MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT OBERWOLFACH

# T a g u n g s b e r i c h t 45/1983

## Rekursive Kombinatorik

16.10. bis 22.10.1983

Die Tagung fand unter Leitung der Herren E.Börger (Dortmund), W.Oberschelp (Aachen) und M.Richter (Aachen) statt. Behandelt wurden asymptotische Aspekte und infinitäre Erweiterungen kombinatorischer Sätze. Diese sind z.Zt. besonders aktuell in der Graphentheorie, der Schaltkreis- und Automatentheorie sowie in der Theorie endlicher Modelle und endlich erzeugter Algebren. Infinitäre Aspekte gestatten, für Untersuchungen über endlichen Strukturen algorithmische Lösungen uniform für ganze Klassen von Problemen zu entwickeln. Die Motivation für eine solche Verknüpfung von klassischer Algorithmentheorie und kombinatorischen Untersuchungen kommt nicht zuletzt aus der theoretischen Informatik. Durch die Auswahl der Teilnehmer (u.a. 3 Vertreter aus den USA) wurde ein recht guter Überblick erreicht über die Haupttrends dieser sich weit verzweigenden Entwicklungen.
Die kleine Anzahl von 20 Teilnehmern ermöglichte es den 16 Vortragenden, die Darstellung ihrer speziellen Forschungsergebnisse mit einem allgemeinem Überblick zu verbinden. Dies gab Anlaß zu zahlreichen und fruchtbaren allgemeinen Diskussionen, Einzelgesprächen und einer mehrstündigen abendlichen Sitzung über offene Probleme.
Das Verhältnis zu den Kollegen aus der Paralleltagung war ausgezeichnet; der Vortrag von Herrn Möhring in Zusammenhang mit Problemen der diskreten Optimierung gab Anlaß zu einer gemeinsamen Sitzung.

Der Leitung des Instituts und dem Personal des Hauses gilt für die vorbildliche Betreuung der besondere Dank der Teilnehmer.

## Vortragsauszüge

E.BÖRGER:

### Spektralproblem and Completeness Theorems

Bennet in 1962 (unpublished Ph.D. dissertation) and independently Rödding&Schwichtenberg 1968/72 showed that all sets which are decidable in time $\theta_n(p)$ for some polynomial p are spectra of type n+1, where $\theta_n(x)=2^{2^{\cdot^{\cdot^{2^x}}}}$ n-times; Christen (Diss. ETH 1974) showed equality for non deterministic Turing machine computations. The case n=0 became famous through the rediscovery by Jones&Selman (JSL 1974) and a generalization of it to projective classes by Fagin 1974, namely as automata theoretical solution of Scholz' Spektralproblem by characterizing first order spectra as NP-sets modulo unary encoding.

We exhibit a minimal set of formulae of form $\pi\wedge\alpha\wedge\omega$ which is a schema in the auxiliary notions "Z" for zero and "S" for successor which occur in these formulae; $\pi$ describes a given machine program, $\alpha$ a given input to it and $\omega$ a termination condition for running the program on this input. It is shown that by natural particularizations of Z and S one gets $\Sigma_1$-completeness of propositional logic, the above mentioned automata theoretical characterizations of (generalized) spectra (of arbitrary order) and numerous lower complexity bound results.

R.V.BOOK:

Relativizations of Complexity Classes

Positive relativizations of the following problems will be considered: PH =? PSPACE; P =? PSPACE; NP =? PSPACE. Recently some of these problems have been studied by restricting the class of oracle sets instead of restricting the way the oracle machines behave. For example, PH = PSPACE if and only if for every sparse set S, PH(S) = PSPACE(S) if and only if there exists a sparse set S such that PH(S) = PSPACE(S).

Word Problems for Certain Thue Systems

We consider finite Thue systems over an alphabet $\Sigma$. Define the notion of "reduction" by considering only length-decreasing rules. Such a system is Church-Rosser if whenever two strings are congruent, then there is a string to which they both reduce. Consider $T=\{(w,e)\}$.

1. If T is primitive with no overlap, then T is Church-Rosser and the monoid it presents has only the trivial unit.
2. If T is imprimitive and the root has no overlap, then T is Church-Rosser and its monoid has only finitely many units.
3. Otherwise, T is not Church-Rosser and its monoid has an infinite group of units.

A. BRÜGGEMANN:

Selbstkorrigierende Netzwerke über endlichen Automaten

Der Vortrag steht im Rahmen der von D.Rödding (Münster) u.a. entwickelten Theorie der modularen Zerlegung endlicher Automaten, hier speziell der Frage, wie man sequentielle Automaten mit Hilfe von Netzwerken sequentieller Automaten selbstkorrigierend simulieren kann. Bisherige Untersuchungen (erstmals Priese,L./Rödding,D.: A Combinatorial Approach to Self-Correction, J.Cybern. 4, 1974), laufen darauf hinaus, zu einer festen natürlichen Zahl k Netzwerke über bestimmten Basis-Automaten zu konstruieren, die pro Simulationsvorgang k Fehler tolerieren. Ein Fehler ist dabei ein falscher Zustand einer Netzwerkkomponente. Nun werden diese Konstruktionen daraufhin untersucht, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Simulationsvorgang richtig durchgeführt wird, wenn man von einer vorgegebenen Fehlerwahrscheinlichkeit ausgeht. Das Ergebnis hängt von zusätzlichen Annahmen über das Auftreten der Fehler ab.

H.-G. CARSTENS:

Rekursive Graphen

Zunächst wurde eine Beweismaschine diskutiert, die es erlaubt, Gegenbeispiele zur rekursiven Lösbarkeit graphentheoretischer Probleme für stark rekursive Graphen zu konstruieren, z.B.: stark rekursive Bäume mit unendlichem Pfad aber ohne rekursiven unendlichen Pfad, $\chi$-chromatische stark rekursive Graphen ohne rekursive $\chi$-Färbung u.s.w.
Danach wurde untersucht, welcher Art die Sätze aus der Graphentheorie sein müssen, die man benötigt, um für Fragestellungen bei stark rekursiven Graphen die rekursive Lösbarkeit beweisen zu können: Man muß konstruktive Beweise finden für Sätze über abzählbare Graphen, z.B. einen konstruktiven Beweis des 5-Farbensatzes für abzählbare Graphen, einen solchen Beweis für den Satz von Brooks u.s.w.
Schließlich wurde dargestellt, daß uniforme Algorithmen für eine Klasse von stark rekursiven Graphen fortsetzbare Algorithmen für die entsprechende Klasse von endlichen Graphen sind. Das kann man

benutzen, um zu zeigen, daß es für einige Probleme keine fortsetzbaren Algorithmen gibt, z.B. für das Problem, einen maximalen Fluß in einem Netzwerk zu finden, oder für lineare ganzzahlige Optimierung.

P.CLOTE:

On Paris' Fast Growing Ramsey Functions

The motivation is to find simple model theoretic (infinitistic) arguments to give upper bounds on the "complexity" (in the sense of the Grzegorczyk-Wainer hierarchy) of a recursive function. In particular, we give a proof of

(*) (Paris) $I\Sigma_n \vdash \forall x \exists y [x,y] \rightarrow_* (n+2)^{n+1}_m$ , $m \in \mathbb{N}$

and

(**) $I\Sigma_n \vdash \forall x \exists y [x,y] \rightarrow_{*(k)} (n+2)^{n+1}_m$ , $m \in \mathbb{N}$.

Recall that [Parsons, Löb-Wainer] a recursive function f is provable total in $I\Sigma_n$ iff f is elementary in $f_\alpha$, some $\alpha < \omega_n$ ($\omega_0 = 1$; $\omega_{n+1} = \omega^{\omega_n}$).

THM 1. For M a model of bounded induction

$M \underset{\Delta_1}{\rightarrow} (M)^n_{<M}$ iff M model of $B\Sigma_{n+1}$.

THM 2. For M a countable model of bounded induction

$M \underset{\Delta_1}{\rightarrow} (\text{o.t.} M)^{n+1}_{<\mathbb{N}}$ iff M model of $B\Sigma_{n+1}$.

W.DEUBER:

Recursive Aspects of Partition Theory - Remarks on a Paper by C.Jockusch

Ausgehend von van der Waerdens Satz über arithmetische Progressionen werden zunächst kanonisierende Versionen für arithmetische progressionen (Erdös, Graham) und für Gitterpunktmengen in $\mathbb{Z}^t$ (Deuber, Graham, Prömel, Voigt) dargestellt. Eine kanonisierende Form von Wolfsdorf über unendlich lange Progressionen führt zu Resultaten von Jockusch, welche rekursiv aufzählbare Mengen mit arithmetischen Progressionen beliebiger Länge in Bezug setzen. Es wird (mit Carstens) eine Axiomatik angegeben, mit Hilfe derer sich solche Sätze beweisen lassen.

M.KARPINSKI:

Randomness, Simulation, Uniform Circuits

$RNC^k$ class, being Random "Nick's Class" as identified by S.Cook (Proc. FCT'83, Borgholm, LNCS 158, pp. 78-93), is defined as a BPP-analogon of $NC^k$-class [the class of functions computable very rapidly in $poly^k$-log time on a parallel computer with the polynomial number of processors]:
$RNC^k$ = set of functions f computable by a uniform random circuit family $<\rho_n>$ with $size(\rho_n)=n^{O(1)}$ and $depth(\rho_n)=O(\log^k n)$. $RNC=\bigcup_k RNC^k$.
In this setting we develope the notion of Cook's $RNC^k$-reducibility and display the $RNC^1$-hard function for the class FP, indicating it is unlikely it is in $RNC^1$. $R^\lambda NC$ will stand for Kolmogoroff real-type RNC-classes (corresponding to PP-class with $\lambda$ an arbitrary real-bounding error probability). We construct the set which is in $R^\lambda NC^1$ but not in RNC. We discuss the random versions of $NC^1$, $NC^2$-circuits of Borodin-Cook-Pippenger [April, 1983] for multiplication and stochastic closure of rational matrices which yield the $PPSPACE(S(n)) \subseteq DSPACE(S^2(n))$ result in simulation of the probabilistic space. We discuss also the possible improvements (non-random) for Borodin-Cook-Pippinger circuits; and the completeness problem of the GCD integer Greatest Common Divisors for the class RNC.

H. KLEINE BÜNING:

Complexity of Loop-Problems in Normed Networks

A finite set A of finite automata is called basis iff every finite automaton can be simulated by a net with components of A. The complexity of the input-loop problem of a finite set of automata A - instance: Network N over A, input x, output y, states $s_1$, $s_2$; question: $x, s_1 \rightarrow_N s_2, y$? - doesn't depend on A to be a basis, i.e. there are PSPACE-complete and P basis sets and NP-complete non-basis sets. For the reachability problem over A - input x for a net N over A in state $s_1$ produces state $s_2$ and output y - the complexity is shown to be PSPACE-complete for each basis A and belongs to P if A consists of F (Flip-Flop with one input) and K (connection).

K. LEEB:

Die fleißige Biene (The Buzy Bee)

Ich sah mich veranlaßt, zunächst die teilweise unverantwortliche, teilweise schlicht von einflußreichen "Persönlichkeiten" bestellte und bezahlte Flut von Artikeln in der Regenbogenpresse zum Thema FFF (der Sensation des Zeitalters) zu sichten.
Ref.: Math. Intellegencer 2.3 (1980) p.149, 4.4 (1982) p.182
Notices AMS April 83 ""Big" News"
Science vol. 218 19.Nov.1982 p.779
Scientific American Aug.83 p.8, Sept.83 p.21
(Zu Science... hatte Gina Kolata das Material im Okt. 82 gesammelt, nachdem ich Smorynski im August in Florenz die Jungles erklärt hatte. In Scientific... wagte es Hofstadter nach einem Brief meinerseits nicht mehr, von Science abzuschreiben, dafür zauberte der weise Gardner einen irrelevanten Smullyan aus dem Hut, und verwechselte dabei noch $\varepsilon_0$ mit der Kruskal-Ordnung der Bäume.)

Sodann zeichnete ich die Geschichte der Fleißigen Biene von ihren

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

Beinahe-Anfängen Goodstein1944 über die p.o. Vorläufer Harzheim '64, Rado '67, Strehl '73 nach bis hin zur bewußten Entdeckung der Methode am 9.Februar 1981 und der Erfindung der Jungles beim-Herbrand Symposium in Marseille. Die neuere Entwicklung ist gekennzeichnet durch die Suche nach stärkeren Syntages für Folgen, die man dann im Stile der Takeuti'schen Ordinal Diagrams in die Jungles hinaufziehen kann. Zur Erläuterung der Stärke etwa der dualen Folgen erwähnte ich folgende Aufgabe: Man vergleiche Wörter über dem Alphabet 2 dadurch, daß man von einem größeren zu einem kleineren Wort kommt, indem man von links nach rechts fortschreitend Symbole behält oder entfernt, letzteres aber nicht schon bei ihrem ersten Auftreten. Z.B.

00x0xx0
| ///
0x0x . Man beginne nun mit einem Wort der Länge 1, setze fort mit einem Wort der Länge 2, u.s.f. Wie weit kommt man damit, ohne eine Vergleichbarkeit in Kauf nehmen zu müssen?

Ref.: Pascal Theorie, Erlangen 1973
Abstract, Herbrand Symposium 1981
Abstract, Salzburg Symposium 1983
Jia Xian Theorie, Erlangen 1983/4

Siehe auch Guinness Book of Recoreds.

Vgl. die Iterationsideen von Damm.

J.F.LYNCH:

Probabilities of first-order sentences on finite models

The talk will cover some of the different techniques used to prove that first-order sentences in certain languages have asymptotic probabilities on finite models. That is, the probability that a random model satisfies the sentence approaches a limit as the size of the model gets large. Unsolved problems and some potential new methods will also be discussed.

R.H.MÖHRING:

## Modular Decomposition of Discrete Structures with Applications to Combinatorial Optimization

The talk deals with the modular decomposition (also known as substitution decomposition or disjunctive decomposition) of discrete structures such as relations, set systems or Boolean functions. For many combinatorial optimization problems, such a decomposition of the underlying structure naturally leads to a two-step procedure for computing the objective value.
We first demonstrate that the modular decomposition is in fact the only one such two-step procedure under certain, rather weak assumptions.
We then deal with the algorithmic complexity of finding (all) modular decompositions. This is done in a general decomposition model which unifies and extends the known approaches. We obtain fast decomposition algorithms for relations and certain classes of set systems and monotonic Boolean functions. For arbitrary set systems and Boolean functions, we derive upper and (in a class of oracle algorithms) lower bounds on the complexity of decomposition algorithms.

L.PRIESE:

## On Bases for Sequential and Concurrent Nets

The necessary property "non-monotony" of bases for sequential automata is generalized for bases for concurrent automata.

M.M.RICHTER:

Finite and Infinite Aspects of Rewrite Rules

Rewrite rules in term algebras, with emphasis on group and semigroup theory are discussed. Sets of rewrite rules contain in general an infinite amount of information, namely all equations and properties which they imply. In a finite complete system this information is contained more directly in the sense that many properties become decidable. Two main aspects are: 1) The problem of termination in the Knuth-Bendix completion procedure and the problem of finatary descriptions of infinite systems. 2) The automata theoretic aspects of complete systems and the connection between the algebraic properties of the group resp. semigroup and the automaton accepting the irreducible elements. Various results and techniques in this area are described.

D.SCHMIDT:

The Complement of one complexity class in another

We generalize theorems of Schöning, Chew & Machtey to show that, for almost any "reasonable" complexity class $C \subseteq P(\Sigma^*)$ and any classes $C_1, C_2 \subseteq P(\Sigma^*)$ which are recursively presentable and closed under finite variations,

$$C \subseteq C_1 \cup C_2 \Rightarrow C \subseteq C_1 \text{ or } C \subseteq C_2.$$

Hence, if $C$ and $C_1$ are as above,

$$C \neq (C \setminus C_1) \neq \phi \Rightarrow (C \setminus C_1) \text{ is not recursively presentable.}$$

We can interprete these results as follows:

1)(Almost) no "reasonable" complexity class is the non-trivial union of two others;

2)The (nontrivial) complement of one complexity class in another is hard to generate.

(Notation: $\Sigma$ is a finite alphabet; $C$ is recursively presentable if there is an effective enumeration $T_1, T_2, \ldots$ of Turing machines which halt on all inputs such that $C = \{L(T_i)/i \in \mathbb{N}\}$.)

U.SCHÖNING:

Circuit-Size Complexity and Lowness Properties

Similar to recursive function theory a low and a high hierarchy within NP can be defined. It turns out that the bottom two low hierarchy classes are P and NP∩co-NP, and that the high hierarchy is a generalization of the NP-completeness notion where the first two high hierarchy classes coincide with known formulations of NP-completeness.
It is shown that the notion of circuit-size complexity can be connected with the low hierarchy, more precisely, the polynomial-size circuit sets in NP are included in the third level of the low hierarchy.
This is, in part, joint work with Ker-I Ko.

B.VOIGT:

The Halpern-Läuchli Theorem and Finite Vector Spaces

The first part of my talk exhibits, to what extend the Halpern-Läuchli Theorem about partitioning vertices in sequences of finitistic trees actually is a density phenomenon, rather than a partition result. Details can be found in the forthcoming paper "R.Bicker, B.Voigt: Density theorems for finitistic trees, to appear soon in Combinatorics".
The second part is concerned with a strenthening of the original Halpern-Läuchli-Theorem for the particular case of regular finitistic trees. Here "parametrically definable subtrees" rather than "strongly embedded subtrees" are considered. The same result has been observed by T.Carlson and S.G.Simpson.
The third part deals with finite vector spaces. The partition theorem of part 2 can be viewed as an infinite generalization of

the versions of Hales-Jewett's theorem (cf. B.Voigt, J. of Combin. Th. (A) 1980). In Europ. J. of Combin. 1982, Deuber and myself showed how to use the version of Hales-Jewett's theorem for giving short proofs e.g. of the partition theorem for finite vector spaces (Graham-Leeb-Rothschild theorem). Using analogous methods, an infinite version can be established. As a corollary (using König's Lemma), q-analogues of the Paris-Harrington results are derived. For details compare "B.Voigt: Parameterwords, Trees and Vector Spaces , submitted".

Berichterstatterin: A.Brüggemann

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

Tagungsteilnehmer

Herrn
Prof.Dr.E.Börger
Lehrstuhl Informatik II
Universität Dortmund
D-4600 Dortmund

Herrn
Prof.Dr.R.V.Book
Dept. of Mathematics
Univ. of California at
Santa Barbara
California 93106, USA

Frau
Anne Brüggemann
Inst. f. Mathematische Logik
u. Grundlagenforschung
Einsteinstr. 64
D-4400 Münster

Herrn
Prof.Dr.H.G.Carstens
Fakultät für Mathematik
Universität Bielefeld
D-4800 Bielefeld

Herrn
Dr.P.Clote
U.E.R. de Mathématique et
Informatique, Université Paris
Tour 45-55 5e Etage
2,Place Jussieu
F-75251 Paris Cédex 05

Herrn
Prof.Dr.W.Deuber
Fakultät für Mathematik
Universität Bielefeld
D-4800 Bielefeld

Herrn
Prof.Dr.M.Karpinski
Pittsburgh
PA 152 32, USA

Herrn
Prof.Dr.H.Kleine Büning
Institut f. Angewandte Informatik u. formale Beschreibungsverfahren
Universität, Am Schloß, Bau 4
D-7500 Karlsruhe

Herrn
Prof.Dr.H.Läuchli
ETH
CH-8092 Zürich

Herrn
Prof.Dr.K.Leeb
Steinheilstr. 22
D-8520 Erlangen

Herrn
Prof.Dr.J.Lynch
Dept. of Mathematics and
Computer Science
Clarkson College
Potsdam,N.Y. 13676 USA

Herrn
Prof.Dr.R.H.Möhring
Lehrstuhl für Angewandte
Mathematik, insb.
operations research
Templergraben 57
D-5100 Aachen

Herrn
Prof.Dr.W.Oberschelp
Lehrstuhl für Angewandte
Mathematik, insb. Informatik
Templergraben 57
5100 Aachen

Frau
Dr.D.Schmidt
Inst.f.Informatik I
Universität Karlsruhe
Zirkel 2
D-7500 Karlsruhe 1

Herrn
Prof.Dr.L.Priese
Fb Mathematik-Informatik
Universität Paderborn
D-4790 Paderborn

Herrn
Dr.U.Schöning
Inst.f.Informatik
Universität Stuttgart
Azenbergstr. 12
D-7000 Stuttgart 1

Herrn
Prof.Dr.M.Richter
Lehrstuhl für Angewandte
Mathematik, insb. Informatik
Templergraben 57
D-5100 Aachen

Herrn
Prof.Dr.K.Steffens
Institut für Mathematik
Universität Hannover
D-3000 Hannover

Frau
Prof.Dr.B.Schinzel
Informatik I, RWTH Aachen
Büchel 29-31
D-5100 Aachen

Herrn
Dr.B.Voigt
Fakultät für Mathematik
Universität Bielefeld
D-4800 Bielefeld