MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT OBERWOLFACH

T a g u n g s b e r i c h t 5/1982

Iterative Lösung nichtlinearer Gleichungssysteme

1.2.82 bis 5.2.82

Die Tagung stand unter Leitung von R. Ansorge (Hamburg), Th. Meis (Köln) und W. Törnig (Darmstadt). 27 der 41 Tagungsteilnehmer hielten ein Referat von je 40 Minuten. Zwischen den Vorträgen wurde meistens lebhaft, aber immer sehr sachlich diskutiert. Inhaltlich zeigten sich bei den Vorträgen drei Schwerpunkte, die man durch drei Stichworte kennzeichnen kann: Mehrgittermethoden, komplexe nichtlineare Probleme der industriellen Praxis, monotone und einschließende Iterationsverfahren.

Es wurde von mehreren Referenten gezeigt, daß die Mehrgittermethoden sich auch bei nichtlinearen Aufgaben bewähren; das gilt sogar für Verzweigungsaufgaben. Die Vortröge dreier Herren aus der Industrie gaben den Diskussionen zum zweiten Schwerpunkt die notwendige Substanz. In der Praxis werden eine Reihe von Methoden benutzt, die theoretisch noch kaum untersucht worden sind. Einschließende Iterationsverfahren werden seit vielen Jahren studiert, aber die Methoden werden mehr und mehr verfeinert. Diesmal standen u.a. die Zusammenhänge mit Fragen der globalen Konvergenz im Vordergrund.

Vortragsauszüge

S. ABOU EL-SEOUD und W. TÖRNIG

Über die Lösung diskretisierter nichtlinearer Randwertprobleme durch monoton einschließend konvergente Iterationsverfahren

Zur iterativen Lösung von $Fx = 0$, $F: D \subset R^N \to R^N$, werden komponentenweise monoton einschließend konvergente Verfahren konstruiert und untersucht. Dabei wird im wesentlichen nur gefordert, daß $F'(x)$ in bestimmten Bereichen L-Struktur besitzt und daß $x^{(0)}, y^{(0)} \in R^N$ so existieren, daß $x^{(0)} \leq y^{(0)}$, $Fx^{(0)} \leq 0 \leq Fy^{(0)}$ ("$\leq$" in der üblichen Schreibweise) gilt. Die betrachtete Klasse von Iterationsprozessen enthält als Spezialfälle bekannte Verfahren, z.B. monoton einschließende SOR-Newton-Verfahren. Die Iterationen finden Anwendung u.a. bei der numerischen Lösung nichtlinearer Randwertprobleme und Anfangs-Randwertprobleme, speziell bei der Lösung quasilinearer Potentialprobleme durch Diskretisierungsverfahren.

G. ALEFELD

Konvergenzbeschleunigende Maßnahmen bei einer Klasse monoton einschließender Verfahren
(gemeinsam mit H. Cornelius)

Mit intervallarithmetischen Hilfsmitteln lassen sich Verfahren konstruieren, die - sobald eine Lösung eines nichtlinearen Systems eingeschlossen ist - unter relativ schwachen Voraussetzungen gegen diese konvergieren. (Man benötigt z.B. keine Konvexität.) Bei der Anwendung auf die durch Diskretisierung von nichtlinearen Dgln entstehenden Systeme erweist sich die Konvergenzgeschwindigkeit der Verfahren allerdings als zu niedrig. Es wird über Möglichkeiten berichtet, wie sich aus den die Lösung einschließenden Schranken schneller konvergente Folgen berechnen lassen.

O. AXELSSON

On global convergence of iterative methods

Some recent theorems on local and global convergence of iterative methods of Newton type is presented. At first we review results on the radius of convergence of the classical Newton-Kantorovich method. Then we discuss in more detail damped and inexact Newton methods. Finally an application on nonlinear elliptic problems is considered and the advantages of using a two-level grid method for the solution of the linear problems arising at each iterative step are pointed out.

N.W. BAZLEY

Periodische Lösungen von Gleichungen mit Skalar-Nichtlinearitäten

An einfachen Klasssen von Beispielen wird der Zusammenhang untersucht zwischen periodischen Lösungen nichtlinearer Wellengleichungen und den Lösungen des zugehörigen Verzweigungsproblems. Mehrere bekannte Gleichungen der Elastizitätstheorie werden als Spezialfall behandelt. Die Fragen der Hopf-Bifurkation sind auch angesprochen.

E. BOHL

Über die stationären Zustände endlich vieler chemischer Zellen

Es wurde ein Modell für endlich viele Zellen diskutiert, in denen eine chemische Reaktion abläuft und die Stoffaustausch über Membranen haben. Das entstehende Modell weist Verzweigungen auf, die in einem kontinuierlichen Modell nicht möglich sind. Die Erscheinung wurde durch Angabe eines einfachen und vollständig übersehbaren mathematischen Modells erklärt, welches zugleich die Möglichkeit zur iterativen Konstruktion sämtlicher Lösungen eines Parameterschnittes des Verzweigungsbildes eröffnet.

D. BRAESS

Mehrgitterverfahren mit Gauß-Seidel Glättung

Der Ausgangspunkt ist die schlechte Kondition von Gleichungssystemen, die bei der Diskretisierung von elliptischen Problemen auftreten. Ihretwegen ist es natürlich, zur Lösung ein Mehrgitterverfahren heranzuziehen. Die Konvergenzgeschwindigkeit wird nun für das Gleichungssystem abgeschätzt, das bei der Diskretisierung der Laplace-Gleichung mit einem regelmäßigem Gitter entsteht. Die Ergebnisse sind unabhängig von der Form des Gebietes, so lange es konvex und polygonal ist. Die Analyse geschieht mit Hilfe zweier verschiedener Normen, um Betrag und Glattheit des Fehlers zu messen. Ein Dualitätstrick ermöglicht sogar den Konvergenzbeweis für den sogenannten V-Zyklus. Die Ergebnisse liefern realistische Schranken für die Konvergenzraten, obwohl sie im Vergleich zu den empirischen Werten zu pessimistisch sind.

U. ECKHARDT

Ein Minimierungsproblem aus der Geodäsie

Die einfachste Grundaufgabe der Trilateration in der Geodäsie besteht darin, aus den bekannten Positionen von n Punkten im $\mathbb{R}^2$ (bzw. $\mathbb{R}^3$) und aus den gemessenen Entfernungen (bzw. Entfernungsdifferenzen) zu einem gesuchten Punkt dessen Position zu ermitteln. Es wird zunächst ein einfaches Kriterium für globale Minima der Summe der Abweichungsquadrate angegeben. Danach wird ein numerisches Verfahren diskutiert. Zum Schluß wird noch kurz auf den Fall der L_1-Norm eingegangen.

M. GIPSER

Globale Konvergenz von Koordinatenrelaxationen bei diagonaldominanter Funktionalmatrix

Es werden einige neue globale Konvergenzsätze für eine weite Klasse von Koordinatenrelaxationen zur Lösung nichtlinearer Gleichungssysteme vorgestellt. Dabei wird die Existenz einer Skalierung der abhängigen oder unabhängigen Variablen vorausgesetzt, so daß die entstehende Funktionalmatrix spalten- oder zeilendiagonaldominant ist. Bei gleichmäßiger Diagonaldominanz ist in gewissem Rahmen Überrelaxation möglich. Das ist eine Verallgemeinerung des entsprechenden Ergebnisses für M-Matrizen im linearen Fall (hier konvergiert SOR bekanntlich für $\omega \in (0,\frac{2}{1+\rho(B)})$). Einer dieser Sätze wird übertragen auf die "Koordinatenrelaxation mit Projektion" zur Lösung diskreter Hindernisprobleme.

W. HACKBUSCH

Multi-grid techniques for continuation problems

The continuation problem

$$\mathcal{L}(u(s),s) = 0 \qquad (s \text{ varying parameter})$$

is considered, where $\mathcal{L}$ is a nonlinear elliptic boundary value problem. The multi-grid method can be used for solving the discretized problem for a series of parameter values s. In a first part special techniques are proposed for following the path u(s). In a second part the arc-length continuation is discussed to overcome problems with turning points.

U. HORNUNG

ADI-Verfahren für parabolisch-elliptische Variationsungleichungen

Die mathematische Modellierung instationärer gesättigt-ungesättigter Wasserflüsse in porösen Medien führt auf die Differentialgleichung $\partial_t G(v) = \Delta v$ mit schwach monotoner Lipschitz-stetiger Funktion G. Bei Berücksichtigung von Hangquellen ergeben sich einseitige Randbedingungen für v. Da die Differentialgleichung ausgeartet ist, muß bei der numerischen Lösung in jedem Zeitschritt eine nichtlineare elliptische Variationsungleichung gelöst werden. Das Peaceman-Rachford-Newton-Verfahren gestattet eine effektive Lösung, da in ihm die DiSignorini-Randbedingungen in besonders einfacher Weise berücksichtigt werden können.

B. KASPAR

Überrelaxation bei monoton einschließend konvergenten Verfahren

Zur Lösung nichtlinearer Gleichungssysteme werden Verfahren vom SOR-Newton-Typ betrachtet. Unter geeigneten Voraussetzungen

liefern diese Verfahren Näherungen und zugleich Fehlerschranken für die Lösung. Hier werden Möglichkeiten aufgezeigt, den Bereich der zulässigen Relaxationsparameter zu vergrößern (Überrelaxation) und dadurch die Konvergenz zu beschleunigen, ohne die Monotonieeigenschaften der Verfahren zu beeinträchtigen.
Die Verfahren können bei Systemen angewendet werden, wie sie bei der Diskretisierung nichtlinearer Differentialgleichungen auftreten, insbesondere wenn die zugehörige Funktionalmatrix eine M-Matrix ist.

C.W. LUCCHI

Finite-element solution of the transonic full potential equation using a mesh-refinement technique with successive-line over-relaxation

A finite-element method using the integral form of the continuity equation has been developed to compute the transonic potential flow around single profiles, in compressor or turbine cascades and in engine inlets. This subdomain-type finite-element method insures exact mass conservation at local and global level. The solution of the system of non-linear algebraic equations is done by a mesh-refinement method with successive-line over-relaxation. It has been found that the interpolation of the potential function from one grid to the next plays a critical role not only on the accuracy but on the method's stability too. Beside presenting the method, several results are presented dealing with the solution procedure and the method.

W. MACKENS

Die Lösung schwach nichtlinearer elliptischer Randwertaufgaben mit der virtuell gestützten Picard-Iteration

Die Einführung zusätzlicher "stützender" Randbedingungen stabilisiert die Picard-Iteration in der Nähe nichtstabiler isolierter Lösungen nichtlinearer Randwertaufgaben. Die für die Stützung nötigen Freiheitsgrade werden durch Abschwächung der Glattheitsforderungen an die Lösung gewonnen. Durch Anpassung der Stützen mit dem Newton-Verfahren wird die Glattheit zurückgewonnen. Für gewöhnliche Differentialgleichungen wird die lokale Konvergenz des Verfahrens gezeigt. Im partiellen Fall werden erste numerische Ergebnisse vorgelegt.

TH. MEIS

Numerische Berechnung der periodischen Lösungen einer nichtlinearen Wellengleichung

Mit Hilfe numerischer Methoden wird untersucht für welche γ die Gleichung $u_{tt} = u_{xx} + \gamma u^3$ periodische Lösungen besitzt. Die Verfahren sind: Ein einfaches explizites Differenzenschema, ein Schema vom Crank-Nicholson-Typ und eine Entwicklung in eine trigonometrische Reihe. Die Ergebnisse stimmen weitgehend überein. Wenn man $u(0,0) = 1$ normiert, erhält man zu jedem $\gamma \in (0,1.3)$ ein bis zwei periodische Lösungen mit Perioden in t zwischen 2π und 40.

K.-H. MEYN

Iteration bei unterbestimmten Gleichungen und eine Anwendung

Besitzt eine stetige Abbildung $G: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ eine Mannigfaltigkeit von Fixpunkten, so folgt die lokale Konvergenz der Iteration $x^{k+1} = G(x^k)$ unter den folgenden beiden Voraussetzungen:

- in einem Fixpunkt u^o ist $\| G'(u^o)|_{Im(I-G(u^o))^*} \| < 1$,
- für alle $x \in \mathbb{R}^n$ mit $\| x - u^o\| = \min\limits_{u=G(u)} \| x - u\|$ ist $x - u^o \in Im(I-G'(u^o))^*$.

Mit Hilfe dieses Ergebnisses erhält man die Konvergenz einer nichtlinearen Variante des Kaczmarz-Verfahrens auch bei unterbestimmten Gleichungen.

Als Anwendung wird die numerische Behandlung eines inversen kinematischen Problems für eine Wellengleichung betrachtet, das in der Ultraschalltomographie auftritt. Dieses Problem unterscheidet sich von der Radontransformation dadurch, daß Linienintegrale auf geodätischen Linien vorliegen, es ist daher nichtlinear, dreidimensional und unter Umständen auch unterbestimmt. Es läßt sich vorteilhaft mit dem nichtlinearen Kaczmarz-Verfahren lösen.

H. MICHAEL

Mehrgittermethoden bei einem nichtlinearen, indefiniten Problem

Betrachtet wird die nichtlineare, elliptische Randwertaufgabe $-\Delta u = \lambda e^u$ in einem Gebiet Ω mit der Randbedingung $u = 0$. Zur numerischen Berechnung der Lösung u_λ für verschiedene λ wird eine Kombination eines Mehrgitterverfahrens mit einer einfachen Homotopiemethode verwendet. Bei den Untersuchungen werden außer dem Einheitsquadrat auch Gebiete mit H-förmiger Gestalt zugrunde gelegt. Es zeigt sich, daß das Verfahren zu Schwierigkeiten in der Nähe der singulären Punkte (Wende-, Verzweigungspunkte) führt und für Lösungen u_λ mit $\| u_\lambda \|_\infty \gg 1$ versagt. Durch Umparametrisierung können die Probleme in der Nähe von "turning points" behoben werden. Für tief eingeschnittene H-Gebiete treten wirkliche Verzweigungen auf.

H.D. MITTELMANN

Mehrgitterverfahren für einfache Verzweigungsprobleme

Es werden Verzwigungsprobleme betrachtet, bei denen Wendepunkte oder Verzweigung bei einfachen Eigenwerten auftritt. Außer Problemen, die sich als nichtlineares Eigenwertproblem einer elliptischen Differentialgleichung schreiben lassen, werden auch Variationsungleichungen zugelassen. Zunächst wird ein quadratisch konvergentes Verfahren vom Typ einer verallgemeinerten inversen Iteration vorgestellt und gezeigt, daß es typische Anwendungsprobleme sehr effizient löst. Auf der Grundlage dieses Verfahrens wird ein Mehrgitteralgorithmus formuliert und seine Konvergenz bewiesen. Numerische Ergebnisse zeigen neben einer weiteren Steigerung der Effizienz vor allem, daß i.a. rasche Konvergenz trotz sehr grober Anfangsnäherungen vorliegt.

A. NEUMAIER

Schranken für Nullstellen - ohne Matrixinversion

A method is given to obtain efficiently an upper bound for the l_∞-norm of certain matrix expressions which involve the inverse of a matrix. As an application, an efficient constructive existence and/or error-boundary test is presented for solutions of nonlinear systems of equations.

K. NICKEL

Das Auflösungsverhalten von nichtlinearen Fixmengen-Systemen

Es sei f eine Abbildung eines passend gewählten n-dimensionalen metrischen Mengenraumes in sich. Die Funktion f möge dort einerseits einer Lipschitz-Bedingung und andererseits einer Durchmesser-Bedingung genügen. Es werden Systeme der Gestalt

$$x = f(x) + r$$

betrachtet. Es werden 6 äquivalente Bedingungen angegeben, die sämtliche notwendig und hinreichend für die eindeutige Auflösbarkeit dieses Systems sind. Eine dieser Bedingungen ist die Konvergenz des Iterations-Verfahrens.

W. NIETHAMMER

Erfahrungen mit Relaxationsmethoden zur Berechnung der Spektralnorm

Sind $\sigma_1 \geq \ldots \geq \sigma_r > 0$ die singulären Werte der $m \times n$-Matrix A (d.h. σ_1 ist die Spektralnorm von A), so ist σ_1 gleichzeitig der Spektralradius von $\hat{A} = \begin{bmatrix} 0 & A \\ A^T & 0 \end{bmatrix}$. Der Eigenwert σ_1 und der entsprechende Eingenvektor z sind Lösung des nichtlinearen Systems $(\lambda I - A)z = 0$. Zur Berechnung von σ_1 und z werden Relaxationsmethoden von H.R. Schwarz und A. Ruhe angewandt. Dabei wird im Wechsel eine skalare Folge $\{\lambda_k\}$, die monoton wachsend gegen σ_1 konvergiert, und eine Vektorfolge $\{z_k\}$, die gegen z konvergiert, berechnet. Da $\hat{A}$ zweizyklisch ist, läßt sich ein Relaxationsfaktor ω_o angeben, der eine asymptotisch optimale Konvergenz der $\{z_k\}$ bewirkt; häufig bedingt dieses ω_o am Anfang des Verfahrens eine langsame Konvergenz der $\{\lambda_k\}$. Es wird ein Algorithmus angegeben, der zunächst ein schnelles Anwachsen der $\{\lambda_k\}$ bewirkt, und der dann selbststeuernd auf ein asymptotisch optimales ω_o umschaltet. Insgesamt ergibt sich eine robuste und effiziente Methode zur Berechnung des maximalen singulären Werts und der zugehörigen singulären Vektoren einer beliebigen rechteckigen Matrix.

F.-A. POTRA

On the convergence of a class of Newton like methods

We consider a class of Newton-like methods of the form

$$(*) \qquad x_{n+1} = x_n - \delta f(x_{p_n}, x_{q_n})^{-1} f(x_n) \qquad n = 0,1,2,\ldots$$

where f is a nonlinear operator between two Banach spaces, δf is a consistent approximation of f', and $(p_n)_{n\geq 0}$, $(q_n)_{n\geq 0}$ are two nondecreasing sequences of integers satisfying the conditions

$$q_o = -1, \quad p_o = 0, \quad q_n \leq p_n \leq n \quad , n = 1,2,3,\ldots$$

We prove that under appropriate hypotheses the sequence $(x_n)_{n\geq 0}$ converges to a root x^* of the equation $f(x) = 0$ and we give sharp upper and lower bounds for the distances $\|x_n - x^*\|$.
In case of ordered Banach spaces we consider also the sequence $(y_n)_{n\geq 0}$ given by

$$y_{n+1} = y_n - \delta f(x_{p_n}, x_{q_n})^{-1} f(y_n) \qquad n = 0,1,2,\ldots$$

and we show that if f is convex and $f(y_o) \leq 0 \leq f(x_o)$ then $y_n \leq x^* \leq x_n$ for all n and $\lim_{n\to\infty} y_n = \lim_{n\to\infty} x_n = x^*$.

K. STÜBEN, U. TROTTENBERG

Mehrgittermethoden für nichtlineare elliptische Differentialgleichungen

Das in Bonn entwickelte Programmsystem MGOI löst bestimmte elliptische Randwertaufgaben 2. Ordnung mit Dirichletschen Randbedingungen auf allgemeinen Gebieten Ω im $\mathbb{R}^2$. Es beruht

auf einer Full-Multigrid-Methode. Hierbei wird die Genauigkeit des Diskretisierungsfehlers in einer Anzahl von Operationen erreicht, die der Anzahl der diskreten Unbekannten proportional ist.
Auf nichtlineare Aufgaben kann MGOI direkt (mit einer nichtlinearen Multigrid-Methode vom FAS-Typ) oder indirekt - d.h. kombiniert mit dem Newton-Verfahren o.ä. - angewendet werden. Der enge Zusammenhang dieser beiden Zugänge wird erklärt; an Hand verschiedener Beispiele wird gezeigt, daß der direkte Zugang etwas effizienter, weil einfacher ist.
Bei Anwendung auf die Gleichung $-\Delta u - \lambda e^u = 0$ ($\lambda \geq 0$) empfiehlt sich (wegen der Indefinitheit des linearisierten Problems für $\lambda \geq \lambda_o$) eine modifizierte MG-Technik (Kaczmarz- statt Gauß-Seidel-Glättung, Vorgabe von $u(P)$ in einem $P \in \Omega$). Die betreffenden Ergebnisse hierzu wurden in Zusammenarbeit mit Achi Brandt, Rehovot, erzielt.

C. WEILAND

Erfahrungen bei der Anwendung numerischer Verfahren zur Lösung nichtlinear hyperbolischer Differentialgleichungssysteme

Es wird die numerische Lösung eines dreidimensionalen Problems aus der Strömungsmechanik vorgestellt. Dazu ist es notwendig, im allgemeinen Fall die dreidimensionalen instationären quasilinearen Euler-Gleichungen, die hyperbolischen Typs sind, zu integrieren.
Die gewählte implizite finite Differenzenapproximation wird wegen der Nichtlinearität der Differenzengleichungen iterativ gelöst. Einige Aussagen aus einer Stabilitätsanalyse werden diskutiert. Die Notwendigkeit geeignete Koordinaten zu verwenden, wird anhand eines Beispiels demonstriert. Berechnungsbeispiele werden angegeben.

W. WERNER

Über die simultane Berechnung von Polynomnullstellen

Es werden einige bekannte und neue Verfahren zur simultanen Berechnung aller Nullstellen eines Polynoms diskutiert; außerdem wird eine einfache Möglichkeit für a posteriori-Fehlerabschätzungen bei diesen Methoden vorgestellt.

Berichterstatter: Th. Meis

Tagungsteilnehmer

Dr. S. Abou El-Seoud
Fachbereich Mathematik
TH Darmstadt
Schloßgartenstr. 7
61oo Darmstadt

Prof. Dr. J. Albrecht
Institut für Mathematik
Universität Clausthal
Erzstr. 1
3392 Clausthal-Zellerfeld 1

Prof. Dr. G. Alefeld
Fachbereich Mathematik /Fb 3
TH Berlin
Straße des 17. Juni 135
1ooo Berlin

Prof. Dr. R. Ansorge
Institut für Angew. Mathematik
Universität Hamburg
Bundesstr. 55
2ooo Hamburg 13

Prof. Dr. O. Axelsson
Department of Mathematics
University of Nijmegen
NL-6525 Nijmegen

Prof. Dr. N.W. Bazley
Mathematisches Institut
Universität Köln
Weyertal 86-9o
5ooo Köln 41

Prof. Dr. E. Bohl
Fakultät für Mathematik
Universität Konstanz
Postfach 556o
775o Konstanz

Prof. Dr. D. Braess
Abteilung für Mathematik
Universität Bochum
Universitätsstr. 15o, Geb. NA
463o Bochum-Querenburg

Prof. Dr. R. Bulirsch
Institut für Mathematik
TH München
Arcisstr. 21
8ooo München 2

Prof. Dr. L. Collatz
Institut für Angew. Mathematik
Universität Hamburg
Bundesstr. 55
2ooo Hamburg 13

Prof. Dr. C.W. Cryer
Computer Sciences Department
and Mathematics Research Center
University of Wisconsis-Madison
61o Walnut Street
Madison, Wisconsis 537o6, US

Prof. Dr. U. Eckhardt
Institut für Angew. Mathematik
Universität Hamburg
Bundesstr. 55
2ooo Hamburg 13

Prof. Dr. K. Graf Finck
v. Finckenstein
Fachbereich Mathematik
TH Darmstadt
Schloßgartenstr. 7
61oo Darmstadt

Dr. M. Gipser
Fachbereich Mathematik
TH Darmstadt
Schloßgartenstr. 7
61oo Darmstadt

Prof. Dr. Th. Meis
Mathematisches Institut
Universität Köln
Weyertal 86-9o
5ooo Köln 41

Prof. Dr. W. Hackbusch
Abteilung für Mathematik
Universität Bochum
Universitätsstr. 15o, Geb. NA
463o Bochum-Querenburg

Dr. K.-H. Meyn
BASF AG
Abt. DFI/ND
67oo Ludwigshafen

Dipl.-Math. U. Heike
Institut für Numerische und
instrumentelle Mathematik
Universität Münster
Einsteinstr. 64
44oo Münster

Dipl.-Math. H. Michael
Mathematisches Institut
Universität Köln
Weyertal 86-9o
5ooo Köln 41

Dr. U. Hornung
Institut für Numerische und
instrumentelle Mathematik
Universität Münster
Einsteinstr. 64
44oo Münster

Prof. Dr. H.D. Mittelmann
Abteilung Mathematik
Universität Dortmund
Postfach 5oo5oo
46oo Dortmund 5o

Dipl.-Math. B. Kaspar
Fachbereich Mathematik
TH Darmstadt
Schloßgartenstr. 7
61oo Darmstadt

Prof. Dr. H.N. Mülthei
Fachbereich Mathematik
Universität Mainz
Saarstr. 21
65oo Mainz

C.W. Lucchi
MBB-Flugzeuge GmbH
Postfach 8o116o
8ooo München 8o

Dr. A. Neumaier
Institut für Angew. Mathematik
Universität Freiburg
Hermann-Herder-Str. 1o
78oo Freiburg

Dr. W. Mackens
Lehrstuhl für Prakt. Mathematik
Universität Aachen
Templergraben 55
51oo Aachen

Prof. Dr. H. Neunzert
Fachbereich Mathematik
Universität Kaiserslautern
Erwin-Schrödinger-Str.
675o Kaiserslautern

Prof. Dr. K. Nickel
Institut für Angew. Mathematik
Universität Freiburg
Hermann-Herder-Str. 1o
78oo Freiburg

Prof. Dr. W. Törnig
Fachbereich Mathematik
TH Darmstadt
Schloßgartenstr. 7
61oo Darmstadt

Prof. Dr. W. Niethammer
Institut für Prakt. Mathematik
Universität Karlsruhe
Englerstr. 2
75oo Karlsruhe

Prof. Dr. U. Trottenberg
Institut für Angew. Mathematik
Universität Bonn
Wegelerstr. 6
53oo Bonn

Prof. Dr. F.A. Potra
Department of Mathematics
National Institute for Scientific and Technical Creation,
Bd. Pacii 22o
79622 Buckarest, Romania

Dr. H. Voß
Mathematik /FB 6
Gesamthochschule Essen
Universitätsstr. 2
43oo Essen

Prof. Dr. J. Schröder
Mathematisches Institut
Universität Köln
Weyertal 86-9o
5ooo Köln 41

Dr. C. Weiland
MBB-Flugzeuge GmbH
Postfach 8o116o
8ooo München 8o

Prof. Dr. H.R. Schwarz
Wieslacher 9
CH-8o53 Zürich

Prof. Dr. B. Werner
Institut für Angew. Mathematik
Universität Hamburg
Bundesstr. 55
2ooo Hamburg 13

Prof. Dr. P. Spellucci
Fachbereich Mathematik
TH Darmstadt
Schloßgartenstr. 7
61oo Darmstadt

Dr. W. Werner
Fachbereich Mathematik
Universität Mainz
Saarstr. 21
65oo Mainz

Dr. K. Stüben
Institut für Mathematik GMD
Schloß Birlinghoven
Postfach 124o
52o5 St. Augustin 1

Prof. Dr. K. Witsch
Mathematisches Institut
Universität Düsseldorf
Universitätsstr. 1
4ooo Düsseldorf