MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT OBERWOLFACH

Tagungsbericht 14/1986

Die Beilinson-Vermutung

6.4. bis 12.4.1986

Die Tagung fand unter der Leitung von Herrn Prof. Schneider (Köln) und Herrn Prof. Rapoport (Heidelberg) statt.
In den ersten Vorträgen wurde die Beilinson-Vermutung formuliert und auf die Spezialfälle eingegangen, die schon früher als Vermutungen von Stark, Gross, Deligne und Tate bekannt waren. Im Mittelpunkt der Arbeitsgemeinschaft stand der Beweis der Beilinson-Vermutung für elliptische Kurven über $\mathbb{Q}$ mit komplexer Multiplikation und für Modulkurven. Da die Beweise für diese Spezialfälle in der Literatur nur angedeutet sind, mußten die Vortragenden viele Beweise selbst erarbeiten.

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

Vortragsauszüge

N. Klingen (Köln): Werte Artinscher L-Funktionen

In diesem Vortrag wurde über die Stark und Gross-Vermutung berichtet. Diese besagen, daß der führende Term $L(-m,\chi)^*$ der Taylorentwicklung Artinscher L-Funktionen $L(s,\chi)$ an negativen ganzen Stellen folgende Form hat:

$$L(-m,\chi)^* = A_m(\chi)R_m(\chi) \qquad (m \geq 0) \quad .$$

Dabei ist der Regulator $R_m(\chi)$ eine komplexe Determinante, deren Reihenzahl die Nullstellenordnung $r_m(\chi)$ von $L(s,\chi)$ bei $s=-m$ ist, und die Vermutung lautet:

$$A_m(\chi)^\sigma = A_m(\chi^\sigma) \quad \text{für alle } \sigma \in \mathrm{Aut}(\mathbb{C}) \; .$$

In die Definition der höheren Regulatoren $R_m(\chi)$ geht Borel's Verallgemeinerung des Dirichletschen Einheitensatzes ein.

Abschließend wurde über die bisher bewiesenen Fälle der Gross-Vermutung berichtet; diese umfassen:

$r_m(\chi) = 0$ (Siegel) und im Fall $m=0$ (Stark-Vermutung): χ rationalwertig oder χ abelsch zu einer imaginär-quadratischen Erweiterung von $\mathbb{Q}$.

F. Herrlich (Bochum): L-Funktionen zu Varietäten

Zu einer glatten projektiven Varietät X über einem Zahlkörper K und einer ganzen Zahl i zwischen Null und 2·dim X wird die L-Funktion $L(s) := L(H^i(X),s)$ als ein Eulerprodukt über die Stellen von K definiert, das für $\mathrm{Re}(s) > 1+\frac{i}{2}$ absolut konvergiert.

An den endlichen Stellen nimmt man das charakteristische Polynom der Frobeniusabbildung und an den unendlichen Stellen ein Produkt von Γ-Faktoren.

Es wird vermutet:

1. $L(s)$ besitzt eine meromorphe Fortsetzung auf $\mathbb{C}$ mit höchstens einem Pol in $s = 1+\frac{i}{2}$.

2. Es gilt eine Funktionalgleichung $s \longmapsto 1+i-s$.

Schließlich wird unter Voraussetzung der Funktionalgleichung gezeigt, daß für $m \in \mathbb{Z}$, $m < 0$ die Nullstellenordnung von $L(s)$ in $s=m$ gerade die Dimension des $(-1)^m$-Eigenraumes des Frobenius F_∞ im Unendlichen in $H^i(X(\mathbb{C}),\mathbb{C})$ ist.

M. Heep, U. Weselmann (Bonn):

Die Periodenvermutung von Deligne

Für ein homogenes Motiv M über $\mathbb{Q}$, bei dem F_∞ auf dem eventuell existierenden $H^{p,p}(M)$ skalar operiert, definiert Deligne eine Periode $c^+(M) \in \mathbb{R}^\times/\mathbb{Q}^\times$ durch den Vergleich der Betti- und de Rham - rationalen Strukturen.

Ein Motiv M heißt kritisch, falls weder $L_\infty(M,s)$, noch $L_\infty(\check{M},1-s)$ bei $s=0$ einen Pol haben, wobei $\check{M}$ das zu M duale Motiv bezeichnet.

Deligne vermutet für kritische Motive M:

$$\frac{L(M,0)}{c^+(M)} \in \mathbb{Q} .$$

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

Diese Vermutung wurde von Beilinson für nicht notwendig kritische Motive verallgemeinert, siehe den Vortrag von C.-G. Schmidt.

H. Esnault (Bonn), E. Viehweg (Essen): Deligne-Kohomologie

Die Deligne-Kohomologie wurde eingeführt in folgendem Rahmen:

- X analytisch und glatt über $\mathbb{C}$,
- X quasi-projektiv und glatt über $\mathbb{R}$ mit glatter Kompaktifizierung $\overline{X}$, so daß $\overline{X}$-X Divisor mit transversalen Schnitten ist,
- X glattes simpliziales Schema,
- X quasi-projektiv und glatt über $\mathbb{R}$, hier ist der definierende Komplex algebraisch.

Für die Deligne-Kohomologie wurde ein Cup-Produkt, eine Zykelabbildung und Chernklassen definiert. Dabei besteht ein enger Zusammenhang zwischen der Zykelabbildung und der mittleren Jacobischen von Griffiths.

Beispiele

1. (Bloch, Deligne, Beilinson) Für eine Riemannsche Fläche X definiert man die Regulatorabbildung

$$K_2(X) \longrightarrow H^2_{\mathcal{D}}(X,\mathbb{R}(2))$$

als Produkt von $H^1_{\mathcal{D}}(X,\mathbb{R}(1))$ mit sich selbst und über die Faktorisierung dieses Produktes über $K_2(X)$ nach Matsumotos Satz.

2. Auswertung des Produktes mit $\mathbb{R}$-Koeffizienten auf Kurven.

W. Singhof (Köln): Wiederholung zur K-Theorie

Die grundlegenden Begriffe zur K-Theorie wurden in Erinnerung gerufen:

Plus-Konstruktion, K-Gruppen von Ringen, von exakten Kategorien und von noetherschen separierten Schemata. Einige wichtige Eigenschaften wie z.B. die Lokalisierungssequenz, die Homotopieinvarianz, der Trick von Jouanolou wurden formuliert und ihre Beweise angedeutet.

W.K. Seiler (Mannheim): Adams-Operationen

Die Formalisierung der Eigenschaften der äußeren Potenzen führt zum Begriff des λ-Rings. In solchen λ-Ringen lassen sich rein algebraisch Chern-Klassen definieren (γ-Operatoren), sowie gewisse Homomorphismen, die Adams-Operationen. Deren Eigenräume sind im klassischen Fall die gradzahligen Kohomologiegruppen. Auch im allgemeinen Fall ist jeder (augmentierte) λ-Ring Summe der Eigenräume von Adams-Operationen.

Abschließend wird gezeigt, daß auch die Quillensche K-Theorie eine λ-Ringstruktur hat und somit in Eigenräume von Adams-Operationen zerfällt. Diese heißen die absoluten Kohomologiegruppen.

S. Kosarew (Göttingen): Der Cherncharakter

Für quasi-projektive glatte Schemata X über $\mathbb{C}$ wird ein Cherncharakter

$$ch_{\mathcal{D}} : K_i(X) \longrightarrow \coprod_{j \geq 0} H_{\mathcal{D}}^{2j-i}(X, \mathbb{Q}(j)) \quad \text{definiert.}$$

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

Der Cherncharakter wird zunächst für affine X konstruiert. Mit Hilfe der Tricks von Jouanolou und der Homotopieinvarianz von K_i und $H^i_{\mathcal{D}}$ überträgt man diese Konstruktion auf den allgemeinen Fall.

Als wichtigste Eigenschaft von $ch_{\mathcal{D}}$ zeigt man, daß der Cherncharakter mit den Adams-Operationen und dem Cup-Produkt vertauscht. Für den Beweis dieser Eigenschaft benutzt man äquivariante Chernklassen von Darstellungen in der Deligne-Kohomologie und eine Beschreibung der Multiplikation in $K.(X)$.

C.-G. Schmidt (Bonn): <u>Die Beilinson-Vermutungen</u>

Für eine projektive glatte Varietät X über $\mathbb{Q}$ und ganze Zahlen i, m, n mit $m < \frac{i+1}{2}$, $i \geq 0$ und $n = i+1-m$ ist die $\mathbb{R}$-Dimension der Deligne-Kohomologie $H^{i+1}_{\mathcal{D}}(X_{/\mathbb{R}}, \mathbb{R}(n))$ gleich der Nullstellenordnung von $L(H^i(X),s)$ in $s=m$. Unter gewissen Annahmen über ein Modell $X_{\mathbb{Z}}$ von X werden die absoluten Kohomologiegruppen $H^i_A(X_{\mathbb{Z}}, \mathbb{Q}(j))$ und die Regulatorabbildungen

$$r_{m,i} : H^{i+1}_A(X_{\mathbb{Z}}, \mathbb{Q}(n)) \longrightarrow H^{i+1}_{\mathcal{D}}(X_{/\mathbb{R}}, \mathbb{R}(n)) \quad \text{für } m < \frac{i}{2}$$

beziehungsweise

$$r_{\frac{i}{2},i} : H^{i+1}_A(X_{\mathbb{Z}}, \mathbb{Q}(\tfrac{i}{2}+1)) \oplus [N^{\frac{i}{2}}(X) \otimes \mathbb{Q}] \longrightarrow H^{i+1}_{\mathcal{D}}(X_{/\mathbb{R}}, \mathbb{R}(\tfrac{i}{2}+1))$$

definiert. Dabei bezeichnet $N^i(X)$ die Chowgruppe der j-codimensionalen Zykeln auf X modulo homologischer Äquivalenz. Auf $N^i(X)$ ist der Regulator die gewöhnliche Zykelabbildung. Die Beilinson-Vermutungen behaupten:

1. $r_{m,i}$ ist injektiv und definiert eine $\mathbb{Q}$-Struktur auf $H_{\mathcal{D}}^{i+1}(X_{/\mathbb{R}},\mathbb{R}(n))$,

2. $\mathrm{ord}_{s=j} L(H^{2j}(X),s) = \dim_{\mathbb{Q}} H_A^{2j+1}(X_{\mathbb{Z}},\mathbb{Q}(j+1))$,

3. $\mathrm{ord}_{s=j+1} L(H^{2j}(X),s) = -$ Rang $N^j(X)$,

4. Der Regulator $c(H^i(X),m)$ ist der führende Koeffizient von $L(H^i(X),s)$ in $s=m$ modulo $\mathbb{Q}^{\times}$.

G. Tamme (Regensburg): Absolute Kohomologie und der Satz von Riemann-Roch

Für quasiprojektive Schemata X über einem Körper k werden die absoluten Kohomologiegruppen $H_A^p(X,j)$ sowie für glatte X die absoluten Kohomologiegruppen $H_{A,Y}^p(X,j)$ mit Träger in $Y \subset X$ definiert, indem man die Adams-Operationen benutzt.

Der Riemann-Rochsche Satz in der Formulierung von Baum, Fulton und MacPherson für $f_* : K_o'(X) \longrightarrow K_o'(Y)$ wird auf höhere K'-Gruppen verallgemeinert.
Kernstück dieses Satzes ist der Riemann-Roch-Morphismus

$$\tau_p : K_p'(X) \longrightarrow H_A^{2j-p}(X,j) \quad ,$$

der eine natürliche Transformation zweier kovarianter Funktoren auf der Kategorie der quasiprojektiven Schemata über k mit eigentlichen Morphismen ist.
Die absoluten Homologiegruppen $H_p^A(X,j)$ zusammen mit dem Cupprodukt

$$H_{A,Y}^p(X,i) \times H_q^A(X,j) \longrightarrow H_{q-p}^A(Y,j-i)$$

erfüllen die Axiome von Bloch und Ogus einer Kohomologie-Homologie-Theorie mit Poincaré-Dualität.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

U. Stuhler (Wuppertal): Borel-Regulator und Beilinson-Regulator

Der Beilinson-Regulator wird wie folgt definiert:
Betrachte den Morphismus $\phi : BGL_N(\mathbb{C}) \times \operatorname{Spec} \mathbb{C} \longrightarrow BGL_{N/\mathbb{C}}$
und die Chernklassen $[c_i]_{\mathcal{D}} \in H^{2i}_{\mathcal{D}}(BGL_{N/\mathbb{C}}, \mathbb{R}(i))$.

Wegen $H^{2i}_{\mathcal{D}}(BGL_N(\mathbb{C}) \times \operatorname{Spec}(\mathbb{C}), \mathbb{R}(i)) \simeq H^{2i-1}_{B}(BGL_N(\mathbb{C}), \mathbb{R}(i-1))$

$$\simeq H^{2i-1}(GL_N(\mathbb{C}), \mathbb{R}(i-1))$$

erhalten wir eine Klasse $\phi^*[c_i]_{\mathcal{D}} \in H^{2i-1}(GL_N(\mathbb{C}), \mathbb{R}(i-1))$

und damit in der K-Theorie eine Abbildung $K_{2i-1}(\mathbb{C}) \longrightarrow \mathbb{R}(i-1)$.

Für den Borel-Regulator betrachtet man die kanonische Abbildung

$$H^{2i-1}_{\mathrm{Cont}}(GL_N(\mathbb{C}), \mathbb{R}(i-1)) \xrightarrow{\psi^*} H^{2i-1}(GL_N(\mathbb{C}), \mathbb{R}(i-1)) .$$

Durch die Beschreibung als Liealgebra-Kohomologie erhält man kanonische Klassen $v_i \in H^{2i-1}_{\mathrm{Cont}}(GL_N(\mathbb{C}), \mathbb{R}(i-1))$ und somit den Borel-Regulator $\psi^*(v_i)$.

Beilinson zeigt die Übereinstimmung dieser beiden Regulatoren. Dabei machte der Vortragende auf eine Lücke am Ende des Beweises aufmerksam (p. 2o55, letztes kommutatives Diagramm: $\Omega^*[-1] \longrightarrow \mathbb{R}(i)_{\mathcal{D}}$ und

$c_i \notin \operatorname{Im} H^{2i}(\Omega^*[-1] \longrightarrow H^{2i}(\mathbb{R}(i)_{\mathcal{D}}))$).

J. Neukirch (Regensburg): <u>Die Beilinson-Vermutung für Dirichlet-Reihen</u>

Ist $F = \mathbb{Q}(\zeta)$ mit $\zeta = e^{2\pi i/N}$ und $X = \mathrm{Spec}\ (F)$, so kann man die absolute und die Deligne-Kohomologie von X nach der Operation der Galoisgruppe $\mathrm{Gal}(F/\mathbb{Q})$ zerlegen. Nach Borel ist die Regulatorabbildung auf den isotypischen Komponenten ein Isomorphismus:

$$r_{\mathcal{D}} : H^1_A([\chi],\mathbb{Q}(n)) \otimes \mathbb{R} \longrightarrow H^1_{\mathcal{D}}([\chi]_{\mathbb{R}},\mathbb{R}) \text{ , wobei}$$

χ ein Charakter von $\mathrm{Gal}(F/\mathbb{Q})$ ist.

Zu der Funktion $f = \prod_{j=1}^{2^{n-2}} (1-\zeta \prod_{i=1}^{n-1} t_i^{a_{ij}}) / (1-\zeta \prod_{i=1}^{n-1} t_i^{b_{ij}})$

konstruiert man ein Symbol $\{f;t_1,\ldots,t_{n-1}\}$, das unter $r_{\mathcal{D}}$ in eine Kohomologieklasse der relativen Deligne-Kohomologie abgebildet wird. Da diese Klasse durch die Differentialform

$$\log f \,.\, d\log t_1 \wedge \ldots \wedge d\log t_n$$

repräsentiert wird, unterscheidet sich $r_{\mathcal{D}}(\{f;t_1,\ldots,t_{n-1}\})$ von einem rationalen Basisvektor von $H^1_{\mathcal{D}}([\chi]_{\mathbb{R}},\mathbb{R})$ nur um das Integral

$$\int_Z \log f \,.\, d\log t_1 \wedge \ldots \wedge d\log t_n \quad .$$

Dieses Integral ist im wesentlichen der Wert $L'(\chi,1-n)$. Damit ist die Beilinson-Vermutung für Dirichlet-Reihen, die schon vorher als Gross-Vermutung benannt war, vollständig bewiesen.

Ch. Deninger, K. Wingberg (Regensburg): Die Beilinson-Vermutungen bei s=0 für elliptische Kurven mit CM über $\mathbb{Q}$

Ziel des Vortrages war der Beweis des folgenden Satzes:
Es sei $\bar{X}_{/\mathbb{Q}}$ elliptische Kurve mit CM, $L(\bar{X},s)$ ihre L-Funktion. Betrachte

$$\begin{array}{ccc} H^2_{\mathcal{D}}(\bar{X}_{/\mathbb{R}},\mathbb{R}(2)) & = & H^1(\bar{X}_{/\mathbb{R}},\mathbb{R}(1)) \\ \uparrow r_{0,1} & & \uparrow \\ H^2_{A}(\bar{X}_{/\mathbb{Z}},\mathbb{Q}(2)) & & H^1(\bar{X}_{/\mathbb{R}},\mathbb{Q}(1)) \end{array} ,$$

wobei $r_{0,1}$ die Regulatorabbildung bezeichnet. Dann gibt es ein $\psi \in H^2_A(\bar{X}_{/\mathbb{Z}},\mathbb{Q}(2))$ und ein $0 \neq \Phi \in H^1(\bar{X}_{/\mathbb{R}},\mathbb{Q}(1))$ mit

$$r_{0,1}(\psi) = L'(\bar{X},0) \cdot \Phi \quad .$$

Mit Fourier-Analysis wurde zunächst gezeigt:

$$< \omega,[\alpha,\beta]_{\mathcal{D}} > = - \sum_{\substack{\gamma\in\Gamma \\ x,y\in P(\mathbb{C})}}{}' \alpha_x\beta_y \frac{(y-x,\gamma)\bar{\gamma}}{|\gamma|^4} ,$$

wobei $P \subset \bar{X}$ abgeschlossen, $\alpha,\beta \in \mathbb{R}[P]^o$ = (Zykel vom Grad 0 auf P) $\otimes \mathbb{R}$,
$\omega \in \Omega^1(\bar{X}/\mathbb{R})$ normiertes Differential mit Periodengitter Γ,
$(,) : \mathbb{C}_{/\Gamma} \otimes \Gamma \longrightarrow U(1)$ die Pontrjagin-Paarung und
$[\alpha,\beta]_{\mathcal{D}} \in H^2_{\mathcal{D}}(\bar{X},\mathbb{R}(2))$ ein kanonisches Element zu α und β bezeichnet.
Damit kann man obigen Satz zu

$$< \omega_{\mathbb{Q}},r_{0,1}(\psi) > \equiv L'(\bar{X},2) \bmod \mathbb{Q} \quad \text{umformulieren,}$$

wobei $\omega_{\mathbb{Q}} \in \Omega^1(\bar{X}/\mathbb{R})$ mit $\int_{\bar{X}(\mathbb{R})^o} \omega_{\mathbb{Q}} \in \mathbb{Q}^{\times}$ ist.

Es sei K der CM-Körper und ϕ der Heckecharakter mit $L(\bar{X}_{/\mathbb{Q}},s) = L(\phi,s)$, dann bekommt man

$$L(\bar{X}_{/\mathbb{Q}},s) \equiv \frac{\pi^2}{\Omega_{/\mathbb{R}}} \sum_{\gamma\in\Gamma} \sum_{x\in_\nu \bar{X}(\mathbb{C})} \chi\left(\frac{\bar{\nu}}{\Omega}\, x\right) \frac{(x,\gamma)\bar{\gamma}}{|\gamma|^4} \mod \mathbb{Q}^\times ,$$

wobei $\Omega_{\mathbb{R}} = \int_{\bar{X}(\mathbb{R})^\circ} \omega \in \Gamma \cap \mathbb{R}$; $\Gamma = \Omega \mathcal{O}_K$; $\Omega_{\mathbb{R}} = h\Omega$; $\nu = |f|^2 h$

und (f) der Führer von $\phi(\alpha) = \chi(\alpha) \cdot \bar{\alpha}$; $\chi : (\mathcal{O}_K/(f))^\times \to \mu_K$ ist.
Als Zwischenergebnis wurde bewiesen:

$L'(\phi,0) \equiv \langle \omega_Q, [\alpha,\beta]_{\mathcal{D}} \rangle$, wobei die $\mathbb{Q}$-rationalen Divisoren α und β folgendermaßen gegeben sind:

$$\alpha = \sum_{\substack{x\in P(\mathbb{C})\\ x\neq 0}} \frac{1}{\nu\bar{\nu}}\, x - \left(1 - \frac{1}{\nu\bar{\nu}}\right) \cdot 0 \quad \text{und} \quad \beta = \sum_{x\in P(\mathbb{C})} \beta(x\bar{\chi}(x))$$

mit $\beta(y) = -0+y$ und einem abgeschlossenen $\mathbb{Q}$-Unterschema P von $\bar{X}$, so daß $P\times_{\mathbb{Q}}K$ das Schema der ν-Teilungspunkte von $\bar{X} \times_{\mathbb{Q}} K$ ergibt.

In einem weiteren Schritt wurde $[\alpha,\beta]_{\mathcal{D}}$ als Bild eines Elementes aus $H^2_A(\bar{X},\mathbb{Q}(2))$ unter der Regulatorabbildung identifiziert.

Es gibt eine Paarung $\{,\}_A$:

$$\begin{tikzcd} \Lambda^2\mathbb{Q}[P]^\circ \arrow[r] \arrow[dr, "{[\,,\,]_{\mathcal{D}}}"'] & H^2_A(\bar{X},\mathbb{Q}(2)) \arrow[d, "r_{\mathcal{D}}"] \\ & H^2_{\mathcal{D}}(\bar{X}_{/\mathbb{R}},\mathbb{R}(2)) \end{tikzcd} ,$$

die obiges Diagramm kommutativ macht.
Zur Vollendung des Beweises zeigt man, daß für elliptische Kurven mit potentiell guter Reduktion

$H^2_A(\bar{X}_{\mathbb{Z}},\mathbb{Q}(2)) = H^2_A(\bar{X},\mathbb{Q}(2))$ gilt.

Abschließend wurden die Relationen von Bloch und Grayson zwischen $L(\bar{X},s)$ für eine elliptische Kurve $\bar{X}$ über $\mathbb{Q}$ ohne CM und Eisenstein-Kronecker-Lerch-Reihen diskutiert und gezeigt, wie diese im Einklang mit der Beilinson-Vermutung steht.

N. Schappacher (Göttingen), A. Scholl (Durham):
Die Beilinson-Vermutung für Modulkurven

Es sei $\bar{M}_{K/\mathbb{Q}}$ eine Modulkurve vom Geschlecht g, kompaktifiziert durch die Spitzen $M_K^\infty = \bar{M}_K - M_K$. Nach dem Satz von Manin und Drinfeld liefern modulare Einheiten $f,g \in \mathcal{O}^*(M_K)$, das sind meromorphe Funktionen auf $\bar{M}_K$ mit Polen/Nullstellen höchstens in den Spitzen, die über $\mathbb{Q}$ definiert sind, Elemente $\{f,g\} \in K_2^{(2)}(\bar{M}_K) \otimes \mathbb{Q}$. Mehr solcher Symbole erhält man von höherem Niveau: zu $\theta: M_{K'} \longrightarrow M_n$; $\theta_*: K_2(M_{K'})_{\mathbb{Q}} \longrightarrow K_2(M_K)_{\mathbb{Q}}$ setzt man $P_K := \bigcup_{K'\subset K} \theta_*\{\{f,g\} \mid f,g \in \mathcal{O}^*(M_{K'})\} \subset H_A^2(\bar{M}_K,\mathbb{Q}(2))$.

Theorem (Beilinson): (i) Die Regulatorabbildung

$$r_{0,1} : H_A^2(\bar{M}_K,\mathbb{Q}(2)) \longrightarrow H_B^1(\bar{M}_K(\mathbb{C}),\mathbb{R}(2))^+$$

liefert eine $\mathbb{Q}$-Struktur auf $r_{0,1}(P_K)$, bezüglich derer sich der Regulator als

$$c_{P_K}(H^1(\bar{M}_K),0) \underset{\mathbb{Q}^\times}{\sim} \lim_{s\to 0} s^{-g} \cdot L(\bar{M}_K,s)$$

berechnet.

(ii) $r_{0,1}(P_K) = r_{0,1}(P_K \cap H_A^2((\bar{M}_K)_{\mathbb{Z}},\mathbb{Q}(2)))$, wobei $(\bar{M}_K)_{\mathbb{Z}}$ ein reguläres Modell über $\mathbb{Z}$ bezeichnet.

Beilinsons Behauptung "$P_K \subset H_A^2((\bar{M}_K)_{\mathbb{Z}},\mathbb{Q}(2))$" mußte, da durch ein Gegenbeispiel widerlegt, zu (ii) modifiziert werden. Nach einer Reihe technischer Umformungen, die z.B. bewiesene Spezialfälle der Deligne-Vermutung für Modulformen und Dirichletcharaktere benutzen, wurde der Regulator mit dem Rankin-Trick berechnet.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

U. Jannsen (Regensburg): Die Hodge-$\mathcal{D}$-Vermutung

1. Die Deligne-Homologie $H_a^{\mathcal{D}}(X,b)$ eines analytischen Raumes X über $\mathbb{C}$ wurde in 3 Schritten definiert: zuerst für X glatt und eigentlich mit Hilfe von Strömen, dann für X glatt mit Kompaktifizierung und Auflösung von Singularitäten und schließlich für beliebige X mit kohomologischem Abstieg. $H_*^{\mathcal{D}}(X,*)$ und $H_{\mathcal{D}}^*(X,*)$ bilden eine Dualitätstheorie nach Bloch und Ogus zusammen mit einer Transformation

$$(\tau,ch) : (H_*^A(X,*),H_A^*(X,*)) \longrightarrow (H_*^{\mathcal{D}}(X,*),H_{\mathcal{D}}^*(X,*)) .$$

2. Aus Sätzen von Suslin über die K-Theorie von Körpern folgt, daß für $X_{/k}$ $H_a^A(X,b)$ Träger in Dimensionen $\leq$ a-b hat, d.h. jedes Element kommt von $H_a^A(Y,b)$ für ein abgeschlossenes $Y\subset X$ der Dimension $\leq$ a-b.

3. Die vermutete Surjektivität der Regulatorabbildung

$$\mathbb{R} \otimes H_A^i(X,j) \longrightarrow H_{\mathcal{D}}^i(X_{/\mathbb{R}},\mathbb{R}(j)) \quad \text{für } X_{/\mathbb{R}} \text{ glatt}$$

führt Beilinson wegen 2. auf die

Hodge-$\mathcal{D}$-Vermutung: Für $X_{/\mathbb{C}}$ glatt und projektiv und $2j > i$ hat $H_{\mathcal{D}}^i(X_{/\mathbb{R}},\mathbb{R}(j))$ Träger in Kodimension $\geq$ i-j .

Für i=2j-1 bedeutet dies, daß jede Klasse in $H_B^{2r}(X,\mathbb{R}(r))$ eine Linearkombination von Strömen der Form

$$\omega \longmapsto \sum_\alpha \int_{Y^{reg}} \log |f_\alpha| \, \omega_{/Y^{reg}} \quad \text{ist, wobei } Y \subset X$$

von der Kodimension r ist und (f_α) eine Familie von rationalen Funktionen auf Y mit $\sum_\alpha \operatorname{div}(f_\alpha) = 0$. Hierbei sind gerade die Singularitäten von Y entscheidend, sonst erhält man nur die gewöhnliche Zykelklasse von Y.

4. Abschließend wurde über die "absolute Hodge-Kohomologie" $H_{\mathcal{H}}^{*}(X,*)$ von Beilinson berichtet, die die Deligne-Kohomologie in einigen Punkten verbessert, sowie über einen Brief von Deligne an Soulé, in dem neben einer motivischen Deutung der Regulatorabbildung angegeben wird, wie man den Übergang zum dualen Motiv in der Beilinson-Vermutung vermeiden kann.

<u>Berichterstatter</u>: Ch. Klingenberg (Köln)

Tagungsteilnehmer

Dr.F.Arnold
Fakultät für Mathematik
Universität Karlsruhe
Englerstr. 2
75oo Karlsruhe

Dr.E.Gekeler
Mathematisches Institut
Wegelerstr. 1o
53oo Bonn 1

Dr.W.Bauer
Fachbereich Mathematik
Universität Regensburg
Universitätsstr. 31
84oo Regensburg

Prof.Dr.L.Gerritzen
Institut für Mathematik
Ruhr-Universität
Postfach 1o2148
463o Bochum 1

Prof.Dr.R.Berndt
Mathematisches Seminar
Universität Hamburg
Bundesstr. 65
2ooo Hamburg 13

Prof.Dr.G.Harder
Mathematisches Institut
Wegelerstr. 1o
53oo Bonn 1

Dr.Chr.Deninger
Fachbereich Mathematik
Universität Regensburg
Universitätsstr. 31
84oo Regensburg

Dipl.Math.Maria Heep
Mathematisches Institut
Wegelerstr. 1o
53oo Bonn 1

Dr.Hélène Esnault
Max-Planck-Institut
für Mathematik
Gottfried-Claren-Str. 26
53oo Bonn 3

Prof.Dr.H.Helling
Fakultät für Mathematik
Universität Bielefeld
Universitätsstr.
48oo Bielefeld 1

M.Flach
Hauptstr. 324 a
6236 Eschborn-Niederhöchstadt

Dr.F.Herrlich
Institut für Mathematik
Ruhr-Universität
Postfach 1o2148
463o Bochum

Prof.Dr.D.Husemoller
Max-Planck-Institut für
Mathematik
Gottfried-Claren-Str. 26

5300 Bonn 3

Dr.U.Jannsen
Fachbereich Mathematik
Universität Regensburg
Universitätsstr. 31

8400 Regensburg

Dr.E.Kani
Mathematisches Institut
Universität Heidelberg
Im Neuenheimer Feld 288

6900 Heidelberg

Prof.Dr.N.Klingen
Mathematisches Institut
Universität Köln
Weyertal 86-90

5000 Köln 41

Dipl.Math.Chr.Klingenberg
Mathematisches Institut
Universität Köln
Weyertal 86-90

5000 Köln 41

Prof.Dr.M.Knebusch
Fachbereich Mathematik
Universität Regensburg
Universitätsstr. 31

8400 Regensburg

Dr.S.Kosarew
Sonderforschungsbereich 170
- Geometrie und Analysis
Bunsenstr. 3-5

3400 Göttingen

Prof.Dr.R.Kottwitz
17, rue Bonaparte
F - 75006 Paris

Frankreich

Prof.Dr.R.MacPherson
Institut des Hautes Etudes
Scientifiques
35, Route de Chartres
91440 Bures-sur-Yvette

Frankreich

Dr.H.Maeda
Fakultät für Mathematik
Seminargebäude A 5
Universität Mannheim

6800 Mannheim

S.Maurmann
Max-Planck-Institut für
Mathematik
Gottfried-Claren-Str. 26

5300 Bonn 3

Prof.Dr.L.Miller
Fakultät für Mathematik
Universität Karlsruhe
Englerstr. 2

7500 Karlsruhe

Prof.Dr.J.P.Murre
Mathematisch Instituut
Rijksuniversiteit Leiden
Wassenaarseweg 80
Postbus 9512
2300 RA Leiden
Niederlande

Prof.Dr.J.Neukirch
Fachbereich Mathematik
Universität Regensburg
Universitätsstr. 31

8400 Regensburg

Prof.Dr.F.Oort
Mathematisch Instituut
35o8 TA De Uithof
Budapestlaan 6
Utrecht
Niederlande

Prof.Dr.H.Opolka
Mathematisches Institut
Universität Göttingen
Bunsenstr. 3-5

34oo Göttingen

Prof.Dr.B.Perrin-Riou
L.M.F. VER 48
Université Pierre et Marie Curie
4, place Jussieu
F - 7523o Paris Cedex o5

Frankreich

Dr.M.Piwek
Institut für Mathematik
Ruhr-Universität
Postfach 1o2148

463o Bochum

Prof.Dr.M. van der Put
Rijksuniversiteit Groningen
Subfaculteit Wiskunde en
Informatica
Postbus 8oo
97oo AV Groningen
Niederlande

Prof.Dr.M.Rapoport
Ecole normale supérieure
45, rue d'Ulm
F - 7523o Paris Cedex o5

Frankreich

Prof.Dr.J.Rohlfs
Mathematische Fakultät
Universität Eichstätt
Ostenstr. 26-28

8o78 Eichstätt

Dr.M.Rost
Fachbereich Mathematik
Universität Regensburg
Universitätsstr. 31

84oo Regensburg

Dr.N.Schappacher
Mathematisches Institut
Universität Göttingen
Bunsenstr. 3-5

34oo Göttingen

Dr.M.Schlichenmaier
Fakultät für Mathematik
Seminargebäude A 5
Universität Mannheim

68oo Mannheim

Dr. C.-G. Schmidt
Max-Planck-Institut für
Mathematik
Gottfried-Claren-Str. 26

53oo Bonn 3

Prof.Dr.P.Schneider
Mathematisches Institut
Universität Köln
Weyertal 86-9o

5ooo Köln 41

Prof.Dr.A.Scholl
University of Durham
Dept. of Mathematics
Science Laboratories
South Road
Durham, DH 1 3LE
England

Dr.W.K.Seiler
Fakultät für Mathematik
Seminargebäude A 5
Universität Mannheim

68oo Mannheim

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

Prof.Dr.W.Singhof
Fachbereich Mathematik
Universität Kaiserslautern
Erwin-Schrödinger-Str.

675o Kaiserslautern

Prof.Dr.U.Stuhler
Fachbereich Mathematik
Gesamthochschule Wuppertal
Gaußstr. 2o

56oo Wuppertal 1

Prof.Dr.G.Tamme
Fachbereich Mathematik
Universität Regensburg
Universitätsstr. 31

84oo Regensburg

Dr.J.Tilouine
Ueiversité de Paris-Sud
Centre d'Orsay
Mathêmatique Bât. 425
F - 914o5 Orsay Cedex
Frankreich

Prof.Dr.E.Viehweg
FB 6 Gesamthochschule
Universitätsstr. 2

43oo Essen

Dr.A.Vogt
Fachbereich Mathematik
Universität Regensburg
Universitätsstr. 31

84oo Regensburg

Dipl.Math.M.Weiand
Mathematisches Institut
Universität Köln
Weyertal 86-9o

5ooo Köln 41

Dr.R.Weissauer
Mathematisches Institut
Universität Heidelberg
Im Neuenheimer Feld 288

69oo Heidelberg

Dr.U.Weselmann
Mathematisches Institut
Wegelerstr. 1o

53oo Bonn 1

Dr.K.Wingberg
Fachbereich Mathematik
Universität Regensburg
Universitätsstr. 31

84oo Regensburg