MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT OBERWOLFACH

Tagungsbericht 17/1992

Arbeitsgemeinschaft Geyer-Harder

über

Shimura-Varietäten

19. – 25. 4. 1992

Einleitung

Die Arbeitsgemeinschaft Geyer-Harder fand unter der Leitung von G. Harder und T. Zink statt. Ziel war die Gewinnung eines Überblicks über die verschiedenen Aspekte der Theorie der Shimura-Varietäten.

Hierbei handelt es sich um Objekte der algebraischen Geometrie, deren klassisches Beispiel die Quotienten $\Gamma\backslash H$ der oberen Halbebene nach einer arithmetischen Untergruppe $\Gamma \subseteq SL_2(\mathbb{Z})$ sind. Allgemein sind Shimura-VarietätenDoppelquotienten der Gestalt $S_{K_f}(\mathbb{C}) = G(\mathbb{Q})\backslash X \times G(\mathbb{A}_f)/K_f$, wobei $G/\mathbb{Q}$ eine reduktive algebraische Gruppe, X eine $G(\mathbb{R})$-Konjugationsklasse von gewissen Morphismen $h : \mathbb{S}_{\mathbb{R}} \to G_{\mathbb{R}}$ und $K_f \subseteq G(\mathbb{A}_f)$ eine offen-kompakte Untergruppe ist. Diese Quotienten sind dann endliche disjunkte Vereinigungen von quasiprojektiven komplexen Varietäten und haben ein kanonisches Modell über einem Zahlkörper.

Im ersten Teil der Tagung wurden die Bedingungen, die an das Paar (G, X) gestellt werden, erläutert; dazu verwendet man die Theorie der Wurzelsysteme von algebraischen Gruppen und deren Klassifikation. Anschließend wurden die Varietäten $S_K(\mathbb{C})$ über $\mathbb{C}$ kompaktifiziert, was auf mehrere Arten geschehen kann. Unabhängig davon wurde der Begriff des kanonischen Modells einer Shimura-Varietät eingeführt; das ist im wesentlichen ein Schema $M(G, X)$ über einem Zahlkörper, das über $\mathbb{C}$ isomorph zu $S_K(\mathbb{C})$ ist, zusammen mit einer Operation der Galois-Gruppe, die der Galois-Operation auf dem Quotienten $\Gamma\backslash H$ nachgebildet ist. An dieser Stelle spielt die Tatsache eine Rolle, daß man sich Shimura-Varietäten allgemein als Modulschemata für algebraische Objekte vorstellt. In gewissen Fällen ist das klar, dann sind die Objekte abelsche Varietäten mit Zusatzstrukturen, und man gewinnt die Operation der Galois-Gruppe aus der Aktion auf den Tate-Moduln.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

Im zweiten Teil der Tagung wurde die Kohomologie von Shimura-Varietäten studiert. Dazu verschafft man sich zunächst eine Reihe von lokalen Systemen auf $S_K(\mathbb{C})$, indem man aus den rationalen Darstellungen der Gruppe $G/\mathbb{Q}$ Garben auf $S_K(\mathbb{C})$ konstruiert. In einem Überblicksvortrag wurden die verschiedenen Wege dargestellt, auf denen man sich der Kohomologie nähern kann; man muß hier berücksichtigen, daß die Varietäten $S_K(\mathbb{C})$ im allgemeinen nicht glatt und nicht kompakt sind, woraus schon für einfache lokale Systeme Probleme auftreten.

Ein wesentliches Hilfmittel zum Verständnis der Kohomologie ist die Spurformel. Mehrere Vorträge beschäftigten sich mit den zur Verfügung stehenden Möglichkeiten, diese Formel in Spezialfällen auszuwerten. Es stellt sich bald heraus, daß man hier große Hindernisse überwinden muß, insbesondere ist eine genaue Kenntnis der Punkte modulo p einer Shimura-Varietät notwendig, weswegen sich mehrere Vorträge mit diesem Thema befaßten.

Zum Schluß der Tagung wurde noch auf einen weiteren Aspekt der Theorie eingegangen, nämlich die Konstruktion von gemischten Motiven aus Shimura-Varietäten.

Vortragsauszüge

B. Steinert
Hermitisch symmetrische Gebiete

Deligne folgend lassen sich hermitesch symmetrische Gebiete als Zusammenhangskomponenten von reellen Konjugationsklassen X eines Morphismus $h : \mathbb{S}_R \to G_{\mathbb{R}}$ auffassen. Hierbei ist $G_{\mathbb{R}}$ eine reelle reduktive algebraische Gruppe und $\mathbb{S}_R = R_{\mathbb{C}/\mathbb{R}}\mathbb{G}_m$ die Restriktion der Skalare der multiplikativen Gruppe. Damit aus X ein hermitesch symmetrisches Gebiet wird, muß man noch Bedingungen an den Morphismus h stellen, die die Tatsache reflektieren, daß man sich X als Familie von reellen Hodgestrukturen geben kann.

Insbesondere gewinnt man die komplexe Struktur auf X durch Einbettung in eine geeignete Fahnenmannigfaltigkeit, und hier sind die Fahnen genau die Hodge-Filtrierungen der Familie; so sieht man, daß man eine der Bedingungen an h in die bekannte Griffiths-Transversalität übersetzen kann. Das ist dann auch die wichtigste Bedingung; die übrigen zwei garantieren nur noch, daß die Gewichte in der Familie konstant sind und daß der Stabilisator von h eine Cartan-Untergruppe ist (jedenfalls im wesentlichen).

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

P. Slodowy
Baily-Borel und Borel-Serre Kompaktifizierung

Zunächst wurden die holomorphen Randkomponenten eines hermitesch symmetrisches Gebietes beschrieben, um dann die Baily-Borel Kompaktifizierung eines Quotienten $\Gamma\backslash X$ anzugeben; hierzu müssen parabolische Untergruppen von $G/\mathbb{Q}$ betrachtet werden, die die Randkomponenten beschreiben. Das Ergebnis der Kompaktifizierung ist dann normal und projektiv. Im klassischen Fall $G = SL_2$ wurde die Kompaktifizierung als Hinzufügen von rationalen Punkten auf der reellen Geraden zu der oberen Halbebene H vorgestellt.

Der zweite Teil des Vortrags befaßte sich mit der Borel-Serre Kompaktifizierung, die eine differentialgeometrische Konstruktion ist. Im hermiteschen Fall wurde gezeigt, daß sie die Baily-Borel Kompaktifizierung dominiert, und es wurden die Fasern in einigen Beispielen explizit ausgerechnet.

H. Esnault und E. Viehweg
Kohomologie von Shimura-Varietäten

Man betrachtet zu einem Paar (G, X) aus einer reduktiven algebraischen Gruppe $G/\mathbb{Q}$ und einer Konjugationsklasse X wie in Vortrag 1 Doppelquotienten der Gestalt

$$S_K(\mathbb{C}) = G(\mathbb{Q})\backslash X \times G(\mathbb{A}_f)/K_f$$

Zunächst bemerkt man, daß diese Shimura-Varietäten endliche Vereinigungen von Quotienten $\Gamma\backslash X$ sind, wobei $\Gamma = G(\mathbb{Q}) \cap g_f K_f g_f^{-1}$ für ein geeignetes Vertretersystem $g_f \in G(\mathbb{A}_f)$ ist.

Man interessiert sich nun für die Kohomologie $H^\bullet(S_K(\mathbb{C}), M)$ der Shimura-Varietät und für die Operation der Hecke-Algebra darauf.

Oft ist es günstig, zum projektiven Limes der S_K überzugehen; dann studiert man auf $S := lim\ S_K$ Komplexe von Garben, die von den einzelnen S_K herkommen.

Ein interessante Klasse von Garben auf S_K wird durch rationale Darstellungen $G \longrightarrow GL(V)$ der unterliegenden Gruppe G gegeben. Dazu bemerkt man, daß jede solche Darstellung auf natürliche Weise ein lokales System auf S_K liefert, dessen Kohomologie man verstehen will. Um dieses Ziel zu erreichen, muß man nun verschiedene Methoden anwenden, die die Darstellungstheorie reeller Lie-Gruppen sowie Aussagen über Lie-Algebren-Kohomologie involvieren.

M. Fluch und A. Schmidt
Kanonische Modelle von Shimura-Varietäten

Nach einem Satz von Deligne, Milne und Borovoi besitzt jede Shimura-Varietät ein kanonisches Modell über einem Zahlkörper. Ziel des ersten Teils des Vortrages war die Definition des kanonischen Modells und eine Erläuterung des Beweises der Existenz im Fall der symplektischen Gruppen. Zunächst definiert man auf $S(\mathbb{C})$ eine Aktion von $G(\mathbb{A}_f)$ von rechts. Ein Schema M über einem Zahlkörper E heißt dann Modell von $S(\mathbb{C})$, wenn $M \times \mathbb{C} \simeq S_{\mathbb{C}}$ verträglich mit der Operation von $G(\mathbb{A}_f)$ gilt.

Nun definiert man eine Operation von $Gal(\bar{E}/E)$ auf den Punkten von S, die durch die Einbettung von Tori $T \subset G$ gegeben werden. Das macht man, indem man $Gal(\bar{E}/E)$ durch den Isomorphismus der Klassenkörpertheorie nach $T(\mathbb{A}_f)/T(\mathbb{Q})$ abbildet.

Dann definiert man das kanonische Modell einer Shimura-Varietät als ein Modell über dem Reflexkörper des Morphismus h, so daß die Galois-Gruppe auf den speziellen Punkten durch die oben eingeführte Aktion operiert. Deligne hat den Satz gezeigt, daß das kanonische Modell eideutig ist; später ist dann bewiesen worden, daß jede Shimura-Varietät ein kanonisches Modell besitzt.

In dem Vortrag wurde erläutert, daß für die Gruppe GSp_n die Existenz des kanonischen Modells aus der Tatsache folgt, daß die zugehörige Shimura-Varietät ein Modulschema für gewisse abelsche Varietäten ist. Dann nämlich kann man die Galois-Operation mit Hilfe des Satzes von Shimura-Taniyama gewinnen.

Im zweiten Teil des Vortrags wurden die Methoden und Begriffe von Pink erläutert, der gezeigt hat, daß man den Begriff des kanonischen Modells auf den Rand einer Shimura-Varietät ausdehenen kann. Hierzu ist die genaue Verfolgung der Konstruktion von Baily-Borel notwendig, da die Randkomponenten ja im wesentlichen wieder Shimura-Varietäten zu den Levi-Untergruppen der beteiligten parabolischen Untergruppen sind.

J. Wildeshaus

Die Konstruktion der l-adischen Garben aus den Koeffizientensystemen

Zu einem Shimura-Datum (G, X) mit Relfexkörper E und einer rationalen Darstellung V von G erhält man wegen der Bedingungen an den Morphismus h eine Variation von Hodgestrukturen mit unterliegendem Vektorraum V; man bezeichnet diese Garbe mit $\mu_K(V)_\infty$.

Unter einer gewissen Voraussetzung an G und $K \subseteq G(\mathbb{A}_f)$ liefert die Sequenz

$$K \hookrightarrow G(\mathbb{A}_f) \longrightarrow G(\mathbb{Q}_\ell) \longrightarrow GL(V \otimes \mathbb{Q}_\ell)$$

eine glatte étale Garbe auf dem kanonischen Modell, die man mit $\mu_K(V)_\ell$ bezeichnet. Die Garben sind kompatibel mit der $G(\mathbb{A}_f)$-Aktion auf den kanonischen Modellen $M^K(G, X)$. Man möchte die Kohomologie dieser (Systeme von) Garben verstehen als Moduln unter der Hecke-Algebra beziehungsweise der Galois-Gruppe.

Der Satake-Isomorphismus liefert nun an sehr guten Stellen p eine Korrespondenz

$$\{irreduzibleHecke - Moduln\} \longrightarrow \{Hom_{ur}(T_p(\mathbb{Q}_p), \mathbb{C}^*\}/W_p(\mathbb{Q}_p)$$

Es folgen Beispiele, die den Fall GL_2 behandeln und einen ersten Blick auf Kongruenzrelationen gestatten.

G. Krings

Der Satz von Pink

Zu einer Shimura-Varietät $M_K(G, X)$, deren Gruppe den gleichen Bedingungen wie im vorigen Vortrag genügt, betrachtet man Baily-Borel-Kompaktifizierung M^* und die Inklusionen

$$M_K \hookrightarrow MK^* \hookleftarrow \partial M_K^*$$

Diese liefern in der bekannten Weise eine Kohomologie-Sequenz

$$\ldots \to H_c^r(M_K \times \bar{E}, \mu(V)_\ell) \to H^r((M_K \times \bar{E}, \mu(V)_\ell) \to H^r(\partial M_K^*, i^* Rj_* \mu(V)_\ell) \to \ldots$$

mit dem Bild der ersten Abbildung gleich $H_!^r(M_K \times \bar{E}, \mu(V)_\ell) = \bigoplus H_!^r(\pi_f)$. Man will zum einen $Hom_{Hecke}(\pi_f, H_!^r(\pi_f))$ als Galois-Modul beschreiben, zum anderen auch $H^r(\mu(V)_\ell)/H_!^r$.

Es gilt (Satz von Pink):

$$0 \longrightarrow \bigoplus \mathbb{Q}_\ell(0) \longrightarrow H^1_c(M_K \times \bar{\mathbb{Q}}, V_\ell) \longrightarrow H^1(M_K \times \bar{\mathbb{Q}}, V_\ell) \longrightarrow \bigoplus \mathbb{Q}_\ell(-n-1) \longrightarrow 0$$

N. Schappacher
Die Kongruenzrelationen

Der Vortrag folgt im wesentlichen dem letzten Kapitel von Chai-Faltings: „Degeneration of Abelian Varieties". Man betrachtet die Inklusion

$$G := GSp_{2g} \supseteq M := \left\{ \begin{pmatrix} A & \\ & B \end{pmatrix} \in GSp_{2g} \right\}$$

von algebraischen Gruppen und das Frobeniuselement

$$L \begin{pmatrix} p & & & \\ & p & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{pmatrix} L$$

in der Hecke-Algebra zu $M(\mathbb{Q}_p)$, wobei $L = G(\mathbb{Z}_p) \cap M(\mathbb{Q}_p)$ ist.

Es wurde gezeigt, daß dieses Frobeniuselement einer Gleichung vom Grad 2^g in der Hecke-Algebra zu $M(\mathbb{Q}_p)$ über der Hecke-Algebra zu $G(\mathbb{Q}_p)$ genügt.

Genau bestimmt wurde das entsprechende Polynom im Fall $g = 1$ zu $X^2 - T_p X + pT_{p,p}$; in diesem Fall kann man auch die Eigenwerte des Frobenius bei der Operation auf den Kohomologiegruppen vollständig bestimmen.

Für $g > 1$ ist das jedoch nicht notwendig der Fall.

H. Maennel
Die Kongruenzrelationen reichen nicht aus

In dem Vortrag wurde das Beispiel $X = \Gamma(7)\backslash H$ behandelt. Diese Kurve ist über $E = \mathbb{Q}(\sqrt{-7})$ definiert. Man betrachtet zu einem quadratischen Rest modulo $\sqrt{-7}$

den Größencharakter θ, der urch $\theta(\mu) = \theta(-\mu) = \mu$ gegeben wird und dazu die Theta-Funktion

$$\vartheta(z) = \sum \theta(\mu) e^{\frac{2\pi i N(\mu)}{7z}}$$

Diese definiert eine Differentialform $\vartheta_2(z)dz$ in $H_!^{1,0}$ und bestimmt eine automorphe Darstellung $\pi = \bigotimes \pi_v$ von SL_2. Es gilt $\bar{\pi}_7 \neq \pi_7$ und $dim \pi_7^{\Gamma(7)} = 3$.

Die Form $\vartheta_2(z)dz$ erzeugt einen 3-dimensionalen irreduziblen Hecke-Modul in $H_!^1(\pi_f)$. Nun beobachtet man, daß wegen $g(X) = 3$ der $Gal(\bar{E}/E)$-Modul

$$Hom_{Hecke}(\pi_f^{\Gamma(7)}, H_!^1(X, \mathbb{Q}_l \otimes E))$$

eindimensional ist, andererseits aber die Kongruenzrelation nur eine quadratische Gleichung liefert.

J. Franke
Die Lefschetzzahlen für Heckeoperatoren

Es wurde die Lefschetzsche Spurformel betrachtet. Man geht aus von einer reduktiven algebraischen Gruppe $G/\mathbb{Q}$ und einer endlich-dimensionalen Darstellung E von G. Dann betrachtet man die Summe

$$\sum (-1)^i Tr(h\mu_f \mid_{H^i(G,E)})$$

der Spuren einer Funktion h bezüglich eines Haarmaßes μ_f auf $H^i(G, E)$, das im wesentlichen der Limes der $H^i(S_G^{K_f}(\mathbb{C}, E))$ nach K_f ist.

Die Summe läßt sich durch eine andere Summe beschreiben, nämlich

$$\sum \varepsilon(\gamma)(-1)^{dim(G(\mathbb{R})/K} char_E(\gamma)[K : K^0] c^h(\gamma)^{-1} \chi(G_\gamma, \mu_f) O_f(h, \mu_f/\mu_\gamma)$$

Summiert wird über die $G(\mathbb{Q})$-Konjugationsklassen γ von halbeinfachen Elementen in $G(\mathbb{Q}) \cap G(\mathbb{R})^0$. Im weiteren Verlauf wurden die einzelnen Faktoren der zweiten Summe genauer erklärt.

U. Weselmann
Stabilisierung

Um die Lefschetz-Fixpunkformel für Heckeoperatoren mit anderen Fixpunktformeln vergleichen zu können, muß man die Summe nach stabilen Konjugationsklassen zusammenfassen. Die Konjugationsklassen einer stabilen Konjugationsklasse von $\gamma \in G(\mathbb{Q})$ werden durch $ker(H^1(\mathbb{Q}, G_\gamma(\bar{\mathbb{Q}})) \longrightarrow H^1(\mathbb{Q}, G(\bar{\mathbb{Q}}))$ beschrieben. Die Abbildung dieser Menge in das direkte Produkt der entsprechenden Mengen über den lokalen Körpern ist nicht surjektiv. Die Abweichung wird durch eine endliche abelsche Gruppe gemessen. Die Charaktere dieser Gruppe liefern endoskopische Gruppen H. Man hofft, die Spurformel durch Transfer von Bahnenintegralen in eine Summe von stabilen Bahnenintegralen für die endoskopischen Gruppen H ausdrücken zu können. Dieses Programm wurde exemplarisch für die Gruppen $G_1 = SL_2?F$ und eine innere Form G_2 durchgeführt, wobei F ein totalreeller Zahlkörper ist.

Endoskopische Gruppen sind dann die Norm-1-Gruppen $E^{(1)}$ von totalimaginären quadratischen Erweiterungen E/F. Man erhält Beziehungen zwischen den Multiplizitäten, mit denen eine Darstellung π_f zur Kohomologie von S^{G_1} beziehungsweise S^{G21} beiträgt, in Abhängigkeit davon, ob π_f Lift eines Heckecharakters auf $E^{(1)}$ ist oder nicht.

Ch. Kaiser
Lefschetz für $GL_2/\mathbb{Q}$

In dem Vortrag wird wieder der Fall $GL_2/\mathbb{Q}$ behandelt; nach Illusie hat man für die Spur einer Heckekorrespondenz $\Phi^n \circ [g]$ (mit $g \in G(\mathbb{A}_f^p))$ bei hinreichend großem n die Formel

$$tr(\Phi^n \circ [g] \mid_{H_c^\bullet(S_K \times \bar{\mathbb{F}}_p, \mu(V)_l)}) = \sum tr\varphi_x$$

wobei über die Fixpunktmenge der Korrespondenz summiert wird. Die Summanden φ_x sind die durch $\Phi^n \circ [g]$ auf den Halmen $\mu(V)_{l,x}$ induzierten Automorphismen.

Es gilt nun, diese Summe weiter zu beschreiben, wobei man die modulare Interpretation der Modulkurve ausnutzt. Als Ergebnis erhält man eine Summe über elliptische Elemente in $G(\mathbb{Q})$, wobei die Summanden nun im wesentlichen Orbitalintegrale sind. Man kann nun mit der topologischen Spurformel vergleichen.

H. Reimann
Sigma-Konjugationsklassen in algebraischen Gruppen

Dieser und der folgende Vortrag stellen technische Hilfsmittel für die Bestimmung von Fixpunkten auf Shimura-Varietäten modulo p bereit. Die Techniken sind aber auch für sich genommen höchst interessant.

Man führt den Begriff der σ-Konjugationsklassen $B(G)$ einer reduktiven algebraischen Gruppe $G/\mathbb{Q}_p$ ein. Dabei ist σ der Frobenius von $L := \mathbb{Q}_p^{un}$ über $\mathbb{Q}_p$. Mit den Arbeiten von Kottwitz erhält man ein funktorielles kommutative Diagramm von Abbildungen punktierter Mengen mit exakten Zeilen:

$$\begin{array}{ccccc} H^1(F,G) & \hookrightarrow & B(G) & \longrightarrow & N(G) \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ A(G) & \hookrightarrow & \pi_1(G)_\Gamma & \longrightarrow & \pi_1(G)^\Gamma \otimes \mathbb{Q} \end{array} ,$$

wobei $N(G) = \left(Int(G(L))\backslash Hom_L(\mathbb{D}, G)\right)^{<\sigma>}$, $\mathbb{D}$ der Protorus mit Charaktergruppe $\mathbb{Q}$, π_1 die algebraische Fundamentalgruppe, $\Gamma = Gal(\bar{\mathbb{Q}}_p/\mathbb{Q}_p)$ und $A(G)$ Torsionsuntergruppe in $\pi_1(G)_\Gamma$ ist.

Der mittlere vertikale Pfeil wird durch das kommutative Diagramm

$$\begin{array}{ccccc} \mu & \in & X_*(T) & \longrightarrow & X_*(T)_\Gamma \\ \downarrow & & \downarrow & & | \\ N_{K/L}(\mu(\pi_K)) & \in & B(K) & \longrightarrow & \pi_1(T)_\Gamma \end{array}$$

beschrieben, wobei K/L eine endliche Erweiterung ist, über der T zerfällt; π_K ist Primelement in K.

J. de Jong
Abelsche Varietäten über endlichen Körpern

Der Vortrag gliederte sich in zwei Teile, in denen die Begriffe der viruellen abelschen Varietät über einem endlichen Körper und der CM-abelschen Varietät über $\bar{\mathbb{F}}_p$ erläutert wurden.

Um eine viruelle abelsche Varietät A über $\mathbb{F}_{p^N}$ zu definieren, geht man von einer abelschen Varietät $\bar{A}$ über $\bar{\mathbb{F}}_p$ bis auf Isogenie prim zu p aus. Weiter betrachtet man Abbildungen $u : \sigma^r(\bar{A}) \longrightarrow A$, wobei $\sigma^r(\bar{A})$ der r-fache Frobeniustwist von $\bar{A}$ ist; außerdem soll u eine Isogenie prim zu p sein. Dann bezeichnet man ein solches Paar $(\bar{A}, u)$ als virtuelle abelsche Varietät.

Wie im klassischen Fall abelscher Varietäten führt man den Begriff der c-Polarisierung ein; dazu führt man ihn auf die $\mathbb{Q}$-Polarisierung der zugrundeliegenden Isogenieklasse zurück und fordert zusätzlich eine Identität zwischen u und λ.

Nun kann man die Kategorie der virtuellen abelschen Varietäten bis auf prim-p-Isogenie zusammen mit einer c-Polarisierung einführen. Man zeigt, daß sich diese Kategorie ähnlich wie die von gewöhnlichen abelschen Varietäten über $\mathbb{F}_{p^N}$ verhält.

Im zweiten Teil des Vortrages werden CM-abelsche Varitäten über $\bar{\mathbb{F}}_p$ eingeführt. Für fast alle Stellen $l \neq p$ erhält man Isomorphismen $V \otimes \mathbb{Q}_l \longrightarrow H_1(A, \mathbb{Q}_l)$, die mit gewissen natürlichen Zusatzstrukturen verträglich sind.

Für die übrigen Stellen v erhält man eine Obstruktion in der Gruppe $X^*(T^{\Gamma(v)})$. Das Produkt dieser Obstruktionen in dem globalen Objekt ist 1.

J. Steenbrink
Fixpunkte von Frobenius-Hecke-Korrespondenzen

Für eine Primzahl p sei $S = S_{K^p}(\bar{k})$ die Reduktion modulo p einer Shimura-Varietät vom PEL-Typ. Man hat einen Frobenius-Morphismus $\Phi : S \longrightarrow S$ und für $g \in G(\mathbb{A}_f^p)$ eine Hecke-Korrespondenz $S' \hookrightarrow S \times S$ mit $S' := S_{K_g^p}(\bar{k}), K_g^p := gK^pg^{-1} \cap K^p$. Ein Fixpunkt x' von $\Phi^j \circ f$ ist ein $x' \in S'$ mit $\Phi^j ax' = bx'$, wo $a : S' \longrightarrow S$ die natürliche Projektion ist und b durch Rechtsmultiplikation mit g induziert wird. Solchen Fixpunkten entsprechen viruelle abelsche Varietäten über $k_r := \bar{k}^{\sigma^r}$ mit c-Polarisierung. Die Anzahl solcher Fixpunkte innerhalb einer Isogenieklasse wird dann mit Hilfe getwisteter Bahnenintegrale bestimmt.

Zu einer Darstellung $\rho : G \longrightarrow Aut_L(W)$ gehöhrt ein lokales System F auf S_{K^p}. Die Spur von $\Phi^j \circ f$ auf dem Hlam $F_{x'}$ eines Fixpunktes wird berechnet als $tr\rho(\gamma_0)$, wobei γ_0 kanonische eine virtuelle abelsche Varietät zugeordnet ist.

R. Schulze-Pillot
Die Kottwitzinvariante

Für die Tripel $(\gamma_0, \gamma, \delta)$ wird eine Invariante mit Werten in der Kottwitz-Gruppe $K(I_0, \mathbb{Q})$ definiert. Dabei ist γ_0 ein halbeinfaches Element der Gruppe $G(\mathbb{Q})$, das in $G(\mathbb{R})$ elliptisch ist, $\gamma = (\gamma_0) \in G(\mathbb{A}_f)$ ist $G(\mathbb{A}_f^p)$-konjugiert zu γ_0 und $\delta \in G(L_r)$ ist so, daß $N\delta = \delta\sigma(\delta)\ldots\sigma^{r-1}(\delta)$ in $G(\bar{\mathbb{Q}}_p)$ zu γ_0 konjugiert ist. Weiter ist $L_r/\mathbb{Q}_p$ unverzweigt vom Grad r, $I_0 := Stab_G(\gamma_0)$. Ferner ist der σ-Konjugationsklasse von δ in $B(G)_{\mathbb{Q}_p}$ unter der natürlichen Abbildung $B(G)_{\mathbb{Q}_p} \longrightarrow \pi_1(G)_{\Gamma(p)}$ die Einschränkung von $-\mu_1 \in \pi_1(G)$ zugeordnet, wobei μ_1 aus dem vorgegebenen Cocharakter $\mu_h : \mathbb{G}_m \longrightarrow G_{m/\mathbb{Q}}$ gewonnen wird.

Es wird dann gezeigt, daß $\alpha(\gamma_0, \gamma, \delta)$ genau dann gleich 1 ist, wenn es eine virtuelle c-polarisierte B-abelsche Varietät über k_r gibt, die durch die Zuordnung des vorigen Vortrages auf $(\gamma_0, \gamma, \delta)$ führt. Dabei muß noch zusätzlich $\gamma_0\gamma_0^* = c^{-1}$ gelten, und $\delta(1 \otimes \sigma))^{-1}$ muß ein Gitter in $V \otimes_{\mathbb{Q}_p} L_r$ stabilisieren.

S. Böcherer
Die Auswertung der Lefschetz-Spurformel

Es wurden die einzelnen Terme erklärt, die nach Kottwitz den Beitrag der Parabolischen in der Spurformel bilden. Anschließend wurde eine spezielle Klasse von Shimura-Varietäten behandelt, nämlich solche, die zu Divisionsalgebren mit Involutionen der 2. Art gehören. Hier zeigt man mittels der Lefschetzschen Fixpunktformel die Existenz λ-adischer Darstellungen.

J. Stienstra
Gemischte Motive in Shimura-Varietäten

Ziel des Vortrages war ein Ausblick auf die Konstruktion gemischter Motive in Picardschen Modulflächen mit Hilfe der Hecke-Algebra aus der Beziehung zwischen der inneren Kohomologie, der kompletten Kohomologie und derjenigen des Randes.

Berichterstatter: Sven Maurmann

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

Tagungsteilnehmer

Dr. Werner Bauer
Fachbereich 7: Mathematik
U-GHS Wuppertal
Gaußstr. 20
Postfach 10 01 27

W-5600 Wuppertal 1
GERMANY

Dr. Mikhail V. Borovoi
Max Planck Institut
Gottfried Claren Str. 26

W-5300 Bonn 3
GERMANY

Clemens Beckmann
Mathematisches Institut
Universität zu Köln
Weyertal 86-90

W-5000 Köln 41
GERMANY

Prof.Dr. Christopher Deninger
Mathematisches Institut
Universität Münster
Einsteinstr. 62

W-4400 Münster
GERMANY

Prof.Dr. Rolf Berndt
Mathematisches Seminar
Universität Hamburg
Bundesstr. 55

W-2000 Hamburg 13
GERMANY

Prof.Dr. Helene Esnault
FB 6 - Mathematik
Universität-GH Essen
Postfach 10 37 64

W-4300 Essen 1
GERMANY

Dr. Christina Birkenhake
Mathematisches Institut
Universität Erlangen
Bismarckstr. 1 1/2

W-8520 Erlangen
GERMANY

Dr. Ulrich Everling
Mathematisch-Geographische
Fakultät
Universität Eichstätt
Ostenstr. 26 - 28

W-8078 Eichstätt
GERMANY

Prof.Dr. Siegfried Böcherer
Fakultät für Mathematik und
Informatik
Universität Mannheim
Seminargebäude A 5

W-6800 Mannheim 1
GERMANY

Torsten Fimmel
Mathematisches Institut
Universität zu Köln
Weyertal 86-90

W-5000 Köln 41
GERMANY

Dr. Matthias Flach
Mathematisches Institut
Universität Heidelberg
Im Neuenheimer Feld 288

W-6900 Heidelberg
GERMANY

Dr. Jens Franke
Max-Planck-Institut für Mathematik
Gottfried-Claren-Str. 26

W-5300 Bonn 3
GERMANY

Thomas Geißer
Mathematisches Institut
Universität Münster
Einsteinstr. 62

W-4400 Münster
GERMANY

Prof.Dr. Mark R. Goresky
Dept. of Mathematics
Northeastern University

Boston, MA 02115
USA

Walter Gubler
Mathematik-Department
ETH Zürich
ETH-Zentrum
Rämistr. 101

CH-8092 Zürich

Prof.Dr. Günter Harder
Mathematisches Institut
Universität Bonn
Wegelerstr. 10

W-5300 Bonn 1
GERMANY

Prof.Dr. Frank Herrlich
Mathematisches Institut II
Universität Karlsruhe
Englerstr. 2

W-7500 Karlsruhe 1
GERMANY

Annette Huber
Mathematisches Institut
Universität Münster
Einsteinstr. 62

W-4400 Münster
GERMANY

Jörg Jahnel
Max-Planck-Institut für Mathematik
Gottfried-Claren-Str. 26

W-5300 Bonn 3
GERMANY

Dr. Aise Johan de Jong
Max-Planck-Institut für Mathematik
Gottfried-Claren-Str. 26

W-5300 Bonn 3
GERMANY

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

Christian Kaiser
Mathematisches Institut
Universität Bonn
Wegelerstr. 10

W-5300 Bonn 1
GERMANY

Andreas Langer
Mathematisches Institut
Universität zu Köln
Weyertal 86-90

W-5000 Köln 41
GERMANY

Guido Kings
Mathematisches Institut
Universität Münster
Einsteinstr. 62

W-4400 Münster
GERMANY

Prof.Dr. Falko Lorenz
Mathematisches Institut
Universität Münster
Einsteinstr. 62

W-4400 Münster
GERMANY

Dr. Bernhard Köck
Mathematisches Institut II
Universität Karlsruhe
Englerstr. 2

W-7500 Karlsruhe 1
GERMANY

Prof.Dr. Robert D. MacPherson
Dept. of Mathematics
Massachusetts Institute of
Technology

Cambridge , MA 02139
USA

Dr. Jürg Kramer
Mathematik-Department
ETH Zürich
ETH-Zentrum
Rämistr. 101

CH-8092 Zürich

Hartmut Maennel
Max Planck Institut
Gottfried Claren Str. 26

W-5300 Bonn 3
GERMANY

Prof.Dr. Herbert Lange
Mathematisches Institut
Universität Erlangen
Bismarckstr. 1 1/2

W-8520 Erlangen
GERMANY

Sven Maurmann
Max-Planck-Institut für Mathematik
Gottfried-Claren-Str. 26

W-5300 Bonn 3
GERMANY

Prof.Dr. Ben Moonen
Mathematisch Instituut
Rijksuniversiteit te Utrecht
P. O. Box 80.010

NL-3508 TA Utrecht

Dr. Bernhard Runge
Fakultät für Mathematik und Informatik
Universität Mannheim
Seminargebäude A 5

W-6800 Mannheim 1
GERMANY

Prof.Dr. Jürgen Neukirch
Fakultät für Mathematik
Universität Regensburg
Postfach 397
Universitätsstr. 31

W-8400 Regensburg
GERMANY

Prof.Dr. Norbert Schappacher
Institut de Mathématiques
Université Louis Pasteur
7, rue René Descartes

F-67084 Strasbourg Cedex

Prof.Dr. Michael Rapoport
Fachbereich 7: Mathematik
U-GHS Wuppertal
Gaußstr. 20
Postfach 10 01 27

W-5600 Wuppertal 1
GERMANY

Dr. Alexander Schmidt
Mathematisches Institut
Universität Heidelberg
Im Neuenheimer Feld 288/294

W-6900 Heidelberg 1
GERMANY

Prof.Dr. Harry Reimann
Fakultät für Mathematik
Universität Bielefeld
Postfach 8640

W-4800 Bielefeld 1
GERMANY

Prof.Dr. Claus-Günther Schmidt
Mathematisches Institut II
Universität Karlsruhe
Kaiserstr. 12

W-7500 Karlsruhe 1
GERMANY

Prof.Dr. Jürgen Rohlfs
Mathematisch-Geographische Fakultät
Universität Eichstätt
Ostenstr. 26-28

W-8078 Eichstätt
GERMANY

Michael Schröder
Weinbergstraße 18

W-6940 Weinheim
GERMANY

Dr. Rainer Schulze-Pillot
Mathematisches Institut
Universität zu Köln
Weyertal 86-90

W-5000 Köln 41
GERMANY

Michael Spieß
Fakultät für Mathematik
Universität Regensburg
Postfach 397
Universitätsstr. 31

W-8400 Regensburg
GERMANY

Prof.Dr. Joachim Schwermer
Mathematisch-Geographische Fakultät
Universität Eichstätt
Ostenstr. 26-28

W-8078 Eichstätt
GERMANY

Prof.Dr. Tonny A. Springer
Mathematisch Instituut
Rijksuniversiteit te Utrecht
P. O. Box 80.010

NL-3508 TA Utrecht

Dr. Wolfgang K. Seiler
Lehrstuhl für Mathematik VI
Fak.f.Mathematik und Informatik
Universität Mannheim
Seminargebäude A 5

W-6800 Mannheim 1
GERMANY

Hellmuth Stamm
Fachbereich 7: Mathematik
U-GHS Wuppertal
Gaußstr. 20
Postfach 10 01 27

W-5600 Wuppertal 1
GERMANY

Prof.Dr. Peter Slodowy
Mathematisches Seminar
Universität Hamburg
Bundesstr. 55

W-2000 Hamburg 13
GERMANY

Prof.Dr. Joseph H.M. Steenbrink
Mathematisch Instituut
Katholieke Universiteit Nijmegen
Toernooiveld

NL-6525 ED Nijmegen

Dr. Jakob Spies
Forschungsinstitut für Mathematik
ETH Zentrum
Rämistr. 101

CH-8092 Zürich

Bernd Steinert
Mathematisches Institut
Universität Bonn
Beringstr. 1

W-5300 Bonn 1
GERMANY

Prof.Dr. Jan Stienstra
Mathematisch Instituut
Rijksuniversiteit te Utrecht
P. O. Box 80.010

NL-3508 TA Utrecht

Jörg Wildeshaus
Mathematisches Institut
Universität Münster
Einsteinstr. 62

W-4400 Münster
GERMANY

Prof.Dr. Eckart Viehweg
FB 6 - Mathematik
Universität-GH Essen
Postfach 10 37 64

W-4300 Essen 1
GERMANY

Prof.Dr. Kay Wingberg
Mathematisches Institut
Universität Heidelberg
Im Neuenheimer Feld 288/294

W-6900 Heidelberg 1
GERMANY

Uwe Weselmann
Mathematisches Institut
Universität Bonn
Beringstr. 1

W-5300 Bonn 1
GERMANY

Prof.Dr. Thomas Zink
Fakultät für Mathematik
Universität Bielefeld
Postfach 8640

W-4800 Bielefeld 1
GERMANY