Math. Forschungsinstitut
Oberwolfach
E 20 / 01834

MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT OBERWOLFACH

Tagungsbericht 7/1984

Kinematik

6.2. bis 9.2.1984

Die Tagung fand unter der Leitung von Herrn H.R. MÜLLER (Braunschweig) und Herrn J. HOSCHEK (Darmstadt) statt. Im Mittelpunkt des Interesses standen Fragen der ebenen und räumlichen euklidischen, der sphärischen, der äquiformen sowie der hyperbolischen Kinematik. In zwei Beiträgen wurde der Satz von HOLDITCH in den isotropen Raum und auf zweidimensionale Mannigfaltigkeiten konstanter Krümmung übertragen. Weiterhin wurden Themen aus der Liniengeometrie, der Theorie isotroper Komplexe, Ellipsenflächen und die kinematische Abbildung des quasielliptischen Raumes behandelt.

Auch der Bereich der Anwendungen war mit interessanten Beiträgen aus der Getriebesynthese und Raumbewegungen (z.B. Bewegung einer Hinterachse eines modernen PKW's und von Faltmechanismen von Satellitenantennen) vertreten.

Vortragsauszüge

H. STACHEL

Scheitel von Hüllbahnen

Für Punktbahnen eines ebenen Zwanglaufes Σ/Σ_o sind differentialgeometrische Eigenschaften dritter Differentiationsordnung schon mehrfach behandelt worden, z.B. Scheitel (BURMESTER 1876), Affinnormalen (LOCHS 1931, BEREIS 1964 - 1966).

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft
©

Für Hüllbahnen stehen derartige Ergebnisse anscheinend noch aus.

Hier soll durch Untersuchung des Beschleunigungszustandes der Bahnnormalen ein für Punkt- und Hüllbahnen gleichermaßen gültiges graphisches Verfahren zur Ermittlung der 2. Krümmungsmitte (= Krümmungsmitte der Evolute) einer Bahn vorgeführt werden. Daraus folgt, daß der 2. Krümmungsradius ρ^* der Hüllbahn c_o im augenblicklichen Hüllpunkt H mit dem 2. Krümmungsradius ρ der bewegten Kurve c durch die Gleichung

$$\rho^* = \{ \frac{a^*}{a} \} \rho + \rho_C$$

verbunden ist. Hier ist C die 1. Krümmungsmitte von c in H, ρ_C der 2. Krümmungsradius der Punktbahn von C bei Σ/Σ_o. a bzw. a^* sind die orientierten Abstände der 1. Krümmungsmitten von c und c_o vom augenblicklichen Momentanpol.

M. FUCHS

Kinematische Abbildung von Regelflächen des dreidimensionalen, quasielliptischen Raumes

Eine Regelfläche ϕ des quasielliptischen Raumes P^3 wird nach einer Abbildung von BLASCHKE und GRONWALD (1911), die kinematische Abbildung, auf ein Kurvenpaar (g^l, g^r) der euklidischen Ebene abgebildet. Jeder Erzeugenden von ϕ wird ein Punktepaar $(g^l(u), g^r(u))$ des Kurvenpaares (g^l, g^r) zugeordnet. Jeder Kurve $\phi(u)$ auf der Regelfläche ϕ wird ein Zwanglauf $[\phi(u)]^k$ zugeordnet, der die Kurvenpunkte $g^l(u)$ auf $g^r(u)$ abbildet. Insbesondere erzeugen nach STACHEL die Striktionslinien der Regelfläche ϕ Zwangläufe, in denen das Kurvenpaar ein Hüllkurvenpaar ist.

Mit Hilfe der kinematischen Abbildung wird ein Kriterium angegeben, das die Striktionslinien als Krümmungslinien kennzeichnet.

Für spezielle, geschlossene Edlingerflächen im P^3 werden die durch die Striktionslinie A_o erzeugten Zwangläufe untersucht. Für diese Regelflächen ergeben sich konvexe Hüllkurven unter dem Zwanglauf $[A_o]^k$. Man erhält für die Striktionslinie einen Vierscheitelsatz und eine Aussage über die Mindestanzahl von Nullstellen der Torsion.

Es werden die durch die Kurven konstanten Striktionsabstandes erzeugten Zwangläufe diskutiert. Es ergeben sich Zwangläufe, bei denen sich die Kurven g^l, g^r in den Kurvenpunkten $g^l(u)$, $g^r(u)$ stets unter dem konstanten Winkel schneiden. Für das Bogenlängen- und Kontingenzwinkelverhältnis der beiden Kurven werden geometrische Deutungen gegeben.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

©

B. DIZIOGLU

Zur Maßsynthese der Raumgetriebe

Aufgabenstellung: Es sind gegeben vier, fünf oder mehr Punkte des Raumes; es wird gesucht ein Getriebe, bei dem die Bahnkurve eines Punktes irgendeines Getriebegliedes (Kuppelpunkt) diese gegebenen Punkte enthält.

Lösung: Durch die gegebenen Punkte im Raum werden jeweils 2 geeignete Rotationsflächen (z.B. Kreiszylinder, Kreiskegel, Rotationshyperboloid usw.) gelegt. Die gegebenen vier, fünf oder mehr Punkte befinden sich dann auf der Durchdringungskurve der beiden Flächen. Die Abmessungen der gewählten Rotationsflächen und die Relativlagen ihrer Drehachsen bestimmen unmittelbar die Abmessungen der gesuchten Getriebe. Während der Bewegung des Getriebes durchläuft ein Punkt des Getriebegliedes die Durchdringungskurve beider Flächen und erfaßt dabei die gegebenen Punkte.

H. RANKERS

Mehrere Lösungen erzeugende Präzisionspunkte - Synthesemethode

Die Synthese mit Präzisionspunkten wird für verschiedene Koppelgetriebe dargelegt. Jeder Mechanismus hat $p = k + m$ Parameter (k = kinematische und $m = 2$ Montage-Parameter). Die Anzahl z diskreter Bedingungen liegt zwischen den Grenzen k und p, d.h. es ist $k \leq z \leq p$. Dadurch ergeben sich für eine Übertraguns-aufgabe nicht nur u.U. mehrere Lösungen mit einem bestimmten Mechanismus, sondern u.U. auch Lösungen mit den anderen Mechanismen, die an der Synthese teilnehmen. Die Lösungsmenge wird schließlich doch durch zusätzliche Forderungen beeinflußt, wie z.B. die Erfüllung der Grashof'schen Drehfähigkeitsbedingung.

Diese neue Methode hat große praktische Bedeutung, denn die Lösungsmenge erlaubt die Verwirklichung zusätzlicher Wünsche, die über den Rahmen der Ziel-Übertragungsfunktion hinausgehen.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

M. HILLER

Eine einheitliche Darstellung von räumlichen Schraubbewegungen - Theorie und Anwendungen -

Die allgemeinste Bewegung des starren Körpers, die Schraubbewegung, kann über die Bewegung von Punkten oder Raumlinien formuliert werden. In der Literatur werden dazu unterschiedliche Darstellungsmöglichkeiten angegeben: Drehtensoren und Verschiebungsvektoren sowie reelle (4x4)-Matrizen für die Schraubung von Punkten; duale Vektoren und Tensoren, duale Matrizen, Schraubenkoordinaten und duale Quaternionen für die Schraubung von Raumlinien. In dem vorliegenden Vortrag wird gezeigt, daß sich endliche Schraubbewegungen von Punkten und Raumlinien durch Integration einer Differentialgleichung für die infinitesimale Schraubbewegung darstellen lassen. Die Beschreibung erfolgt auf der Basis des dualen Drehzeigers bzw. Lagevektors - der dualen Erweiterung des Drehzeigers der Rotation - und er besteht aus dem dualen Einheitsvektor der Schraubachse und dem zugehörigen dualen Winkel. Die oben erwähnten unterschiedlichen mathematischen Formulierungen für endliche Schraubbewegungen lassen sich dann in Abhängigkeit des dualen Drehzeigers ausdrücken, wobei ihr enger Zusammenhang sichtbar wird. Die zeitliche Ableitung des dualen Drehzeigers liefert schließlich die Verbindung zur Geschwindigkeitsschraube der momentanen Schraubung.

Als technische Anwendung wird die endliche Verschiebung einer 5-Punkt-Radaufhängung eines modernen PKW's betrachtet.

W. WUNDERLICH

Kubische Zwangläufe

Die schon von DARBOUX (1897) aufgeworfene Frage nach räumlichen Bewegungen mit lauter Bahnkurven 3. Ordnung wird endgültig geklärt. Es zeigt sich, daß alle solchen Zwangläufe Zylinderschrotungen sind und durch Überlagerung einer räumlichen Ellipsenbewegung (Grenzfälle eingeschlossen) mit einer geradlinigen Schiebung entstehen, die proportional zum Tangens des halben Drehwinkels fortschreitet. Besonderes Interesse verdienen dabei die symmetrischen Schrotungen; hier sind die Achsenzylinder parabolisch, und als Kramessche Grundflächen treten im allgemeinen konoidale Regelflächen 4. Grades auf.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

H.R. MOLLER

Bewegungen mit Böschungslinien als Punktbahnen

Wird eine Gerade g bei einer Zwanglaufbewegung so geführt, daß ihre sämtlichen Punkte Böschungslinien beschreiben, so durchwandert sie die Erzeugendenschar einer Torse T, deren Gratlinie Hauptnormalen konstanter Neigung besitzt. Die Bahnkurven der Punkte von g sind hierbei Evolventen der Gratlinie auf T. - Wird eine Ebene so geführt, daß ihre sämtlichen Punkte Böschungslinien beschreiben, so umhüllt sie eine Torse ϕ , wobei sie auf ϕ gleitungslos abrollt. Die Böschungslinien sind Parallelkurven und erscheinen als Planevolventen der Gratlinie von ϕ . Diese ist wiederum eine Kurve konstant geneigter Binormalen. - In beiden Fällen werden Integraldarstellungen gegeben.

H.-J. FELDHOFF

Über periodische Bewegungsvorgänge und die Sätze von HOLDITCH und WOOLHOUSE in 2-dimensionalen Standardräumen konstanter Krümmung

Sei M_κ der 2-dimensionale einfach zusammenhängende Standardraum konstanter Krümmung $\kappa \in \mathbb{R}$ und f: $\mathbb{R} \to I(M_\kappa)$ ein periodischer C^∞ - Weg in die Isometriengruppe $I(M_\kappa)$ von M_κ mit $f(0) = id_{M_\kappa}$. Für $q \in M_\kappa$ bezeichne $c_q\colon \mathbb{R} \to M_\kappa$, $t \to c_q(t) := f_t(q)$ die von f erzeugte Bahn von q und $F_p(q)$ den von c_q eingeschlossenen orientierten Flächeninhalt bezgl. eines weiteren Punktes $p \in M_\kappa$, d.h. die von den (kurzen) Geodätischen von p nach $c_q(t)$ während einer Periode überstrichene Fläche. (Dabei wird im Falle $\kappa > 0$ vorausgesetzt, daß p und $c_q(t)$ für alle $t \in \mathbb{R}$ nicht antipodisch sind.) Ist dann $\gamma\colon I \to M_\kappa$ eine normale Geodätische mit $\gamma(0) = q$, so ist die Funktion $F_p \circ \gamma : I \to \mathbb{R}$ eine Lösung der DGL.

$y'' + \kappa y = 2\pi\, U_f$, wobei $U_f \in \mathbb{Z}$ eine dem Bewegungsvorgang f zugeordnete "Umlaufzahl" ist, die im Falle $\kappa > 0$ i.A. noch von der Lage p und q in M_κ abhängt. Aus der Gültigkeit der DGL folgen weitere Sätze für M_κ , die bisher nur für die Fälle $\kappa \geq 0$ als Sätze von HOLDITCH und WOOLHOUSE bekannt waren. (vgl. H. HOLDITCH: Geometrical Theorem, Qu. Journ. Pure Appl. Math. 2 (1858): WOOLHOUSE, Lady's and Gentleman's Diary 156 (1859), p. 89 - 91, und H.R. MOLLER: Sphärische Kinematik, Berlin 1962, S. 50)

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

U. PINKALL

Darboux-Bewegungen im hyperbolischen Raum

G. DARBOUX hat 1897 die einparametrigen Scharen von Bewegungen des euklidischen Raumes E^3 bestimmt, deren Bahnkurven alle ebene Kurven sind. Das entsprechende Problem in der nichteuklidischen Geometrie scheint noch ungelöst zu sein. Hier werden nun alle "Darboux-Bewegungen" des hyperbolischen Raumes H^3 klassifiziert. Gleichzeitig wird die Frage beantwortet nach allen einparametrigen Scharen von Möbiustransformationen der Ebene, deren sämtliche Bahnkurven Kreise sind.

Z. JANKOVSKY

Zu den Feldern der n-Geschwindigkeiten der Möbiusschen Bewegung

Im Vortrag befasse ich mich mit den i-Polen, i-Geschwindigkeiten und mit ihren Feldern von der ebenen, auf der Möbiusschen Gruppe aufgebauten Bewegung (i = 1,2,..). Die Felder nenne ich die Möbiusschen Felder. Diese Felder werden mit Hilfe der Approximation durch die stationären Felder (in einer Phase) untersucht, und die Phasenbilder dieser Felder werden für i = 1 gegeben (die Lösung der Riccatischen Gleichung). Weiter werden einige Eigenschaften der i-Pole, i-Geschwindigkeiten und i-Möbiusschen Felder, die durch die hyperriccatischen Gleichungen gegeben werden, studiert. (z.B. für i = 2,3 im Zusammenhang mit der Schwarzschen Ableitung

$$\{z,\ t\} = \frac{\dddot{z}}{\dot{z}} - \frac{3}{2}\left(\frac{\ddot{z}}{\dot{z}}\right)^2) \ .$$

H. SACHS

Lineare Komplexbüschel- und Bündel im einfach isotropen Raum

Im einfach isotropen Raum $J_3^{(1)}$ existieren bezüglich der Ähnlichkeitsgruppe $\mathfrak{G}_8$ genau 15 Typen nicht ausgearteter linearer Komplexbüschel und genau 41 Typen linearer Komplexbündel, die systematisch klassifiziert werden. Aus der umfangreichen metrischen Theorie dieser Geradenmannigfaltigkeiten werden Resultate über Büschel vom Typ (1) und Bündel vom Typ (1) und (38) ("STRUBECKER-Bündel") vorgestellt. Unter anderem gilt:

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

1) Ein Bündel vom Typ 1 ist durch drei Fundamentalinvarianten k_A, k_B, k_C eindeutig bis auf isotrope Bewegungen bestimmt; k_A, k_B, k_C sind die Parameter der drei Fundamentalgewinde.

2) Die Achsenkongruenz eines Bündels vom Typ 1 besitzt die Ordnung und Klasse 2 und läßt sich als Schnitt eines vollisotropen Gewindes mit dem quadratischen Kettenkomplex eines Plücker-Konoids erzeugen.

3) Ein STRUBECKER-Bündel ist durch eine einzige Invariante k vollständig bestimmt; diese ist der konstante Parameter aller vollisotroper Gewinde des Bündels.

H. POTTMANN

Höhere Spiraloiden - ein $\mathcal{E}$-kinematisches Analogon zu den höheren Radlinien

Werden n starre ebene Systeme $\Sigma_1,\dots,\Sigma_n$ gegenüber der festen Ebene Σ_o derart bewegt, daß sich jedes System Σ_j um einen Punkt $O_{j-1} \in \Sigma_{j-1}$ mit konstanter Winkelgeschwindigkeit dreht, so führt Σ_n gegenüber Σ_o im Sinne von W. Wunderlich eine Planetenbewegung n-ter Stufe $\mathfrak{P}_n$ aus. Ersetzt man die starren Systeme Σ_j durch ähnlich - veränderliche Ebenen und die gleichförmigen Drehungen Σ_j/Σ_{j-1}, aus denen sich $\mathfrak{P}_n$ aufbaut, durch mit konstanten Winkelgeschwindigkeiten ablaufende Spiralungen um die Zentren $O_{j-1} \in \Sigma_{j-1}$, so entsteht eine äquiforme Bewegung $\mathfrak{S}_n = \Sigma_n/\Sigma_o$, die "Spiraloidenbewegung n-ter Stufe" genannt wird. Alle wesentlichen Ergebnisse über höhere Radlinien lassen sich auf die als "Spiraloiden n-ter Stufe" bezeichneten Punktbahnen von $\mathfrak{S}_n$ verallgemeinern. Unter sämtlichen Spiraloiden nehmen jene "zykloidalen Spiraloiden" eine Sonderstellung ein, welche als Geradenhüllbahnen von Spiraloidenbewegungen erzeugbar sind. In die vorgenommene Erweiterung des Radlinienbegriffs ordnet sich eine Reihe bekannter Kurven ein, wofür einige Beispiele angegeben werden.

O. RÖSCHEL

Der Satz von HOLDITCH in der isotropen Ebene

Es wird bewiesen, daß ein Analogon zum klassischen Satz von HOLDITCH auch in der isotropen Ebene gilt. Außerdem wird eine Interpretation der einzigen Invarianten M eines geschlossenen ebenen isotropen Zwanglaufs gegeben, die die Verteilung der Flächeninhalte der Bahnkurven bestimmt.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

R. ARNOLD

Beiträge zur globalen Geometrie der Regelflächen

Es wird zunächst die lokale Theorie der windschiefen Flächen des 3-dimensionalen euklidischen Raumes weiterentwickelt, indem einer beliebigen Leitkurve ein begleitendes Dreibein zugeordnet wird, das eine Verallgemeinerung des längs der Striktionslinie laufenden KRUPPA-Dreibeins darstellt. Wird zusätzlich der Winkel zwischen Erzeugender und Leitkurve betrachtet, so kann eine sehr einfache Formel für die geodätische Krümmung einer solchen Leitkurve gewonnen werden. Unter Berücksichtigung dieser Vorbetrachtungen wird dann im Bereich der geschlossenen windschiefen Flächen gezeigt:

1) In Verallgemeinerung eines Satzes von GIERING 1971 ist der Flächeninhalt eines sphärischen Bildes $\bar{c}$ des Flächennormalenvektors längs einer glatten geschlossenen Leitkurve c genau dann gleich $2(k - n)\pi$ (k = Umlaufzahl von $\bar{c}$, n = Nutationszahl von c), wenn die geodätische Gesamtkrümmung $\oint \kappa_g ds$ von c verschwindet.

2) Der klassische Satz von GAUß-BONNET läßt sich auf derartige Bereiche Γ geschlossener windschiefer Flächen übertragen, die von glatten geschlossenen Leitkurven c umlaufen werden, es gilt:

$$\iint_{\Gamma} K do + \oint_{c} \kappa g ds + \oint_{S} \kappa dt = 0 \qquad (\kappa = \text{natürliche Krümmung})$$

M. HILLER

Räumliche Übertragungsmechanismen - Behandlung und Anwendungen -

Die Übertragung von Bewegungen und Kräften mit Hilfe von mechanischen Übertragungsmechanismen ist ein in der Technik weit verbreitetes Prinzip. Durch die Verwendung von räumlichen Gelenkvierecken (Freiheitsgrad F = 1), räumlichen Gelenkfünfecken (F = 2) und räumlichen Gelenksechsecken (F = 3) lassen sich räumliche Übertragungsmechanismen mit einer unterschiedlichen Zahl von Freiheitsgraden aufbauen. Eine reine Hintereinanderschaltung von Gelenkvierecken - mit oder ohne Verzweigungen - führt auf einen Mechanismus mit einem Freiheitsgrad (Anwendungen: mechanische Ruderantriebe von Flugzeugen, Blütenblattmechanismus für eine entfaltbare Parabolantenne eines Nachrichtensatelliten). Die Koppelung eines Gelenkfünfeckes (F = 2) mit Ketten von Gelenkvierecken ergibt einen Mechanismus mit

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

F = 2 (Anwendung: mechanische Ruderantriebe von Flugzeugen). Ketten von Gelenkvierecken mit bewegten Basisachsen führen auf Mechanismen mit unterschiedlichen Freiheitsgraden (Anwendung: Faltfachwerk einer Satellitenantenne mit F = 2 x 2). Eine geschlossene Kette von p Gelenksechsecken liefert einen Mechanismus mit F = p (Anwendung: Blütenblattmechanismus für obige Parabolantenne). All diese Mechanismen werden allgemein untersucht und die entwickelten Verfahren an den erwähnten Anwendungen demonstriert.

E.A. DIJKSMAN

Eine Viereckskette von Zahnrädern

Nach dieser Untersuchung gibt es insgesamt 9 verschiedene Möglichkeiten 4 Zahnräder in einer geschlossenen Kette aneinander zu schließen. In 6 Fällen bilden die Zahnrädermittelpunkte ein durchschlagendes Gelenkviereck. Dabei besitzen drei Fälle gleiche Summenlängen der gegenüberliegenden Seiten und drei Fälle besitzen gleiche Summenlängen der Paare der anliegenden Seiten. Die drei übriggebliebenen Fälle genügen der Grashof'schen Randbedingung nicht.

Die 4 Kontaktpole liegen in den 6 erstgenannten Fällen auf einem Kreis, der in eine Gerade zerfällt, wenn das durchschlagende Gelenkviereck ein Parallelogramm bildet. Man erhält dann ein Getriebe mit Laufgrad zwei, das z.B. ausgenützt werden kann, um Parallelbewegungen zu erzeugen mit Hypo- oder Epi-Zykloiden als Führungskurven. Das Parallelogramm-Zahnradgetriebe kann auch benutzt werden, wenn konstante Übertragungsverhältnisse mit variablem Achsenabstand gefordert werden. Auch das Anti-Parallelogramm- und das Drachen-Zahnradgetriebe sind in diesen Zusammenhängen untersucht worden. Von dem Anti-Parallelogramm-Getriebe ist z.B. ein Winkelgenerator abgeleitet worden, da das Drachen-Zahnradgetriebe ebenso wie das Rhombus-Zahnradgetriebe eine geradführende Parallelbewegung erzeugen kann.

W.O. VOGEL

Einige Eigenschaften der Ellipsenflächen

Betrachtet werden Flächen, die von kongruenten Ellipsen erzeugt werden (Bewegflächen einer Ellipse). Vor kurzem habe ich gezeigt, daß diese Flächen Teil einer Quadrik ist, wenn die Ellipsenbewegung noch gewisse zusätzliche Eigenschaften hat.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

Diese Ellipsenbewegung wird hier näher untersucht. Abgesehen von einfachen Sonderfällen, in denen die Fläche durch Rotation einer Ellipse bzw. durch eine Drehschiebung entsteht, kann man den Bewegungsvorgang durch 3 Funktionen $\alpha(u)$, $\beta(u)$, $\gamma(u)$ beschreiben. Mit gewissen Anfangsbedingungen ist die Bewegung eindeutig bestimmt.

H. FRANK

Rechnergestütztes Entwerfen und Konstruieren

Der Autor hat mit einer Projektgruppe "Konstruktive Ingenieur-Geometrie und CAD" eine rechnerinterne Darstellung der dreidimensionalen affinen Abbildungsgeometrie entworfen und realisiert.

Dieser Modul der affinen Geometrie wird zur Lösung ingenieurtechnischer Probleme eingesetzt.

Die mathematischen Grundlagen dieser Implementierung werden aufgezeigt und die mathematische Modellierung an durchgeführten Projekten vorgeführt.

H. VOGLER

Zur Krümmungsverwandtschaft der äquiformen Kinematik

In jedem Augenblick eines ebenen äquiformen Zwanglaufs wird der Zusammenhang zwischen den Punkten des bewegten Systems und den Krümmungsmitten ihrer Bahnkurven durch eine zwei-eindeutige kubische Verwandtschaft beschrieben. Dieses klassische Ergebnis verdanken wir L. GEISENHEIMER und R. MÜLLER. In diesem Vortrag wird gezeigt, daß durch einfache Transformationen der beiden Punktfelder die wohlbekannte Krümmungsverwandtschaft von EULER-SAVARY der euklidischen ebenen Kinematik erhalten werden kann.

A. KARGER

Two parametric motions in E_3

Let G be a Lie group of dimension m (consider the group of all congruences of E_n as an example). By a p-parametric motion we mean an immersion i of a p-dimensional manifold X into G, where G is considered as the homogeneons space $G = G \times G /_{\mathrm{Diag}\,(G \times G)}$ with the action $(g_1, g_2)g = g_1\, g\, g_2^{-1}$ and natural projection π: $G \times G \to G$: $(g_1, g_2) \to g_1\, g_2^{-1}$. The Lie algebra $\underline{G} \times \underline{G}$ has an adG invariant splitting into $\underline{G}_i + m$, where $\underline{G}_i$ is the isotropy algebra and

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

$m = \{(X, -X), X \in \underline{G}\}$ ($\underline{G}$ is the Lie algebra of G). The MAURER-CARTAN form on G x G is (ϕ, ψ), where ϕ, ψ are two copies of the MAURER-CARTAN form on G and $d\phi + \frac{1}{2}[\phi, \phi] = 0$. Let ξ be any lift of $i(X)$, than $(\phi_0, \psi_0) = i_* \circ \xi_* (\phi\ \psi)$ is the induced form an X. Denote $\omega = \frac{1}{2}(\phi_0 - \psi_0)$, $\eta = \frac{1}{2}(\phi_0 + \psi_0)$. Then $\omega(X_p) \subset m$ is a p-dim. linear subspace of m which changes by adG by changes of the lift. So we have an invariant quadratic differential form $K(\omega(u), \omega(v))$, $u, v \in X_p$, determined by the KILLING form K on $\underline{G}$. The classification of p-dim. motions in the 1st order means the description of fundamental domains of the action induced by adG in the Grassmanian manifold Gr(m, p) of p-dim. subspaces of $\underline{G}$. This situation is applied to 2-par. motions in E_3, where we have the full classification and some other properties.

V.V. TOPENCHAROV

Four positions of a moving plane, three of which are infinitely close in the case of instantaneous translation (a result of B.I. TSCHESCHANKOW)

Four positions of a moving plane, three of which are infinitely close are considered in the special case of instantaneous translation. The BURMESTER curves (the circling-point curve and the centering-point curve) are obtained. They are circular curves of third order. Their focal center coincides with the rotation center P_{12} and they have the inflection straingt line for a real asymptote. (In the case of instantaneous translation the inflection circle degenerates into a straight line). It turned out that the BURMESTER curves are symmetric with respect to the axis which passes trough the rotation center P_{12} orthogonally to the inflection straight line. The developpet theory is applied on an example of synthesis of a mechanism with a stop.

M. KARGEROVA

Equiaffine plane motions with all trajectories conic sections

An Equiaffine motion g(t) is given by a matrix $g(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ A & a \end{pmatrix}$, where A is a 2-column, a is a 2 x 2 matrix, det $|a| = 1$. An equiaffine lift $(\bar{R}(t), R(t))$ is a pair of frames such that $g(\bar{R}) = R$. For any lift we have $R' = R \cdot \phi$, $\bar{R}' = \bar{R} \cdot \phi$, $\omega = \phi - \omega$, $\eta = \phi + \omega$. It is possible to express ω in a canonical form. We consider the case of two distinct eigenvalues only. We find all the equiaffine motions with all trajectories conic sections. We get that $|X', X''| = 0$ follows $|X', X'''| = 0$ and further $\Omega_3 = \alpha\Omega_2 + \beta\Omega_1$ with $\alpha = 0$, β = constant. The

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

differential equation for trajectories is $X''' - \beta X' = 0$. Now we have $R' = R \cdot \phi$, $\bar{R}' = \bar{R} \cdot \phi$, when ϕ, ψ are known. These equations can be explicitely solved and get $R = R_0 \cdot g_1$, $\bar{R} = \bar{R}_0 \cdot g_2$. The motion is given by $g(t) = g_1(t)\, g_2^{-1}(t)$.

H. POTTMANN

Zur Konstruktion der sphärischen Wendekurve

Bei einem sphärischen Zwanglauf bilden bekanntlich jene Punkte der Gangkugel, für welche augenblicklich die geodätische Krümmung ihrer Bahnkurven verschwindet, eine sphärische Kubik w, also eine Raumkurve 6.Ordnung, die aus der Kugelmitte 0 durch einen kubischen Kegel Ω projiziert wird. Zur Konstruktion dieser "sphärischen Wendekurve" w ziehen wir folgendes Ergebnis heran: Die Schnittkurve des Wendekegels Ω mit einer auf der Momentanachse p zentrierten, durch die Kegelspitze 0 gehenden Kugel $\varkappa$ verläuft auf einem Drehzylinder; dieser enthält den Wendekreis jener ebenen Krümmungsverwandtschaft, die durch Zentralprojektion der sphärischen Krümmungsverwandtschaft aus 0 auf die Tangentialebene τ von $\varkappa$ im Punkt $P = p \cap \varkappa$ $(P \neq 0)$ entsteht. Hieraus erkennt man auch, daß die Wendekurve w in einem Sonderfall eine sphärische Radlinie ist.

V.V. TOPENCHAROV

On the motion of the central point of axodes

As an analytical analog of the BURMESTER approach to the high order properties in plane kinematics (1888) appears the KOTELNIKOW method (1927). A central roll in it play the presentation of the instantaneous displacement of the i.r.c. along the fixed and the moving centrodes in power series.

To construct an analytical approach to the generalization of the BURMESTER problems in E^3 (see DOBROWOLSKI, 1950) a presentation of the instantaneous displacement of the commun point of the axodes striction lines for a given motion is obtained. The coefficients of the series are calculated starting from the values of the local geometric invariants of the rolled surfaces - axodes and their derivatives of corresponding order. So the base of the asking 3-dimensional analytical approach to the generalized BURMESTER problem is buildt.

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft
©

The known special cases: spherical (BATSCHWAROW, 1972), plane (KOTELNIKOW, 1927) and plane composed (TSCHESCHANKOW, 1965) motions are deducted from the general theory.

J. HOSCHEK

Ober Gleitbewegungen

Die Kinematik der Hüllkurven wird übersichtlich über die reelle Rollgleitzahl λ beschrieben (MÜLLER 1953). Wird λ komplex vorgegeben, so werden über die so verallgemeinerte Rollgleitdifferentialgleichung sich z.B. unter konstantem Winkel kreuzende Kurvenpaare erfaßt. Aus diesen Differentialgleichungen ergeben sich mit einer geeignet gewählten Begleitbasis lokale Eigenschaften der Gleitbewegungen. Diese Eigenschaften gelten in der euklidischen Ebene und analog auf der euklidischen Sphäre.

Berichterstatter: M. Fuchs

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft
©

Tagungsteilnehmer

Dipl.-Math. R. Arnold
Inst. f. Mathematik d. Univ.
Postfach 500 500
D-4600 Dortmund

Prof. Dr. W. Degen
Mathematisches Institut B
Universität Stuttgart
Pfaffenwaldring 57
D-7000 Stuttgart 80

Doz. Dr. E.A. Dijksman
Techn. Hogeschool Eindhoven
Den Dolevh 2, Postbus 513
NL-5600 MB Eindhoven

Prof. Dr. B. Dizioglu
Institut für Getriebelehre und
Maschinendynamik
Techn. Universität Braunschweig
Pockelsstr. 14
D-3300 Braunschweig

Prof. Dr. P. Dombrowski
Math. Institut d. Univ. Köln
Weyertal 86 - 90
D-5000 Köln 41

H.J. Feldhoff
Math. Institut d. Univ. Köln
Weyertal 86 - 90
D-5000 Köln 41

Prof. Dr. H. Frank
Inst. f. Mathematik d. Univ.
Dortmund
Postfach 500 500
D-4600 Dortmund 50

M. Fuchs
Techn. Hochschule Darmstadt
Schloßgartenstr. 7
D-6100 Darmstadt

Priv.-Doz. Dr. M. Hiller
Institut A für Mechanik der
Techn. Universität Stuttgart
Pfaffenwaldring 9
D-7000 Stuttgart 80

Prof. Dr. J. Hoschek
Techn. Hochschule Darmstadt
Schloßgartenstr. 7
D-6100 Darmstadt

doc. RNDr. Z. Jankovsky, CSc.
Katedra mathematiky
fakulta elektrotechnikê CVUT
Suchbatarova 2
16627 Praha 6, Dejnice

Frau
RNDr. M. Kargerova, CSc.
Katedra mathematiky
fakultajm' CUUT
12000 Praha 2, Horskâ 3

RNDr. A. Karger CSc.
Katedra matem. analy'zy FMF
Sokolovska 83
18600 Praha 8

Prof. Dr. R. Koch
Institut für Mathematik der
Techn. Universität München
Arcisstr. 21
D-8000 München 2

Prof. Dr. H.R. Müller
Institut für Mathematik der
Techn. Universität Braunschweig
Pockelsstr. 14
D-3300 Braunschweig

Dr. U. Pinkall
Math. Institut der Universität Freiburg
Hebelstr. 29
D-7800 Freiburg

Dr. H. Pottmann
Institut für Geometrie der
Techn. Universität Wien
Gußhausstr. 27 - 29
A-1040 Wien

Prof. Dr. H. Rankers
Mechanical Engineering Department
Delft University of Technology
Delft, The Netherlands

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft
©

Mag. Dr. W. Rath
Institut für Geometrie der
Techn. Universität Wien
Gußhausstr. 27
A-1040 Wien

Dr. O. Röschel
Institut für Math. u. angew. Geometrie
Montanuniversität Leoben
Franz-Josef- Str. 18
A-8700 Leoben

Prof. Dr. H. Sachs
Institut für Math. u. angew. Geometrie
Montanuniversität Leoben
Franz-Josef-Str. 18
A-8700 Leoben

Prof. Dr. H. Schaal
Math. Institut B der
Universität Stuttgart
Pfaffenwaldring 57
D-7000 Stuttgart

Prof. Dr. H. Stachel
Institut für Geometrie
Techn. Universität Wien
Gußhausstr. 27 - 29
A-1040 Wien

Prof. V.V. Topencarov
Center of Applied Mathematics
Institute for Mech.Eng. & Electrotechnic
P.O. Box 384
BG-1000 Sofia

Prof. Dr. W.O. Vogel
Math. Institut II der
Techn. Universität Karlsruhe
Englerstr. 2
D-7500 Karlsruhe

Prof. Dr. H. Vogler
Institut für Geometrie der
Techn. Universität Graz
Kopernikusstr. 24
A-8020 Graz

Prof. Dr. W. Wunderlich
Institut für Geometrie der
Techn. Universität Wien
Gußhausstr. 27 - 29
A-1040 Wien

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft
©

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft