inviscid incompressible fluid, in irrotationnal motion, at rest at infinity, we give an analytic solution of the problems of the general motion of a profile and a biplane in presence of a rectilinear permeable or impermeable wall.

In the case of the profile, we use the conformal mapping of the exterior of the profile into the exterior of a circle and we represent the perturbation potential by a distribution of vortices-sources on the wall.
It is shown that the density of the distribution is solution of Fredholm's integral equation of the second kind with regular kernel which can be solved by the method of successive approximations. The first approximation and the first two terms of the perturbation complex velocity and of the correction of the aerodynamic forces are calculated in the particular case of absorption or blowing in a fixed direction and for an impermeable wall.
In the case of a rectilinear profile in uniform translation parallely to the wall, the exact solution is given and compared with the approximate solution. We obtain an analogous theory in the case of biplane, using the conformal mapping of the fluid domain into a circular ring. In particular, the problem of the effect of ground is solved in first approximation. Lastly, using Cisotti's formula for solving approximately Dirichlet' problem for the domain exterior to circles, we study the steady and unsteady motions of a multiplan and we calculate, in particular cases, complex potential and aerodynamic forces.

R. DVORAK:

The role of understanding the physical nature in mathematical solution of problems in fluid dynamics

The design process is discussed from the point of view of computational methods involved.

To make full use of the present computational possibilities i.e., of the capacity and intellectual power of modern computers, computational methods have to be based on the latest achievements in physical fluid dynamics and on more detailed and sophisticated physical models. The significance of the so-called physical and mathematical approximation is discussed.

In more complex problems and in problems comprising empirical data a "strategy function" has to be included in the computational algorithm, which will guarantee that the computational procedure will not only converge, but that it will also result in a physically stable state. A possible method is shown based on recent results in nonequilibrium thermodynamics.

M. FEISTAUER:

Numerical solution of non-viscous axially symmetric channel flows

The subject-matter of the paper is the numerial study of steady, three-dimensional axially symmetric,generally rotational, incompressible or subsonic compressible stream fields of an ideal fluid in simply or multiply connected domains (channels).

The problem was formulated with the use of the stream function and discretized by the finite-difference method. On the basis of a theoretical examination and a series of numerical experiments, the effective iterative method and computer programs for the solution of the resulting nonlinear finite-difference equations were worked out. They allow the solution of the flows in the channels with an arbitrary shape.

The presented results illustrate the difference between incompressible and compressible flows in simply or multiply connected domains and the influence of vorticity of various types on the stream fields.

T. FISCHER:

Singuläre Störungstheorie für das äußere Navier-Stokes-Problem bei kleinen Reynolds-Zahlen

Der Vortrag behandelt die asymptotische Entwicklung der Lösung der Navier-Stokes'schen Gleichungen nach kleiner Reynolds-Zahl. Im Außengebiet führt das auf ein singuläres Störungsproblem.
Professor Dr. George C. Hsiao /1/ hat für ebene Strömungen die Anwendbarkeit des Matching-Verfahrens (bis zu einer gewissen Ordnung in der Entwicklung der Lösung) streng bewiesen. Dieses Ergebnis soll hier auf 3 Dimensionen übertragen werden.

/1/ G.C. Hsiao, Integral representations of solutions for two-dimensional viscous flow problems. Tagung über "Integral Equation Methods in Engineering", Oberwolfach, 1980.

W. HAASE / M. NAAR:

Hyperbolic Solvers for the Euler Equations

An efficient numerical method for calculating two-dimensional transonic flow problems has been developed.
The method to be presented is a finite-volume procedure which is second order accurate in time and space and stable up to Courant-numbers of 2.
The numerical scheme will be discussed using the inviscid Burgers equation and, as a solution of the compressible Euler equations in integral conservation law form, results are given for transonic cascade flow.
These results indicate separated flow behind the shock on the upper profile surface and this phenomenon will be discussed too.

M. JIRMANN:

On the initial boundary value problems for viscous heat conducting compressible fluids

The purpose of this paper is to show the existence of a weak solution local in time of an initial boundary value problem for the basic system of partial differential equations of the theory of viscous, heat conducting compressible fluids. The existence is shown with minimum regularity hypotheses on the data and on the coefficients. The solution $\{u,\rho,\theta\}$ is such that u belongs to $L^\infty(0,T_*;L_2(\Omega)) \cap L^2(0,T_*, H_0^1(\Omega))$, ρ is in $L^\infty(0,T_*;L^\infty(\Omega))$ with θ in $L^\infty(0,T_*, H_1(\Omega))$
We have used standard techniques (Hopf solution of the Navier-Stokes equation), the proof is rather simple and is completely different from the usual approach to compressible fluids.

A.M. KHARITONOV / V.I. KORNILOV:

Viscous Spatial Flows in Angular Configurations

Results of extensive experimental studies of three-dimensional boundary layer

interaction in dihedral angles within a wide range of the change of parameters under study are presented. There are presented also new systematic data on the structure of transverse flows developing in the neighbourhood of the bisector angle plane. In particular, it is shown that in the region of transition of the boundary layer from a laminar state into a turbulent one,these flows are a system of external and internal pair vortices which have mutually opposite rotation direction. Conditions at which this vorticity is degenerate are studied. A viscous flow past the asymmetrical angular configuration when an asymmetrical relative to the bisector plane pair of vortices is induced. Reasons of discrepancy of results of some calculation techniques from experimental data are elucidated.

W. KOCH:

Application of the Wiener-Hopf Technique in Turbomachine Acoustics and Vibration.

A short survey of some typical Wiener-Hopf problems in the theory of turbomachine acoustics and vibrations is presented.
These include the sound generation in cascades by impinging wakes from another cascade, the sound transmission in ducts with acoustically absorbent liners and the radiation from the end of the duct. Also discussed are blade vibrations of cascades in sub- and supersonic flows, the latter with a subsonic cascade leading edge locus.

In addition the computation of the shedding frequency behind blunt bodies is treated in greater detail. The model problem of the flow over a blunt trailing edge of a plate is investigated by treating it as a transversely modified Wiener-Hopf geometry. For zero excitation a solution exists only if a truncated infinite determinante vanishes. This condition provides a series of Strouhal numbers, the first of which, namely St = 0.166 (for Mach number M = 0.3) is very close to Roshko's universal "wake" Strouhal number for blunt bodies. From this the hypothesis is put forward that the mechanism behind unsteady vortex shedding is acoustic resonance.

V.M. KOVENYA:

The Splitting-up Method in Problems of Aerodynamics

The economical difference schemes based on splitting-up in terms of physical processes and space directions are proposed for the numerical solution of aerodynamics problems in the approximation of gas dynamics equations, complete and simplified Navier-Stokes equations. The algorithm of grid construction automatically adapting to the solution is presented. Computations results of the flow past the acute and blunt bodies within a wide range of Mach numbers and angles of attack are given. The flow of a viscous gas in complex regions containing the separation zones is studied. A combination of the economical method and the method of moving grid adapting to the solution enables one to increase essentially the accuracy of computations and enlarge the classes of the problems under study.

K. KOZEL:

Numerical solution of three-dimensional transonic shear flows past thin bodies

The work deals with a mathematical model of three-dimensional transonic shear flows past thin bodies based on a weak solution of boundary value problem. Numerical solution of the problem is based on a method of finite differences.

Several numerical results of three-dimensional transonic shear flows past a thin body of a system of thin bodies in a tunnel is presented. Upstream Mach number M_∞ is a known continuous function $M_\infty = M_\infty(z)$, $z \in \langle 0, LZ \rangle$, where $M_\infty(0) < 1$ and $M_\infty(LZ) > 1$. The results of three-dimensional transonic flow through a cascade are also presented.

R. LAZAROV / P. GOSPODONOV / S. RADEV:

Numerical treatment of some problems of the flow and instability of liquid jets

There are two approaches for investigation of small disturbances propagation

on the surface of a liquid jet: both of them assume as a crucial factor for the breaking-up of the jet the forces of the interfacial tension.

The main problem here is computing the steady state flow of a jet in immiscible liquid. The breaking-up of the jet appears at some distance from the nozzle. So at the length from the outlet to the breaking-up zone one could study various effects of transport of mass and energy.

A numerical method, based on the finite differences, has been developed for solving the steady state flow of a jet in immiscible liquid and the accompaning it heat and mass processes.

W. MÖHRING:

On sound generation by vortices

The theories developped by Lighthill, Ribner, and Powell and Howe explain the sound generated by unsteady flow in terms of acoustic sources related respectively to the fluctuating Reynolds stresses, the crocco vector (vector product of velocity and vorticity) and entropy variations, or to the dilatation . Here a different approach is described relating the sound to the vorticity which has since long been one of the fundamental concepts in attempts to understand turbulence. Contrary to the above mentioned expressions this is a quantity linear in the flow velocity and much more amenable to an approximate treatment. Up to now this method works well only for low Mach number flow. An illustrative example is explained. Some ideas about extending the method to higher Mach numbers are also described.

K. NICKEL:

Bounding the separation point of a boundary layer.

Betrachtet wird die stationäre (also laminare) zweidimensionale Wand-Grenzschicht eines inkompressiblen Mediums. Es seien x und y die Koordinaten längs der Wand und senkrecht dazu; es sei $u(x,y)$ die gesuchte Geschwindig-

keitskomponente in x-Richtung und $U(x)$ die vorgegebene Außengeschwindigkeit. Für das zugehörige Prandtlsche Randwertproblem gilt nach O. Oleĭnik (1962) der

Existenzsatz: Es gibt genau eine Lösung $u(x,y)$ mit $u(x,y) > 0$ für $0 < y < \infty$ und $u_y(x,0) > 0$ und zwar für

a) $U'(x) \geq 0$: für alle $x > 0$ und für

b) $U'(x)$ beliebig: wenigstens in einem Intervall $0 \leq x < \hat{x}$.

Aus dem Beweis dieses Satzes geht nicht hervor, ob im Falle b) die Grenzabszisse $\hat{x}$ endlich oder unendlich ist. Bis heute scheint noch nicht bewiesen worden zu sein, daß es Außengeschwindigkeiten $U(x)$ gibt, für die $\hat{x}$ endlich ist derart, daß $u_y(\hat{x},0) = 0$ ist.

- (Jedermann glaubt zwar an diesen Ablösepunkt $\hat{x}$ und er wird auch numerisch sehr genau berechnet. Dies macht jedoch einen Beweis nicht überflüssig).

Man zeigt leicht, daß $\hat{x}$ endlich ist mit $\hat{x} \leq \hat{x}_1$, falls $\hat{x}_1$ der Ablösepunkt ist zu der Aussengeschwindigkeit U_1 und falls gilt $UU' \leq U_1U_1'$. Also genügt es, allein ein passendes U_1 zu finden.

Als Modellproblem wurde der Fall der Howarth-Strömung mit $U_1(x) := 1-x$ genommen. Es wird bewiesen, daß dafür $0.08 < x_1 < 0.3$ gilt. Zum Beweis dieser Abschätzung wird die Methode der Differential-Un-Gleichung benutzt und es werden "ähnliche Lösungen" der Prandtl'schen Grenzschicht-Differentialgleichungen verwendet.

W. OKRASINSKI:

Integral equations methods in the theory of the water percolation

In the Boussinesq model of the water percolation are considered some nonlinear integral equations. In the one-dimensional cas is studied the equation of the form

$$u^2(x) = \int_0^x (1 + x - 2s)\, u(s)\, ds$$

and in the radial case the following one

$$u^2(x) = \int_0^x A^{-s}(1 + \ln A\,(x - s))\, u(s)ds \qquad (A > 1),$$

where u is the unknown function and $x \in \langle 0,1 \rangle$. From a physical point of view only nonnegative solutions of these equations are interesting. Theorems about the existence and uniqueness of considered solutions may be proved. Some a-priori estimates interesting for applications may be given.

R. RANNACHER:

Some remarks on hydrodynamic stability and its relevancy for numerical simulation

If a real fluid flow phenomenon is modeled by the Navier-Stokes equations, one naturally requires global existence and stability of the ideal solution. Assuming these properties as given, one may further ask for the possibility of numerically simulating the solution. Due to the non-dissipative character of the Navier-Stokes equations the usual results on discretization only imply "local" convergence, in so far as the error constant grows exponentially with time. In the lecture it will be shown that a certain stability property of the ideal solution may guarantee approximability uniform in time. As an application this result justifies the approximation of steady state of time periodic flows by the pseudo-time stepping method.

R. RAUTMANN:

Einige offene Fragen bei den hydrodynamischen Grundgleichungen.

Für das Cauchyproblem der Wirbeltransportgleichung im $\mathbb{R}^3$ gibt es iterative Approximationsverfahren, die bei entsprechend regulärem Anfangswert (zeitlich lokal) in Hölderräumen beliebig hoher Differenzierbarkeitsordnung konvergieren. Die Übertragung dieser "glatten Approximationen" auf Anfangsrandwertaufgaben würde neue Höldernormschranken für die Greensche Funktion des linearen instationären Stokesschen Randwertproblems erfordern, die den Volterratyp der entsprechenden Integralgleichung wiedergeben. Erforderlich wäre auch eine geeignete Charakterisierung aller Vektorfelder, die sich als Wirbelfeld $w = \mathrm{curl}\, v$ einer

auf dem Rand des Strömungsgebietes identisch verschwindenden divergenzfreien Vektorfunktion v darstellen lassen. Zu Galerkinapproximationen auf der Basis der Eigenfunktionen e_i der Stokesschen Randwertaufgabe fehlen anscheinend selbst in der Einheitskugel im R^3 noch jegliche Reihenentwicklungsformeln für e_i. Die allgemeinere Aufgabe, für spezielle Gebiete $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ in $L^2(\Omega)$ vollständige divergenzfreie Systeme von Funktionen u_i anzugeben, die auf $\partial\Omega$ verschwinden, führt bei einem Vektorpotentialansatz $v_j = \text{curl } u_i$ wieder auf das schon erwähnte Charakterisierungsproblem. Die Penalty-Methoden von Temam und Oskolkov ergeben ebenso wie Shinbrot's Rothe-Verfahren mit den bisher verwendeten Energieschranken nur schwache Lösungen. Wie stark demgegenüber die zeitliche Regularisierung im Modell der linearen Stokesschen Aufgabe

$$u_t - \Delta u + \nabla p = f, \quad \nabla \cdot u = o, \quad u_{|\partial\Omega} = o, \quad u_{|t=o} = u_o$$

ist, zeigt die Abschätzung

$$|u(t,\cdot)|_{H_2} \leq \text{const} \cdot (t^{-1}|u_o|_{L^2} + 2|f|_{L^2} + \text{const} \cdot \beta^{-1} t^{\beta}).$$

Sie folgt für jede H_1-Lösung u mit schwach divergenzfreiem Anfangswert $u_o \in \mathcal{H}$ bei Hölder-stetiger Funktion $f \in \mathcal{C}_\beta([o,T],\mathcal{H}_o)$ aus Halbgruppenabschätzungen von Fujita und Kato und Cattabrigas Schranken für die Stokessche Randwertaufgabe. Im Fall $u_o \in \mathcal{H}_1 \cap H_2$ und für Hölder-stetiges $f \in D((-P\Delta)^\alpha)$ gilt sogar

$$|u(t,\cdot)|_{H_2} \leq \text{const} \cdot (|u_o|_{H_2} + \alpha^{-1} t^{\alpha} |(-P\Delta)^{\alpha} f|_{L^2} + \text{const} \cdot \beta^{-1} t^{\beta}).$$

J.M. SANZ:

Design of Schockless Cascades with High Solidity

The method of complex characteristics of Garabedian and Korn has been successfully used to design shockless cascades with solidities of up to one. A new code has been developped using this method and a new hodograph transformation of the flow onto an ellipse. This new code allows to design cascades with solidities of up to two and larger turning angles.

The equations of potential flow are solved in a complex hodograph-like domain

by integrating along suitable paths. The topology that the new mapping introduces permits a simpler construction of this paths of integration.

The extension of the code to quasi-three dimensional computation is being considered to take in account the effects of stream tube convergence. Other possible extensions will be discussed.

M. SCHNEIDER:

Ober eine Differentialgleichung vom gemischten Typ in einem Rechteck
(gemeinsame Arbeit mit A. Müller-Rettkowski)

Die Differentialgleichung (1) $L[u] := |\text{sign } y|y|^m u_{xx} + u_{yy} + r(x,y)u = f(m>0)$ wird in einem Rechteck G mit den Eckpunkten $E_1(0,y_1<0)$, $E_2(1,y_1=y_2)$, $E_3(1,y_3>0)$ und $E_4(0,y_4=y_3)$ untersucht. Für die Gleichung (1) vom gemischten Typ in G - A(0,0), B(1,0) sind die Endpunkte der parabolischen Linie in G - werden zunächst mögliche Randwertprobleme diskutiert. Sind $\alpha^1,\alpha^2,\alpha^3$ dann in G speziell gewählte Funktionen, so werden mit $\ell(u) := \alpha^1 u_x + \alpha^2 u_y + \alpha^3 u$ für spezielle RW-Probleme a-priori Abschätzungen der Form.
(2) $(L[u],\ell(u))_0 \geq C \, \|u\|_+^2$, $C > 0$, für alle $u \in W$ hergeleitet. Hierbei bezeichnet $(.,\ )_0$ das Skalarprodukt in $L^2(G)$, $\|\ \|_+$ eine gewichtete Norm und die Elemente von W erfüllen die gestellten Randvorgaben im "trace"-Sinn. Aus (2) wird dann auf die Eindeutigkeit und die Existenz einer Lösung des RW-Problems geschlossen, so wie ein Verfahren zur numerischen Berechnung der Lösung hergeleitet (finite Elemente).

W. SCHÖNAUER:

The problem of solving the 3-D laminar boundary layer equations with high accuracy

The "natural" coordinates for the solution of the 3-D laminar (incompressible) boundary layer (bdl) equations are the inviscid streamline-potentialline coordinates. The 3-D body configuration and the values of the inviscid velocity

potential are given pointwise. From these values the streamline-potential-line coordinates are computed also pointwise. The bdl equations are subjected to a generalized Falkner-Skan similarity transformation. They are solved by a variable step size / variable order method for a prescribed accuracy. The transformed bdl equations have a singularity at the stagnation point and at diverging of converging "dividing stream lines". The errors of the inviscid panel calculations which we used as test dates presented unsurmountable difficulties for the error recognizing solution method. Presently we are waiting for better panel data. The relevant problems are discussed in detail.

SCHRAUF:

Numerical solutions of the stationary Navier-Stokes equations in a spherical gap.

It is well known that the flow between two concentric spheres of which the inner one rotates and the outer one is at rest,can develop Taylor-vortices. For a ratio of radii 0.85 Sawatzki and Zierep found in their experiments three steady axial symmetric flows, with one, two and without Taylor-vortices. As these flows already appear at moderate Reynoldsnumbers, it is in this case possible to study numerically the bifurcation behavior of the stationary Navier-Stokes equations. By using a continuation method to calculate the different solution branches we get the surprising result, that the branches of the one - and two Taylor-vortex flows don't bifurcate from the branch of the basic flow.

A.G. SLEPTSOV

The Finite Element Method for Solving the Problem of Stability of Laminar Boundary Layer Flow

The projector-grid method of solving the eigenvalue problems for Orr-Sommerfeld equation is suggested. The segment of integration $[0,1]$ is divided by points $x_1 = 0 < x_2 < \ldots < x_{N+1} = 1$. The solution is sought for using one of

the projector methods on each segment $[x_K, x_{K+1}]$. The adjacent solutions are sewing together with the help of conditions of the derivatives equality on the bound. When making use of such an approach the algebraic system of linear equations with the block-band matrix is obtained. The error is $O((\frac{\bar{h}}{n})^p)$ for approximate eigennumbers and eigenvalues where $\bar{h} = \max_K h_K$, $h_K = x_{K+1} - x_K$, n is the dimension of the subspace in which the solution is sought for on the segment $[x_K, x_{K+1}]$, $n \geq p$ under the condition that the coefficients of equation belong to the space C^p. The efficiency of the different projector methods for constructing the local solutions are analysed. A high efficiency of the method proposed is shown on examples of computations of stability of plane Poiseuille flow and boundary layer flow.

H. SOBIECZKY:

Stoß-freie transsonische Strömungen in Turbomaschinen

Transsonische Strömungen in Turbomaschinen stellen eine Problemkreis steigender Aktualität dar, seit die Erfordernisse erhöhter Wirtschaftlichkeit die Betriebszustände von Turbinen und Kompressoren in den Bereich gemischter Unter-/Oberschallströmungen verschoben haben. Der Autor schlägt eine neue Entwurfsmethode für ebene und räumliche Strömungen durch Gitter und Beschaufelungen vor, welche bei Auslegungs-Betriebsbedingungen frei sind von Verdichtungsstößen. Die Methode hat sich bereits beim Entwurf von Profilen und Flügeln bewährt, eine Anwendung auf Turbomaschinen erscheint daher möglich und wünschenswert. Allerdings treten hier zusätzliche prinzipielle Probleme auf, wie z.B. der Übergang von superkritischen zu beschleunigten Strömungen. Analytische Modellströmungen dienen zur Erläuterung dieser Phänomene, welche auch bei der Interpretation numerischer Resultate von Bedeutung sind.

D. SOCOLESCU:

On some new investigations and results in the hydrodynamics of viscous fluid flows

In this lecture we are concerned with the two-dimensional steady flow of a

viscous incompressible fluid past an obstacle. In his study on this Dirichlet problem in 1933, Leray constructed a certain solution satisfying the equations, the boundary condition and having a velocity with finite Dirichlet integral. Whether this solution had the desired behaviour at infinity was left open. By improving some results of Gilbarg and Weinberger, we prove that the Leray velocity possesses the desired asymptotic property.

K. TABISZ:

Remarks on a free boundary problem

We describe the physical problem to whom the mathematical scheme

$$(1)\quad u_t = u_{xx}, \qquad \text{for } 0 < x < s(t),\ 0 < t < T;$$

$$\left.\begin{aligned} &(2)\quad u = \ddot{s} + H(s), \\ &(3)\quad u_x = f(u), \end{aligned}\right\} \text{ for } x = s(t),\ 0 < t < T;$$

with the obvious condition on the remain part of boundary, is related. The mathematical problem is to find functions $u = u(x,t)$ -pressure and $x = s(t) > 0$ -the free boundary.

We consider a liquid contained in a one-dimensional horizontal pipe occupies at the instant t, $t \geq 0$, an interval $[0,s(t)]$, where $x = s(t)$ is describing the position of a freely moving piston. We are interested in the resulting pressure $u = u(x,t)$ in the liquid.
We assume: the fluid obeys the Boyle-Mariotte Law, so it satisfies the state equation $u/\rho = \text{const.}$, ρ -density. Therefore the integral $\int_\alpha^\beta u dx$, $0 \leq \alpha < \beta \leq s(t)$ (up to a constant, due to the homogeneity of porous material, factor) represents the mass of the fluid contained in the segment $[\alpha,\beta]$. However, the motion takes place in a homogeneous porous medium, therefore the seepage velocity is governed by Darcy's Law: $q = -ku_x$, $k = \text{const.}$ These two conditions imply:

$$\frac{d}{dt}\int_\alpha^\beta u(x,t)dx = u_x(\beta,t)-u_x(\alpha,t), \text{ for any } t,\alpha,\beta;$$

and follow the heat equation (1). The condition (2) expresses Newton's Third Law describing a motion of the piston. As far as the condition (3) is concerned: we may imagine that the "piston" is a layer of an other fluid which is pushed through porous medium by the "first" fluid and which may be penetrated by it without mixing together. The (3) describes the rate of this penetration. These models have been suggested to me by Dr. A. Krzywicki.

I. TEIPEL:

Transsonische Strömungen in Turbomaschinen

In diesem Vortrag wird die transsonische Strömung in dem Diffusor eines Radialverdichters besprochen. Im Radialverdichterbau werden heute Stufendruckverhältnisse von über 3.0 angestrebt. Eine Möglichkeit, dieses Ziel zu erreichen, besteht darin, die Laufraddrehzahl zu erhöhen. Ab einer Grenzdrehzahl entsteht am Laufradaustritt eine transsonische Strömung. Bei beschaufelten Diffusoren treten dann Verdichtungsstöße auf, die den Charakter der Strömung gegenüber einer reinen Unterschallströmung stark verändern.

Für die Berechnung der transsonischen Strömung in beschaufelten Radialverdichterdiffusoren wird ein Zeitschrittverfahren verwendet. Die Differentialgleichungen werden in der Erhaltungsform aufgeschrieben, so daß man auch Verdichtungsstöße erfassen kann.
Die Resultate werden in Form von Isobarenfeldern dargestellt.
Zum Schluß soll ein Vergleich mit Experimenten durchgeführt werden.

V.N. VETLUTSKY / V.L. GANIMEDOV / T.V. KRUPA:

Laminar Boundary Layer at a Conic External Flow

At the conic external flow the three-dimensional laminar boundary layer equations permit the similarity solution independing of the distance along a generator. The similarity equations are evolutional and they can be solved by marching method along a circumferencial coordinate. The initial conditions must be obtained on outflow lines by solving the ordinary differential equations. In the case of the delta plate flow-around at supersonic leeding edges, the evolutional equations must be solved from the leeding edges.

In the paper the laminar boundary layer on an elliptic cone was calculated numerically within a wide range of the incidences. The flow on the windward side of the delta plate was obtained at the small angles of attack. The distributions of the skin-friction coefficients and the Stanton numbers on a body surface were given.

J.-P. VEUILLOT:

Discontunuity Fitting Techniques for the Numerical Treatment of Shock Waves and of Slip Lines in Transonic Flows.

We present a technique to fit the discontinuities for the numerical integration of EULER equations by pseudo-unsteady methods. The principle of this method is based on the hyperbolicity of the considered equations and, more precisely, on the existence of particular compatibility relations. The domain $\mathcal{D}$ is divided into two sub-domains $\mathcal{D}_1$ and $\mathcal{D}_2$, which have a common moving boundary Σ. At a point $\mathcal{P}$ of Σ, the basic variables have two set of differents values; these values and the displacement velocity of $\mathcal{P}$ are determined by a system made of some compatibility relations - in the sub-domain $\mathcal{D}_1$, for instance, we use the compatibility relations transporting the information from $\mathcal{D}_1$ to $\mathcal{D}_2$ - completed by some coupling relations which may be the jump relations associated to the hyperbolic system. In this approach, the mesh is moving during the iterations so that Σ remains a particular mesh line. Numerical results are presented in the field of inner aerodynamics.

A.I. VAN DE VOOREN:

On the stability of almost parallel boundary layer flows.

On the stability of almost parallel boundary layer flows.

The Orr-Sommerfeld equation determining the stability of laminar flows is derived under the assumption that the flow is parallel. However, this assumption does not hold for boundary layer flows since boundary layers tend to thicken in flow direction. For a two-dimensional flat plate boundary layer the linearized equation for the perturbation stream function has been derived taking into account the non-parallelity of the flow. The non-parallel effect introduces terms of order R^{-1}, where R is the Reynolds number based upon the local displacement thickness. By making an expansion in terms of the parameter R^{-1}, one obtains for the first order correction an inhomogeneous Orr-Sommerfeld equation of which the inhomogeneous part is determined by the original parallel flow approximation. A special method has been developed for solving numerically the Orr-Sommerfeld equation, either homogeneous or inhomogeneous. The non-parallel effect leads to a diminution of the Reynolds number, where the flow first becomes unstable.

P.J. ZANDBERGEN:

On analytical and numerical aspects of the boundary layer problem due to vortex flow of a conducting fluid above a disk

In recent years attention has been paid by Stewartson and Troesch f.i. refs. [1] to the problem of the flow of a conducting fluid above a stationary disk when the flow field far from the disk behaves as a potential vortex. Although the problem is less interesting perhaps from a physical point of view, it is very hard as a mathematical and numerical problem especially for small values of the parameter s, which measures the conductivity of the fluid. It will be shown, that by purely analytical techniques it is possible to obtain effective estimates for the solution. These estimates allow an existence proof for the solution. It is also possible to calculate the numerical solution of the problem by techniques the author has used before.

[1] K. Stewartson and B.A. Troesch. On a pair of equations occuring in swirling viscous flow with an applied magnetic field. J. Appl. Math. Phys. 28: (1977).

A.A. ZHELTOVODOV / V.N. DOLGOV:

Analysis of two-dimensional turbulent separated flows properties in compressible streams

The results of systematic experimental and computational studies of two-dimensional compressible turbulent separated flows arising in the neighbourhood of angle configurations and step regions are considered. The structural schemes of the flows under study are specified. Generalizations are carried out and correlations are obtained for estimating different parameters: geometric characteristics, characteristic pressures etc. The results of generalizations are compared with the well-known data for different cases of separation.

Some well-known approximate computational models are examined and specified. Comparisons of jet and separated flows specifying their similarity as well as computational investigations with the use of integral and finite difference methods are carried out. A question on the applicability of boundary layer equations in the neighbourhood of the separated region is considered.

Berichterstatter: Manfred Jirmann

Tagungsteilnehmer

Prof. Dr. E. Adams	Sonnenweg 9, 7517 Waldbronn 3
RNDr. J. Benda	Faculty of Mechanical Engineering, Department of Applied Mathematics, Suchbatarova 4, 166 07 Praha 6, C.S.S.R.
Dr. G. Buggle	Am Bremelsberg 13, 6101 Reinheim
Prof. Dr. P. Capodanno	Université de Franche-Comté Besancon Faculté des Sciences et des Techniques, 25030 Besancon Cedex, France
Ing. R. Dvorak, CSc	Veverkova 1, 1700 00 Prag 7, C.S.S.R.
RNDr. M. Feistauer, CSc.	Faculty of Math. and Physics, Malostranske nam. 25, 110 00 Praha 1, C.S.S.R.
Dipl.-Math. T. Fischer	Fachbereich Mathematik der TH Darmstadt, Schloßgartenstr. 7, 6100 Darmstadt
Dr. W. Haase	Dornier GmbH, Postfach 1420, 7990 Friedrichshafen 1
M.K. Jain	Mathematisches Institut, Englerstr. 2, 7500 Karlsruhe
Dipl.-Math. M. Jirmann	Fachbereich Mathematik der TH Darmstadt, Schloßgartenstr. 7, 6100 Darmstadt
Dr. M.A. Kharitonov	Institut für theoretische und angewandte Mechanik der Akademie der Wissenschaften der UdSSR, Novosibirsk 90, UdSSR
Dr. W. Koch	DFVLR-AVA, Bunsenstr. 10, 3400 Göttingen
Dr. V.A. Kovenya	Institut für theor. und angew. Mechanik der Akademie der Wissenschaft der UdSSR, Novosibirsk 90, UdSSR
RNDr. K. Kozel, CSc.	Faculty of Mechanical Engineering, Department of Applied Mathematics, Suchbatarova 4, 16607 Praha 6, C.S.S.R.
Dr. Laminie	Université de Paris-Sud et Centre Nat. de la Recherche scientifique, Batiment 425, 91405 Orsay Cedex, France
R.D. Lazarov	Institute of Math. and Mechanics, Bulgarian Academy of Sciences, ul. ak. G. Voncev Bl. 18, Sofia 1113 Bulgarien
Prof. Dr. E. Martensen	Mathematisches Institut II, Englerstr. 2, 7500 Karlsruhe

Prof. Dr. E. Meister	Fachbereich Mathematik der TH Darmstadt Schloßgartenstr.7, 6100 Darmstadt
Dr. W. Möhring	Max-Planck-Institut für Strömungsforschung Böttingerstr. 4-8, 3400 Göttingen
Dr. A. Müller	Universität Karlsruhe, Mathematisches Institut I, Enlgerstr. 2, 7500 Karlsruhe
Mathias Naar	Siebenbürgenstr. 28, 7950 Biberach
Prof. Dr. K. Nickel	Albert-Ludwigs-Universität, Institut für Angew. Mathematik, Hermann-Herder-Str. 10 7800 Freiburg
Prof. Dr. W. Okrasin'ski	Institute of Mathematics, University of Wroclaw, Pl. Grunwaldzki 2/4, 50-384 Wroclaw, Polen
Prof. Dr. J. Polasek	Faculty of Mechanical Engineering, Department of Applied Mathematics, Suchbatarova 4, 166 07 Praha 6, C.S.S.R.
Prof. Dr. R. Rannacher	Mathematisches Institut der Universität Erlangen-Nürnberg, Martensstr. 3, 8520 Erlangen
Prof. Dr. R. Rautmann	Gesamthochschule Paderborn, Fachbereich Mathematik-Informatik, Warburger Str. 100, 4790 Paderborn
Dr. J. Sanz	NASA Lewis Flight Research Center, Mail Stop 5-9, 21000 Brookpark Road, Cleveland, Ohio 44135, U.S.A.
Prof. Dr. M. Schneider	Mathematisches Institut I, Englerstr. 2, 7500 Karlsruhe
Herr Schrauf	Sonderforschungsbereich "Approximation und Mathem. Optimierung", Universität Bonn, Wegelerstr. 6, 5300 Bonn
Prof. Dr. W. Schönauer	Wilhelm-Kolb-Str. 5b, 7500 Karlsruhe
Dr. A. G. Sleptsov	Institut für theor. u. angew. Mechanik der Akademie der Wissensch. d. UdSSR, Novosibirsk 90, UdSSR
Prof. Dr. H. Sobieczky	DFVLR-AVA, Bunsenstr. 10, 3400 Göttingen
Privatdozent D. Socolescu	Institut für Angewandte Mathematik, Universität Karlsruhe, Englerstr. 2, 7500 Karlsruhe 2

Dr.-Ing. J. Srulijes	Fachbereich Maschinentechnik, Universität Essen, Postfach 103764, 4300 Essen 1
Prof. Dr. Tabisz	Institute of Mathematics, University of Wroclaw, Pl. Grunwaldzki 2/4, 50-384 Wroclaw Polen
Prof. Dr. I. Teipel	Technische Universität Hannover, Welfengarten 1, 3000 Hannover
Prof. Dr. W. Velte	Institut für Angewandte Mathematik und Statistik, Am Hubland, 8700 Würzburg
Dr. V.A. Vetlutsky	Institut für theor. u. angew. Mechanik der Akademie der Wissenschaften d. UdSSR Novosibirsk 90, UdSSR
Dr. J.P. Veuillot	Office National D'Etudes et de Rech. Aerspatiales (ONERA), 29, Avenue de la Division Leclerc, 92320 Chatillon, France
Prof. Dr. A.I. van de Vooren	Dept. of Applied Mathematics, University of Groningen, Groningen, Niederlande
Prof. Dr. P. J. Zandbergen	Technische Hogeschool Twente, Postbus 217, Enschede, Niederlande
Dr. A.A. Zheltovodov	Institut f. theor. u. angew. Mechanik der Akademie der Wissensch. der UdSSR, Novosibirsk 90, UdSSR