MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT OBERWOLFACH

T a g u n g s b e r i c h t 15/1984

Transzendenztheorie

(AG Geyer-Harder)

1.4. bis 7.4.1984

Die Tagung fand unter der Leitung von Herrn G. Wüstholz (Max-Planck-Institut, Bonn) statt. Im Mittelpunkt des Interesses standen neueste Techniken der Transzendenztheorie (Multiplizitätsabschätzungen auf algebraischen Gruppen, Existenz algebraischer Untergruppen von analytischen Gruppen).

Vortragsauszüge

J. Wolfart:

Elementare Techniken

Es wurde berichtet über Höhe, Taille, Haus von algebraischen Zahlen und ihr Verhalten bei Einsetzung in Polynome mit Koeffizienten in $\mathbb{Z}$.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

Ferner wurden die folgenden grundlegenden Hilfsmittel für Transzendenzbeweise gezeigt:

Lemma von Siegel: Sei

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij} x_i = 0 \quad , \quad 1 \leq i \leq n \; , \; 1 \leq j \leq m \; , \; n > m$$

ein lineares Gleichungssystem, so daß alle $|a_{ij}|$ durch eine Konstante A beschränkt sind. Dann hat dieses Gleichungssystem eine nichttriviale Lösung $(x_1, \ldots, x_n) \in \mathbb{Z}^n$ mit

$$\max_{1 \leq i \leq n} |x_i| \leq (nA)^{\frac{m}{n-m}} \quad ,$$

Schwarzsches Lemma (in einer Variablen): Seien $R > r > 0$ aus $\mathbb{R}$,

$$f\colon \{|z| \leq R\} \to \mathbb{C}$$

eine stetige Funktion, die nicht identisch verschwindet, in $\{|z| < R\}$ holomorph ist und n Nullstellen in $\{|z| \leq r\}$ hat. Dann ist

$$\log|f|_r \leq \log|f|_R - n \cdot \log\left(\frac{R^2 + r^2}{2Rr}\right) .$$

F. Herrlich:

Gelfond's Transzendenzkriterium

Der folgende Satz von Gelfond (1949) wurde bewiesen:

Satz: Sei (P_n) eine Folge in $\mathbb{Z}[X]$, $P_n \neq 0$, mit

$$\deg(P_n) \leq \delta_n \quad , \quad \log H(P_n) \leq \gamma_n \; .$$

Sei $\alpha \in \mathbb{C}$ mit

$$\log |P_n(\alpha)| \leq - \delta_n((c+d+1)\gamma_n + (2d+1)\delta_n),$$

wobei γ_n , δ_n reelle, nicht negative Zahlen seien mit

$$\lim \gamma_n = \lim \delta_n = +\infty ,$$

und $c > 1$, $d > 1$ reelle Zahlen mit

$$\gamma_n \leq \gamma_{n+1} \leq c\gamma_n \quad \text{und} \quad \delta_n \leq \delta_{n+1} \leq d \cdot \delta_n .$$

Dann ist $P_n(\alpha) = 0$ für große n ; insbesondere ist α algebraisch.

<u>W.D. Geyer, W. Ruppert:</u>

<u>Algebraische Unabhängigkeit von Perioden elliptischer Kurven</u>

Zentrum der zwei Vorträge war der folgende

<u>Satz von Chudnorsiky (1975 und später)</u>: Sei E eine über $\bar{\mathbb{Q}}$ definierte elliptische Kurve $y^2 = 4x^3 - gx - g_3$; sei w eine Periode $\neq 0$ von E , und sei η die zugehörige Halbperiode, d.h.

$$\zeta(z+w) = \zeta(z) + \eta .$$

Sei $u \in \mathbb{C}\setminus\mathbb{Q}w$ ein algebraischer Punkt von E , d.h. $\gamma(u) \in \bar{\mathbb{Q}}$. Dann sind die Periodenverhältnisse

$$\zeta(u) - \frac{\eta}{w} u , \frac{\eta}{w}$$

algebraisch unabhängig.

Zunächst wurde der Satz mit den Resultaten über die lineare Unabhängigkeit der Perioden von Schneider (1936), Masser (1975) und Laurent (1979) verglichen und sodann Folgerungen gezogen, die über die aus diesen Resultaten möglichen Konsequenzen hinausgingen, z.B.:

(1) Algebraische Unabhängigkeit von $\frac{\pi}{w}$, η/w .

(2) Algebraische Unabhängigkeit von w,π, falls E CM hat.

(3) Angewandt auf die Kurven mit $g_2 = 0$ bzw. $g_3 = 0$ ergibt sich die Transzendenz von $\Gamma(\frac{1}{4})$ und $\Gamma(\frac{1}{3})$ sogar über $\mathbb{Q}(\pi)$.

(4) Transzendenz von $j'(\tau)$ über $\mathbb{Q}(\pi)$ für alle imaginär-quadratischen τ , die nicht zu den beiden Einheitswurzelgittern gehören.

Der Beweis des Satzes verwendete das Lemma von Siegel, eine Nullstellenabschätzung von Masser-Phillipon, das Schwarzsche Lemma und das Transzendenzkriterium von Gelfond.

<u>H.P. Rehm, B.H. Matzat:</u>

<u>Die Sätze von Ax über die Schanuelsche Vermutung</u>

Es wurden die Sätze 1 - 4 der Arbeit J. Ax: On Schanuel's conjectures (Ann. of Math. 93, 1971, p- 252-268) in der nachstehenden Reihenfolge ausführlich bewiesen.

<u>Satz 3</u>: Sei $K|k|\mathbb{Q}$ ein Körperturm, $\Delta \subseteq \mathrm{Der}_k(K)$, so daß $\bigcap_{D\in\Delta} \ker(D) = k$.

Gilt dann: (a) Es existieren $\underline{y},\underline{z} \in (K^*)^n$, so daß für alle $D \in \Delta$ und $\nu = 1,\ldots,n$

$$Dy_\nu = \frac{Dz_\nu}{z_\nu}$$

und (b_1) Ist $\underline{z}^{\underline{c}} \in k$, so ist $\underline{c} = 0$ oder

(b_2) y_ν mod k sind $\mathbb{Q}$-linear unabhängig, so ist

$$\operatorname{trdeg}_k(k(\underline{y},\underline{z})) \geq n + \operatorname{Rg}((Dy_\nu)_{\substack{D\in\Delta \\ \nu=1,\ldots,n}}) .$$

Satz 4: Relative Version von Satz 3.

Bezeichne nun (AS) die Vermutung von Ax-Schanuel, daß für $\mathbb{Q}$-linear unabhängige $y_\nu \in \mathbb{C}[[t_1,\ldots,t_m]]$, $\nu = 1,\ldots,n$

$$\operatorname{trdeg}_{\mathbb{Q}}(\underline{y},\exp(\underline{y})) \geq n + \operatorname{Rg}(\frac{\partial y_\nu}{\partial t_\mu}) \quad , 1 \leq \mu \leq m ,$$

gilt, und (S) die Schanuelsche Vermutung, die sich aus (AS) für $m = 0$ ergibt, so gilt:

Satz 1: Sind die $y_\nu - y_\nu(0)$ $\mathbb{Q}$-linear unabhängig, so gilt (AS).

Satz 2: (AS) ist äquivalent zu (S).

H. Lange:

Die Exponentialabbildung kommutativer algebraischer Gruppen

Sei G eine zusammenhängende, kommutative, algebraische Gruppe über $\mathbb{C}$, quasi-projektiv eingebettet in $\mathbb{P}^N$ und bezeichne $\exp: \mathbb{C}^n = T_{G,0} \to G$ ihre Exponentialabbildung. Die Komponenten der Zusammensetzung

$$e = (e_0,\ldots,e_N) : \mathbb{C}^n \to \mathbb{P}^N$$

der Abbildungen exp und $G \hookrightarrow \mathbb{P}^N$ sind wichtige Kandidaten für Transzendenzaussagen.

Ziel des Vortrages war es, diese Komponentenfunktionen e_i von e für eine Klasse von kommutativen algebraischen Gruppen, nämlich den Erweiterungen einer abelschen Varietät mit der additiven Gruppe $\mathbb{G}_a$, explizit, d.h. mittels verallgemeinerter Theta-Funktionen, anzugeben.

W. Seiler:

Nullstellenabschätzungen für Polynome auf algebraischen Gruppen

$G \subseteq \mathbb{P}^N$ sei eine algebraische Gruppe der Dimension n über dem algebraisch abgeschlossenen Körper k . $\Gamma := \mathbb{Z}\gamma_1 + \ldots + \mathbb{Z}\gamma_m$ sei eine endlich erzeugte Untergruppe von G , $p_i(G) :=$ $\min(\mathrm{rang}_{\mathbb{Z}}\, \Gamma/\Gamma' : \Gamma' \leq \Gamma$, $\mathrm{codim}\, \bar{\Gamma}' \geq i)$, wobei "$^-$" den Zariski-Abschluß in G bezeichnet, $\mu(\Gamma) := \min\limits_{1 \leq i \leq n} P_i/i$, und

$$\Gamma(S) := \{\lambda_1\gamma_1 + \ldots + d_m\gamma_m : 0 \leq \lambda_i \leq S\} \quad \text{für} \quad S \in \mathbb{N} .$$

Satz (Masser-Wüstholz): Ist $X \subseteq \mathbb{P}^N$ eine Hyperfläche, die $\Gamma(S)$ enthält, so ist entweder $\deg(X) \geq c \cdot [S/n]^{\mu(\Gamma)}$ mit einer Konstanten $c \in \mathbb{R}_+$, oder X enthält eine Zusammenhangskomponente von G .

Zusatz (Moreau): Falls sich die Gruppenoperation von G fortsetzen läßt zu einer Operation von G auf dem Zariskiabschluß $\bar{G}$ von G in $\mathbb{P}^N$, so kann man $c = 1/\deg(\bar{G})$ wählen.

Als Anwendung erhält man Gradabschätzungen für Polynome, die auf Gittern, auf Werten von Exponentialfunktionen oder auf Werten der Weierstraßschen $\wp$-Funktion auf Gittern verschwinden.

M. Reichert, G. Frey, H.G. Rück:

Multiplizitätsabschätzungen auf algebraischen Gruppen

Sei G eine kommutative, algebraische Gruppe über dem algebraisch abgeschlossenen Körper k, und sei A eine analytische Untergruppe von G. Bezeichnet dann $\mathcal{V}_r$ die Menge aller irreduziblen Untervarietäten (die nicht ganz in einer Koordinatenhyperebene liegen sollen) mit (i) $\operatorname{cod}(V,G) = r$ und (ii) $A \cap V \neq \emptyset$, so sei für ein $V \in \mathcal{V}_r$ $\tau(V) := \operatorname{cod}(A \cap V, A)$, und

$\tau_r := \min_{V \in \mathcal{V}_r} \tau(V)$.

Dann gilt der

Satz (Wüstholz): Es existiert eine Konstante $c \in \mathbb{R}_+$ (die nur von der Einbettung $G \hookrightarrow \mathbb{P}^N$ abhängt), so daß gilt: Verschwindet ein Polynom $P \in k[x_0,\ldots,x_N]$ vom Grad $\leq D$ auf einer endlichen Menge $\Omega \subseteq G(k)$ mit der Ordnung (bzgl. A) $> T \geq 1$ und gilt

$$(1) \quad (T/n)^{\tau_r} \cdot l_r(\Omega^*) \geq (cD)^r \qquad (1 \leq r < n)$$
$$(T/n)^{\tau_n} \cdot |\Omega_n| \geq (cD)^n$$
$$(2) \quad l_r(\Omega^*) \geq (cD)^{r-\tau_r} \qquad (1 \leq r < n),$$

wobei $l_r(\Omega^*) := \#[\Omega^* + \{g \in G : g + V \subset V\}]$ und $l_r(\Omega^*) := \min_{V \in \mathcal{V}_r} l_r(\Omega^*)$, so verschwindet P auf G.

Der Satz wurde ausführlich in den drei Vorträgen bewiesen und an Beispielen erläutert.

G. Tamme:

Das Theorem von Wüstholz und Folgerungen

Theorem (Wüstholz): Seien G' und G kommutative, zusammenhängende algebraische Gruppen über $\bar{\mathbb{Q}}$, und sei $\varphi: G' \to G$ ein über $\bar{\mathbb{Q}}$ definierter analytischer Homomorphismus. Dann gilt für die Gruppe $\varphi(G')(\bar{\mathbb{Q}}) := \varphi(G') \cap G(\bar{\mathbb{Q}})$ der $\bar{\mathbb{Q}}$-rationalen Punkte von $\varphi(G')$:

$$\varphi(G')(\bar{\mathbb{Q}}) = H(\bar{\mathbb{Q}}) ,$$

wobei H die maximale, zusammenhängende, über $\bar{\mathbb{Q}}$ definierte algebraische Untergruppe von $\varphi(G')$ ist.

Korollar: Ist $A \subseteq G$ eine über $\bar{\mathbb{Q}}$ definierte, zusammenhängende analytische Untergruppe, so gilt

$$A(\bar{\mathbb{Q}}) = H(\bar{\mathbb{Q}}) ,$$

mit der maximalen zusammenhängenden, über $\bar{\mathbb{Q}}$ definierten algebraischen Untergruppe $H \subseteq A$.

Der Beweis des Theorems wird zunächst auf den des Korollars mit der zusätzlichen Voraussetzung $\operatorname{codim}(A,G) = 1$ reduziert. Sodann wird mittels Serre-Komplettierung $G \hookrightarrow \bar{G}$ und projektiver Einbettung $\bar{G} \hookrightarrow \mathbb{P}^N$ ein Additionsgesetz $E = (E_0,\dots,E_N)$ für G konstruiert, und für dieses zwei für den weiteren Beweis entscheidende Lemmata über Verschwindungsordnung und Höhenabschätzung bewiesen.

N. Walter:

Die Konstruktion des Hilfspolynoms und dessen Eigenschaften

Um die Aussage des Satzes von Wüstholz über die Multiplizitätenabschätzung auf algebraischen Gruppen für den Beweis des Theorems von Wüstholz verwenden zu können, wird mittels des Siegelschen

Lemmas bewiesen:

Satz: Es existiert ein homogenes Polynom $P \in \mathbb{Z}[X_0,\ldots,X_N]$ vom Grad D, das nicht in $I(G)$ liegt, das Hilfspolynom, mit folgenden Eigenschaften:

(i) $\mathrm{ord}_{\gamma,A}(\Delta(P\circ E|X_0^{bD})(\underline{X},\underline{X}(0))) \geqq T/2 \quad \forall\ \Delta \in D(T/2), \gamma \in \Gamma(S);$

(ii) $H(\Delta(P\circ E|X_0^{bD})(\underline{X},\underline{X}(0))) \leqq (D+T)^{c_1(D+T)} \cdot c_2^{DS^2} \quad \forall\ \Delta\in D(T).$

Zudem wird für dieses P die algebraische Zahl $\delta := \Delta(P\circ E|X_0^{bD})(\underline{X}(\gamma), \underline{X}(0))$ für $\Delta \in D(T/2)$, $\gamma \in \Gamma(S)$, nach oben, und (unter Hinzuziehung der l-Teilungspunkte auf G, $l \in \mathbb{N}$) auch nach unten abgeschätzt (sofern $\neq 0$).

J. Neukirch:

Der Beweis des Theorems von Wüstholz

Der Beweis gründet sich auf den folgenden, in den vorangegangenen Vorträgen bewiesenen

Satz: Ist $P(X_0,\ldots,X_N)$ ein Polynom vom Grade D, das in $\Gamma(S)$ längs A von der Ordnung $\geqq T$ verschwindet, und ist

$$T^{n-1} \cdot |\Gamma(S)| \geqq c \cdot D^n ,$$

so gibt es in A eine algebraische Untergruppe H der Dimension $\geqq 1$.

Wählt man für P das Hilfspolynom zu den Invarianten $S, D = 2nm \cdot |\Gamma(S)| \cdot S^{5(n-1)}$, $T = nm|\Gamma(S)|\cdot S^{5n}$, so erfüllt dies die Bedingung des Satzes bis auf die Ungleichung. Ersetzt man aber $\Gamma(S)$ durch die Menge der l-Teilungspunkte von $\Gamma(S)$, wobei $l^{2n+1} = S$ ist, so verschwindet P auf diesen Punkten zwar nicht von der Ordnung T, aber doch von der Ordnung $T/2$ (dies folgt aus den Abschätzungen des vorangegangenen Vortrags). Durch diese Modifikation läßt sich der Satz anwenden und ergibt die Existenz der Gruppe H.

K. Wingberg:

Anwendungen des Theorems von Wüstholz

Es wurde folgende äquivalente Fassung des Theorems von Wüstholz bewiesen:

Satz 1: Sei G eine kommutative, zusammenhängende, algebraische Gruppe über $\bar{\mathbb{Q}}$, $\exp_G : T_0(G) \to G$ die Exponentialabbildung von G, und sei $S \subseteq T_0(G)$ gegeben mit $\exp_G(S) \subseteq G(\bar{\mathbb{Q}})$ und sei $W(S) \subseteq T_0(G)$ der kleinste $\mathbb{C}$-Vektorraum, der S enthält und über $\bar{\mathbb{Q}}$ definiert ist. Dann existiert eine zusammenhängende, algebraische Untergruppe H von G über $\bar{\mathbb{Q}}$ mit $T_0(H) = W(S)$.

Mit Hilfe dieses Satzes wird folgende Verallgemeinerung der Resultate von Baker, Masser und Bertrand-Masser bewiesen: Seien $n_0, n_1, \dots, n_k$ ganze Zahlen, ≥ 0, und seien für $1 \leq i \leq k$ E_i paarweise nicht isogene elliptische Kurven über $\bar{\mathbb{Q}}$, $L_i := \mathrm{End}(E_i) \otimes \mathbb{Q}$, $V_i := \langle u_{i,1}, \dots, u_{i,n_i} \rangle_{L_i}$ L_i-Vektorräume der Dimension n_i, wobei $u_{ij} \in \mathbb{C} \setminus$Periodengitter mit $\wp_i(u_{ij}) \in \bar{\mathbb{Q}}$ ist. Sei weiter $V_0 := \langle \log \alpha_1, \dots, \log \alpha_{n_0} \rangle_{L_0 := \mathbb{Q}}$ $\mathbb{Q}$-Vektorraum der Dimension n_0 mit $\alpha_j \in \bar{\mathbb{Q}}$. Dann gilt für $V := \langle 1, V_0, \dots, V_k \rangle_{\bar{\mathbb{Q}}}$

Satz 2: $\dim_{\bar{\mathbb{Q}}} V = 1 + \sum_{i=0}^{k} \dim_{L_i} V_i$

Korollar: Mit obigen Voraussetzungen seien ferner $\beta_1,\ldots,\beta_{n_o}$, $\gamma_{i_1},\ldots,\gamma_{i_n}$, $1 \leq i \leq k$, algebraische Zahlen, wobei nicht alle β_i aus $\mathbb{Q}$ sind. Dann ist $\alpha_1^{\beta_1}\ldots\alpha_{n_o}^{\beta_{n_o}} \cdot e^{\gamma_n u_n+\ldots+\gamma_{k,n_k}u_{k,n_k}}$ transzendent.

G. Wüstholz:

Ausblicke und Kommentare

Es wurden zu den jeweiligen Vorträgen Ergänzungen angegeben und offene Probleme erläutert. Zunächst wurde das Gelfond'sche Kriterium auf ein vermutetes Kriterium für algebraische Unabhängigkeit ausgedehnt. Ein solches Kriterium würde eine Vielfalt neuer Transzendenzergebnisse implizieren. Ein Schritt dazu wäre eine effektive Version des Hilbertschen Nullstellensatzes. Eine effektive Version existiert bereits mit jedoch viel zu schlechten Exponenten. Als nächstes wurde eine Version der Schanuelschen Vermutung für Funktionenkörper vorgestellt, die von G. Faltings bewiesen wurde. Danach wurden als Probleme die effektive Bestimmung gewisser algebraischer Untergruppen und ein "geometrisch durchsichtigerer" Beweis des Theorems von Wüstholz genannt, worauf dessen Hauptanwendung in der Transzendenztheorie angegeben wurde:

Ist X eine quasiprojektive, über $\overline{\mathbb{Q}}$ definierte Varietät, $\xi \in \Gamma(X,\Omega_X^1)$, $\gamma \in H_1(X,\mathbb{Z})$, so ist $\int_\gamma \xi$ entweder Null oder transzendent.

Schließlich wurde noch eine Verallgemeinerung der Schanuelschen Vermutung erläutert: G sei ohne unipotenten Anteil, definiert über $\bar{\mathbb{Q}}$. Für $u \in T_o(G)$ sei $H(u)$ die kleinste algebraische Untergruppe, die über $\bar{\mathbb{Q}}$ definiert ist und u enthält. Dann ist

$$\dim(\overline{(u,\exp_G(u))}^{\bar{\mathbb{Q}}}) \geq \dim H(u).$$

Als Folgerung aus dieser Vermutung erhält man: Ist A eine einfache abelsche Varietät/$\bar{\mathbb{Q}}$, und L der Körper, der über $\bar{\mathbb{Q}}$ von $2\pi i$ und den $2 \cdot (\dim A)^2$ Perioden und Quasiperioden von A erzeugt wird, so ist der Transzendenzgrad von L gleich $\dim A + 1$.

Berichterstatter: Norman Walter

Tagungsteilnehmer

Dr. Kurt Behnke
Max-Planck-Institut für
Mathematik
Gottfried-Claren-Straße 26

5300 Bonn 3

Dr. E. Gekeler
Mathem. Institut Univ. Bonn
Beringstr. 4

5300 Bonn 1

Prof. Dr. Berndt
Mathem. Seminar der
Universität Hamburg
Bundesstr. 55

2000 Hamburg 13

Prof. Dr. W. Geyer
Math. Institut der Universität
Bismarckstr. 1 1/2

8520 Erlangen

Dr. C. Deninger
Univ. Regensburg, FB Mathematik
Universitätsstr. 31

8400 Regensburg

Dr. F. Herrlich
Ruhr-Univ. Bochum, Geb. NA
Postfach 102 148

4630 Bochum

R. Endell
Theodor-Heuss-Ring 15

3000 Hannover 61

Prof. Dr. Ischebeck
Westf. Wilhelm-Universität
Math. Institut
Einsteinstr. 62

4400 Münster

Dr. H. Esnault
Max-Planck-Institut für
Mathematik
Gottfried-Claren-Str. 26

5300 Bonn 3

Dr. F. Knop
Math. Inst. Univ. Basel
Rheinsprung 21

Ch-4051 Basel

Prof. Dr. Frey
FB 9 Mathematik
Universität des Saarlandes

6600 Saarbrücken

Dr. S. Kosarew
Univ. Regensburg, FB Mathematik
Universitätsstr. 31

8400 Regensburg

Prof. Dr. H. Lange
Math. Institut der Universität
Bismarckstr. 1 1/2

8520 Erlangen

Dr. H.P. Rehm
Math. Inst. II, Univ.
Karlsruhe
Englerstr. 2

7500 Karlsruhe

Prof. Dr. F. Lorenz
Math. Institut der Univ.
Münster
Einsteinstr. 62

4400 Münster

Dr. M. Reichert
FB 9 Mathematik
Universität des Saarlandes

6600 Saarbrücken

Dr. B.H. Matzat
Math. Inst. II, Univ.
Karlsruhe
Englerstr. 2

7500 Karlsruhe 1

Dr. H.G. Rück
FB 9 Mathematik
Universität des Saarlandes

6600 Saarbrücken

Prof. Dr. L. Miller
Math. Inst. II, Univ.
Karlsruhe
Englerstr. 2

7500 Karlsruhe 1

W. Ruppert
Math. Institut der Universität
Bismarckstr. 1 1/2

8520 Erlangen

Prof. Dr. J. Neukirch
Univ. Regensburg,
FB Mathematik
Universitätsstr. 31

8400 Regensburg

Dr. N. Schappacher
Max-Planck-Institut
für Mathematik
Gottfried-Claren-Str. 26

5300 Bonn 3

Prof. Dr. H. Popp
Universität Mannheim
Mathematik VI

6800 Mannheim 1

Dr. W. Seiler
Universität Mannheim
Mathematik IV

6800 Mannheim 1

Dr. G. Steinke
Glatzer Str. 24

4790 Paderborn

Dr. K. Wingberg
Univ. Regensburg
FB Mathematik
Universitätsstr. 31

8400 Regensburg

Prof. Dr. G. Tamme
Univ. Regensburg
FB Mathematik
Universitätsstr. 31

8400 Regensburg

Prof. Dr. J. Wolfart
Math. Seminar der Universität
Robert-Mayer-Str. 6-10

6000 Frankfurt 1

Dr. E. Viehweg
Max-Planck-Institut
für Mathematik
Gottfried-Claren-Str. 26

5300 Bonn 3

Prof. Dr. H.G. Zimmer
FB 9 Mathematik
Universität des Saarlandes

6600 Saarbrücken

N. Walter
Universität Regensburg
FB Mathematik
Universitätsstr. 31

8400 Regensburg