Math. Forschungsinstitut
Oberwolfach
E 20 / 01946

MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT OBERWOLFACH

Tagungsbericht 7/1985

Absolute Geometrie und Kombinatorik

3.2. bis 9.2.1985

Die Tagung fand unter der Leitung von Herrn H. Karzel (München) und Herrn H. Siemon (Ludwigsburg) statt. Im Mittelpunkt des Interesses standen Fragen des Zusammenhangs zwischen absoluter Geometrie und Kombinatorik, die in einer Reihe von Vorträgen herausgearbeitet wurden. Mit Problemen der absoluten Geometrie im eigentlichen Sinne befaßten sich vor allem die Vorträge von Herzer, Karzel, Schröder und Sörensen. So gab E. Schröder eine umfassende Beschreibung aller absoluten Räume mit Hilfe einer ternären Operation auf der Punktmenge an, die nur einer sogenannten Hexagrammbedingung zu genügen hatte; hierdurch erhielt er einen neuen interessanten Aufbau der metrischen Geometrie. K. Sörensen gab eine elegante axiomatisch kombinatorische Kennzeichnung der endlichen euklidischen Geometrien an, während A. Herzer die Metrik der euklidischen Ebenen über ein thalesisches Winkelmaß beschrieb.

Unter der Kinematik einer absoluten Geometrie versteht man die Theorie ihrer Bewegungsgruppe. Durch Abstraktion haben sich hieraus zunächst die Begriffe kinematischer Raum und Inzidenzgruppe herauskristallisiert.

In drei Vorträgen (Kist, Marchi, Schulz) wurden weitere Erweiterungen des Begriffs Inzidenzgruppe vorgestellt und behandelt. Bei G. Kist wird die Gruppenstruktur durch eine Loopstruktur ersetzt; ihm gelang eine vollständige Beschreibung aller gefaserten Moufang-Loops, deren Inzidenzstruktur ein 2-gelochter Raum ist. Bei M. Marchi's verallgemeinerten Inzidenzgruppen wird die algebraische Struktur durch ein Paar, bestehend aus

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

einer Gruppe Γ und einer Utergruppe Δ gegeben (für $\Delta = \{1\}$ erhält man das übliche Konzept der Inzidenzgruppe). R.-H.Schulz konnte einige von M. Marchi aufgeworfene Fragen in seinem Vortrag beantworten und Beispiele von Hughes-Thompson-Gruppen angeben (diese besitzen genau eine Inzidenzstruktur, die sie zu gefaserten Inzidenzgruppen machen).
Weitere Vorträge behandelten Probleme, die wesentlich mit dem Studium absoluter Geometrien zusammenhängen. H. Hotje beschäftigte sich mit der Anordnungsgeometrie, H. Siemon mit Automorphismengruppen von Untergruppen der Kollineationsgruppe einer affinen Ebene, H. Wefelscheid mit scharf 3-fach transitiven Gruppen, die von Involutionen erzeugt werden. H. Mäurer gab eine äußerst elegante Konstruktion der Hall'schen Quasikörper an und A. Beutelspacher eine schöne Charakterisierung von endlichen Baer-Unterräumen.
Sechs weitere Vorträge (Bruen, Mäurer, Misfeld, Siemon, Wolff, Zeitler) und der von H. Lenz vorgesehene Vortrag (H. Lenz mußte kurzfristig seine Teilnahme absagen) fallen mehr in das allgemeinere Gebiet der endlichen Geometrie.
Durch die geringe Zahl der Teilnehmer an dieser Tagung waren intensive Diskussionen im Anschluß an die Vorträge und auch außerhalb der Vortragszeiten möglich. Dadurch wiederum konnten einige in den Vorträgen aufgeworfene Fragen im Verlauf der Tagung durch andere Teilnehmer beantwortet werden, oder auch elegantere und kürzere Beweise für vorgestellte Resultate erbracht werden. Einige Teilnehmer trugen zweimal vor.

Vortragsauszüge

A. BEUTELSPACHER:

Eine Charakterisierung von Baer-Unterräumen

Ein Baer-Unterraum von $P = PG(d,q)$ ist ein Unterraum von P der Dimension d und der Ordnung $\sqrt{q}$. Der folgende Satz wurde diskutiert:

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

<u>Satz</u>. Sei $\mathfrak{G}$ eine Menge von Geraden in PG(3,q) mit folgenden Eigenschaften:

(α) $\mathfrak{G}$ überdeckt alle Punkte

(β) Enthält eine Ebene zwei Geraden aus $\mathfrak{G}$, so induziert $\mathfrak{G}$ in diese Ebene eine duale blockierende Menge.

(ε) $\mathfrak{G}$ ist keine Faserung.

Dann gilt $|\mathfrak{G}| \geq (q+\sqrt{q}+1)(q+1)$ mit Gleichheit genau dann, wenn $\mathfrak{G}$ die Geradenmenge eines Baer-Unterraums ist.

A.A. BRUEN (Joint work with A. BLOKHUIS)

<u>M.D.S. Codes and Arcs</u>

In connection with certain kinds of codes (known as optimal codes, or M.D.S. codes) the following well-known questions arise.
In PG(n,q), $n \geq 2$ let S be a set of k points, with $k \geq n+1$, such that no n+1 of them lie in a hyperplane.
<u>Problem 1</u>. Given n,q what is the maximum value that k can have?
<u>Problem 2</u>. What is the structure of S in the optimal case?
In these lectures we define the notion of "hypertangent" to S and show that the hypertangents lie on an algebraic hypersurface of a certain degree and having various properties. This result, along with estimates on the number of points lying on a surface, yields an embedding theorem for S in PG(3,q) analogous to the result of B. Segre in PG(2,q). Using this result we anticipate some extensions to higher dimensions as well as partial solutions to Problem 1 and to Problem 2.

A. HERZER:

<u>Einführung der Metrik durch ein thalesisches Winkelmaß bei beliebiger Charakteristik</u>

Ein Winkelmaß einer affinen Ebene ist gegeben durch eine kommutative und transitive Gruppe W von Permutationen der Punkte der uneigentlichen Geraden. W ist thalesisch genau dann, wenn es Untergruppe der projektiven Gruppe (Gruppe der Projektivitäten) der uneigentlichen Geraden ist. Dann ist W ähnlich zur Gruppe

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

der Projektivitäten eines Kegelschnitts, deren Projektivitätsachse ein und dieselbe Passante h ist. Nennt man diese Gruppe $U(h)$, so besteht ihr Normalisator $N(h)$ neben $U(h)$ noch aus den involutorischen Kollineationen σ_A mit Zentrum $A\,I\,h$, die den Kegelschnitt festlassen. Die Konstruktion der Bewegungsgruppe und deren Eigenschaften wird aus den Eigenschaften von $N(h)$ und $U(h) \cong W$ abgeleitet.

H. HOTJE:

Ein Treffraumsatz in der Anordnungsgeometrie

Mit Ergebnissen von Prenowitz (1946) wird folgender Satz der Anordnungsgeometrie gezeigt:
Es sei $(P,\mathfrak{G},\alpha)$ ein dicht angeordneter Austauschraum. Für $i \in \{1,\ldots,s\}$ sei A^i ein Teilraum von P mit $\dim A^i = n_i$ und $\dim \bigcup_i A^i = \sum_{i=1}^{s} n_i + s - 1$. Weiter sei B ein m-Simplex, so daß für $k \in \{1,\ldots,s\}$ gilt $\dim B \cup \bigcup_{i \neq k} A^i = \sum_{i \neq k} n_i + s - 1 + m$. Im folgenden sei A_i Basis von A^i und S das von $\bigcup_{i=1}^{s} A_i$ erzeugte Simplex. Wenn $B \subset S$, dann gibt es genau ein $(s \cdot m+s-1)$-Simplex $C \supset B$, so daß $C \cap A^i$ für jedes i ein m-Simplex in dem von A_i erzeugten n_i-Simplex ist. Dieser Satz ist das anordnungstheoretische Äquivalent zu einem Satz von Burau und Timmermann aus der projektiven Geometrie.

H. KARZEL:

Zur Kinematik endlicher hyperbolischer Räume

Jede ebene absolute Geometrie läßt sich in ihren kinematischen Raum einbetten und jeder dieser kinematischen Räume ist aus einer bestimmten kinematischen Algebra ableitbar. An den in [1] gegebenen Bericht über alternative kinematische Algebren und das dort verallgemeinerte kinematische Modell des 3-dimensionalen hyperbolischen Raumes von P. Kustaanheimo ergeben sich die folgenden Fragen, auf die im Vortrag eingegangen wird:

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

1. Man bestimme alle alternativen kinematischen Algebren $(A,K,*)$ mit einem involutorischen Antiautomorphismus mit $*(K) = K$ und $F := \{\lambda \in K \mid \lambda^* = \lambda\} \neq K$; insbesondere für den endlichen Fall.

2. Welche Typen "hyperbolischer Räume" erhält man, wenn man die in [1] angegebene "hyperbolische Ableitung" auf die verschiedenen Klassen von alternativen kinematischen Algebren $(A,K,*)$ anwendet?

[1] KARZEL, H. und G. KIST: Kinematic Algebras and their Geometries. Proceedings Nato-Conference, Istanbul 1984.

G. KIST:

Linear gefaserte Moufang-Loops, deren geometrische Struktur ein 2-gelochter Raum ist

Charakterisiert werden Inzidenzloops $(P,\mathfrak{G},\cdot)$ mit den Eigenschaften:

(i) $(P,\mathfrak{G})$ ist ein Inzidenzraum mit $\mathfrak{G} = \mathfrak{G}_0 \cup \mathfrak{G}_1 \cup \mathfrak{G}_2$ ($G \in \mathfrak{G}_i$ bedeutet: Durch jeden Punkt $p \notin G$ gehen in der Ebene $\overline{G \cup \{p\}}$ genau i zu G disjunkte Geraden),

(ii) $(P,\cdot)$ ist eine Loop, so daß $(ab)(ca) = (a(bc))a \quad \forall a,b,c \in P$,

(iii) Für alle $a \in P$ ist $a_\ell : x \longrightarrow ax$ ein Automorphismus von $(P,\mathfrak{G})$,

(iv) Jede Gerade durch 1 ist eine Unterloop von $(P,\cdot)$.

Hierüber gelten folgende Aussagen:

(1) $P,\mathfrak{G})$ ist in einen projektiven Raum einbettbar;

(2) Auch die Rechtsmultiplikationen $a_r : x \longrightarrow xa$ sind Automorphismen der geometrischen Struktur $(P,\mathfrak{G})$;

(3) $(P,\mathfrak{G},\cdot)$ ist entweder eine affine Translationsgeometrie oder eine Streifengruppe (also affine Gruppe eines planaren Fastkörpers) oder die kinematische Ableitung einer alternativen kinematischen Algebra.

H. LENZ:

Steiner-Quadrupelsysteme

Steiner-Quadrupelsysteme $SQS(v)$ sind endliche Inzidenzstrukturen aus v Punkten und b Blöcken zu je vier Punkten, so daß

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

je drei Punkte in genau einem Block liegen. HANANI hat 1960 bewiesen, daß SQS(v)'s existieren, wenn und nur wenn $v \equiv 2$ oder 4 mod 6 ist. Der ursprüngliche Beweis ist sehr mühsam. Vereinfachungen stammen von HANANI selbst 1963 und A. HARTMAN. Der vorliegende Vortrag verfolgt zwei Ziele:

1) Weitere Vereinfachung des Existenzbeweises unter Verwendung des Kantenfärbungssatzes für Graphen von VIZING.

2) Den Beweis, daß die Anzahl der nichtisomorphen SQS(v) mindestens $\exp \alpha v^3$ ist, wobei α eine positive von v unabhängige Konstante ist.

H. MÄURER:

Eine Bemerkung zur Konstruktion der Hall'schen Quasikörper

Es wurde auf die folgende Konstruktion der Hall'schen Quasikörper hingewiesen: Sei K ein Körper, $f \in K[x]$ ein normiertes irreduzibles Polynom von Grad 2 und $(Q,+) := (K^2,+)$. Für ein fest gewähltes Element 1 aus $Q \setminus \{0\}$ und ein beliebiges $q \in Q$ existiert genau ein $\lambda_q \in \{\varphi \in \mathrm{End}\, Q \mid \varphi \in K \cdot id_Q \text{ oder } f(\varphi) = 0\}$ mit $\lambda_q(1) = q$. Definiert man $q_1 \cdot q_2 := \lambda_{q_1}(q_2)$ für alle $q_1, q_2 \in Q$, so ist $(Q,+,\cdot)$ ein Hall'scher Quasikörper.

H. MÄURER:

Die Automorphismengruppe des Durchschnittsgraphen der k-Teilmengen einer Menge

Ist $k \geq 2$ eine natürliche Zahl und Ω eine aus wenigstens $2k+1$ Elementen bestehende, nicht notwendig endliche Menge, so sei (E,K) der Graph mit der Eckenmenge $E := \{T \mid T \subset \Omega, |T| = k\}$ und der Kantenmenge $K := \{\{T_1,T_2\} \mid T_1,T_2 \in E,\ T_1 \neq T_2,\ T_1 \cap T_2 \neq \emptyset\}$.

Es wurde gezeigt, daß jeder Automorphismus von (E,K) von einer Permutation von Ω induziert wird und die Automorphismengruppe von (E,K) somit zur symmetrischen Gruppe auf Ω isomorph ist.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

©

M. MARCHI:

Generalized incidence groups and line spaces

A generalized incidence group is a triple $(\Gamma,\Delta,\mathfrak{G})$ where Γ is a group, $\Delta<\Gamma$, $\mathfrak{G}\subset 2^{\Gamma}$ with the properties:

(i) $\forall G\in\mathfrak{G},\ \forall\gamma\in\Gamma:\ \gamma\in G\Rightarrow\gamma\Delta\subset G$

(ii) $(\Gamma/\Delta,\mathfrak{G},\subset)$ is a line space (incidence space),

(iii) $\forall\gamma\in\Gamma,\ \gamma_{\ell}:\Gamma/\Delta\longrightarrow\Gamma/\Delta;\ \xi\Delta\longrightarrow\gamma\xi\Delta$ is an automorphism of $(\Gamma/\Delta,\mathfrak{G},\subset)$,

(iv) $\bigcap\{\gamma\Delta\gamma^{-1}:\ \gamma\in\Gamma\}=\{1\}$.

If there exists $T<\Gamma$ such that $\forall\gamma\in\Gamma\setminus\{1\}$: γ_{ℓ} is fixed-point free iff $\gamma\in T\setminus\{1\}$ and the normalizer $\mathfrak{N}(\Delta)=\Delta$, one can prove:

Theorem 1. $(\Gamma,\mathfrak{K},\cdot)$, where $\mathfrak{K}:=\{\xi\gamma\Delta\gamma^{-1}:\xi,\gamma\in\Gamma\}\cup\{\xi(G\cap T):\ \xi\in\Gamma, G\in\mathfrak{G}\}$ is an incidence group, isomorphic to the semi-direct product of Δ and T.

Moreover if $(T,\mathfrak{L},\cdot)$, where $\mathfrak{L}:=\{G\cap T: G\in\mathfrak{G}\}$, is fibered $(\Gamma,\mathfrak{K},\cdot)$ is also fibered; then if the parallelism in $\mathfrak{K}$ is defined by means of: $\forall A,B\in\mathfrak{K}\quad A\parallel B\ \Leftrightarrow\ A^{-1}A=B^{-1}B$, the closure relation in $(\Gamma,\mathfrak{K},\parallel)$ defined by means of the sub-incidence-groups of $(\Gamma,\mathfrak{K},\cdot)$ and their cosets, coincides with the one defined by means of the subspaces closed under parallelism. In this case we have:

Theorem 2. $(\Gamma,\mathfrak{K},\parallel)$ is an exchange space with dimension $n>2$, iff:

(i) $(T,\mathfrak{L},\cdot)$ is commutative and an exchange space of dimension $(n-1)$,

(ii) $\forall\delta\in\Delta,\ \forall\Lambda\in\mathfrak{L}(1):\ \delta\Lambda\delta^{-1}=\Lambda$.

J. MISFELD:

Zum Vervollständigungsproblem für lateinische Quadrate

Löscht man in einem lateinischen Quadrat der Ordnung n (LQ(n)) m Eintragungen, so erhält man ein partielles lateinisches Quadrat der Ordnung n (PLQ(n,m)). Belegt man umgekehrt ein n^2-Schema mit m Elementen einer n-Menge, so daß in jeder Zeile und jeder Spalte jedes Element höchstens einmal eingesetzt wird, so entsteht

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

ein PLQ(n,m) . T. Evans stellte 1960 die Frage, unter welchen Bedingungen sich ein PLQ(n,m) zu einem LQ(n) vervollständigen läßt ("Vervollständigungsproblem").
Bisher sind hierfür im allgemeinen Fall nur notwendige Bedingungen bekannt (z.B. Giles, Oyama & Trotter 1977, Crux 1977, Oyama 1977). Es wurde über gemeinsam mit A. Südkamp erzielte Ergebnisse berichtet. Es wurde ein notwendiges und hinreichendes Kriterium mit Hilfe geeigneter gemeinsamer Vertretersysteme angegeben. Dieses Kriterium kann für die Vervollständigung von $PLQ(n,n^2-n)$ vereinfacht werden.

E.M. SCHRÖDER:

Aufbau metrischer Geometrie aus der Hexagrammbedingung

Die übliche spiegelungsgeometrische Kennzeichnung metrischer Geometrien findet ihre Grenzen bei Auftreten eines Radikals beliebiger Dimension. Deshalb ist es bemerkenswert, daß die Hexagrammbedingung eine von Dimension, Radikal, Witt-Index und Charakteristik unabhängige innergeometrische Lösung des Kennzeichnungsproblems ermöglicht, und zwar nicht nur für die "vollständigen" projektiv-metrischen Geometrien, sondern auch für entsprechende Teilstrukturen, wie sie unter spezielleren Voraussetzungen von Bachmann, Ewald, Karzel, Lingenberg, Nolte, Sperner und Smith studiert worden sind. Diesbezügliche Ergebnisse werden vorgestellt.

R.-H. SCHULZ

Zur Geometrie der Hughes-Thompson-Gruppen

1. Transversale Translationsstrukturen
Unter einer transversalen Translationsstruktur versteht man ein duales Netz mit regulärer Automorphismengruppe T der Eigenschaft $b = b^g \vee b \cap b^g = \emptyset$ für alle Blöcke b und alle $g \in T$.
Unter anderen lassen sich diejenigen unter diesen Strukturen beschreiben, die als Translationsgruppe eine Hughes-Thompson-Gruppe (HT(p)) besitzen, also eine Gruppe T, die weder p-Gruppe noch Frobeniusgruppe ist und für die die Untergruppe $H = H_p(T)$, die von den Elementen der Ordnung ungleich p erzeugt wird, den Index p in T hat.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

Die Untergruppen der Ordnung p, die nicht in H liegen, und ihre Nebenklassen bilden eine transversale Translationsstruktur mit zu T isomorpher Translationsgruppe, - und dies sind bis auf Isomorphie alle Möglichkeiten in der betrachteten Situation (Schulz, Biliotti, Micelli).

2. Verallgemeinerte Inzidenzgruppen

Als Antwort auf einige im Tagungsbeitrag von M. Marchi gestellten Fragen geben wir folgende Konstruktion verallgemeinerter Inzidenzgruppen an: Sei Γ Hughes-Thompson-Gruppe mit $H = H_p(\Gamma)$ und $\Delta = \langle \delta_1 \rangle$ mit $\delta_1 \in \Gamma \setminus H$. Definiert man $\mathfrak{G} := \{\gamma_1\Delta \cup \gamma_2\Delta \mid \gamma_1\Delta \neq \gamma_2\Delta,\ \gamma_1,\gamma_2 \in \Gamma\}$, so ist $(\Gamma,\Delta,\mathfrak{G})$ verallgemeinerte Inzidenzgruppe mit auf Γ/Δ regulärer Untergruppe H.

Anmerkung: Ist $\Gamma = \mathfrak{S}_n$, $n \geq 5$ und $\Delta = \langle \delta \rangle$ mit $\delta \in \mathfrak{A}_n$, $\sigma(\delta) = p$, so ergibt eine ähnliche Konstruktion eine verallgemeinerte Inzidenzgruppe (ohne reguläre Teilmenge im Fall $p = 2$).

H. SIEMON:

Bemerkungen zu den Automorphismen von Kollineationsgruppen in affinen desarguesschen Ebenen

M. D'Angelo hat gezeigt (J. of Geometry 18 (1982)), daß die Automorphismengruppe der durch Schrägspiegelungen erzeugten Kollineationsgruppe einer affinen desarguesschen Ebene der Charakteristik $\neq 2$ isomorph zur vollen Kollineationsgruppe Γ ist. Die dabei verwendete Methode läßt sich anpassen an den Fall, daß die Ebene $A(2,q)$, $q \equiv 3\ (4)$, euklidisch mit Orthogonalitätsrelation ohne isotropen Geraden und Konstante -1 ist. Sei C die Gruppe der Kongruenzabbildungen, M die der Bewegungen, M' die durch Punktspiegelungen erzeugte Gruppe. Dann gilt $\mathrm{Aut}\ C \cong \mathrm{Aut}\ M \cong \tilde{\Sigma}\cdot\Gamma^*$. Dabei ist Σ die Ähnlichkeitsgruppe, $\tilde{\Sigma}$ die erweiterte Ähnlichkeitsgruppe, $\tilde{\Sigma} = \langle \Sigma,\Psi,\theta \rangle$, Ψ, θ das Erzeugnis der Quasispiegelungen resp. Quasidrehungen (cf. Siemon, J. of Geometry 23 (1984)), und Γ^* ist die durch Körperautomorphismen induzierte Kollineationsgruppe. Man hat weiter $\mathrm{Aut}\ M' \cong A_{2\alpha,p}$ (Gruppe der affinen Abbildungen im affinen Raum der Dimension 2α über

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

$GF(p)$, $q = p^{\alpha}$). Ferner läßt sich zeigen
$\mathrm{Aut}\ DS \cong \mathrm{Aut}\ \Sigma \cong \mathrm{Aut}\ \tilde{\Sigma} \cong \mathrm{Aut}\ \Psi^* \cong \mathrm{Aut}\ \theta^* \cong \mathrm{Aut}\ C$, $\Psi^* \cong \Psi \cdot T$, $\theta^* \cong \theta \cdot T$,
DS Gruppe der Drehstreckungen. Außerdem gilt in desarguesschen Ebenen der Charakteristik $\neq 2$ mit Dil als Gruppe der Dilatationen und A als Gruppe der affinen Abbildungen: $\mathrm{Aut}\ \mathrm{Dil} \cong \mathrm{Aut}\ A \cong \Gamma$.
Ist die Automorphismengruppe des zugrundeliegenden Körpers kommutativ, dann gilt $\mathrm{Aut}\ \Gamma \cong \Gamma$ (die beiden letzten Automorphien gelten auch für Charakteristik 2 (H. Mäurer)). Es wird die Vermutung $\mathrm{Dil} \leq U \leq \Gamma \Rightarrow \mathrm{Aut}\ U \cong \Gamma$ diskutiert.

H. SIEMON:

Das Josephus-Problem

n Elemente einer Menge M seien von 1 bis n numeriert. Man zählt beim Punkt mit der Nummer 1 beginnend in der Reihenfolge der Nummern und über den Punkt mit der Nummer n hinaus zyklisch jeweils bis d, wobei alle Punkte, auf die die Zahl d fällt, von der weiteren Zählung ausgeschlossen werden. Es ist die Nummer $f(n,d,e)$ des Punktes zu bestimmen, der an e-ter Stelle, $1 \leq e \leq n$ ausscheidet.
Es wird auf die lange Geschichte dieses "Josephus-Problems" eingegangen und es werden Arbeiten von Schubert und Busche (Math. Ann. 47, 1896) erörtert. Die dabei wesentliche Rekursionsformel $f(n+1,d,e+1) = r$, $r \equiv f(n,d,e)+d \mod (n+1)$, $0 < r \leq n+1$, wird sehr einfach bewiesen und gezeigt, daß schon Euler diesen einfachen Beweis besessen hat (Observationes Circa Novum et Singulare Progressionum genus. Novi Comment. Acad. Petrop. XX, 1775). Für die Arbeiten von Schubert und Busche wird ein einfacher Zugang vorgestellt.

K. SÖRENSEN:

Euklidische Geometrie und Kombinatorik

An zwei Beispielen wurde gezeigt, wo die Voraussetzung der Endlichkeit eine Rolle in der euklidischen Geometrie spielt:
1) Es wurden drei einfache Forderungen an die Kongruenz von Punktepaaren gestellt, die z.B. in allen absoluten nicht-elliptischen Ebenen erfüllt sind. Unter der zusätzlichen Voraussetzung der

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft
©

Endlichkeit charakterisieren diese Forderungen aber schon die endlichen euklidischen Ebenen.

2) Bekanntlich gibt es keine endlichen euklidischen Räume, deren Dimension größer als 2 ist. Es wurde gezeigt, daß auch die pseudo-affinen Räume, die durch Hall-Tripel-Systeme definiert werden, nicht zu euklidischen Räumen gemacht werden können.

H. WEFELSCHEID:

Durch Involutionen erzeugte scharf 3-fach transitive Gruppen

Ist $(F,+,\cdot,\sigma)$ ein KT-Fastkörper (d.h. $(F,+,\cdot)$ ist ein Fastkörper, σ ein involutorischer Automorphismus von $(F^*,\cdot)$ der $\sigma(1+\sigma(x)) = 1-\sigma(1+x) \quad \forall x \in F\setminus\{0,-1\}$ erfüllt) dann operieren die Abbildungen von $\overline{F}$ auf $\overline{F} := F \cup \{\infty\}$ der Form

$$\alpha : \begin{cases} x \longrightarrow a+mx \\ \infty \longrightarrow \infty \end{cases} \qquad \beta : \begin{cases} x \longrightarrow a+m\sigma(b+x) \\ \infty \longrightarrow a \\ -b \longrightarrow \infty \end{cases}$$

scharf 3-fach transitiv auf $\overline{F}$.

Ob sich jede solche Gruppe G in dieser Form darstellen läßt, ist bisher nur in Teilfällen bekannt: (z.B. bei $|G| < \infty$, bei char $G = 3$, bei char $G \equiv 1 \pmod 3$).

Über scharf 3-fach transitive Gruppen G , die von der Menge $J := \{\gamma \in G \mid \gamma^2 = \mathrm{id.},\ \gamma \neq \mathrm{id}\}$ ihrer Involutionen erzeugt werden, kann man folgendes sagen:

(1) (M. Hille) $G = J^2 \quad \Leftrightarrow \quad G \cong PGL(2,K)$

(2) $G = J^3 \quad \Leftrightarrow$ G kann dargestellt werden durch Transformationen der Form α und β eines planaren KT-Fastkörpers F , der zusätzlich $S\cdot S = F^*$ erfüllt mit $S = \{m \in F^* \mid m\,\sigma(m) = 1\}$

Bemerkung: Es gibt auch scharf 3-fach transitive Gruppen G , die nicht von J erzeugt werden (z.B. die nichtprojektiven endlichen). Die Relevanz des Satzes (2) läßt sich durch eine umfangreiche Klasse von Beispielen mit $G = J^3 \neq J^2$ belegen.

K.E. WOLFF:

Punkt-stabile Inzidenzstrukturen

Die Charakterisierung der zusammenhängenden regulären Graphen (von HOFFMAN) und der partial-geometrischen Inzidenzstrukturen

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

(PGI) (von BOSE, BRIDGES, SHRIKHANDE) und eine Klassifizierung der 1-Pläne (von NEUMAIER) führte den Autor zur Einführung der punkt-stabilen Inzidenzstrukturen ($AA^TJ = JAA^T$, A die $v \times b$-Inzidenzmatrix, J die "Überall-Eins-Matrix") und der semi-partial-geometrischen Inzidenzstrukturen ($(AA^T - \rho E)A = J_{v,1}(t_1, \dots, t_b)$, E die Einheitsmatrix). Mit diesen Begriffen lassen sich nicht nur die oben erwähnten Sätze verallgemeinern, sondern auch die Ergebnisse von BRUCK, BOSE u.a. über "Pseudo-PGI-Multigraphen" und die Ungleichungen von MULLIN, VANSTONE (für (r,λ)-Pläne, von FISHER (für 2-Pläne), von HANANI (für Transversal-Pläne) und von CONNOR, MAJUMDAR, SHAH, AGRAWAL (für die Schnittzahlen von Blöcken in 1-Plänen). Abschließend bemerken wir, daß sowohl die im verallgemeinerten HOFFMAN-Theorem als auch die im Ergodensatz auftretenden Projektionsmatrizen die Matrizen der "Kern-Projektion" auf den Eigenraum des PERRON-FROBENIUS-Eigenwertes sind.

H. ZEITLER:

Ein Problem von ERDÖS

1. Problemstellung

Vollständige Bögen in $STS(v)$ werden ERDÖS-Mengen genannt.
Problem: Wie groß sind die maximale und die minimale Kardinalität

$\beta_{max}(v)$ und $\beta_{min}(v)$ von ERDÖS-Mengen in $STS(v)$?

2. $\beta_{max}(v)$ (SCHÖNHEIM-SAUER, 1969)

$$\beta_{max}(v) = \frac{1}{2}(v+1) \quad \text{für alle} \quad v \in HSTS$$

$$\beta_{max}(v) = \frac{1}{2}(v-1) \quad \text{für alle} \quad v \in RSTS$$

mit HSTS: $v = 7, 15 + 12n$, RSTS: $v = 9, 13 + 12n$ und $n \in \mathbb{N}_0$.
Der Beweis wird geführt unter Verwendung des Begriffs Knotenoval und reguläres Oval.

3. $\beta_{min}(v)$

Das Ergebnis $\beta_{min}(v) \geq \sqrt{2v}$ (ERDÖS-HAJNAL, 1973) erweist sich für $v = 15$ als falsch. Es wird durch Konstruktion $\beta_{min}(15) = 5$ gezeigt.

Berichterstatter: H. Karzel und H. Siemon

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

©

Tagungsteilnehmer

Prof. Dr. A. Barlotti
Via Cairoli 72

I-50134 Florenz, Italien

Prof. Dr. A. Beutelspacher
FB 17 - Math. der Universität
Saarstr. 21

6500 Mainz

Prof. Dr. A.A. Bruen
Dept. of Mathematics
University of Western Ontario

London, Ontario, Canada

Prof. Dr. A. Herzer
FB 17 - Math. der Universität
Saarstr. 21

6500 Mainz

Prof. Dr. H. Hotje
Inst. f. Mathematik der Univ.
Welfengarten 1

3000 Hannover 1

Prof. Dr. H. Karzel
Math. Inst. der TU München
Arcisstr. 21

8000 München 2

Dr. G. Kist
Math. Inst. der TU München
Arcisstr. 21

8000 München 2

Prof. Dr. H. Mäurer
FB Math., TH Darmstadt
Schloßgartenstr. 7

6100 Darmstadt

Prof. Dr. M. Marchi
Univ. Catt. del Sacro Cuore
Fac. di Scienze Matematiche
Via Trieste 17

I-2510 Brescia, Italien

Prof. Dr. J. Misfeld
Inst. für Mathematik
Technische Universität
Welfengarten 1

3000 Hannover 1

Prof. Dr. E. Schröder
Schulstr. 9

2409 Pansdorf

Prof. Dr. R.-H. Schulz
II. Math. I st. FU Berlin
Königin-Luise-Str. 24-26

1000 Berlin 33

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft
©

Prof. Dr. H. Siemon
FB III - Pädagogische Hochschule
Reute Allee

7140 Ludwigsburg

Prof. Dr. H. Wefelscheid
Wolfsbachweg 8

4300 Essen 1

Prof. Dr. K. Sörensen
Math. Inst. der TU München
Arcisstr. 21

8000 München 2

Dr. K.E. Wolff
Fachhochschule Darmstadt
Schöfferstr. 3

6100 Darmstadt

Prof. Dr. K. Strambach
Math. Inst. der Universität
Bismarckstr. 1 1/2

8520 Erlangen

Prof. Dr. H. Zeitler
Math. Inst. der Universität
Universitätsstr. 30

8580 Bayreuth

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft
©