

MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT OBERWOLFACH

Tagungsbericht 16/90

Arbeitsgemeinschaft Geyer-Harder  
Formale Gruppen und Stabile Homotopiegruppen

8.4. bis 14.4.1990

Die Tagung fand unter der Leitung von Herrn K. Knapp (Wuppertal), Herrn E. Ossa (Wuppertal) und Herrn W. Singhof (Düsseldorf) statt. Ziel der Tagung war es, die Zusammenhänge der Theorie der formalen Gruppen mit periodischen Phänomenen in den stabilen Homotopiegruppen von Sphären zu studieren. Es wurde in der Kategorie der CW - Spektren gearbeitet. Grundlegende Hilfsmittel waren das Resultat, daß  $MU_*$  isomorph ist zum universellen kommutativen eindimensionalen Gruppengesetz, sowie die Adams-Novikov-Spektralsequenz, die gegen die stabilen Homotopiegruppen konvergiert. Die Berechnung des  $E_2$  - Terms wurde über Hopf-Algebroiden mittels Lubin-Tate Theorie angegangen sowie über Zusammenhänge zur Kohomologie  $p$  - adischer analytischer Gruppen.

## Vortragsauszüge

**B. Runge (Mannheim)**

### Die Homotopie der Sphären

Für die Homotopiegruppen der Sphären gibt es viele verschiedene ad-hoc-Methoden, um die ersten Gruppen zu berechnen. Dazu wurde zunächst die Berechnungsmethode mit Postnikov-Approximation und Whitehead-Turm erläutert. Die Sätze von Freudenthal, Serre, Nishida, Hopf wurden angegeben, sowie die Konstruktion der Toda-Klammern und der  $\alpha, \beta, \gamma$ -Familie.

**R. Vogt (Osnabrück)**

### Die Kategorie der CW - Spektren (nach Boardman)

Ausgehend von der Kategorie  $\mathcal{F}$  der endlichen CW - Komplexe wird die Kategorie der endlichen Spektren als Homotopiecolimites über eine Sequenz von Einhängungen konstruiert. Durch formale Adjunktion der Colimites von gerichteten Diagrammen von endlichen Spektren und Einbettungen erhält man die Kategorie der CW - Spektren  $\mathcal{S}$ . Einhängung und Zylinderfunktoren auf der Kategorie der CW - Komplexe erweitern zu Funktoren auf  $\mathcal{S}$ , so daß die Homotopiekategorie eingeführt werden kann.

Nach der Erläuterung dieser Konstruktionen und einer Auflistung der Eigenschaften von  $\mathcal{S}$  und seiner Homotopiekategorie  $\mathcal{S}_h$  wurden Homologie- und Kohomologietheorien auf  $\mathcal{S}_h$  betrachtet.

**N. Klingen (Köln)**

### Formale Gruppen

Es wurde der Begriff des (eindimensionalen) formalen Gruppengesetzes eingeführt (über kommutativem unitärem Ring  $R$ ). Es wurde gezeigt, daß über  $\mathbb{Q}$ -Algebren jedes formale Gruppengesetz einen Logarithmus besitzt und daher über Ringen der Charakteristik 0 jedes derartige Gruppengesetz kommutativ ist.

Für kommutative formale Gruppengesetze existiert ein bzgl. Ringwechsel universelles Objekt. Die Struktur des zugrundeliegenden Ringes (des Lazard-Ringes)  $L$  wurde bestimmt:  $L \cong \mathbb{Z}[x_2, x_3, x_4, \dots]$  ist ein Polynomring. Abschließend wurden  $p$ -typische formale Gruppen über  $\mathbb{Z}_{(p)}$ -Algebren diskutiert.

**M. Flach** (Heidelberg)

### **Komplex orientierte Ringspektren**

Zunächst wurden die komplexe K - Theorie und der komplexe Kobordismus als Beispiele für verallgemeinerte Kohomologietheorien besprochen. Es wurden der Bott'sche Periodizitätssatz und der Satz von Thom erwähnt, sowie die darstellenden Spektren angegeben.

Im zweiten Teil wurden komplex orientierte Ringspektren  $E$  definiert und angedeutet, wie sich (Ko-) Homologieberechnungen für solche Ringspektren durchführen lassen. Konkret wurde die (Ko-) Homologie von  $\mathbb{C}P^\infty \cong BU(1) \cong K(\mathbb{Z}, 2) \sim MU(1)$  berechnet, ebenso die Homologie von  $BU$  und  $MU$ .

Als Anwendungen der Berechnung von  $E_*MU$  wurde der Satz von Miscenko über den Logarithmus der formalen Gruppe von  $MU$  und die Universalität von  $MU$  für komplex orientierte Ringspektren zitiert. Ein weiteres wichtiges Resultat, und natürlich zentral für alles Folgende, war die Feststellung, daß jedes komplex orientierte Ringspektrum eine formale Gruppe über seinem Koeffizientenring liefert (via der  $H$ -Raum Struktur auf  $\mathbb{C}P^\infty$ ).

**E. Vogt** (Berlin)

### **Formale Gruppen und $MU_*$**

Das formale Gruppengesetz für das komplex orientierte Ringspektrum  $MU$  (entspricht dem komplexen Bordismus und Kobordismus) induziert eine Abbildung  $\Theta_{MU} : L \rightarrow MU_*$  des universellen Ringes (Lazard-Ring)

$L \cong \mathbb{Z}\langle x_2, x_3, \dots \rangle$  in den Koeffizientenring  $MU_* (= MU_*(\text{Pkt}))$  von  $MU$ .

Mit Hilfe einer geometrischen Beschreibung der Kohomologietheorie  $MU^*(\ )$  und der zugehörigen Operationen gab Quillen ca. 1970 einen Beweis, daß  $\Theta_{MU}$  ein Isomorphismus ist. 1986 gaben Bronchriano und Hacon einen auf den Ideen von Quillen beruhenden, stark vereinfachten Beweis dieser Aussage. Im Vortrag wurde dieser Beweis wiedergegeben.

**M. Unsöld** (Berlin)

### **Hopf-Algebroid und die Struktur von $MU_*MU$**

Der Begriff des Hopf-Algebroids wurde eingeführt als klassifizierendes Objekt eines Gruppoid-Schemas. Der Lazard-Ring  $L$  kann zu einem Hopf-Algebroid  $(L, LB)$  erweitert werden (klassifizierendes Objekt für formale Gruppen und strikte Isomorphismen).

Für jedes komplex orientierte und flache Ringspektrum  $E$  gibt es eine kanonische Abbildung  $\Theta^E : (L, LB) \rightarrow (\pi_* E, E_* E)$ ; es wurde bewiesen, daß  $\Theta$  ein Homomorphismus von Hopf-Algebroiden ist. Speziell für  $E = MU$  ist  $\Theta^{MU}$  ein Isomorphismus (Satz von Novikov-Landweber).

Im 2. Teil des Vortrags wurde über die Kategorie der Komoduln über einem Hopf-Algebroid  $(A, \Gamma)$  berichtet und  $\text{Ext}_\Gamma$  und  $\text{Cotor}_\Gamma$  als derivierte Funktoren von  $\text{Hom}_\Gamma$  bzw.  $-\square_\Gamma$  (Kotensorprodukt) vorgestellt. Die Cobar-Auflösung (zur Berechnung von  $\text{Ext}_\Gamma(A, \Gamma)$ ) wurde eingeführt.

**G. Kings** (Münster)

### Die Adams-Novikov-Spektral-Sequenz

Für Ringspektren  $E$  mit Eigenschaften, die die Konvergenz bzw. die Identifikation des  $E_2$ -Terms erlauben, wurde die Spektral-Sequenz  $E_2^{s,t} = \text{Ext}_{E_* E}^{s,t}(E_*(S^0), E_*(X)) \Rightarrow \pi_{t-s}(\hat{X})$  eingeführt. Dabei bezeichnet  $\hat{X}$  die  $E$ -Komplettierung von  $X$ . Die  $E$ -Komplettierung für Spektren  $E$  mit  $\pi_0(E)$  Unterring von  $\mathbb{Q}$  wurde mit  $X\pi_0(E)$  angegeben und für  $\pi_0(E) = \mathbb{Z}/p$  mit  $X\mathbb{Z}_p$ .

Die Spektral-Sequenz wurde mit Hilfe einer  $E_*$ -Adams-Auflösung konstruiert, die aus einer kanonischen Auflösung von  $S^0$  gewonnen wurde. Man erhält damit gleichzeitig eine Auflösung von  $E_*(X)$  durch erweiterte Komoduln, mit deren Hilfe sich die abgeleiteten Funktoren von  $\text{Hom}_{E_* E}^{t-s}(E^*(S^0), -)$  berechnen lassen. Dies liefert die Identifizierung des  $E_2$ -Terms.

Schließlich wurde die Berechnung von  $\pi_*(MU)$  skizziert mittels der Spektral-Sequenz. Die Berechnung stützt sich auf die genaue Kenntnis von  $H_*(MU, \mathbb{Z}/p)$  als Komodul über  $H\mathbb{Z}/p_*$  ( $H\mathbb{Z}/p$ ). Letztlich wurden anhand einer Folie die Anfangsterme der Spektral-Sequenz für  $E = H\mathbb{Z}/p$  bzw.  $E = BP$  und  $X = S^0$  verglichen.

**T. Bröcker** (Regensburg)

### Brown-Peterson Kohomologie

Die in  $p$  lokalisierte Kohomologietheorie  $MU_{(p)}$  zerfällt in eine unendliche Summe von Kohomologietheorien, die alle isomorph zu  $BP$  sind.

Man konstruiert  $BP$  mit dem Satz von Cartier: Man hat einen kanonischen Isomorphismus  $f : F \rightarrow P$  der Lazardgruppe ( $p$ -lokalisiert) in eine  $p$ -typische. Die Potenzreihe  $f$  bestimmt eine multiplikative Transformation  $g : MU_{(p)} \rightarrow MU_{(p)}$ ,  $g^2 = g$ ,  $g(c^1) = f(c^1)$ . Das Bild von  $g$  ist  $BP$ . Das zugehörige Hopf-Algebroid wurde beschrieben.

M. Hennes, P. Teichner (Bonn)

### Die chromatische Spektral-Sequenz

Für die Berechnung des  $E_2$ -Terms der Adams-Novikov Spektral-Sequenz für das Spektrum BP wurde die chromatische Spektral-Sequenz beschrieben. Der  $E_2$ -Term ist  $\text{Ext}_{BP_*BP}^*(BP_*, v_n^{-1}BP_*/(p^\infty, v_1^\infty, \dots, v_{n-1}^\infty))$

und sie konvergiert gegen  $\text{Ext}_{BP_*BP}^*(BP_*, BP_*)$ .

Wir zeigten, daß die vorkommenden Moduln  $BP_*BP$ -Comoduln sind und erläuterten anschließend, wie man den  $E_2$ -Term der chromatischen Spektral-Sequenz mittels eines Ringwechsellisomorphismus auf die Gruppen

$\text{Ext}_{\Sigma(n)}^*(K(n)_*, K(n)_*)$  zurückführt. Dabei ist  $K(n)_* = \mathbb{F}_p[v_n, v_n^{-1}]$  die "Morava K-Theorie" und  $\Sigma(n) = K(n)_* \otimes_{BP_*BP} BP_*BP \otimes_{BP_*BP} K(n)_*$ .

F. Lorenz (Münster)

### Wittvektoren

Sei  $p$  feste Primzahl. Für jeden kommutativen Ring  $k$  mit Eins betrachte man nach Witt die Abbildung

$$(*) \quad \begin{aligned} W(k) &\rightarrow k^\infty \\ (x_0, x_1, \dots) &\mapsto (x^{(0)}, x^{(1)}, \dots), \end{aligned}$$

wobei  $x^{(n)} = x_0^{p^n} + px_1^{p^{n-1}} + \dots + p^n x_n$ . Dem Vorbild von Witt (in Crelle, 1937) direkt folgend wurde u.a. bewiesen:

- 1.) Jedes  $W(k)$  trägt eine eindeutig bestimmte Ringstruktur, so daß  $k \mapsto W(k)$  ein Funktor ist, für den (\*) jeweils ein Ringhomomorphismus ist.
- 2.) Sei  $k$  ein vollkommener Ring der Charakteristik  $p$ . Dann ist  $W(k)$  ein strikter  $p$ -Ring (im Sinne von Serre, Corps locaux) und als solcher von Charakteristik 0. Ist  $k$  integer, so auch  $W(k)$ . Ist  $k$  ein Körper, so ist  $W(k)$  ein kompletter diskreter Bewertungsring mit Primelement  $p$  und Restklassenkörper  $k$ .
- 3.) Jeder  $p$ -Ring  $A$  mit Restklassenring  $k$  ist auf genau eine Weise eine mit den Restklassenhomomorphismen verträgliche  $W(k)$ -Algebra. (Wie der Beweis zeigt, gilt dies auch, wenn der Restklassenring von  $A$  ein nicht vollkommener Erweiterungsring  $k'$  von  $k$  ist - bei sonst gleichen Voraussetzungen über  $A$ ).

Am Schluß wurde auf den klassischen Fall  $W(\mathbb{F}_q)$  noch genauer eingegangen.

F. Herrlich (Bordeaux)

**Formale Gruppen in Charakteristik p**

Das Hondasche formale Gruppengesetz  $F_h$  über  $\mathbb{F}_p$  entsteht aus dem universellen  $p$ -typischen formalen Gruppengesetz über  $V = \mathbb{Z}_{(p)}[v_1, v_2, \dots]$  durch den Ringhomomorphismus  $V \rightarrow \mathbb{F}_p$ ,  $v_h \mapsto 1$ ,  $v_i \mapsto 0$  für  $i \neq h$ .

Über  $\mathbb{Q}$  wird es durch den Logarithmus  $\sum_{k \geq 0} \frac{1}{p^k} x^{p^{hk}}$  beschrieben.

Satz 1. Über einem separabel abgeschlossenen Körper der Charakteristik  $p$  ist jede formale Gruppe zu einer der Gruppen  $F_h$ ,  $h \geq 1$ , oder zur additiven Gruppe  $F_\infty$  isomorph.

Die Höhe einer formalen Gruppe  $F$  über einer  $\mathbb{F}_p$ -Algebra ist  $h(F) = \infty$ , falls  $[p]_F = 0$ ,  $h(F) = h$ , falls  $[p]_F(x) = x^{p^h} + \dots$

Im zweiten Teil wurde der Endomorphismenring  $E_h$  von  $F_h$  studiert. Jeder Endomorphismus  $f$  von  $F_h$  besitzt eine eindeutige Darstellung

$f = \sum_{i \geq 0}^{F_h} a_i x^{p^i}$  mit  $a_i \in \mathbb{F}_q$ ,  $q = p^h$ , und jede solche formale Summe ist ein Endomorphismus von  $F_h$ .

Die Abbildung  $W(\mathbb{F}_q) \rightarrow E_h$ ,  $(a_0, a_1, \dots) \mapsto \sum_{i \geq 0}^{F_h} a_i x^{p^{hi}}$  ist ein (injektiver) Ringhomomorphismus, und es gilt:

Satz 2.  $E_h$  ist freier  $W(\mathbb{F}_q)$ -Modul vom Rang  $h$ , erzeugt vom Frobeniusendomorphismus  $\varphi(x) = x^p$ . Es gilt  $\varphi^h = [p]_{F_h}$  und  $\varphi \circ a = a^\sigma \circ \varphi$  für  $a \in W(\mathbb{F}_q)$ , wo  $\sigma$  der Frobenius auf  $W(\mathbb{F}_q)$  ist.

$D_h = E_h \otimes \mathbb{Q}$  ist Divisionsalgebra mit Zentrum  $\mathbb{Q}_p$  und Invariante  $\frac{1}{h}$ , und  $E_h$  ist eine Maximalordnung in  $D_h$ .

K. Wingberg (Heidelberg)

**Lubin-Tate Lifts**

Für einen Körper  $k$  der Charakteristik  $p \neq 0$  und eine formale Gruppe  $F$  über  $k$  der Höhe  $h < \infty$  wurde die Konstruktion eine generischen Gruppengesetzes  $\Gamma(t_1, \dots, t_{h-1})$  über  $R[[t_1, \dots, t_{h-1}]]$  nach Lubin und Tate durchgeführt, wobei  $R$  ein kommutativer Ring mit einem maximalen Ideal  $I$  ist, derart daß  $R/I = k$  gilt. Die formale Gruppe  $\Gamma$  besitzt folgende Eigenschaften:

$\Gamma(0, \dots, 0)(X, Y) \bmod I = F(X, Y)$ ,  
für  $1 \leq i \leq h-1$ :  $\Gamma(0, \dots, t_i, \dots, t_{h-1})(X, Y) \equiv X + Y + t_i C_{p^i}(X, Y) \bmod \deg p^i + 1$ .



Weiter wurde gezeigt, daß  $\Gamma(t)$  die Liftungen von  $F$  in funktorieller Weise parametrisiert.

Theorem (Lubin-Tate). Sei  $O$  eine vollständige, separierte, lokale  $R$ -Algebra mit maximalem Ideal  $\mathfrak{m}$  und  $\tilde{F}(X, Y) \in O[[X, Y]]$  ein Gruppengesetz mit  $\tilde{F} \bmod \mathfrak{m} = F$ . Dann existiert ein eindeutig bestimmtes  $(h-1)$ -Tupel  $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_{h-1}) \in \mathfrak{m}^{h-1}$ , derart, daß  $\tilde{F}^*$   $\ast$ -isomorph zu  $\Gamma(\alpha)$  ist.

Weiter wurde gezeigt, daß der  $MU_*(S^0)$ -Modul  $\hat{E}_{F^*} = \mathbb{Z}_p[[t_1, \dots, t_{h-1}]] \langle u, u^{-1} \rangle$  den Voraussetzungen von Landwebers „exaktem Funktor Theorem“ genügt und somit  $\hat{E}_{F^*}(\_) = \hat{E}_{F^*} \otimes_{MU_*(S^0)} MU_*(\_)$  einen Homologiefunktor definiert.

**W. Lütkebohmert (Münster)**

**Lineare Darstellungen von Gruppoiden und  $v_{n-1}$ -Torsionsmoduln**

Nach einführenden Betrachtungen über (affine) Gruppoidschemata wurde die Kategorie der linearen Darstellungen als Kategorie von Comoduln eingeführt. Es wurde gezeigt, daß ähnliche Gruppoide äquivalente Kategorien von Darstellungen haben.

Im Hauptteil des Vortrags wurde die Arbeit von Morava "Noetherian Localizations of Categories of Cobordism Comodules" besprochen. Für  $(MU_*(S^0), MU_*(MU))$ -Comoduln  $M$ , die endlich erzeugt sind und vom Landweberideal  $I_{p,n}$  bzw. von einer Potenz  $I_{p,n}^k$  annulliert werden, wurde der Modul  $\xi_C^s(M)$  der periodischen Familien von Elementen in  $Ext_C^s(MU_*(S^0), M)$  in Verbindung zur Hochschildkohomologie  $H_C^s(S_F, \hat{E}_F^* \otimes M)$  gebracht. Dabei ist  $C$  die Kategorie der  $MU_*(MU)$ -Comoduln und  $S_F$  ist ein pro-étales  $\mathbb{Z}_p$ -Gruppenschema, das auf dem Spektrum des Lubin-Tate-Rings

$\hat{E}_F^* = \hat{E}_F[v_n, v_n^{-1}]$  zu einem formalen Gruppengesetz  $F$  über  $\mathbb{F}_p$  der Höhe  $n$  mit  $n < \infty$  operiert. Es wurde auf Unstimmigkeiten in der Arbeit hingewiesen.

Abschließend wurde eine Beweisvariante für das Hauptresultat von Morava angedeutet, die sich auf ältere Ergebnisse von Müller und Ravenel stützt.

**S. Bosch (Münster)**

**Das Lubin-Tate-Gruppoid  $[LT/S]_F$**

Wir benutzen folgende Notationen:

$\mathcal{L} = [L/G]$  das Lazard-Gruppoid der formalen Gruppengesetze; dies ist eine graduierte Version des Gruppoids mit Hopf-Algebroid  $(MU_*, MU_*, MU)$ .

$F \in L(\mathbb{F}_p)$  die Hondasche formale Gruppe der Höhe  $h$ , wobei  $h < \infty$   
 $\bar{S}$  das pro-étale Gruppenschema der Isomorphismen  $F \rightarrow F$   
 $S$  die Liftung von  $\bar{S}$  nach  $\mathbb{Z}_p$   
 $LT = \text{Spec } \mathbb{Z}_p[[t_1, \dots, t_{h-1}]]$  das Schema der Lubin-Tate-Moduln formaler  
 Gruppengesetze mit Reduktion  $F$   
 $e_F : LT \rightarrow L$  der kanonische Morphismus.

Es wurde in kanonischer Weise eine Aktion

$$S \times_{\mathbb{Z}_p} LT \rightarrow LT$$

konstruiert, welche zu einem  $\mathbb{Z}_p$ -Gruppoid führt, dem sogenannten Lubin-Tate-Gruppoid  $\mathcal{LT} = [LT/S]$ . Als Hauptresultat wurde gezeigt, daß  $\mathcal{LT}$  ein Pull-back von  $\mathcal{L}$  ist, d.h.

$$\mathcal{LT} = \mathcal{L} \times_{\mathcal{L}_{\{0\}, e_F}} LT.$$

Dies ersetzt in der Arbeit von Morava das Resultat, daß die formelle Scheibe von  $\mathcal{L}$  im Punkt  $F$  äquivalent ist zum Gruppoid  $\mathcal{LT}$ .

**P. Schneider** (Köln)

**Periodische Familien und  $p$ -adische analytische Gruppen**

In den vorangegangenen Vorträgen wurde der Modul der periodischen Familien berechnet zu  $\mathcal{E}_C^*(M) \cong \text{Ext}_{H_F}^*(\mathbb{Z}_p, V)$  mit  $V = \hat{E}_F^* \otimes_U M$ . Um die rechte

Seite nun weiter mit Gruppenkohomologie zu identifizieren, wurde im Vortrag folgender Satz bewiesen.

Satz. Gei  $\sigma$  ein henselscher lokaler Ring mit Restklassenkörper  $k$  und  $G = \text{Gal}(k^{\text{sep}}/k)$ ; sei  $S = \text{Spec}(H)$  ein endliches étales  $\sigma$ -Gruppenschema und sei  $V$  ein  $H$ -Comodul. Dann gilt

$$\text{Ext}_{H\text{-comod}}^*(\sigma, V) \cong H_{\text{stetig}}^*(S(\sigma^{\text{sh}}) \times G, V \otimes_{\sigma} \sigma^{\text{sh}}).$$

In unserem konkreten Fall  $S = S_F$  kann man nun das semidirekte Produkt auf der rechten Seite identifizieren als die proendliche Kompletierung  $\hat{D}^x$  der multiplikativen Gruppe der Divisionsalgebra  $D$  der Invariante  $\frac{1}{h}$  über  $\mathbb{Q}_p$ . Wir erhalten also  $\mathcal{E}_C^*(M) = H_{\text{stetig}}^*(\hat{D}^x, V \otimes_{\mathbb{Z}_p} \mathbb{Z}_p^{\text{sh}})$ .

Um schließlich auf die Kohomologie über  $p$ -adisch analytischen Gruppen zu kommen, betrachtet man zu der Erweiterung  $0 \rightarrow \hat{\mathbb{Q}}_p^x \rightarrow \hat{D}^x \rightarrow \text{PG}(D) \rightarrow 0$





die Hochschild- Serre-Spektralsequenz. Die Koeffizienten in den zugehörigen Anfangstermen sind  $H_{\text{stetig}}^*(\hat{Q}_p^x, V \otimes_{\mathbb{Z}_p} \mathbb{Z}_p^{sh})$ . Unter den zusätzlichen Annahmen  $p \neq 2$  und  $V$   $\mathbb{Z}_p$ -Torsion lassen sich diese vereinfachen zu

$$H_{\text{stetig}}^*(\hat{Q}_p^x, V \otimes_{\mathbb{Z}_p} \mathbb{Z}_p^{sh}) = H_{\text{stetig}}^*(\mathbb{Z}_p^x, V) \otimes_{\mathbb{Z}_p} W(\mathbb{F}_p^h) ;$$

insbesondere sind diese Gruppen = 0 für  $* \neq 0, 1$ .

**H.-W. Henn** (Heidelberg)

**Die Struktur der Moduln periodischer Familien**

Der Modul periodischer Familien für einen  $BP_*BP$  Comodul  $M$ , der durch das Landweber-Ideal  $I_{p,n} = (v_0, \dots, v_{n-1})$  annulliert wird, wurde nach Miller und Ravenel reduziert auf die Berechnung der stetigen Kohomologie der pro- $p$ -Sylow Gruppe  $S_n$  der Einheiten im Endomorphismenring  $E_n$  der Hondaschen formalen Gruppe der Höhe  $n$  über  $\mathbb{F}_q$ ,  $q = p^n$  (mit geeigneten Koeffizienten).

Danach wurden strukturelle Eigenschaften der Kohomologie  $H_{\text{stetig}}^*(S_n, \mathbb{F}_p)$  diskutiert:

- Satz. a)  $H_{\text{stetig}}^*(S_n, \mathbb{F}_p)$  ist eine endlich erzeugte Algebra.
- b) Im Fall  $(p-1) \mid n$  ist diese Algebra ein endlich erzeugter Modul über einer Polynomalgebra  $\mathbb{F}_p[x]$ .
- c) Im Fall  $(p-1) \nmid n$  erfüllt  $H_{\text{stetig}}^*(S_n, \mathbb{F}_p)$  Poincaré-Dualität der Dimension  $n^2$ :

$$H_{\text{stetig}}^i(S_n, \mathbb{F}_p) \xrightarrow{\cong} (H_{\text{stetig}}^{n^2-i}(S_n, \mathbb{F}_p))^*$$

**E. Ossa** (Wuppertal)

**Periodizitäten in der stabilen Homotopie**

Der erste Teil des Vortrages befaßte sich mit den Implikationen der Morava'schen Theorie für Berechnungen in der stabilen Homotopie der Sphären. Zur Illustration wurden die  $\alpha$ -,  $\beta$ - und  $\gamma$ -Familien mit Hilfe der Novikov-Spektralsequenz konstruiert. Für die Frage der Nicht-Trivialität der  $\beta$ - und  $\gamma$ -Familie sind die Resultate über die Moduln  $v_1$ - und  $v_2$ -periodischer Familien, die sich aus der Betrachtung als Kohomologie  $p$ -adischer analytischer Gruppen ergeben hatten, ein wesentlicher Input in die chromatische Spektralsequenz.

Im zweiten Teil wurden neuere Entwicklungen in der Homotopietheorie skizziert. Fundamentales Ergebnis ist hier der von Hopkins bewiesene

**Nilpotenz-Satz.** Sei  $f : \Sigma^k X \rightarrow X$  Selbstabbildung des endlichen  $p$ -lokalen Spektrums  $X$ . Induziert  $f$  die Nullabbildung in jeder Morava -  $K$  - Theorie (ist also  $K(n)_*(f) = 0$  für  $0 \leq n \leq \infty$ ), so ist  $f$  selbst nilpotent.

Man erhält schließlich eine Stratifizierung der Homotopiekategorie solcher Spektren  $X$  durch die zueinander äquivalenten Bedingungen

(i)  $K(n-1)_* X = 0$  und  $K(n)_* X \neq 0$

(ii)  $X$  hat nicht-triviale  $v_n$  - Abbildung.

Weiter wurde gezeigt, daß für ein solches  $X$  mit nicht-trivialer  $v_n$  - Abbildung  $f$  die folgenden Ringe  $F$  - isomorph sind: (i)  $\mathbb{Z}/p[v_n]$ , (ii) das Zentrum von  $[\Sigma^* X; X]$  und (iii) die von den  $v_n$  - Selbstabbildungen erzeugte Unter- algebra von  $[\Sigma^* X; X]$ .

**Berichterstatter: A. Huber (Münster)**

Tagungsteilnehmer

Dr. Klaus Altmann  
Sektion Mathematik  
Humboldt-Universität Berlin  
Postfach 1297  
Unter den Linden 6

DDR-1086 Berlin

Prof.Dr. Theodor Bröcker  
Fakultät für Mathematik  
der Universität Regensburg  
Universitätsstr. 31  
Postfach 397

8400 Regensburg

Clemens Beckmann  
Mathematisches Institut  
der Universität Köln  
Weyertal 86-90

5000 Köln 41

Anton Deitmar  
Mathematisches Institut  
der Universität Münster  
Einsteinstr. 62

4400 Münster

Prof.Dr. Siegfried Bosch  
Mathematisches Institut  
der Universität Münster  
Einsteinstr. 62

4400 Münster

Prof.Dr. Christopher Deninger  
Mathematisches Institut  
der Universität Münster  
Einsteinstr. 62

4400 Münster

Bernd Brinkmann  
Institut f. Mathematik  
der Ruhr-Universität Bochum  
Gebäude NA, Universitätsstr. 150  
Postfach 10 21 48

4630 Bochum 1

Prof. Dr. E. J. Ditters  
Mathematisch Instituut  
Vrije Universiteit  
De Boelelaan 1081

NL-1081 HV Amsterdam

Prof.Dr. Ludwig Bröcker  
Mathematisches Institut  
der Universität Münster  
Einsteinstr. 62

4400 Münster

Matthias Flach  
Mathematisches Institut  
der Universität Heidelberg  
Im Neuenheimer Feld 288

6900 Heidelberg 1

Wolfgang Gschnitzer  
Mathematisches Institut  
der Universität Heidelberg  
Im Neuenheimer Feld 288

6900 Heidelberg 1

Dr. Frank Herrlich  
Dept. de Mathematique  
Universite de Bordeaux I  
351, Cours de la Liberation

F-33405 Talence 3

Manfred Hartl  
Fachbereich 7: Mathematik  
der Universität/Gesamthochschule  
Wuppertal, Gaußstr. 20  
Postfach 10 01 27

5600 Wuppertal 1

Annette Huber  
Mathematisches Institut  
der Universität Münster  
Einsteinstr. 62

4400 Münster

Ira Hulsloot  
Mathematisch Instituut  
Vrije Universiteit  
De Boelelaan 1081

NL-1081 HV Amsterdam

Stefan Jäschke  
Fachbereich 7: Mathematik  
der Universität/Gesamthochschule  
Wuppertal, Gaußstr. 20  
Postfach 10 01 27

5600 Wuppertal 1

Dr. Hans-Werner Henn  
Mathematisches Institut  
der Universität Heidelberg  
Im Neuenheimer Feld 288

6900 Heidelberg 1

Guido Kings  
Mathematisches Institut  
der Universität Münster  
Einsteinstr. 62

4400 Münster

Matthias Hennes  
Max-Planck-Institut für Mathematik  
Gottfried-Claren-Str. 26

5300 Bonn 3

Prof. Dr. Norbert Klingens  
Mathematisches Institut  
der Universität Köln  
Weyertal 86-90

5000 Köln 41

Prof.Dr. Karlheinz Knapp  
Fachbereich 7: Mathematik  
der Universität/Gesamthochschule  
Wuppertal, Gaußstr. 20  
Postfach 10 01 27

5600 Wuppertal 1

Prof.Dr. Werner Lütkebohmert  
Mathematisches Institut  
der Universität Münster  
Einsteinstr. 62

4400 Münster

Heike Kröning  
Mathematisches Institut  
der Universität Düsseldorf  
Universitätsstraße 1

4000 Düsseldorf 1

Prof.Dr. Erich Ossa  
Fachbereich 7: Mathematik  
der Universität/Gesamthochschule  
Wuppertal, Gaußstr. 20  
Postfach 10 01 27

5600 Wuppertal 1

Klaus Künnemann  
Mathematisches Institut  
der Universität Münster  
Einsteinstr. 62

4400 Münster

Dr. Bernhard Runge  
Fakultät für Mathematik und  
Informatik  
der Universität Mannheim  
Seminargebäude A 5

6800 Mannheim 1

Andreas Langer  
Mathematisches Institut  
der Universität Köln  
Weyertal 86-90

5000 Köln 41

Prof.Dr. Peter Schneider  
Mathematisches Institut  
der Universität Köln  
Weyertal 86-90

5000 Köln 41

Prof.Dr. Falko Lorenz  
Mathematisches Institut  
der Universität Münster  
Einsteinstr. 62

4400 Münster

Volker Schubert  
Mathematisches Institut  
der Universität Münster  
Einsteinstr. 62

4400 Münster

Prof.Dr. Wilhelm Singhof  
Mathematisches Institut  
der Universität Düsseldorf  
Universitätsstraße 1

4000 Düsseldorf 1

Dr. Tomohide Terasoma  
Fakultät für Mathematik und  
Informatik  
der Universität Mannheim  
Seminargebäude A 5

6800 Mannheim 1

Peter Sorg  
Mathematisches Institut  
der Universität Düsseldorf  
Universitätsstraße 1

4000 Düsseldorf 1

Prof. Dr. Andre Tyurin  
ul. Volgin cl. 31 corp. 2KV.56

Moscow 117437  
USSR

Prof.Dr. Jan Stienstra  
Mathematisch Instituut  
Rijksuniversiteit te Utrecht  
P. O. Box 80.010

NL-3508 TA Utrecht

Dr. Michael Unsöld  
Institut für Mathematik II  
der Freien Universität Berlin  
Arnimallee 3

1000 Berlin 33

Prof. Dr. Andras Szücs  
Department of Analysis  
L. Eötvös University  
Muzeum krt. 6 - 8

H-1088 Budapest

Prof.Dr. Elmar Vogt  
Institut für Mathematik II  
der Freien Universität Berlin  
Arnimallee 3

1000 Berlin 33

Peter Teichner,  
Wallufer Str. 13

6200 Wiesbaden

Prof.Dr. Rainer Vogt  
Fachbereich Mathematik/Informatik  
der Universität Osnabrück  
PF 4469, Albrechtstr. 28

4500 Osnabrück

Markus Weiland  
Mathematisches Institut  
der Universität Köln  
Weyertal 86-90

5000 Köln 41

Thomas Weichert  
Mathematisches Institut B  
der Universität Stuttgart  
Pfaffenwaldring 57  
Postfach 80 11 40

7000 Stuttgart 80

Jörg Wildeshaus  
Mathematisches Institut  
der Universität Münster  
Einsteinstr. 62

4400 Münster

Prof.Dr. Kay Wingberg  
Mathematisches Institut  
der Universität Heidelberg  
Im Neuenheimer Feld 288

6900 Heidelberg 1

