T a g u n g s b e r i c h t e

über

(1) Topologische Methoden in der algebraischen Zahlentheorie

(2) Quantenlogik

(3) Grundlagen der Geometrie

(4) Geordnete Mengen

(5) Zahlentheorie

(6) Projektive Differentialgeometrie

(7) Boolesche Algebren und Maßtheorie

(8) Wahrscheinlichkeitstheorie und mathematische Statistik

(9) Lineare und multi-lineare Algebra

(10) Geschichte der Mathematik

(11) Geometrie

(12) Topologische Methoden in der algebraischen Zahlentheorie

(13) Gruppentheorie

(14) Ringtheorie

1 9 6 1

1961,1

ARBEITSGEMEINSCHAFT

über

Topologische Methoden in der algebraischen Zahlentheorie

vom 22. - 29.3.1961

Die Einrichtung, von der hier erstmals zu berichten ist, besteht schon seit mehreren Jahren: Eine Gruppe jüngerer Mathematiker aus Deutschland, Vertreter der verschiedensten Interessenrichtungen, trifft sich halbjährlich in Oberwolfach, um sich in Arbeitsgemeinschaften über Fortschritte der mathematischen Forschung (insbesondere des Auslands) zu unterrichten. Die jeweils streng begrenzten Themen orientieren sich an den Fragen, Resultaten und Methoden, welche jüngst im Brennpunkt mathematischen Geschehens gestanden haben oder noch stehen. Die Gruppe verfolgt das Ziel, diese Ergebnisse, wenn sie allgemeineres Interesse beanspruchen können, weiteren Kreisen, d.h. auch dem Nichtspezialisten bekannt und nutzbar zu machen und soweit möglich auch im Hochschulunterricht zu verwerten.

In diesem Frühjahr war die Arbeitsgemeinschaft den topologischen Methoden in der Algebraischen Zahlentheorie gewidmet. Damit sind insbesondere die Anwendungen gemeint, welche die Theorie der invarianten Integration auf lokalkompakten topologischen Gruppen und die auf ihr beruhende abstrakte Fourieranalysis - beginnend etwa mit der Dissertation von J. T a t e (1950) - auf die Arithmetik der Zahlkörper, der einfachen Algebren und gewisser algebraischer Gruppen über Zahlkörpern gefunden haben. Es war nicht nur sehr eindrucksvoll zu sehen, wie sehr diese neuen Methoden hinsichtlich Durchsichtigkeit und Eleganz den klassischen analytischen Methoden (z.B. der Behandlung der Heckeschen Zetafunktionen mit Grössencharakteren) überlegen sind, sondern auch, wie schon einige der

grundlegenden Tatsachen der Arithmetik (wie z.B. die Produktformel für die normierten Bewertungen eines Zahlkörpers) in natürlicher Weise aus der Integrationstheorie fliessen. Dabei liegt jedoch die grösste Bedeutung dieser neuen Methoden eigentlich erst in den Erfolgen hinsichtlich der Verallgemeinerung der tiefen S i e g e l schen Ergebnisse über quadratische Formen auf weitere Klassen algebraischer Gruppen. In dieser Richtung soll die Arbeitsgemeinschaft im Herbst fortgesetzt werden.

Die Vorbereitung und Leitung lag bei Prof. Dr. M. K n e s e r (München). Es nahmen weiter teil: Frl. B e c k e n (Hamburg), die Herren D i e t e r (Kiel), F e l s c h e r (Freiburg), G a s c h ü t z (Kiel), H a b i c h t (Saarbrücken), H u p p e r t (Tübingen), J e h n e (Heidelberg), K n o b - l o c h (München), K ö n i g (Aachen), L a m p r e c h t (Würzburg), L e o p o l d t (Erlangen), L e p t i n (Hamburg) und N a s t o l d t (Heidelberg), Frau P r i e s s (München) sowie die Herren R o q u e t t e (Tübingen) und S c h w a r z (Freiburg).

<u>Zu den Vorträgen im einzelnen:</u> Herr F e l s c h e r behandelt lokalkompakte Schiefkörper S nach dem Vorgang von B r a c o n n i e r und J w a s a w a und kennzeichnet sie als die perfekt bewerteten Körper, welche - im nichtarchimedischen Fall - diskret bewertet sind und endlichen Restklassenkörper besitzen. Die normierte Bewertung entsteht dabei als Modularfunktion des Haarschen Masses der additiven Gruppe von S. - Herr L a m p r e c h t behandelt nach W e i l schem Vorbild den Adelering eines Zahlkörpers k wie allgemeiner einer affinen Mannigfaltigkeit V über k, insbesondere sein Verhalten bei Erweiterung und Reduktion des Grundkörpers. - Herr J e h n e behandelt die additive Theorie des Adeleringe A einer einfachen Algebra K über einem Zahlkör-

per, wie sie von T a t e und J w a s a w a entwickelt wurde: a) die diskrete Einbettung von K in A, b) die Kompaktheit von A/K und c) die Halbeinfachheit von A. Ein selbstduales Haarsches Mass von A wird konstruiert (A ist selbstdual). Als Anwendungen ergeben sich ein scharfer Approximationssatz und ein eleganter Beweis für die Produktformel für die Bewertungen eines Zahlkörpers. - Herr H u p p e r t behandelt die multiplikative Theorie des Adelerings, also die Struktur der Jdelegruppe eines Zahlkörpers und beweist das Analogon der Eigenschaften (a), (b), (c). Als Anwendungen ergeben sich einfache Beweise für den Dirichletschen Einheitensatz und die Endlichkeit der Klassenzahl. - Herr K ö n i g entwickelt zunächst das Analogon der Theorie des ersten Vortrags für den Fall linear lokalkompakter Körpererweiterungen K/k und behandelt sodann mit diesen Mitteln den Satz von Riemann Roch für algebraische Funktionenkörper einer Variablen nach dem Vorgang von J w a s a w a. - Frl. B e c k e n entwickelt nach dem Vorgang von G o d e - ment die Theorie der analytischen Fortsetzung und Funktionalgleichung der Zetafunktionen eines Schiefkörpers mit Hilfe der Poissonschen Summenformel und weist die Existenz von Hilfsfunktionen nach, welche nichttriviale Zetafunktionen liefern. - Herr L e o p o l d t behandelt die Jdelklassencharaktere eines algebraischen Zahlkörpers nach T a t e und stellt den Zusammenhang mit den Grössencharakteren von H e c k e her. Die durch Integration über die Jdelgruppe erhaltenen Zetafunktionen werden in die klassische Form umgerechnet. - Frau P r i e s s bestimmt die lokalen Faktoren für die Ausnahmestellen nach T a t e, also die Γ-faktoren und das Analogon der Gauss'schen Summen in der Funktionalgleichung. - Herr D i e t e r weist das Nichtverschwinden der $\zeta(s,\lambda)$ bei $s=1$ nach und Herr G a s c h ü t z behandelt die H e c k e schen Sätze über die mehrdimensionale Primidealverteilung. - Herr L e p t i n berichtet über den weiteren Inhalt der programmatischen Arbeit von G o d e m e n t über die Zetafunktionen einfacher Algebren und weist auf unverständliche

Stellen hin. - Herr K n o b l o c h behandelt vorbereitend die p-adischen Analoga einiger aus der reellen Analysis bekannten Sätzen wie z.B. die Theorie impliziter Funktionensysteme. - Herr R o q u e t t e bestimmt die Dimension des Moduls der invarianten Differentialformen einer formalen lokalen Liegruppe der Dimension n über beliebigen Grundkörper betrachtet, insbesondere den abelschen Fall bei Char.0 und behandelt als Anwendung den Satz von L u t z - M a t t u c k über abelsche Liegruppen über perfekt bewerteten Körpern der Charakteristik Null. - Herr K n e s e r behandelt die Normierung des Haarschen Masses im Fall einer algebraischen Gruppe lokal über einem lokalkompakten Körper bzw. global über einem algebraischen Zahlkörper nach dem Vorgang von T a m a g a w a und W e i l und gibt hieran anschliessend einen Überblick über die Themen der für den Herbst geplanten Fortsetzung dieser Arbeitsgemeinschaft.

Mathematisches Forschungsinstitut
Oberwolfach

1961,2

Bericht
über die
Arbeitstagung über Quantenlogik
(7.-10. April 1961)

Vom 7.-10. April 1961 fand in Oberwolfach eine interne Arbeitstagung über Quantenlogik statt, die unter der Leitung der Herren Professoren H. HERMES (Münster i.W.) und C.F. von WEIZSÄCKER (Hamburg) stand. Die Begrenzung der Teilnehmerzahl auf 18 Personen trug neben der Ruhe und Abgeschiedenheit des Lorenzenhofes wesentlich dazu bei, die Atmospähre zu schaffen, in der man sich intensiv der Lösung der aufgeworfenen Probleme widmen konnte; denn gemäß der Natur der vorliegenden Fragen war es vor allem wichtig, genügend Raum für ihre Diskussionen zu haben.

Anwesend waren u.a. die Herren Professoren
E.W. BETH (Amsterdam); P. LORENZEN (Kiel); H.A. SCHMIDT (Marburg); G. SÜSSMANN (Frankfurt a.M.).

Das Problem der sog. Quantenlogik wurde zum ersten Male 1932 von J. von NEUMANN aufgeworfen. Während in der klassischen Physik Eigenschaften eines Systems durch Punktmengen des Phasenraumes dargestellt werden, werden Eigenschaften eines quantenmechanischen Systems durch lineare Teilräume eines HILBERT-Raumes dargestellt. Der Eigenschaft "A oder B" entspricht also nicht die Vereinigungsmenge, sondern der kleinste A und B enthaltende Teilraum. Für diese Verknüpfung von Teilräumen gelten daher nicht alle Regeln eines Booleschen Verbandes; der Verband der Teilräume ist vielmehr u.a. nicht distributiv. Soll diese Tatsache so interpretiert werden, daß für die Quantentheorie eine besondere "Quantenlogik" zu benutzen ist, in der nicht alle Regeln der "herkömmlichen Logik" gelten oder ist die herkömmliche Logik als absolut gültig anzusehen und darf dann diese Verknüpfung von quantenmechanischen Eigenschaften nicht mit dem "oder" der Logik identifiziert werden?

Herr MITTELSTAEDT hat versucht, vom operativen Standpunkt von LORENZEN aus, die Quantenlogik unmittelbar zu begründen, indem ihre Regeln als eliminierbare Regeln in geeigneten Kalkülen interpretiert werden. Bei einer quantenmechanischen Interpretation ist die Regel $A \rightarrow (B \rightarrow A)$ nicht zulässig, wenn die Messung von B die Messung von A stört. Damit erweist sich auch die Importationsregel als nicht zulässig (von der das distributive Gesetz abhängt). Unter Berücksichtigung solcher Einschränkungen läßt sich eine Quantenlogik aufbauen.

Herr von WEIZSÄCKER geht davon aus, daß in der Naturwissenschaft verschiedenartige Aussagen gemacht werden. Eine Aussage vom Typ "Das System S hat zur Zeit t die Eigenschaft A" werte als ontische Aussage bezeichnet, eine Aussage vom Typ "Aus System S wird zur Zeit t die Eigenschaft A festgestellt" (geschrieben $\underset{\sim}{A}_t$) oder vom Typ "Man würde zur Zeit t am System die Eigenschaft A finden, wenn man eine geeignete Messung macht" (geschrieben $\underset{=}{A}_t$) werden als epistemische Aussagen bezeichnet. Dann steht statt der obigen Formel nur die Formel

$$\underset{\sim}{A}_t \longrightarrow (\underset{\sim}{B}_{t+dt} \longrightarrow \underset{=}{A}_{t+2dt})$$

zur Diskussion.

Für die verschiedenen Typen von Aussagen lassen sich Kodifikate aufstellen, worüber Herr SCHEIBE referierte.

Die Quantenmechanik läßt sich in epistemischen Aussagen mit der herkömmlichen Logik formulieren, will man aber die Aussagen der Quantenmechanik als ontische Aussagen deuten, so ist das vermutlich nur möglich, wenn man auf Teile der herkömmlichen Logik verzichtet und eine "Quantenlogik" benutzt.

Zu diesen Fragen wurden in weiteren Referaten (von H. KUNSEMÜLLER, Konstanz; E. RICHTER, Hamburg und vor allem von C.F. von WEIZSÄCKER) Beiträge geliefert, insbesondere hat die außerordentlich rege Diskussion wesentlich dazu beigetragen, die Probleme zu klären und die gegenseitigen Standpunkte verständlich zu machen.

1961,3

Bericht über die Tagung "Grundlagen der Geometrie"
in Oberwolfach vom 13. bis 2o. April 1961.

~~Teil I~~

An der Tagung "Grundlagen der Geometrie" im Mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach vom 13. bis 2o. April 1961 nahmen 35 Mathematiker ~~Professoren, Assistenten und Promovenden~~, davon 24 als Referenten, teil. Unter den Teilnehmern befanden sich neun Ausländer aus sechs Staaten: Frau Dr. Smielew, Warschau; Prof. Szabó und Dr. Strommer, Budapest; Prof. Springer und Dr. Veldkamp, Utrecht; Prof. Neerup, Birkerød bei Kopenhagen; Prof. Lombardo-Radice, Rom; Dr. Barlotti, Florenz; Mr. Jonsson, Manitoba. Erfreulicherweise war auch die Humboldt-Universität Berlin durch Dr. Schwabhäuser und Herrn Bothe vertreten. + Prof. Sperner

Unter der Leitung von Prof. Bachmann, Kiel, verlief die Tagung in bester wissenschaftlicher Atmosphäre. ~~Die vielen Referate gaben häufig Anregungen zu privaten Diskussionen mit dem Vortragenden.~~ Durch die ~~vergleichsweise~~ starke Beteiligung von Ausländern wurde besonders den jüngeren Teilnehmern ein Einblick in den internationalen Stand der geometrischen Grundlagenforschung vermittelt. Die Fülle des behandelten Stoffes gab zahlreichen Teilnehmern wertvolle Anregungen und Hinweise für ihre eigene Forschungstätigkeit.

~~Teil II~~

Zum ersten Mal kam im Rahmen einer solchen ~~dieser~~ Tagung mit Prof. Szabó ein Mathematik-Historiker zu Wort. Stärker als sonst war auch die mathematische Logik durch Prof. Lorenzen, Frau Dr. Smielew und Dr. Schwabhäuser vertreten. ~~wobei besonders der Vortrag von Prof. Lorenzen, in dem er eine protophysikalische Begründung der euklidischen Geometrie skizzierte, eine lebhafte Diskussion auslöste.~~

~~Erwartungsgemäß war kein Vertreter der algebraischen~~ Geometrie anwesend, auch der analytische Teil der Geometrie kam nur durch das topologische Mittel verwendende Referat von Herrn Bothe zu Wort. Kein Referent behandelte Fragen der Kreisgeometrie direkt, und nur Prof. Lombardo-Radice trug ~~über endliche Geometrien vor.~~

~~Unter den drei Vorträgen über Spiegelungsgeometrie fande~~

legte Prof. ~~Neerup im Anschluß an Hjelmslev ein Axiomensystem~~ vor, das zu Geometrien über pythagoreischen lokalen Ringen führt. Prof. Lenz entwickelte eine Alternative zu Bachmanns Axiomensystem, und Dr. Scherf lieferte eine Begründung der räumlichen hyperbolischen Geometrie. Als Abrundung einer Dehnschen Arbeit gab ~~Dr.~~ Pejas eine elliptische Geometrie an, in der die Winkelsumme im Dreieck je nach Anordnung des Koordinatenkörpers einmal größer und einmal kleiner als 180° ist. Dr. Strommer referierte über Konstruktionsmöglichkeiten in der ~~hyperbolischen Geometrie~~.

Einen breiten ~~Raum~~ Rahmen nahmen die Betrachtungen verallgemeinerter Inzidenz- und Anordnungsstrukturen mit etwa sechs Referaten ein, an denen die Sperner-Schüler ~~stark~~ stark beteiligt waren. Zu diesen traten noch zwei Arbeiten über Gruppenräume von Dr. Karzel und Dr. Ellers.

Auf viel Interesse stießen neben 3 Referaten über Spiegelungsgeometrie die Vorträge über klassische (orthogonale und andere) Gruppen. Behandelt wurden u.a. ~~Dr. Lingenberg gab einige Beispiele~~ nicht einbettbare~~r~~ Bewegungsgruppen, ~~Dr. Wolff gab ein Verfahren an, aus abstrakt gegebenen orthogonalen Gruppen den zugehörigen Vektorraum zurückzugewinnen. Prof.~~. ~~Springer und Dr. Klingenberg untersuchten Liesche Gruppen, und zwar gab Dr. Klingenberg die Lage der~~ Normalteiler in Lieschen Gruppen über lokalen Ringen ~~an, wogegen Prof. Springer gewisse~~ und Liesche Ausnahmegruppen ~~mit Hilfe der Moufang-Ebenen über Oktavkörpern deutete~~.

~~Teil III~~

~~Kurze Besprechung~~ Die Vorträge im einzelnen:

Vornamen!! (abgekürzt!)

~~Prof.~~ Lorenzen (Kiel): Das Begründungsproblem der Geometrie.

~~Prof. Lorenzen~~ Der Referent betrachtet die Geometrie als eine protophysikalische Theorie, die empirisch nicht widerlegbar ist, da sie die Begriffe, mit denen man räumliche Erfahrungen macht, erst bereitstellt. Er begründet diese protophysikalische Geometrie aus Homogenitätsprinzipien, die die Einführung geometrischer Grundbegriffe und die Ableitung klassischer Orthogonalitäts- und Parallelenaxiome gestatten. ~~Nimmt man die unter diesem Aspekt unproblematischen Existenz-~~, Inzidenz- und Anordnungsaxiome sowie das archimedische Axiom hinzu, so erhält man als gültige Geometrie die räumliche euklidische Geometrie über einem reellen Zahlkörper.

~~Dr.~~ Karzel (Hamburg): Gruppenräume und Inzidenzgruppen.

~~Dr. Karzel~~ verallgemeinert ~~den~~ Der Begriff des Gruppenraumes wird zu dem der Inzidenzgruppe, ~~einer Gruppe,~~ deren Elemente zugleich Punkte eines desarguesschen projektiven Raumes der Dimension > 1 sind, in dem die Linksmultiplikationen Kollineationen darstellen. Er charakterisiert die Inzidenzgruppen algebraisch dadurch, daß er jeder Inzidenzgruppe eineindeutig einen normalen Fastkörper zuordnet.

~~Dr.~~ Ellers (Hamburg): Involutorische und endliche Gruppenräume.

~~Im Anschluß daran~~ betrachtet ~~Dr. Ellers~~ Es werden Gruppenräume, in denen zwei Elemente inzident heissen ~~genannt werden~~, wenn ihr Produkt einem gegebenen invarianten Komplex D vom Exponenten 2 angehört. Ein solcher Gruppenraum ist immer eine Inzidenzgruppe. In dem besonderen Fall, daß zwei Elemente aus D immer ein involutorisches Produkt haben, wird der Fastkörper zu einem kommutativen Körper der Charakteristik 2. ~~der durch Adjunktion von Quadratwurzeln aus seinem Grundkörper entsteht. Umgekehrt entspricht jedem solchen Körperpaar ein involutorischer Gruppenraum. Jede endliche Inzidenzgruppe ist ein Gruppenraum.~~

~~Dr.~~ Schwabhäuser (Berlin): Grundlagen der elementaren hyperbolischen Geometrie.

Dr Ref. ~~Dr. Schwabhäuser, Schüler des mathematischen Logikers Prof. Schröter,~~ gibt ein vollständiges elementares Axiomensystem für die räumliche hyperbolische Geometrie an. Zur Algebraisierung benutzt er ~~dabei~~ eine elementar ~~(d.h. ohne Mengenvariable)~~ formulierte Hilbertsche Endenrechnung. ~~Dieses Hilfsmittel~~ zum Unterschied ~~et seine Methode von dem~~ von Tarski und W. Smielew ~~beschrittenen Weg.~~

Frau ~~Dr.~~ W. Smielew (Warschau): A New Analytic Approach to Absolute Geometry.

Analog zu ihrer elementaren Begründung der hyperbolischen Geometrie formuliert Frau ~~W.~~ Smielew ein Axiomensystem mit den Relationen Inzidenz, Anordnung und Distanz ohne ein Parallelenaxiom. In diesem System führt sie eine Streckenrechnung ein, die gleichermaßen für die euklidische wie für die hyperbolische Geometrie anwendbar ist. ~~So erhält man ein Strecken- oder Segmentsystem, das sich in einen euklidischen Körper einbetten läßt und in diesem ein offenes Intervall mit linkem Ende 0 bildet. Das Verfahren bedeutet eine Vereinheitlichung der beiden getrennten Methoden Hilberts.~~

~~Prof.~~ Neerup (Birkerød): Über die Hjelmslevsche Kongruenzlehre.

~~Prof. Neerup legt~~ Im ~~Verfolg~~ Anschluß ~~von~~ an Hjelmslevs Kongruenzlehre wird ein spiegelungsgeometrisches Axiomensystem mit freier Beweglichkeit und mehrfach verbindbaren Punkten zugrunde gelegt. Als Koordinatenbereich ergibt sich ein Hjelmslev-Ring, und die Metrik wird durch eine einzige Orthogonalitätskonstante k bestimmt. Diskussion einiger offener Fragen. ~~wobei das Verhältnis von k zu den verschiedenen Geometrien nicht vollständig geklärt ist~~, z.B. wenn k Nullteiler ist. ~~Unter anderen offenen Fragen erwähnt Prof. Neerup auch die~~, ob es ~~Modelle für inhomogene Ebenen gibt.~~

~~Prof.~~ Szabó (Budapest): Die Vorgeschichte der euklidischen Grundlegung der Geometrie.

Der Ref. ~~Prof. Szabó~~, von Haus aus Altphilologe, untersucht das euklidische Begriffssystem der definitiones, postulata und communes animi conceptiones auf seine Herkunft. Er weist nach, daß insbesondere die später wieder verlorengegangene Unterscheidung von postulata und communes animi conceptiones in der Auseinandersetzung mit der eleatischen Identitätsschule entstanden ist, auf die letztlich auch die systematische Strenge der bei Euklid gesammelten mathematischen Beweise zurückgeht.

~~Dr.~~ André (Braunschweig): Homomorphismen von Translationsebenen.

~~Dr. André~~ Untersucht werden Stellen der den Translationsebenen ~~(nicht eindeutig)~~ zugeordneten Quasikörper, insbesondere ~~betrachtet er~~ welcher Quasikörper Q, die aus den rationalen Zahlen R durch Adjunktion einer Quadratwurzel und passende Definition der Multiplikation entstehen. Während Stellen von Q auf R echte Stellen induzieren, ist umgekehrt nicht jede (Prim-)Stelle von R auf Q fortsetzbar. ~~Die zahlentheoretische Charakterisierung so definierter Primzahlmengen ist nur teilweise gelöst.~~

~~Dr.~~ Klingenberg (Göttingen): Liesche Gruppen über lokalen Ringen.

Nach ~~dem Vorgang von~~ Chevalley ~~erklärt Dr. Klingenberg~~ ~~den~~ wird der Begriff einer Lieschen Gruppe über einem lokalen Ring L erklärt. Dies liefert für jeden der Typen einer einfachen Lieschen Gruppe eine der reellen Normalform entsprechende Gruppe über L. ~~Dr. Klingenberg beschreibt die Lage der invarianten Untergruppen.~~ In Übereinstimmung mit ~~seinen~~ früheren Untersuchungen ~~über lineare und orthogonale Gruppen~~ zeigt ~~er~~ Ref., daß die invarianten Untergruppen in Klassen C(J) zerfallen, die eineindeutig den Idealen $J \neq L$ von L entsprechen. ~~Jedes Klasse C(J) besitzt ein größtes und ein kleinstes Element, daß sich mit Hilfe der Kongruenzen nach J beschreiben läßt.~~

~~Dr.~~ Benz (Mainz): Süss'sche Gruppen in affinen Ebenen mit Nachbarelementen und allgemeineren Strukturen.

~~Dr. Benz gibt ein~~ Aus einem Axiomensystem für die Süss'sche ~~oder~~ (äquiforme) Gruppe werden ~~an und leitet aus diesem~~ einige Winkeleigenschaften der verallgemeinerten affinen Ebene abgeleitet, aus denen umgekehrt wieder die Existenz der Süss'schen Gruppe in dieser Ebene folgt. ~~Weiter gibt er~~ Durch eine geeignete Forderung für die Süss'sche Gruppe ~~an, durch die~~ wird die Gruppe der singulären Winkel zu einem Normalteiler in der Gruppe aller Winkel ~~wird~~. ~~Die Faktorgruppe nach diesem Normalteiler ist dann die Winkelgruppe der gewöhnlichen affinen Ebene~~.

~~Dr.~~ Joussen (Hamburg): Anordnungsfähigkeit der freien Ebenen.

~~Dr. Joussen zeigt, daß sich~~ Jede (im M. Hallschen* Sinne) endlich erzeugte freie Ebene läßt sich anordnen ~~läßt~~. Als Hilfsmittel werden ~~benutzt er~~ definite Spernersche Ordnungsfunktionen benutzt ~~und zeigt~~, ~~daß~~ Jede Anordnung einer regulären halbprojektiven Inzidenzstruktur auf ihre erste Oberstruktur fortsetzbar ist.

~~Dr.~~ Lenz (München): Absolute Bewegungsgeometrie.

~~Dr. Lenz stellt nur~~ Aus den Grundbegriffen "Punkt" und "Bewegung" läßt sich ein Axiomensystem aufstellen, das dem Bachmannschen einschließlich ~~zuzüglich~~ des Axioms $\neg P$ (nichtelliptische Geometrie) gleichwertig ist. Die Gerade wird als Fixpunktmenge einer Bewegung $\neq 1$ definiert, die ~~schon~~ wenigstens zwei Fixpunkte hat.

~~Dr.~~ Pejas (Aachen): Über die Winkelsumme im Dreieck.

Auf der Grundlage der Hilbertschen Axiomgruppen I-III läßt sich die Winkelsumme im Dreieck definieren. Nach ~~einem Satz von~~ Schur ist ~~gilt:~~ die metrische Konstante der Geometrie ~~ist~~ genau dann $\gtreqless 0$, wenn die Winkelsumme im Dreieck $\gtreqless 2R$ ist. ~~Dr. Pejas zeigt~~ An einem Beispiel wird gezeigt, ~~daß~~ dies ~~Einteilung~~ unabhängig von der Einteilung in elliptische, euklidische und hyperbolische Geometrien ist. Ausgehend von einem zweifach geordneten Körper wird konstruiert ~~er~~ ein Oberkörper, in dem alle doppeltpositiven Elemente Quadrate sind. In jeder elliptischen Geometrie über diesem Körper herrscht freie Beweglichkeit. ~~Für passende nichtarchimedische Körper induzieren beide Körperordnungen Anordnungen der Geometrie, in denen die Winkelsumme einmal < 2R, einmal > 2R ist.~~

~~Dr.~~ Lingenberg (Hannover): Konstruktion von S-Gruppen mit eigentlichen Büscheln.

~~Dr. Lingenberg~~ konstruiert Innerhalb der $O_3^+(K,f)$ mit Rang f = 3 und ~~dem~~ rationalen Zahlkörper als ~~K~~ (werden) S-Gruppen als Untergruppen, ~~die nicht einbettbar sind, d.h. deren Idealebene~~ nicht die volle rationale Ebene ist. Auch nach Hinzunahme der Forderung, daß es eigentliche Büschel gibt, lassen sich ~~kann er~~ Beispiele ~~von S-Gruppen~~ angeben, die noch nicht dem Spernerschen Axiomensystem genügen, bei denen also nicht jede Gerade in drei eigentlichen Büscheln enthalten ist. ~~Diejenigen Geraden, die in drei eigentlichen Büscheln liegen, erzeugen aber nur eine echte Untergruppe der gegebenen S-Gruppe.~~

Scherf (Kiel): Hyperbolische Raumgeometrie.

~~Herr Scherf~~ Ref. begründet die hyperbolische Raumgeometrie aus dem Spiegelungsbegriff durch Zusatzaxiome zum gruppentheoretischen Axiomensystem des absoluten Raumes von Ahrens. Das Axiomensystem kennzeichnet die $PO_4(K,f)$ über geordneten Körpern mit Formen vom Trägheitsindex 1. Im Falle eines euklidischen Koordinatenkörpers lassen sich Beziehungen zur Kreisgeometrie von Benz und Ewald herstellen.

Biallas (Hamburg): Eine Verallgemeinerung des Doppelverhältnisses und ihre geometrische Deutung.

~~Herr Biallas~~ Verallgemeinert Das von E. Sperner 1949 angegebene Doppelverhältnis wird zu einem ~~Matrizen~~produkt~~, wie es auch schon A. Fuhrmann 1956 betrachtet hat~~. Die Untersuchungen zeigen viele Ähnlichkeiten mit dem Doppelverhältnis einer Punkt-Hyperebenen-Konfiguration, besonders in Bezug auf verallgemeinerte Perspektivitäten. Die Existenz einer Kette von Homomorphismen erweist sich als äquivalent mit der Gleichheit der Doppelverhältnisse zweier Quadrupel. ~~Damit ist gleichzeitig eine geometrische Deutung geliefert.~~

~~Prof.~~ Lombardo-Radice (Rom): Über gewisse Klassen taktischer Zerlegungen einer endlichen projektiven Ebene.

~~Prof. Lombardo-Radice~~ Der Ref. konstruiert Beispiele von vollständigen (p+5)/2-Bögen in endlichen desarguesschen Ebenen der Primzahlordnung $p \equiv 3 \pmod 4$. Ein vollständiger k-Bogen ist eine Menge von k Punkten, von denen keine drei kollinear sind, die aber nach Hinzunahme eines beliebigen weiteren Punktes drei kollineare Punkte enthält.

~~Prof.~~ Springer (Utrecht): Moufang-Ebenen und Ausnahmegruppen.

~~Professor Springer gibt eine~~ Geometrische Deutung für die Lieschen Ausnahmegruppen vom Typ E_6 mit Hilfe der Moufang-Ebenen über Oktavkörpern. Zu jedem Oktavkörper C der Charakteristik $\neq 2,3$ gehört eine eindeutig bestimmte projektive Ebene P_C, in der der kleine Satz von Desargues gilt. Die Kollineationsgruppe von P_C steht zu einer Gruppe vom Typ E_6 in einer ganz entsprechenden Beziehung wie die Kollineationsgruppe einer desarguesschen Ebene zu einer Gruppe $SL_3(K)$. ~~Leider ist~~ die Konstruktion von P_C bisher nur auf dem Umweg über gewisse einfache Jordansche Ausnahmealgebren möglich, obgleich P_C nicht von diesen Algebren, sondern nur von C abhängt.

~~Dr.~~ Dembowski (Frankfurt): bringt als Zusatz einen kurzen Beweis für die Einfachheit der kleinen projektiven Gruppe einer Moufang-Ebene.

~~Dr.~~ Strommer (Budapest): Elementargeometrische Konstruktionen mittels Lineal und Eichmaß sowie mit dem schiefen Zeichenwinkel, dem Winkelhalbierer oder dem Parallelenlineal in der hyperbolischen Geometrie.

In der hyperbolischen Geometrie reicht, wenn auf dem Zeichenblatt zwei Parallelen gegeben sind, zur Lösung aller Aufgaben, welche mit Zirkel und Lineal lösbar sind, jedes der folgenden Instrumente für sich aus: ein fester schiefer Winkel, ein Lineal, auf dessen Kante zwei Punkte markiert sind, oder der Winkelhalbierer. Das Lineal mit zwei parallelen Kanten kann in der hyperbolischen Geometrie Zirkel und Lineal völlig ersetzen.

~~Dr.~~ Salzmann (Frankfurt): Gruppentreue Einbettungen in nicht-desarguessche projektive Ebenen.

~~Dr. Salzmann gibt die~~ Sämtliche ~~n~~ nicht-desarguesschen projektiven Erweiterungsebenen des Kleinschen Modells werden angegeben, deren Kollineationsgruppe genau die Gruppe der geraden hyperbolischen Bewegungen ist.

~~Dr.~~ Arnold (Hamburg): Affine Strahlenräume und ihre Ferngebilde.

Ausgangspunkt ist ~~Dr. Arnold geht von~~ ein ~~em~~ affines Axiomensystem über Punkte, Strahlen und zwei Inzidenzrelationen ~~aus~~. Im Spezialfall der Identität der beiden Relationen ergeben sich affine Räume mit schwacher Inzidenz, wie sie E. Sperner angegeben hat. Der Vortragende gibt für sein System eine Algebraisierung von

verbandstheoretischem Charakter an, ~~führt den Fernraum~~ des Strahlenraums ein und zeigt, ~~daß~~ Familien ~~affiner~~ Ebenen ~~unter~~ gewissen Einschränkungen nicht-desarguessche affine Räume aufspannen.

Bothe (Berlin): Ein elementares topologisches Problem von Steinhaus.

Zu jedem Paar diametraler Punkte einer Kreislinie in einer reellen euklidischen Ebene sei ein im Kreisinnern verlaufender Bogen ~~(topologisches Bild einer Strecke)~~ gegeben, der die beiden Punkte verbindet. Die Abhängigkeit der Bögen, ~~als Punktmengen aufgefaßt,~~ von den Randpunktepaaren sei stetig. ~~Herr Bothe beweist~~ Ohne Benutzung algebraischer Topologie läßt sich beweisen, daß es dann im Kreisinnern einen Punkt gibt, durch den mindestens drei der Bögen gehen. ~~Außerdem gibt er ein Beispiel an, in dem durch keinen Punkt mehr als drei Kurven laufen.~~

~~Dr.~~ Wolff (Kiel): Zur Kennzeichnung orthogonaler Gruppen.

Als Vorstufe zur Lösung der Aufgabe, die orthogonalen Gruppen $O_n(K,f)$ gruppentheoretisch zu charakterisieren, ~~gibt Dr. Wolff~~ wird ein Verfahren angegeben, mit dem man aus der $O_n(K,f)$ den Raum $V_n(K,f)$ zurückgewinnen kann. Das Verfahren läßt sich bei Formen von beliebigem Index anwenden.

Glock (Stuttgart): Kollineationen, die mit einer Orientierungsfunktion verträglich sind.

~~Herr Glock zeigt, daß~~ Eine Orientierungsfunktion eines desarguesschen affinen Raumes ist genau dann mit jeder affinen Abbildung verträglich ~~ist~~, wenn sie einer vorgegebenen Hyperebenenrelation und einer Parallelenbedingung genügt. Ferner ist eine Kollineation eines desarguesschen affinen Raumes genau dann mit einer solchen Orientierungsfunktion verträglich, wenn jedes Element des Koordinatenbereiches hinsichtlich der Orientierungsfunktion denselben Wert wie sein Bild unter dem zur Kollineation gehörigen Automorphismus hat.

1961,4

Bericht
über das
Kolloquium über Geordnete Mengen
23. bis 28. April 1961

Vom 23. bis 28. April 1961 wurde im mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach ein Kolloquium über geordnete Mengen abgehalten. Die Anregung, dies zu tun, war im Januar 1961 von F.W. LEVI (Freiburg) ausgegangen, der jedoch an dem Kolloquium selbst nicht teilnehmen konnte. Präsident des Kolloquiums war L. LESIEUR (Paris); Teilnehmer waren M.L. DUBREIL-JACOTIN, P. DUBREIL, R. CROISOT, M. EGO, J. FORT, P. LEFEBVRE (alle aus Frankreich), M. CURZIO (Italien), G. BIRKHOFF (USA), G. KUREPA (Jugoslavien), E.T. SCHMIDT (Ungarn), M. NOVOTNY und F. ŠIK (ČSSR), G. BRUNS, W. FELSCHER, G. GRIMEISEN, E. HARZHEIM, J. SCHMIDT, D. SCHUMACHER, E.A. BEHRENS (Deutschland).

Nach N. BOURBAKI zählt man, neben der Algebra und der Topologie, die Theorie der geordneten Mengen zu den drei Grundstrukturen der Mathematik, deren Gegenstand eben das Studium dieser Grundstrukturen ist, versehen dann mit zusätzlichen Eigenschaften und auf mannigfache Weise untereinander kombiniert. Doch hat sich die Theorie der geordneten Mengen, an Jahren jünger als die beiden anderen Disziplinen, bisher noch nicht zu einer solchen Fülle entwickelt wie jene. Viele einzelne Probleme sind noch zu lösen, vor allem aber ist es an der Zeit, einheitliche Gesichtspunkte zu suchen, ja, neue Subtheorien zu erfinden, von denen man erwarten kann, daß dann mit einem Schlage ganze Reihen von Sätzen sich ergeben, die bisher einzeln, wenig durchsichtig und scheinbar zusammenhanglos bewiesen werden mußten, wenn sie nicht überhaupt bloß vermutet wurden.

Diese beiden, von einander abhängigen Aufgaben -Lösung einzelner Probleme, Analyse der Beweismethoden, Abstraktion der inneren Zusammenhänge- waren es, deren Behandlung das zu beschreibende Kolloquium gewidmet war. Ein besonderes Gewicht verlieh ihm die

Teilnahme von G. BIRKHOFF, der in den dreißiger und vierziger Jahren die seit DEDEKIND und HAUSDORFF dahinschlummernden verbands- und ordnungstheoretischen Untersuchungen in einer Reihe bahnbrechender Arbeiten wieder aufnahm und danach, 1948, in seiner enzyklopädischen Lattice Theory den damaligen Stand der Theorie referierte. Höhepunkte des Vortragsprogramms waren wohl die Mitteilungen von E.T. SCHMIDT und G. BRUNS, die beide, jeweils in ihrem Problemkreis, durch Verallgemeinerung vorhandener Begriffe schlagkräftige Theorien erfanden, nicht mehr bloß Beweise, sondern auch Gründe dafür angeben konnten, viele neue Sätze und leichten Zugang zu schon bekannten Ergebnissen fanden, welche bislang oft nur mühsam einzusehen waren. Im übrigen verteilten sich die Teilnehmer des Kolloquiums auf zwei disjunkte Klassen: die einen, deren Interesse verbands- und ordnungstheoretischen Fragen galt, welche gelegentlich natürlich auch aus anderen mathematischen Disziplinen entsprossen sein und dort vielleicht wieder Anwendungen gestatten mochten, und die anderen, die sich mit algebraischen Untersuchungen über Moduln und Halbgruppen befaßten. Leider hatte eine Anzahl bedeutender Forscher des Auslandes wegen Zeit- und (aus dem östlichen Ausland) Visaschwierigkeiten den Einladungen nicht folgen können.

G. KUREPA (Zagreb) gab einen Überblick über Resultate und Probleme aus der allgemeinen Theorie der geordneten Mengen: Klassifikationsschemata besonders hinsichtlich total- und wohlgeordneter Teilmengen; bei der Typenfestlegung spielen kardinale und ordinale Invarianten eine Rolle. G. BRUNS (Mainz) berichtete aus seinen Untersuchungen über Darstellungen und Erweiterungen geordneter Mengen mit Anwendungen auf die $\mathfrak{M}$-subdirekten Darstellungen vollständiger Verbände (d.h. voll infimumtreuer Ordnungsisomorphismen in Produkte vollständiger Ketten, die für Mengen aus $\mathfrak{M}$ auch suprememtreu sind); seine Ergebnisse umfassen Sätze von BÜCHI, S. PAPERT und RANEY. E.T. SCHMIDT (Budapest) teilte die von ihm gemeinsam mit G. GRÄTZER gefundene Lösung des BIRKHOFF'schen Problems 50 mit: genau die kompakt erzeugten Verbände sind den Kongruenzverbänden einer Algebra mit finitären Operationen isomorph; die Typen dieser Algebren lassen sich in Beziehung zu denen der dargestellten Verbände setzen, wodurch sich Darstellungs-

sätze von WHITEMAN und JONSSON ergeben. J. SCHMIDT (Köln) sprach über die Beziehungen zwischen hüllentheoretischer und algebraischer (d.h. im Sinne von E. MARCZEWSKI) Unabhängigkeit für Algebren mit finitären Operationen; bezieht man sich bei der Definition der algebraischen Unabhängigkeit einer Teilmenge M nur auf das Erzeugnis von M, so ist etwa die Existenz maximaler solcher relativ algebraisch unabhängiger Mengen (ganz wie im hüllentheoretischen Fall) dem TEICHMÜLLER-TUKEYschen Lemma äquivalent. G. BIRKHOFF (Cambridge, Mass.) berichtete über multiplikative Prozesse (nämlich einparametrige Semigruppen nichtnegativer linearer Abbildungen) in archimedisch geordneten Vektorverbänden und bewies dazu Existenzsätze für verallgemeinerte Eigenvektoren; zu Grunde lagen Probleme der Reaktortheorie. M. NOVOTNY (Brno) sprach über isotone Funktionale geordneter Mengen, deren Werte in beschränkt vollständigen, in sich dichten Ketten liegen; eine Dualitätstheorie wurde entwickelt, bei der unter gewissen Voraussetzungen Isomorphismen zwischen geordneten Mengen aus geeigneten Isomorphismen ihrer dualen Räume (der geordneten Mengen der isotonen Funktionale) konstruiert werden können. F. ŠIK (Brno) diskutierte dann die Existenz- und Fortsetzungsfragen für isotone additive Funktionale auf geordneten Gruppen. E. HARZHEIM (Köln) verschärfte den Satz von HAUSDORFF-URYSOHN und gab Beziehungen zwischen der Kardinalzahl einer Menge von Totalordnungen einer Menge E und der Kardinalzahl einer Teilmenge von E an, auf der sämtliche diese Totalordnungen die gleiche Zwischenrelation induzieren. G. GRIMEISEN (Stuttgart) sprach über die gefilterte Summation von Filtern (eine Verallgemeinerung der Konstruktion einfacher Folgen aus Doppelfolgen) und die Kennzeichnung einstufiger Limesräume. W. FELSCHER (Freiburg) berichtete über Hülleninduktion bei mehreren definierenden Abbildungen und gab eine Analyse des zweiten ZERMELOschen Beweises des Wohlordnungssatzes und die daran anknüpfenden Konstruktionen wohlgeordneter Teilmengen geordneter Mengen.

L. LESIEUR (Paris) kennzeichnete die $\mathfrak{N}$-irreduziblen endlich erzeugten Moduln über unitären linksnoetherschen Ringen A und führte dazu das Herz C(M) eines Moduls M über A ein: sei E(M) die injektive Hülle von M, C(E(M)) der Durchschnitt aller von $\{0\}$ verschie-

denen Kerne von A-Endomorphismen von E(M), $C(M) = M \cap C(E(M))$; C(M) ist ein Vektorraum, dessen τ-isotype Untermoduln eine projektive Geometrie bilden (X τ-isotyper Untermodul von M, wenn E(M/X) direkte Summe zu E(M) isomorpher injektiver unzerlegbarer Untermoduln ist); M ist $\cap$-irreduzibel, genau wenn M isotyp ist und, falls τ der Typ von M, in C(M) kein τ-isotyper nichttrivialer Untermodul existiert. R. CROISOT (Besançon) untersuchte die komplementären Untermoduln K eines Moduls M über einem nichtkommutativen Ring (d.h. es existiert ein Untermodul N von M so, daß K maximal für $N \cap K = \{o\}$); zwischen C(M) und einem Faktorring des Endomorphismenringes von E(M) läßt sich eine Galoiskorrespondenz einrichten, deren Fixelemente eine projektive Geometrie der Dimension dim C(M) bilden. M. CURZIO (Napoli-Paris) gab Nilpotenzkriterien für endliche Gruppen: unter geeigneten Voraussetzungen kann aus der Isomorphie der Normalteiler- oder Subnormalteilerverbände zweier Gruppen und der Nilpotenz der einen auf die der anderen geschlossen werden. Mme M.L. DUBREIL-JACOTIN (Paris) diskutierte die Vorzüge des Zornschen Lemmas gegenüber dem Wohlordnungssatz bei Beweisen in der Algebra. P. DUBREIL (Paris) führte einige Begriffe für Halbgruppen ein und wandte sie auf die Endomorphismenhalbgruppe einer Gruppe an. M. EGO (Paris) kennzeichnete die Halbgruppen mit distributivem Verband aller Subhalbgruppen.

P. LEFEBVRE (Paris) beschrieb bestimmte Klassen von Subhalbgruppen einer Halbgruppe, welche die Normalteiler verallgemeinern, und gab in diesen Klassen gewisse Unterverbände an.

1961,5

B e r i c h t

über die

Tagung über Zahlentheorie

Pfingsten 1961

Vom 23. bis 27. Mai 1961 fand im Mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach eine Tagung über Zahlentheorie statt. Tagungsleiter waren die Herren Professoren H.HASSE, Hamburg, und P.ROQUETTE, Tübingen. An der Tagung nahmen dreiundzwanzig Mathematiker teil, davon fünfzehn aus Deutschland, drei aus Frankreich, zwei aus England, einer aus den USA, einer aus der Schweiz und einer aus Dänemark. J.TATE, Cambridge (Mass.), war eigens aus den USA zu dieser Tagung gekommen. L.REDEI, Szeged, mit dessen Teilnahme bis zuletzt gerechnet wurde, konnte leider nicht kommen. Die beschränkte Teilnehmerzahl und die Stille und Abgeschiedenheit des Mathematischen Forschungsinstituts mitten im Schwarzwald boten die äußeren Voraussetzungen für eine Tagung mit vielen Diskussionen und regem Gedankenaustausch auch außerhalb der Vorträge.

Das Programm der Tagung gab einen Querschnitt durch aktuelle Gebiete der algebraischen Zahlentheorie und der algebraischen Geometrie. So berichtete ein zusammenfassender Vortrag über neuere Ergebnisse, die zu einer weitgehenden konstruktiven Beherrschung der Arithmetik absolut-abelscher Zahlkörper führen. Andere Vorträge handelten von der Modulstruktur KUMMERscher Erweiterungen DEDEKINDscher Bereiche, von der Klassenzahl p^n - ter Kreiskörper und von einem bewertungstheoretischen Aufbau der Arithmetik der Algebren. Zwei Vorträge befaßten sich mit den für die Theorie der diophantischen Gleichungen wichtigen WC-Gruppen, den Gruppen von Klassen prinzipaler homogener Räume über Abelschen Mannigfaltigkeiten sowie ein Vortrag mit der Reduktion Abelscher Mannigfaltigkeiten. Drei Vorträge berichteten über Erweiterungen der Klassenkörpertheorie: Über galoissche Erweiterungen $\mathfrak{p}$ -adischer Zahlkörper, über zyklische Erweiterungen von Funktio-

nenkörpern über Zahlkörpern und schließlich -unter Verwendung von algebraisch-geometrischen Methoden- über lokale Klassenkörpertheorie bei algebraisch abgeschlossenem Restklassenkörper. Zwei weitere Vorträge hatten die Theorie der Differentialformen und Dualitätssätze auf algebraischen Mannigfaltigkeiten mit inseparablen Funktionenkörpern zum Gegenstand.

Kurzer Bericht über die auf der Tagung gehaltenen Vorträge:

Ch. PISOT (Paris): <u>Über eine Klasse ganzer algebraischer Zahlen.</u>

S sei die Menge der reellen ganzen algebraischen Zahlen mit $\theta > 1$ und allen Konjugierten θ_j vom Betrag $|\theta_j| < 1$, T die Menge der reellen ganzen algebraischen Zahlen mit $\tau > 1$ und allen Konjugierten τ_j vom Betrag $|\tau_j| \leq 1$, $|\tau_j| = 1$ für ein j. Es werden Beziehungen angegeben zur Verteilung mod 1 von $a\alpha^n$, zu Eindeutigkeitsmengen in der Theorie der trigonometrischen Reihen und zum Koeffizientenproblem der meromorphen Funktionen in $|z| \leq 1$ mit $|f(z)| \leq 1$ für $|z| = 1$.

M. KNESER (München): <u>Approximationssätze in algebraischen Gruppen.</u>

Wesentlich vereinfachter Beweis des folgenden Satzes von M. EICHLER (Crelle J. 179): Sei G Normeinsgruppe einer einfachen Algebra über einem Zahlkörper k als Zentrum, G_A die Adèlegruppe, G_k bzw. G_∞ die Gruppe der Hauptadèle bzw. derjenigen Adèle, die an allen endlichen Primstellen die Komponente 1 haben. Dann liegt $G_\infty G_k$ genau dann dicht in G_A, wenn G_∞ nicht kompakt ist.

Ch. JENSEN (Kopenhagen): <u>Über die Lösbarkeit Nicht-Pellscher Gleichungen.</u>

D heiße zulässig, wenn $x^2 - Dy^2 = -1$ ganzzahlig lösbar ist. Für die Struktur der Ringklassenkörper über reell-quadratischen Zahlkörpern ist die folgende Frage von Bedeutung: d sei quadratfrei und zulässig; für welche m ist dm^2 zulässig? O.B.d.A. sei m=p prim. Kriterien werden angegeben

für die Zulässigkeit von dp^2 durch Darstellungen von p durch binäre quadratische Formen.

A. FRÖHLICH (London): Die Modulstruktur KUMMERscher Erweiterungen von DEDEKINDschen Bereichen.
o sei ein DEDEKIND-Bereich, $K=Q(o)$, Λ/K halbeinfache, kommutative KUMMERsche Algebra mit GALOISgruppe G. O sei die Hauptordnung von Λ, $\tilde{O}$ die "KUMMERordnung" (durch KUMMERelemente von O erzeugt). O und $\tilde{O}$ werden als Moduln über dem Gruppenring o(G) betrachtet. Arithmetische Bestimmung der Struktur von $\tilde{O}$ und des Index $[O:\tilde{O}]$; Bedingungen für $O \simeq o(G)$.

H.-W. LEOPOLDT (Erlangen): Zur Arithmetik abelscher Zahlkörper.
Zusammenfassender Bericht über neuere Ergebnisse in der Arithmetik absolut-abelscher Zahlkörper: Gegeben sei eine endliche Gruppe von Restklassencharakteren. Wie beschreiben sich die arithmetischen Bestimmungsstücke des zugeordneten Körpers K (Hauptordnung, Einheitengruppe, Klassenzahl usw.) durch die Charaktere? Vergleiche dazu die Abhandlungen H.-W. LEOPOLDT: Über die Hauptordnung der ganzen Zahlen eines abelschen Zahlkörpers, Crelle J. 201, 1959 und H.-W. LEOPOLDT: Über Fermatquotienten von Kreiseinheiten und Klassenzahlformeln mod p, Rend. Circ. Mat. Palermo, T. IX, 1960.

W. JEHNE (Heidelberg): Kreiskörper und Γ- Erweiterungen.
p sei eine Primzahl. Der p-Bestandteil der Klassenzahl des p^n-ten Kreiskörpers ist für große n von der Form p^{e_n} mit $e_n = \lambda n + \mu p^n + \nu$ (Iwasawa). Es wird eine Abschätzung der "imaginären" Bestandteile μ^-, λ^- nach oben angegeben.

H. BENZ (Berlin): Die Hauptordnungen der zyklischen verschränkten Produkte und ihre Arithmetik.
Mit Hilfe von speziellen Pseudobewertungen werden Hauptordnungen in Algebren ausgezeichnet und deren Arithmetik beschrieben. Vgl. dazu die Abhandlung H. BENZ: Über eine Bewertungstheorie der Algebren und ihre Bedeutung für die Arithmetik, Akademie-Verlag-Berlin, 1961.

H. KOCH (Dresden): GALOISsche Erweiterungen $\mathfrak{p}$-adischer Zahlkörper.

k sei ein $\mathfrak{p}$-adischer Zahlkörper über dem Körper der rationalen p-adischen Zahlen vom Grade m, K eine galoissche Erweiterung von k, die bzgl. normalen Erweiterungen von p-Potenzgrad abgeschlossen ist, K_o der maximale einfach verzweigte Teilkörper von K. $G(K/k)$ ist nach IWASAWA halbdirektes Produkt von $G(K_o/k)$ und $G(K/K_o)$, $G(K/K_o)$ also Operatorgruppe mit dem Operatorenbereich $G(K_o/k)$. Enthält K_o die p-ten Einheitswurzeln nicht, so ist $G(K/K_o)$ eine "freie" Operatorgruppe mit m Erzeugenden.

E. LAMPRECHT (Würzburg): Zyklische Erweiterungen arithmetischer Funktionenkörper.

k sei ein algebraischer Zahlkörper, K ein Funktionenkörper der Dimension 1 über k, speziell k und K rational. Es werden die endlichen zyklischen Erweiterungen L/K durch arithmetische "Kongruenzgruppen" in K gekennzeichnet.

J.P. SERRE (Paris): Corps de classes local.

K sei ein diskret bewerteter, vollständiger Körper mit algebraisch abgeschlossenem Restklassenkörper k, K_a die maximale abelsche Erweiterung von K, $G(K_a/K)$ ihre GALOISgruppe. Die Einheitengruppe U_K von K ist auf natürliche Weise gefiltert durch Gruppen $U_K{}^n$ und vermöge $U_K = \varprojlim U_K/U_K{}^n$, eine proalgebraische Gruppe (vgl. dazu J.P. SERRE: Groupes proalgébriaues, Publ. Math. n° 7). Es ist $G(K_a/K)$ isomorph zur Fundamentalgruppe $\pi_1(U_K)$ der proalgebraischen Gruppe U_K.

A. NERON (St. Ouen): Reduction of Abelian varieties.

k sei ein diskret bewerteter, vollständiger Körper, $\mathfrak{p}$ das Bewertungsideal und k^o der Restklassenkörper. k^o sei vollkommen. Für jede projektive k-Varietät V bezeichne V^o den mod $\mathfrak{p}$ reduzierten Zykel, rational über k^o. Dann gilt: Ist A eine elliptische Kurve, definiert über k, so existiert ein "$\mathfrak{p}$-einfaches" k-Modell A_* von A, so daß mit $\alpha: A \Rightarrow A_*$ für jede rationale Abbildung $\varphi: V \Rightarrow A$, $\varphi_* = \alpha \circ \varphi$ ein "$\mathfrak{p}$-Morphismus" ist in jedem Punkt von supp V^o, der "$\mathfrak{p}$-einfach" über V ist. Eine Abschwächung hiervon gilt für beliebige Abelsche Mannigfaltikeiten A. Folgerung: Die einfachen

Punkte von A_*° bilden eine algebraische Gruppe.

J. TATE (Cambridge, Mass.): Principal homogeneous spaces for Abelian varieties.

A sei eine Abelsche Mannigfaltigkeit, definiert über k, A_K die Menge der über K rationalen Punkte, $K \supset k$, $G(K/k)$ die GALOISgruppe von K/k, $\bar{k}$ die separable Hülle von k. Man setzt $WC = H^1(k,A) = H^1(G_{\bar{k}/k}, A_{\bar{k}}) = \lim_{K} {}_1 H^1(G_{K/k}, A_K)$. Folgende Fälle wurden besprochen:

1. k endlich: $H^1(k,A) = 0$ (S. LANG)
2. k diskret bewertet und vollständig mit algebraisch abgeschlossenem Restklassenkörper k_0. Vgl. dazu J. TATE, Sem. Bourbaki 1o, 1957/58, exp. 156. 3. k Funktionenkörper einer Variablen über algebraisch abgeschlossenem Konstantenkörper.

J.W.S. CASSELS (Cambridge): Die Arithmetik auf Kurven vom Geschlechte 1.

A sei eine Abelsche Mannigfaltigkeit der Dimension 1 über einem endlich algebraischen Zahlkörper k. Gegenstand der Untersuchung ist die folgende Hauptvermutung: Auf $TŠ = WC = H^1(k,A)$ gibt es eine schiefsymmetrische Form mit Werten in Q/Z, die TŠ mit sich selbst in Dualität setzt. Es wurde eine graduierte Fassung der Hauptvermutung bewiesen.

E. KUNZ (Heidelberg): Die kanonische Klasse in algebraischen Funktionenkörpern.

K/k sei ein beliebiger algebraischer Funktionenkörper, V ein Modell von K/k, k_0 ein Körper zwischen k und k^p, $p = \chi(k)$. Die höchste von 0 verschiedene äußere Potenz des "Differentialmoduls" von K über k_0 liefert eine Divisorenklasse $\vartheta(k_0)$ auf V. Unter all diesen Divisorenklassen $\vartheta(k_0)$ gibt es eine "größte". Im Falle dim (K/k) = 1 ist dies die "kanonische Klasse" des RIEMANN-ROCHschen Satzes. Kennzeichnung der Körper k_0 mit $\vartheta(k_0)$ = "kanonische Klasse".

H. J. NASTOLD (Heidelberg): Zum SERREschen Dualitätssatz.
Wie im vorhergehenden Vortrag von E. KUNZ sei V ein Modell von K/k. V sei singularitätenfrei. Die obige Aussage über die "kanonische Klasse" gilt auch für dim (K/k) > 1. k_0 sei ein Körper mit $\vartheta(k_0)$ = "kanonische Klasse", Ω^t die Garbe der Keime über k_0 gebildeter holomorphen Differentialformen der höchsten Stufe auf V. Dann gilt mit der Garbe Ω^t der SERREsche Dualitätssatz auf V.

P. ROQUETTE (Tübingen): Über den Singularitätsgrad algebraischer Kurven.
Einfacher Beweis der Gleichung $d = 2\delta$ für Kurven auf nichtsingulären Flächen (GORENSTEIN) gegründet auf die Beziehung $(\mathfrak{a}^{-1})^{-1} = \mathfrak{a}$ für Ideale $\mathfrak{a}$ der zugehörigen Ringe. Es werden hinreichende Bedingungen für die Gültigkeit der letzteren Beziehung angegeben.

1961, 6

Bericht
über das
Arbeitsseminar über Projektive Differentialgeometrie
23. - 25. 6. 1961

Unter der Leitung der Herren Professoren G. BOL (Freiburg i.B.) und M. BARNER (Karlsruhe) fand vom 23.-25. Juni 1961 im Mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach ein Arbeitsseminar über Projektive Differentialgeometrie statt. Der Teilnehmerkreis setzte sich insbesondere aus jüngeren Mathematikern der Universitäten Freiburg, Karlsruhe und Berlin (TU) zusammen, die hier unter berufener Anleitung Gelegenheit hatten, über ihre eigenen Untersuchungen vorzutragen und zu diskutieren oder sich über die neueren Entwicklungen der Forschung zu orientieren. Die Anregung der Institutsleitung an die Arbeitskreise benachbarter Hochschulen, künftig auch während der Semestermonate solche kürzeren Seminare abzuhalten, kann nur dankbar begrüßt werden. Die intensive Arbeitsatmosphäre des Oberwolfacher Instituts fördert die gemeinsame Einarbeitung in ein Forschungsgebiet in besonderem Maße.

Zur Diskussion standen verschiedene Fragen aus Teilgebieten der Projektiven Differentialgeometrie, so etwa aus der Flächen- und Netztheorie sowie aus der Geraden- und MÖBIUS-Geometrie. Dem Charakter eines Arbeitsseminars entsprechend, boten die Vorträge neben Originalvorträgen auch Literaturberichte.

Zu den Vorträgen im einzelnen:

I. MEYER (Freiburg): Folgen harmonisch konjugierter Netze.
Ein konjugiertes Kurvennetz heißt harmonisch, wenn sich die Netzkurven und die Torsallinien der ersten Achsenkongruenz harmonisch trennen. Von besonderem Interesse ist der Sonderfall, daß alle LAPLACE-Transformierten eines solchen Netzes wieder harmonisch sind. Es gibt dann zwei weitere LAPLACE-Ketten harmonischer Netze, die der ursprünglichen Kette doppelt einbeschrieben bzw. umbeschrieben sind. Unter gewissen Voraussetzungen läßt sich dieser Prozeß der Erzeugung weiterer ein- bzw. umbeschriebener harmonischer Ketten iterieren.

H. EGGS (Freiburg): Ein Beitrag zu der Frage nach Kugelkongruenzen der MÖBIUS-Geometrie, die der LAPLACE-Gleichung genügen.
Eine Kugelkongruenz läßt sich in bekannter Weise als Fläche $\mathfrak{y}(u,v)$ in einem vierdimensionalen projektiven Hilfsraum mit ausgezeichneter Quadrik $\langle \mathfrak{y}\mathfrak{y} \rangle = 0$ deuten. Es wird gezeigt, daß bei der üblichen $\langle \mathfrak{y}\mathfrak{y} \rangle = 1$ die Kugelkongruenz $\mathfrak{y}$ der LAPLACE-Gleichung $\Delta \mathfrak{y} = 0$ nicht genügen kann.

D. ROETHER (Berlin): Über die Bezugssysteme erster Ordnung von Geradenkomplexen im P_3.
In Anlehnung an Arbeiten russischer Autoren wird über die Festlegung eines Bezugssystems erster Ordnung zur Behandlung der Geradenkomplexe berichtet; man arbeitet hier zweckmäßig im KLEINschen Geradenraum. Für die Untersuchung der Umgebung zweiter Ordnung eines Komplexstrahls sind zwei quadratische Formen wichtig, die weitgehende Analogien zu den GAUSSschen Grundformen der Flächentheorie aufweisen.

H. BOL (Freiburg): Zur projektiven Differentialgeometrie der Regelflächen dritter Ordnung.
Zu einer Regelfläche dritter Ordnung (mit verschiedenen Leitgeraden) gibt es bekanntlich eine projektive äquivalente Polarenfläche; eine entsprechende Eigenschaft hat auch eine umfassendere Klasse von Kongruenzregelflächen ("Paarflächen"). Unter ihnen finden sich auch algebraische Regelflächen jeder Ordnung n, die sich durch eine (p, q)-Korrespondenz zwischen zwei windschiefen Geraden erzeugen lassen ($p + q = n \geq 3$, p, q teilerfremd).

W. DEGEN (Freiburg): Über gewisse von Kegelschnitten erzeugte Flächen und ihren Zusammenhang mit der projektiven Kurven- und Streifentheorie.
Es werden Flächen des P_3 mit einer einparametrigen Schar von Kegelschnitten betrachtet, wobei die Kehlkurve der Kegelschnittsebenen auf der Fläche verläuft und den jeweiligen Kegelschnitt berührt. Je nach dem, ob die Tangentenebenen der Fläche längs eines Kegelschnitts Schmiegebenen einer C_3 sind oder einen quadratischen Kegel einhüllen, ergibt sich ein enger Zusammenhang mit der projektiven Raumkurventheorie oder Streifentheorie.

1961,7

Tagung über
Boolesche Algebren und Maßtheorie
vom 31.7.61 bis zum 4.8.61

Die Booleschen Algebren waren in den letzten dreißig Jahren Gegenstand zahlreicher Untersuchungen. Diese verliefen nicht nur im Rahmen des Entstehungsgebietes der Booleschen Algebren, der Logik, sie beschränkten sich auch nicht auf die den Booleschen Algebren begrifflich unmittelbar übergeordnete Verbandstheorie, sondern weiteten sich auf immer neue Gebiete der Mathematik (Algebra, Topologie Maßtheorie, Wahrscheinlichkeitsrechnung, Funktionalanalysis) aus. Die Theorie der Booleschen Algebren erwies sich nämlich als sehr fruchtbar einerseits bei der Untersuchung der Struktur einer einzelnen Theorie, andererseits aber auch beim Auffinden struktureller Zusammenhänge zwischen verschiedenen Theorien.

Diese Anwendungen der Theorie der Booleschen Algebren förderten nicht nur die betreffenden Gebiete, sondern brachten auch umgekehrt ihr selber große Fortschritte. Ein besonders wichtiges Beispiel für diese Wechselwirkung bildet die Maßtheorie. So erbrachte die Erforschung von Existenz-, insbesondere Erweiterungs- sowie Darstellungsfragen für Maße auf Booleschen Algebren zugleich tiefe Einsichten in die Struktur der letzteren.

Eine andere wichtige Beziehung der Maßtheorie zur Theorie der Booleschen Algebren besteht darin, daß sie erst deren Anwendung auf die Wahrscheinlichkeitsrechnung und die Funktionalanalysis ermöglicht.

Das Symposion über Boolesche Algebren und Maßtheorie vom 31.7.61 bis zum 4.8.61 im Mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach stand unter der Leitung der Professoren Ph. DWINGER (Lafayette) und Chr. PAUC (Nantes). ~~In Anwesenheit einer großen Anzahl von Fachvertretern aus dem In- und Ausland (Deutschland (11), U.S.A. (4), Frankreich (3), Polen (8), Holland (2), Italien (1)) - darunter führende Vertreter der beiden Gebiete und wichtiger Grenzgebiete wurden~~ in neunundzwanzig Vorträgen und zahlreichen Diskussionen und die Entwicklung und der Stand der Forschung auf diesen beiden und angrenzenden Gebieten erörtert.

Zu den Vorträgen:

<u>Existenz von Maßen</u>

A.TARSKI (Berkeley) berichtete über die Geschichte und den letzten Stand des Maßproblems in der allgemeinen Mengenlehre, das ist die Frage nach der Existenz nicht (stark) meßbarer Kardinalzahlen.

O.M.NIKODŶM (Gambier) zeigte, daß auf jeder Booleschen Algebra ein strikt positives additives Maß mit Werten in einem nicht archimedisch geordneten Körper existiert.

C.RYLL-NARDZEWSKI (Wroclaw) charakterisierte diejenigen Maßalgebren welche ein strikt positives bezüglich einer Automorphismengruppe invariantes Maß besitzen, mit Hilfe eines Random-Ergodensatzes für Banachräume.

J.BOCLÉ (Rennes) gab eine hinreichende Bedingung an für die Existenz eines Maßes auf einem endlichen Maßraum, welches invariant bezüglich einer Gruppe von Transformationen, die homomorphes Bild einer unimodularen Gruppe ist.

S.SWIERCZKOWSKI (Wroclaw) gab eine hinreichende Bedingung an für

die Existenz eines (in einem besonderen Sinne) invarianten Maßes auf einer Quotientengruppe mit Hilfe der Modularfunktionen der zugehörigen Haarschen Maße.

W.A.J.LUXEMBURG (Pasadena) behandelte die Zerlegung von strikt positiven additiven Maßen auf Booleschen Algebren in einen σ-additiven und einen endlich-additiven Teil sowie die Normalität von σ-additiven Maßen, außerdem die Existenz normaler Maße.

Erweiterungs- und Darstellungsprobleme

Ph. DWINGER (Lafayette) behandelte mit Hilfe der Stoneschen Darstellung die α-vollständige freie Erweiterung einer Booleschen Algebra, insbesondere den Fall endlich vieler Erzeugender (im Anschluß an Rieger - Sikorski) und den Fall, daß sie ein α-Feld ist.

R.S.PIERCE (Seattle) behandelte insbesondere das Problem, unter welchen Bedingungen ein freies α-distributives Produkt von α-distributiven Booleschen Algebren ein freies α-darstellbares Produkt ist.

O.HAUPT (Erlangen) - Chr. PAUC (Nantes) behandelten im Anschluß an Bledsoe-Morse ein Produktmaß, in der Ebene, wofür die Sierpinskische Menge meßbar ist, sowie (semi-)adaptierte Maße auf topologischen Räumen.

D.BIERLEIN (München) charakterisierte diejenigen Maßräume, welche eine Erweiterung besitzen, bezüglich derer eine vorgegebene Funktion meßbar ist.

A.HULANICKI (Wroclaw) bewies, daß jede orthogonal-invariante Erweiterung des Lebesgueschen Maßes eine orthogonal-invariante Erweiterung besitzt.

F.TERPE (Greifswald) charakterisierte das Lebesguesche Integral als ein bezüglich gewisser Eigenschaften maximales Integral auf einem Teilverband der Lebesgue-meßbaren Funktionen.

F.I.PAPANGELSU (Athen) konstruierte eine Ordnungsvervollständigung für abelsche Verbandsgruppen nach den Cantorschen Verfahren.

F.BERTOLINI (Rom) bewies, daß jeder bedingt σ-vollständige Vektorverband V mit F-Einheit isomorph dem Verband aller Ortsfunktionen auf der Booleschen Algebra der charakteristischen Elemente von V ist.

D.KÖLZOW (Greifswald) bewies mit Hilfe des Darstellungsverfahrens von H.Bauer den Satz von Radon-Nikodym für das Stone-Integral mit Basis-meßbarer Grundmenge, das Bourbaki-Integral mit Stone-Bedingung und reguläre Maßräume bezüglich lokaler Nullmengen.

Th.RIEDRICH (Dresden) zeigte, daß beim Darstellungsverfahren von H.Bauer die schwache Endlichkeit im Sinne von Stone im allgemeinen nicht erhalten bleibt.

Direkte und inverse Limesbildungen

Chr.PAUC (Nantes) gab eine maßfreie Fassung des Satzes von Helms-Krickeberg über Martingale.

W.RINOW (Greifswald) behandelte den zu gewissen gerichteten Systemen von Idealen einer Booleschen Algebra gehörigen inversen Limes.

M.METIVIER (Rennes) verallgemeinerte einen Existenzsatz von Bochner-Choksi für das σ-Maß eines inversen Limes von Maßräumen auf (quasi-) kompakte Maße im Sinne von Marczewski (Ryll-Nardzewski).

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

Sruktur von Maßalgebren
D.A.KAPPOS (Athen) behandelte das Problem,einer Familie von Zufallsvariablen eine Familie von unabhängigen Zufallsvariablen zuzuordnen, so daß die Variablen mit gleichem Index verteilungsgleich sind,und gab ein Kriterium an für die Gültigkeit des zentralen Grenzwertsatzes.

Algebren von Maßen
S.HARTMAN (Wroclaw) behandelte normale und analytische Teilalgebren der Banachalgebra aller Borelschen Maße endlicher Variation auf einer separablen lokal kompakten abelschen Gruppe.

Operatoralgebren
K.URBANIK (Wroclaw) klassifizierte die meßbaren Größen eines Hilbertraumes neu und charakterisierte anschließend die Gleichheit in der Heisenbergschen Ungenauigkeitsrelation.

Integration von Ortsfunktionen
J.RIDDER (Groningen) definierte für Paare von reellwertigen Ortsfunktionen auf einer Booleschen σ-Algebra Produkt,Summe und Inklusion sowie für gewisse Vektorverbände von Paaren Integrale.

Differentiation auf Maßalgebren
K.KRICKEBERG (Heidelberg) charakterisierte die Übereinstimmung der stochastischen mit den wesentlichen Derivierten von Zellenfunktionen durch die Gültigkeit ~~des~~ eines Vitalischen Überdeckungssatzes.

Boolesche Algebren und Logik
R.SIKORSKI (Warszawa) charakterisierte die Offenheit einer formalisierten mathematischen Theorie mit Hilfe der Kompaktheit der geeignet topologisierten Booleschen Algebra aller ihrer Ausdrücke.

Rein algebraische Probleme
E.MARCZEWSKI (Wroclaw) gab einen Überblick über die verschiedenen Unabhängigkeitsbegriffe für abstrakte Algebren und behandelte den Zusammenhang mit dem Begriff der freien Algebra im Sinne von Birkhoff.Insbesondere wurde der Fall der Booleschen Algebren behandelt.

Rein maßtheoretische Probleme
H.G.KELLERER (München) zeigte,daß für die Approximierbarkeit von meßbaren Teilmengen des Pruduktes zweier Maßräume durch "Rechtecke" die Atomarität eines der Faktoren charakteristisch ist.

R.ENGELKING (Warszawa) behandelte Homgenitätseigenschaften des Raumes aller Lebesgue-meßbaren Teilmengen des R^n bezüglich der Nikodým-schen Metrik.

S.GUBER (München) gab im Anschluß an Choquet-Deny maßtheoretische Kennzeichnungen von Funktionenkegeln und untersuchte Stabilitätseigenschaften.

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

Bericht über das
4. Kolloquium über Wahrscheinlichkeitstheorie und
mathematische Statistik
in Oberwolfach

20. - 26. August 1961

Vom 20. bis 26. August 1961 fand in Oberwolfach das vierte Kolloquium über Wahrscheinlichkeitstheorie und mathematische Statistik unter der Leitung von Prof. Dr. K. Jacobs (Göttingen) statt.

Insgesamt waren 41 aktive Teilnehmer anwesend, davon 16 aus dem Ausland. Von diesen kamen je vier aus Dänemark und den Vereinigten Staaten, drei aus der Tschechoslovakei, zwei aus Ungarn und je einer aus Griechenland, Österreich und Schweden. Eine besondere Freude war für alle Teilnehmer die Anwesenheit von Prof. H. Cramér (Stockholm), der in diesem Jahr zum ersten Mal nach Oberwolfach gekommen war. Bedauert wurde die durch die Ereignisse des 13. August bedingte kurzfristige Absage der Arbeitsgruppe aus Ostberlin.

Viele Teilnehmer waren nicht zum ersten Mal in Oberwolfach und kannten bereits die 'Oberwolfacher Atmosphäre', die wie kaum eine andere Umgebung dazu geeignet ist, wissenschaftlichen Gedankenaustausch und persönliche Kontakte zu fördern. Die zum ersten Mal Anwesenden fügten sich schnell ein und sehr bald wurden allgemein die gebotenen Möglichkeiten zu intensiven Diskussionen in kleinen Gruppen ausgiebig wahrgenommen. Auch die unmittelbar an die Vorträge angeschlossenen Diskussionen erstreckten sich - durchaus im Sinne aller Teilnehmer - in vielen Fällen weit über die vorgesehene Zeit hinaus.

Das Oberwolfacher Treffen war eine der Tagungen, wie sie von nun an im Abstand von eineinhalb Jahren regelmäßig durchgeführt werden sollen. Man konnte allerdings den Eindruck gewinnen, daß die ständig wachsende Zahl von Mathematikern, die sich für Wahrscheinlichkeitstheorie und mathematische Statistik interessieren, ebenso wie die Vielfalt der Spezialgebiete in absehbarer Zeit eine Teilung der Tagung und die Abhaltung von Spezialtagungen erforderlich machen wird. Z.B. würde eine Spezialtagung über Fluktuationsprobleme sicher auf großes Interesse und rege Beteiligung rechnen können.

Der weitgespannte Themenkreis der insgesamt 27 Referate wurde zwanglos in die Gebiete 'Grundlagen', 'stochastische Prozesse', 'mathematische Statistik' und 'Informationstheorie' aufgeteilt und die Referate unter den entsprechenden Rahmenthemen zusammengefaßt.

Im Einzelnen wurden zum Rahmenthema 'Grundlagen' folgende Vorträge gehalten:

<u>D. Bierlein</u> (München): Über die Möglichkeit, eine reelle Funktion durch Fortsetzung des Wahrscheinlichkeitsfeldes meßbar zu machen.

Für die Lösung des Problems, eine reelle Funktion f auf der Menge M durch Fortsetzung des Wahrscheinlichkeitsfeldes $(M,\mathfrak{A},p)$ meßbar zu machen, wurden notwendige und/oder hinreichende Bedingungen angegeben. Für eine Klasse von nicht $\mathfrak{A}$-meßbaren Funktionen wurde die Konstruktion einer Fortsetzung des Maßes $p|\mathfrak{A}$ bei Adjunktion von $\mathfrak{A}_f$ zu $\mathfrak{A}$ skizziert. Andererseits gibt es unter schwachen mengentheoretischen Einschränkungen bzgl. der Mächtigkeit von M stets Funktionen, die sich - von trivialen Spezialfällen (diskrete Maße!) abgesehen - nicht meßbar machen lassen.

<u>D. A. Kappos</u> (Athen): Verteilungsgleiche Zufallsvariable.

Es wurden die Kriterien angegeben, die erfüllt sein müssen, damit zu einer gegebenen Familie $\{x_i\}$, $(i \in I)$ von Zufallsvariablen eine andere Familie von w-unabhängigen Zufallsvariablen y_i $(i \in I)$ derart existiert, daß y_i dieselbe Wahrscheinlichkeitsverteilung wie x_i besitzt. (Erscheint im Bull. Soc. Math. Greece, (Athen), 1961).

<u>K. Krickeberg</u> (Heidelberg): Neuere Fortschritte in der Behandlung einiger Konvergenzprobleme.

Berichtet wurde erstens über Versuche, eine Reihe von Konvergenztheorien stochastischer Prozesse, die gewisse Analogien aufweisen, einheitlich zu behandeln, und zweitens über einige Fortschritte bei speziellen Konvergenzproblemen. Einheitlich behandeln lassen sich alle Sätze über die Konvergenz von gerichteten, nicht notwendig monotonen Familien von bedingten Erwartungsoperatoren (noch unveröffentlicht). Das schließt die klassischen Martingalkonvergenzsätze (Doob) ein und ebenso die üblichen Differentiationssätze (Lebesque, Jessen-Marcinkiwiez - Zygmund, Radon - Nikodym etc.). Zum Teil existieren zusammenfassende Behandlungen für Familien von Erwartungsoperatoren, Reynoldsche Operatoren und ergodische Mittelbildungen (Meyer - Jerison, Rota). Für gewisse Ergodensätze und Sätze über Hilbertsche Transformationen gibt es eine einheitliche Theorie von Cotlar.

Die Konvergenzsätze über Erwartungsoperatoren lassen sich ausdehnen auf den Fall von gerichteten Familien zufälliger Variabler, die nicht mehr als Werte einer Familie von Erwartungsoperatoren erscheinen, aber doch damit zusammenhängen (nicht-monotone Martingale und Semimartingale), (noch unveröffentlicht).

<u>E. Lukacs</u> (Washington): Neuere Entwicklungen des Charakterisationsproblems.

Der Vortragende gab einen umfassenden Überblick über die bisher bekannten Resultate, die zum Teil auf seine eigenen Arbeiten zurückgehen, und berichtete über eigene neue Untersuchungen.

P. Schmidt (Aarhus): On the Eigenvalues of Toeplitz Matrices.

Die Determinanten der Toeplitz-Matrizen T_n, $(n = 1,2,..)$, die mit Hilfe der Koeffizienten eines Laurent-Polynoms f gebildet werden, können explizit als Funktionen der Nullstellen von f dargestellt werden. Das ermöglicht die Untersuchung des asymptotischen Verhaltens der Determinanten T_n und Aussagen über die Menge der Limespunkte der Eigenwerte bei $n \to \infty$.

Beim Rahmenthema 'stochastische Prozesse' fiel auf, daß Fluktuationsprobleme insbesondere bei Prozessen mit symmetrisch abhängigen Zuwächsen großes Interesse finden. Es wurden folgende Referate gehalten:

E.S. Anderson (Aarhus): Fluctuations of sums of Random Variables.

Seien $X_1, X_2, \ldots$ symmetrisch abhängige Zufallsvariable und $S_k = X_1 + X_2 + \ldots + X_k$. Bezeichnet ferner $\{T_{n,k}\}_{k=o}^{n}$ eine Umordnung der Menge $\{S_k\}_{k=o}^{n}$, so kann man mit Hilfe einer geeignet definierten symbolischen Multiplikation von charakteristischen Funktionen φ die Spitzerische Formel und die Identität

$$\varphi(T_{n,k}, S_n) = \varphi(T_{n-k,o}, S_{n-k})\, \varphi(T_{k,k}, S_n)$$

auf den Fall symmetrisch abhängiger Zufallsvariabler verallgemeinern.

<u>H. Cramér</u> (Stockholm): The structure of certain stochastic processes.

Es wurde unter recht allgemeinen Bedingungen bewiesen, daß auch für nicht-stationäre Vektorprozesse eine Spektraldarstellung mit Hilfe von Prozessen mit orthogonalen Zuwächsen existiert. Dieses Ergebnis wurde dann zur Konstruktion von im Sinne der Methode der kleinsten Quadrate optimalen Schätzfunktionen für die Vorhersage der Stichprobenfunktionen benutzt. (Die Arbeit wird unter dem Titel: 'On the structure of purely non-deterministic stochastic processes' im Arkiv för Matematik Band 4 (1961) erscheinen.)

<u>H. Dinges</u> (Göttingen): Eine kombinatorische Überlegung für Prozesse mit symmetrisch abhängigen Zuwächsen am absorbierenden Rand.

Sei $x(t,\omega)$ ein solcher Prozeß über der diskreten oder kontinuierlichen Indexmenge T. Wir nennen $(T(h,\omega), x(T(h,\omega))$ den 'ersten Absorptionspunkt am Rande h', falls $T(h,\omega) = \inf(t \mid x(t,\omega) \geq h)$. Das Verteilungsmaß dieser Zufallsvariable nennen wir q_h. $Q_\infty = \int_0^\infty q_h \, dh$ ist σ-finit und berechnet sich einfach aus den Verteilungsfunktionen der $x(t,\omega)$ einzeln (!) : $dQ = \frac{x}{t} dP_\infty$. Dabei ist für eine beliebige Testfunktion $\psi(t,x)$ das Integral $\int \psi(t,x) dP_\infty$ definiert durch $\int_0^\infty \left[\int_0^\infty \psi(t,x) d_x Ws(x_t \leq x) \right] dt$.

<u>H. Klinger</u> (Göttingen): Über eine Klasse von Sekundärprozessen.

Durch einen 'Primärprozeß', der als stationärer Markoff-Prozeß mit endlich vielen Zuständen angesetzt ist, werden die Parameter eines Sekundärprozesses mit unabhängigen Zuwächsen gesteuert. Der so gebildete Sekundär-

prozeß ist allein betrachtet ein Semi-Markoffscher Prozeß. Es wurde explizit die charakteristische Funktion der Zufallsvariablen des Sekundärprozesses angegeben und in einigen Spezialfällen auch invertiert. Das Modell ist als Ansatz bei Irrfahrtsproblemen und für Quasi-Anstekkungs-Verteilungen verwendbar.

W. Uhlmann (Hamburg): Harmonische stochastische Prozesse.

Es wurden stochastische Prozesse betrachtet, bei denen jede Realisation eine harmonische Funktion ist. Für die Kovarianzfunktion wurden einfache Eigenschaften abgeleitet und eine Spektraltheorie entwickelt.
(Erscheint demnächst in der ZAMM).

I. Vincze (Budapest): Bemerkungen zu der Frage des 'First Passage' Problems.

Der Vortragende berichtete über die gemeinsame Verteilung von Abszisse und Ordinate des Maximums bei einer eindimensionalen Irrfahrt und gab einige Hinweise auf mögliche Verallgemeinerungen der Fragestellung.

Die meisten Vorträge waren zum Rahmenthema 'mathematische Statistik' angemeldet worden. Es sprachen:

O. Barndorf-Nielsen (Aarhus): Über das Wachstum der maximalen Orderstatistik.

Sei $\{x_n\}$ ... eine Folge von unabhängigen, identisch verteilten Zufallsvariablen, die die Verteilungsfunktion F haben. Dann gelten, falls ρ_n eine nicht abnehmende Folge reeller Zahlen ist,

Satz 1 (J. Geffroy 1958)

$$P\left(\limsup \left\{ \max_{1 \le k \le n} X_k \le \rho_n \right\}\right) = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$$

je nachdem ob $\sum (1 - F(\varrho_n)) \begin{cases} < \infty \\ = \infty \end{cases}$

und Satz 2 $\quad P\,(\limsup \{\max_{1 \leq k \leq n} x_k \leq \varrho_n\}) = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$

je nachdem ob $\sum \frac{\log \log n}{n} \quad (F(\varrho_n))^n \begin{cases} < \infty \\ = \infty \text{ und} \\ F(\varrho_n)^n \searrow . \end{cases}$

E. Batchelet (Basel und Washington): Zwei mit dem Wilcoxon-Test verwandte Teste.

Liegen die Zufallspunkte der beiden Stichproben nicht auf einer Geraden, sondern auf einem Kreis, so muß der Wilcoxon-Test modifiziert werden. Als Testgröße eignet sich die 'minimale Anzahl der Inversionen'. Will man die Streuungen zweier Stichproben vergleichen, so spaltet man die Gesamtheit der Zufallspunkte beider Stichproben beim Medianpunkt auf und zählt die Summe der Inversionen vom Medianpunkt in entgegengesetzten Richtungen. Die Summe der Zahl der Inversionen eignet sich als Testgröße.

R. Borges (Köln): Subjektivtrennscharfe Konfidenzbereiche.

Die Neyman'sche Definition des trennscharfen (shortest, most selective, most accurate) Konfidenzbereiches wurde durch eine Integration der Neyman'schen Definitionsgleichungen mit einer Vorbewertung bzgl. des Parameters der Verteilung abgeschwächt und die Beschreibung dieser subjektivtrennscharfen Konfidenzbereiche explizit angegeben.

H.G. Kellerer (München): Zur Existenz analoger Bereiche.

Es wurde gezeigt, daß es zu endlich vielen atomlosen

Maßen $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_n$ über einem Wahrscheinlichkeitsfeld stets mindestens eine Zufallsvariable $x(\omega)$, $(x(\omega): \Omega \to R^1)$, derart gibt, daß zu jedem $(0 \leq \delta \leq 1)$ ein analoger Bereich (similar region) $A \subset R^1$ mit $\mu_i(A) = \delta$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$ existiert. Der Satz gilt nicht für eine unendliche Menge von Maßen, wie an einem einfachen Gegenbeispiel gezeigt wurde.

Z. Koutsky (Prag): Ein Beitrag zur Impulszählung.

Es wurde ein sehr detailliertes Wahrscheinlichkeitsmodell für die Vorgänge bei der Zählung von elektrischen Impulsen diskutiert. Daraus ergaben sich Folgerungen für die Konstruktion von Aggregaten, die in schnellen Rechenautomaten zur Erzeugung von echten Zufallszahlen Verwendung finden können.

D. Morgenstern (Münster, Westf.): Ein elementarer Beweis des Kolmogoroffschen Grenzwertsatzes.

Aus den Iterationsformeln von Massey (Ann.math.Statistics 21, 116-119 (1950)) werden durch einen Limessatz über Approximation der Lösungen der Wärmeleitungsgleichung durch Lösungen von Differenzengleichungen die Grenzformeln von Kolmogoroff und anderen gewonnen.

G. Noether (Boston): Wahrscheinlichkeit und Statistik im amerikanischen Fernsehen.

Der Vortragende, der an der Gestaltung einer längeren Sendereihe über Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Statistik für das amerikanische Fernsehen mitgearbeitet hat, berichtete neben didaktischen und methodischen Fragen auch technische Einzelheiten. Da im Anschluß an den Kursus auch Prüfungen abgenommen wurden, konnte der Vortragende auch über die Wirkungsbreite der

Sendereihe Angaben machen.

E. Parzen (Stanford): An approach to time series analysis.

Es wurde gezeigt, wie man die Tatsache, daß zu jeder Kovarianzfunktion ein eindeutig bestimmter reproduzierender Kern im Hilbertraum existiert, dazu benutzen kann, um einen einheitlichen Formalismus zu entwickeln, der die Behandlung von vielen statistischen und analytischen Fragen in der Theorie der Zeitreihen bei bekannter Kovarianzfunktion gestattet.

R. Prekopa (Budapest): Stochastische Programmierung.

Seien b_i $(i=1,2, \ldots m)$ und c_j $(j=1,2,\ldots,n)$ $(m>n)$ reelle Konstanten und a_{ij} reelle Zufallsvariable. Über die Verteilung der Zufallsvariablen $M = \max \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$ - das Maximum ist, sofern die Nebenbedingungen überhaupt eine Lösung zulassen, über $x_1, x_2, \ldots, x_n$ mit den Nebenbedingungen $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i$ zu bilden - wurden a) unter Voraussetzungen über die Determinante der Erwartungswerte der Zufallsvariablen a_{ij} und b) für den Fall $m \to \infty$, $n \to \infty$ asymptotische Aussagen gewonnen.

H. Störmer (München): Über das Testen von Verteilungshypothesen.

Es wurden Tests betrachtet, die über die Zugehörigkeit einer Verteilungsfunktion zu einer Klasse entscheiden. Am Beispiel der Normalverteilungen wurde gezeigt, wie man dazu nach einer Variablentransformation den Kolmogoroff-Test benutzen kann. Die Konsistenz folgt aus einem Satz über Stichprobenverteilungsfunktionen.

W. Vogel (Tübingen): 'Matching Pennies' gegen einen Markov - Gegner.

Beim Spiel 'Matching Pennies' muß man die Handlungsweise eines Gegners voraus zu raten suchen. Ein Beispiel dafür ist eine Person, welche am Abend eines jeden Tages das Wetter für den nächsten Tag vorhersagt. Ein Modell für diese Wettervorhersage ist das folgende: Gegeben sei ein Markov-Prozeß mit den Zuständen 0 und 1. Vor jedem Schritt soll man versuchen, sein Auskommen vorherzusagen. Der Erwartungswert der Anzahl der richtigen Vorhersagen ist der Gewinn. Für dieses Spiel werden die Bayes-Lösungen bestimmt, diese hängen nicht von der Übergangsmatrix des Markov-Prozesses ab. Durch Analogie-Betrachtungen lassen sich Strategien mit wünschenswerten Eigenschaften für allgemeinere Fragestellungen angeben.

<u>E. Walter</u> (Göttingen): Zweistichprobenrangteste.

Einige eigene für die Prüfung der Symmetrie bezüglich Null früher gewonnene Ergebnisse wurden auf die Prüfung der Zweistichprobenhypothese mit unpaarigen Beobachtungen erweitert. Z.B. wurde für den Fall, daß die Zufallsvariablen unabhängig sind und jede Stichprobe mindestens zwei Beobachtungen enthält, eine Klasse von überall wirksamen Testen (strictly unbiased tests) angegeben. Auch wurde eine Optimaleigenschaft des einseitigen Zweistichprobentests von Mosteller bewiesen.

Die Vorträge über 'Informationstheorie' deuteten die gegenwärtige Tendenz an, informationstheoretische Gedanken auf allgemein statistische Fragen zu übertragen. Es sprachen:

<u>J. Nedoma</u> (Prag): Die Kapazität periodischer Kanäle.

Es wurde bewiesen, daß bei periodischen Kanälen mit der Periode r die mit Hilfe von ergodischen Quellen definierte Durchlaßkapazität kleiner oder gleich der Durchlaßkapazität ist, die mit Hilfe von bezüglich der Ver-

schiebungstransformation T^r ergodischen Quellen definiert ist.

V. Straßen (Göttingen): Kontinuierliche Quellen mit diskreter Ablesevorschrift.

Die Menge M der möglichen Meßwerte für ein kontinuierliches zufälliges Experiment bestehe aus endlich vielen Dezimalzahlen. Berücksichtigt man beim Meßvorgang systematische Fehler, so werden die relativen Häufigkeiten von Ereignissen aus M i.a. nicht durch eine Wahrscheinlichkeitsverteilung, sondern durch ein sogenanntes Untermaß gesteuert. Dies ist eine Mengenfunktion u mit

$$\sum_{E \subseteq F} (-1)^{|F-E|} u(E) \geq 0 \qquad (F \subseteq M).$$

Mit einer geeignet definierten Entropie würde die AEP-Eigenschaft (Feinstein) für Untermaße bewiesen.

I. Vincze (Budapest): Information und Konfidenzintervalle.

Der Begriff der relativen Information (vgl. I. Vincze: Transaction of the Second Prague Conf. 1959) wird zur Konstruktion von Konfidenzintervallen für Parameter von bezüglich des Lebesguemaßes absolut stetigen Wahrscheinlichkeitsverteilungen im R^1 herangezogen. Als Beispiele werden die Normalverteilung und die Exponentialverteilung betrachtet.

K. Winkelbauer (Prag): Axiomatic Definitions of Channel Capacity.

Es wird eine axiomatische Definition der Kapazität für Kanäle mit endlicher Vergangenheit gegeben, die auch für Kanäle mit endlichem Gedächtnis gilt.

Mathematisches Forschungsinstitut
Oberwolfach 1961,9

Bericht

über einen Fortbildungslehrgang für Studienräte mit dem Thema

Lineare und multilineare Algebra

Vom 8.-14. September 1961 fand im Mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach wieder wie schon in früheren Jahren ein Fortbildungslehrgang für Studienräte über "Lineare und multilineare Algebra" statt. Als Tagungsleiter und zugleich als Vortragende stellten sich in dankenswerter Weise die Professoren M. KNESER (München) und G. PICKERT (Tübingen) zur Verfügung. Tagungsteilnehmer waren Studienräte aus Baden-Württemberg.

Die lineare und multilineare Algebra hat im Laufe der letzten Jahrzehnte eine erhebliche Umgestaltung hinsichtlich ihrer Methoden und Ziele erfahren, und diese Entwicklung wird sich auch aller Voraussicht nach in den kommenden Jahren fortsetzen. Wegen ihrer engen Beziehungen zu fast allen wichtigen mathematischen Disziplinen ist es eine vordringliche Aufgabe, diese Entwicklung immer wieder zu beschreiben und kennenzulernen. Das gilt in besonderem Maße für die Schulmathematik und die Schulmathematiker. In der Schulmathematik spielt die lineare Algebra für die Algebra in der Mittelstufe einerseits und für die analytische Geometrie andererseits eine ausschlaggebende Rolle. Ein wichtiges Ziel dieser Fortbildungstagung war es daher, diese bisher noch nicht hinreichende Bedeutung der linearen Algebra für die Schule herauszuarbeiten, und eine Reihe von Schulmathematikern in die modernen Fragestellungen einzuführen.

Die Tagungsteilnehmer haben einen Tagungsbericht erarbeitet, der aber wegen seiner Ausführlichkeit hier nicht beigelegt werden kann und daher durch den vorliegenden Kurzbericht ersetzt werden soll.

1961,10

Bericht über das Mathematikgeschichtliche Kolloquium im Mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach / Walke vom 16.–21. Sept. 1961.

Leitung: Herr Prof. Dr. J. E. Hofmann

Teilnehmer:

AYMANNS, Frau Prof. A.	Münster
BEISSWANGER, P.	Tübingen
BOCKSTAELE, Dr. P.	Sint-Niklaas
BRUINS, Prof. Dr. E.M	Amsterdam
BURCKHARDT, Prof. Dr. J.J.	Zürich
BUSARD, Dr. H.L.L	Venlo
FELLMANN, Dr. E.A.	Basel
FLADT, Prof. Dr. K	Calw
FRAUNHOLZ, W.	Bingen
FREUDENTHAL, Prof. Dr. H.	Utrecht
GERARDY, Dr. T	Hannover
GERICKE, Prof. Dr.	Freiburg
HAAS, Dr. K.H.	Heidelberg
HAMMER, Dr. F.	Weil der Stadt
HELLER, Dr. S.	Schleswig
HERMELINK, Dr. H	München
HESTERMEYER, Doz. W.	Greven
KOSCHMIEDER, Prof. Dr. L.	Tübingen
LEGRAS, Dr. P.	Fribourg
LOHNE, Stud. Rat J.	Flekkefjord
MAHONEY, M.	München
MAYERHÖFER, Dr. J.	Wien
MENNINGER, Dr. K.	Heppenheim
OETTEL, Dr. H.	Oberhausen

PETERS, Dr. W. S	Bonn
PULVER, Frl. M.	Göttingen
SAMPLONIUS, Frl. Y.	Amsterdam
SAUERMANN, Frau L	Oberhausen
SIEBER, Gymn. Prof. H	Stuttgart
VOLK, Prof. Dr. O.	Würzburg

Herr Oettel kennzeichnet die konsequente Anwendung der Schwerpunktsmethode bei Giovanni Ceva (1648 –1734). Er behandelt Cevas Dreieckssatz und weist auf ~~die~~ Cevas Lösung neuer Kegelschnittprobleme hin, welche im Zusammenhang mit der Auffindung des 5, 6. und 7. Buches von Apollonius auftauchen.
Herr Bruins betont, daß Euklids Werk eher als Sammlung denn als abgeschlossene Wissenschaftstheorie im Sinne des Aristoteles aufzufassen ist. Es stellt eine Antwort auf sophistische Lehren dar. Bruins gibt das Beispiel einer Geometrie, in welcher I2 und I3 beweisbar sind, aber nicht I1.
Herr Peters zeichnet ein Bild von der Auffassung des Parallelen~~axioms~~postulats um in der 2. Hälfte des 18. Jahrhunderts und schildert den Einfluß des leider zu wenig beachteten Abraham Gotthelf Kaestner (1719–1800) hinsichtlich des Möglichkeits- und Konstruierbarkeitsbegriffes.
Herr Hofmann und Herr Heller behandeln das Diophantische Problem, ganzzahlige Lösungen der Gleichungen $t_p t_q + a = u_1^2$ $(p \neq q \neq r)$ zu finden und die rekursive Ableitung von Viererlösungen aus Dreier-Lösungen.
Herr Burckhardt zeigt, daß al-Hwarazmi seine Jahreslänge von Brahmagupta übernommen hat und berichtigt die Festsetzung des Tages der Hedschra durch Suter.

Herr Lohne stellt die Ansätze zur Erklärung des Brechungsvorgangs von Ptolemaios bis 1636 dar. Er hebt die Bedeutung der von Alhazen (Kairo 1000) angegebenen Ungleichung hervor, ebenso die der von Porta 1593 angegebenen. Harriot 1601 kennt das Sinusgesetz, ohne es zu veröffentlichen.

Herr Busard berichtet über die bei Oresme vorhandenen Beiträge zur Lehre von unendlichen Reihen und ihre Darstellung bei Alvarus Thomas. Insbesondere beweist Oresme die Divergenz der harmonischen Reihe.

Herr Fladt gelangt im Anschluß an Keplers Astronomia nova zu der bisher falsch ~~unbekannten~~ bekannten Formel der Eilinie (vorletzter Versuch für die Deutung der Planetenbahnen) und kennzeichnet die Haupteigenschaften der Kurve.

Herr Hammer gibt Einblick in die Schwierigkeiten der Kepleransgabe nach Max Caspars Tod. Er berichtet eingehend über den Inhalt der von ihm herausgegebenen Bandes der Mathematischen Schriften.

Herr Freudenthal berichtet vom Wandel der Statistik als political arithmetics (beginnend mit John Gaunt 1661) über Arbuthnot 1710 bis zu J. Dandelin und zu A. Quetelet (L'Homme moyen, 1832)

Herr Koschmieder rekonstruiert aufgrund von Andeutungen Eisensteins einen Beweis des quadratischen Reziprozitätsgesetzes vermittels der Tangensfunktion. Er kennzeichnet Eisensteins Versuch, durch analytische Hilfsmittel „Überlegungen zu sparen".

Herr Volk berichtet über die Wiederauffindung in Leningrad von 56 der 57 Bände des Nachlasses von Eimmart, dem Nürnberger Amateurastronomen (1639-1705). Man erwartet die Aufklärung etlicher Einzelheiten aus der Leibnizzeit.

Herr Mayerhöfer kennzeichnet Leibnizens Bekanntenkreis um den Wiener Hofkammerdiener Schöttel anhand von Briefen um 1715 und die dabei auftretenden mathematischen Probleme (Diophantische Gleichungen, magischer Kubus, usw.

Die einzelnen Vorträge geben Anlaß zu fördernder und anregender Diskussion.

1961,11

Mathematisches Forschungsinstitut
Oberwolfach

Bericht
über die
Geometrie-Tagung
vom 24.-30. September 1961

Die diesjährige Geometrie-Tagung, die schon mit zur Tradition des Mathematischen Forschungsinstituts Oberwolfach gehört, wurde von Professor Dr. K.H. WEISE geleitet. Neben einer ganzen Reihe diese Tagung regelmäßig besuchender Mathematiker konnten auch diesmal wieder neue Teilnehmer, vor allem aus dem Ausland, begrüßt werden.

Es nahmen teil:

Barner, M.	Karlsruhe	Laugwitz, D.	Darmstadt
Barthel, W.	Saarbrücken	Leichtweiß, K.	Freiburg
Bettinger, W.	Saarbrücken	Lingenberg, R.	Hannover
Bilinski, S.	Zagreb	Müller, H.R.	Berlin
Blum, R.	Saskatoon	Prade, H.	Karlsruhe
Böhm, W.	Berlin	Rapp,	Darmstadt
Bol, G.	Freiburg	Roether, D.	Berlin
Degen, W.	Freiburg	Schlender, B.	Kiel
Dombrowski, P.	Bonn	Schreiner, A.	München
Emde, H.	Darmstadt	Strubecker, K.	Karlsruhe
Flohr, F.	Karlsruhe	Varga, O.	Budapest
Florian, A.	Wien	Vogel, W.O.	Karlsruhe
Florian, H.	Graz	Volk, O.	Würzburg
Franz, G.	Saarbrücken	Voss, K.	Zürich
Gerretsen, J.C.H.	Groningen	Walter, R.	Karlsruhe
Gröbner, W.	Innsbruck	Willmore, Th.J.	Liverpool
Haupt, O.	Erlangen	Weise, K.H.	Kiel
Kunle, H.	Freiburg	Wunderlich, W.	Wien.
Günham,	Istanbul		

Das Vortragsprogramm umfaßte 22 Vorträge, in denen weite Bereiche geometrischer Forschung zur Sprache kamen. In der vortragsfreien Zeit wurde in der wohltuenden Atmosphäre des Oberwolfacher Instituts die Gelegenheit, in persönlicher Begegnung manche Frage zu diskutieren und zu klären, lebhaft wahrgenommen.

Die Vorträge im einzelnen:

O. HAUPT (Erlangen) eröffnete die Reihe der Vorträge mit seinem Beitrag über ordnungsgeometrische Probleme in topologischen Räumen. Nachdem man in einem kompakten metrischen Raum R ein gewisses System von Kompakta K zugrundegelegt hat, kann der Begriff der Ordnung eines Kontinuums bezüglich der Kompakta K eingeführt und danach der Struktursatz der Kontinua endlicher Ordnung im euklidischen R_n auf diesen allgemeinen Fall übertragen werden. Ähnliche Verallgemeinerungen für andere ordnungsgeometrische Sätze sind auch möglich.

K. STRUBECKER (Karlsruhe) berichtete über die Anwendung der isotropen Flächentheorie auf die Mechanik. Er zeigte, daß die Eigenschaften der in der Theorie der ebenen elastischen Systeme auftretende Airysche Spannungsfläche sich als differentialgeometrische Eigenschaften deuten lassen, wenn man den Raum mit der isotropen Metrik versieht.

A. SCHREINER (München) sprach über Netze von Asymptotenlinie, die sich kinematisch erzeugen lassen. Er bestimmt diejenigen Flächen des euklidischen R_3, deren erste Schar von Asymptotenlinien untereinander kongruent und deren zweite Schar die Bahnkurven sind, die von den Punkten einer solchen der ersten Schar in der zugehörigen Bewegung beschreiben werden.

W. BARTHEL (Saarbrücken) schilderte die Entwicklung des Brunn-Minkowskischen und des Busemannschen Satzes. Es wird u.a. berichtet, daß, obwohl die Busemannsche Ungleichung eine numerisch schwächere Abschätzung der Inhalte gewisser hyperebener Schnitte eines konvexen Körpers liefert als die Brunn-Minkowskische, doch beide Aussagen äquivalent sind. Ferner wird gezeigt, daß der Busemannsche Satz so verallgemeinert werden kann, daß keine Konvexitätsvoraussetzungen mehr nötig sind.

S. BELINSKI (Zagreb) nannte sein Thema "Die primitivste Form des Vierscheitelsatzes", womit angedeutet werden sollte, daß dieser Satz in der Differenzengeometrie der geschlossenen Polygone wurzelt. Es kommt dabei wesentlich auf eine geeignete Definition des

Begriffs Scheitel an. Dazu ordnet man jeder Ecke P_i eine aus der geometrischen Konfiguration des Polygons zu berechnende Größe ρ_i zu und betrachtet die Zahl der Zeichenwechsel in der zyklischen Folge $\rho_{i+1} - \rho_i$. Es konnte gezeigt werden, daß unter einer bestimmten Voraussetzung über das Polygon diese Zahl mindestens gleich vier ist.

A. FLORIAN (Wien) sprach über einige Probleme der Lagerungsgeometrie. Er gab zunächst eine Abschätzung der [illegible] Deckungsdichte $D_1(p)$ nach unten an; dabei sollen die Radien der überdeckenden Kreise nur zwei Werte r_1, r_2 annehmen und p [illegible] das Minimum von r_1/r_2 und r_2/r_1 erklärt sein. Daraus wurden einige Folgerungen gezogen und Vermutungen angeknüpft.

K. LEICHTWEISS (Freiburg i.Br.) lieferte einen Beitrag zur Theorie der Minimalflächen im Großen: Ist M eine Minimalfläche der Klasse C^2, die eine Parameterdarstellung $x = x(s,z)$, $y = y(s,z)$ zuläßt (s ist die Bogenlänge auf den Niveaulinien $z = \text{const.}$; $s = 0$ ist eine Orthogonaltrajektorie dieser Niveaulinien) und für die nachstehende Randbedingungen erfüllt sind: (1) Der Rand des Halbstreifens $x \geq 0$, $y = 0$, $0 \leq z \leq c$ liegt auf der Fläche, (2) Es gilt $\lim_{s \to \infty} \mathfrak{n}(s,z) = (0,0,1)$ gleichmäßig für alle z mit $0 \leq z \leq c$ ($\mathfrak{n}$ ist Einheitsnormalenvektor von M), dann ist M die Wendelfläche.

W. DEGEN (Freiburg i.Br.) sprach über Scharen sich berührender Normkurven 3. Ordnung im projektiven R_3. Nach einer genaueren Erklärung der vorausgesetzten Berühreigenschaft wird ein selbstduales Formelsystem aufgebaut. Hieraus ergeben sich Verallgemeinerungen der projektiven Kurven- und Streifentheorie und Beziehungen dieser beiden Gebilde untereinander. Außerdem gewinnt man einen neuen methodischen Zugang zur Behandlung gewisser von Kegelschnitten erzeugter Flächen.

O. VARGA (Budapest) trug über die Hilbertsche Verallgemeinerung der nichteuklidischen Geometrie vor. Ersetzt man im Cayley-Kleinschen Modell der hyperbolischen Geometrie das zur Abstandsdefinition verwendete Ellipsoid durch eine beliebige geschlossene konvexe Fläche, so erhält man ein Modell für sie. Die von Funk und Berwald erhaltenen Resultate über die Einordnung dieser Geometrie in die Finslersche können auf neuem Wege hergeleitet werden, indem

man direkt von der Modellvorstellung ausgeht. Es ergibt sich, daß die von Funk angegebenen Bedingungen nicht nur notwendig, sondern auch hinreichend sind.

H. KUNLE (Freiburg i.Br.) sprach über projektive Kinematik der Raumkurven. Jeder Parameterverteilung auf einer Kurve des dreidimensionalen Raumes läßt sich eine projektive Bewegung zuordnen. Das Verhalten der Bahntangenten längs gewisser mit der Kurve invariant verknüpfter algebraischer Normkurven wird untersucht. Darin spiegeln sich die differentialgeometrischen Eigenschaften der Ausgangskurve wider; es ergeben sich neu Kennzeichnungen spezieller Kurvenklassen.

W.O. VOGEL (Karlsruhe) untersuchte die Frage nach der Einbettung einfach isotroper Mannigfaltigkeiten in Riemannsche Räume. Einfach isotrop nennt man eine Mannigfaltigkeit V_m mit dem Bogenelement $ds^2 = g_{\alpha\beta}(u^\alpha)\, du^\alpha\, du^\beta$ $(\alpha, \beta = 1, 2, \ldots, m)$, wenn die Matrix $(g_{\alpha\beta})$ den Rang $m - 1$ hat. Unterscheidet man gewisse zwei Typen I, II, so kann gezeigt werden, daß eine isometrische Einbettung in einen Riemannschen Raum V_n möglich ist, wenn $n \geqslant \frac{m(m+1)}{2}$ (Typ I) bzw. $n \geqslant \frac{m(m+1)}{2} + 1$ (Typ II) ist.

R. LINGENBERG (Hannover) sprach über die Erweiterung projektiv-metrischer Teilstrukturen. In einer projektiven Ebene $\pi(P,G)$ (P ist die Menge der Punkte, G die der Geraden), in welcher der Satz von Pappus-Pascal und das Fano-Axiom gilt, wird durch eine Untermenge $m \subset G$ und eine Abbildung ψ von m in P mit der Eigenschaft "aus $g\, I\, h\psi$ folgt $g\psi\, I\, h$" eine projektiv-metrische Teilstruktur $T(m, \psi)$ eingeführt. Falls die Teilstruktur einem gewissen Axiomensystem genügt, läßt sie sich zu einer projektiv-metrischen Struktur der Ebene erweitern.

P. DOMBROWSKI (Bonn) berichtete aus der Geometrie der geblätterten Mannigfaltigkeiten. Ausgehend von der Frage nach maximalen Existenz- und Eindeutigkeitsgebieten für die Lösung eines Cauchyschen Anfangswertproblemes bei Systemen partieller Differentialgleichungen erster Ordnung für eine gesuchte Funktion auf beliebigen n-dimensionalen C^∞-Mannigfaltigkeiten werden zwei Aufgaben im Sinne der Theorie der geblätterten Mannigfaltigkeiten formuliert

und die Voraussetzungen für ihre Lösbarkeit untersucht.

W. WUNDERLICH (Wien) bestimmte alle diejenigen Flächen, deren Fallinien Kegelschnitte sind. Neben den bekannten Gesimsflächen mit Kegelschnittsprofil treten im Falle der Hyperbeln oder Ellipsen wohlbestimmte algebraischen Flächen (i.a. von 8. Ordnung) auf. Im Falle der Parablen kann noch eine beliebige Böschungslinie vorgeschrieben und die Fläche mit Hilfe einer gewissen Transformation aus ihr erzeugt werden.

K. VOSS (Zürich) sprach über Flächen mit vorgegebenen Hauptkrümmungen. Durch Heranziehen der Weylschen Identität können einige notwendige Bedingungen zwischen den Werten von H, K und ihren Ableitungen in einem Flächenpunkt hergeleitet werden.

W. BETTINGER (Saarbrücken) fügte Bemerkungen zum isoperimetrischen Problem der Minkowkischen Relativoberflächen $F \pm (A,B)$ bei. Falls der Maßkern von A konvex ist oder aus einem Polyeder besteht, läßt sich dieses Problem auch für nicht konvexe Eichmengen B lösen.

H. EMDE (Darmstadt) führte die konfigurative Darstellung infiniter homogener Polytope an Hand von Kernschemata und Modellen vor.

T.J. WILLMORE (Liverpool) berichtete über Anwendungen der Morseschen Theorie auf Einbettungssätze differenzierbarer Mannigfaltigkeiten. In Analogie zu dem von Fenchel betrachteten Integral $\mathcal{T} = \frac{1}{\pi}\int |\kappa|\, ds$ einer geschlossenen Raumkurve wird für eine in einem euklidischen Raum E^{n+N} eingebettete kompakte orientierbare Mannigfaltigkeit M^n die Größe τ als der über das Faserbündel der Einheitsnormalenvektoren der eingebetteten Mannigfaltigkeit gemittelte Absolutwert der Lipschitz-Killing-Krümmung definiert. Man erhält folgende Resultate: (1) $\tau \geqslant 2$ (2) wenn $\tau < 3$ ist, ist M^n homöomorph einer n-Sphäre, (3) τ ist nicht kleiner als die Summe der Bettizahlen, (4) der Normalgrad der Einbettung von M^n ist die Eulersche Charakteristik von M^n, (5) das Infimum von τ über alle Einbettungen ist eine ganze Zahl.

W. GRÖBNER (Innsbruck) gab einen algebraischen Beweis eines mit topologischen Hilfsmitteln bewiesenen Satzes von B. Segre, wonach für eine ganze Cremona-Transformation $y_i = p_i(x)$ die notwendige Bedingung $\left|\frac{\partial p_i}{\partial x_k}\right| = c \neq 0$ auch hinreichend ist.

H.R. MÜLLER (Berlin) behandelte die Kinematik mehrgliedriger Bewegungsvorgänge. Insbesondere wurden die Dichten einfacher geometrischer Gebilde (ohne Bewegungsinvarianten) im Rastraum aufgestellt und nach dem momentanen Ort verschwindender (oder allgemeiner: konstanter) Dichte gefragt. Es ergeben sich Zusammenhänge mit den linearen Mannigfaltigkeiten der Momentanschrauben und der zugehörigen Strahlgewinde des Bewegungsvorgangs.

J.C.H. GERRETSEN (Groningen) sprach über Reyesche Geometrie. Die Reyeschen Methoden zur Untersuchung der Figuren, die von linearen Systemen von Ebenenbüscheln, -bündeln oder -räumen durch eine projektive Beziehung aufeinander erzeugt werden, erweist sich als nicht sehr geeignet, um ähnliche Fragen auch in höher dimensionalen Räumen zu behandeln. Es wird gezeigt, wie man mit Hilfe der Segreschen Mannigfaltigkeiten die Reyesche Fragestellung allgemein fassen kann.

K.H. WEISE (Kiel) beendete die Tagung mit seinem Vortrag über Normalformen von Knoten. Verwendet man zur Darstellung eines Knotens seine Projektion, so kann ihm mit Hilfe eines Systems paralleler Geraden ein Knotenwort zugeordnet werden, das auch umgekehrt den Knoten wieder eindeutig bestimmt. Die Deformationen eines Knotens lassen sich nun durch gewisse Operationen der Knotenwörter beschreiben. Durch einen geeigneten Algorithmus kann jedem Knoten ein normiertes Knotenwort zugewiesen werden. Die normierten Knotenwörter sind abzählbar, lassen sich also in Form einer Folge $N_1, N_2, \ldots$ anordnen. Unter der Normalform eines Knotens wird dann das kleinste normierte Wort verstanden, das durch eine ganz bestimmte Folge der Algorithmen erreichbar ist. Diese Normalformen eines Knotens können in endlich vielen Schritten berechnet werden und

liefern eine vollständige Klassifizierung aller Knoten. Jedem topologischen Typ eines Knotens entsprechen höchstens endlich viele Normalformen. Die Berechnung der Normalformen geschieht mit Hilfe elektronischer Rechenmaschinen. Es wurde so zu einer größeren Zahl von Knoten wachsender Ordnung (ca. 40 000) sowohl die Normalform wie auch der topologische Typ (mit Hilfe bekannter berechenbarer Knoteninvarianten) bestimmt und noch keine Abweichung gefunden, so daß also für die untersuchten Knoten die Normalform den topologischen Typ repräsentiert.

1961,12

Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach

betr.

Arbeitsgemeinschaft über
"Topologische Methoden in der algebraischen Zahlentheorie".

Im Mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach wurde vom 4. bis 11. Oktober 1961 eine Arbeitsgemeinschaft unter Leitung von Professor Dr. M. KNESER (München) abgehalten; sie schloß an die im April 1961 gehaltene Arbeitsgemeinschaft an. Nach André WEILs Lecture Notes "Adèles und Algebraic Groups" (Princeton 1961) wurde die Tamagawa-Zahl der orthogonalen Gruppe berechnet; die notwendigen Tatsachen über algebraische Gruppen und Adèle-Geometrie wurden entwickelt. Schließlich wurde gezeigt, wie daraus, daß jene Tamagawa-Zahl gleich 2 ist, unmittelbar der MINKOWSKI-HLAWKAsche Satz über Sternkörper und weiter das MINKOWSKI-SIEGELsche Theorem über quadratische Formen folgt.

Den Teilnehmern der Arbeitsgemeinschaft wurde mithin klar, wie diese tiefliegenden klassischen Sätze durch das Zusammenspiel von algebraischer Geometrie (Algebraische Gruppen), harmonischer Analyse (Tamagawa-Maß) und analytischer Zahlentheorie (Zetafunktionen über algebraischen Zahlkörpern) zu gewinnen sind; des weiteren wurden diejenigen unter ihnen, denen die eine oder andere jener verwendeten Theorien weniger geläufig war, genötigt, für eine gewisse Vertrautheit eben mit diesen allen dann doch zu sorgen.

1961,13

Mathematisches Forschungsinstitut
Oberwolfach

Bericht über die Gruppentheorie-Tagung 16.-21. Okt. 1961

Die Gruppentheorie-Tagung 1961 in Oberwolfach fand diesmal unter der Leitung von Professor Dr. R. BAER und Professor Dr. H. WIELANDT in kleinerem Kreise als in den vergangenen Jahren statt. Dies ermöglichte es, ausgedehnte Diskussionen zu veranstalten und somit die besonderen Vorzüge Oberwolfachs zu nutzen. Mit 20 offiziellen Vorträgen wurde außerdem ein überreichliches Programm geboten. Ihre besondere Note erhielt die diesjährige Tagung durch die Teilnahme der fünf amerikanischen Mathematiker M. SUZUKI (Urbana / Ill.), D.G. HIGMAN (Ann Arbor / Mich.), D.R. HUGHES (Ann Arbor / Mich.), J.S. FRAME (East Lansing / Mich.), und W. HOLLAND (Tulane / La.).

Professor Dr. F.W. LEVI (Freiburg) konnte hier während der Tagung die Glückwünsche seiner Fachkollegen zum goldenen Doktorjubiläum entgegen nehmen.

Die Vorträge gaben einen guten Querschnitt durch die heutigen Forschungsgebiete der Gruppentheorie. Zur Darstellungstheorie kamen Beiträge von J.S. FRAME, Anwendungen der Darstellungstheorie gaben O. GRÜN (Würzburg) und O. TAMASCHKE (Tübingen). H. WIELANDT (Tübingen) untersuchte mit Darstellungs- und Permutationsmethoden die Frage der Konjugiertheit von Untergruppen, die gleichen Index in einer endlichen Gruppe haben. Einen breiten Raum nahmen diesmal die Anwendungen auf die Geometrie mit zwei Vorträgen von D.R. HUGHES und einem von D.G. HIGMAN ein. Über allgemeine abstrakte gruppentheoretische Eigenschaften gab es Beiträge von R. BAER (Frankfurt) und O.H. KEGEL (Frankfurt), über Relationensysteme Beiträge von J. NEUBÜSER (Kiel) und S. MORAN (Glasgow). Einer der Höhepunkte der Tagung war der Vortrag von M. SUZUKI über zweifach transitive Permutationsgrup-

pen. Ein weiterer Vortrag über Permutationsgruppen kam von B. HUPPERT. Auch die übrigen Gebiete wie auflösbare Gruppen, Gruppen mit spezieller Struktur der Zentralisatoren, Automorphismen, geordnete und topologische Gruppen waren durch interessante Vorträge vertreten.

<u>Die Vorträge im einzelnen</u>:

M. SUZUKI (Urbana / Ill.): <u>On a class of double transitive groups</u>.
Es sei G eine zweifach transitive Gruppe vom Grade 1+n, bei der kein Element $\neq 1$ mehr als drei verschiedene Ziffern festläßt. G enthalte keinen regulären Normalteiler der Ordnung 1+n. Dann ist nach W. FEIT n eine Primzahlpotenz $n = p^e$. Es wird bewiesen, daß für p = 2 entweder G isomorph zu PGL(2,n) oder der einfachen SUZUKI-Gruppe G(n) ist.

M. SUZUKI (Urbana / Ill.) <u>CN-groups and related questions</u>.
CN-Gruppen sind Gruppen, in denen der Zentralisator jedes Elementes $\neq 1$ nilpotent ist. CIT-Gruppen sind Gruppen gerader Ordnung, in denen der Zentralisator jeder Involution eine 2-Gruppe ist. Es wird bewiesen, daß für endliche nichtauflösbare Gruppen CN = CIT, und die einfachen CN-Gruppen werden bestimmt.

B. HUPPERT (Tübingen): <u>Scharf dreifach transitive Permutationsgruppen</u>.
Von ZASSENHAUS und TITS sind sämtliche scharf dreifach transitiven Gruppen bestimmt worden. Durch Verwendung eines Ergebnisses von WIELANDT wird eine neue vereinfachte Ableitung dafür gegeben.

R. BAER (Frankfurt): <u>Erkennbarkeit im kleinen gruppentheoretischer Eigenschaften</u>.
Es werden zwei Kriterien dafür angegeben, daß eine gruppentheoretische Eigenschaft E die Eigenschaft hat: ist jede abzählbare Untergruppe von G eine E-Gruppe, so ist G selbst eine E-Gruppe.

O.H. KEGEL (Frankfurt): <u>Abstrakte gruppentheoretische Eigenschaften endlicher Gruppen</u>.
Ist E eine Untergruppen- und Faktorgruppenerbliche Eigenschaft, die zusätzlich der Φ-Bedingung (aus $G/\Phi(G) \in E$ folgt $G \in E$) genügt, so gilt für den Durchschnitt R(G,E) der maximalen E-Unter-

gruppen von G: $R(G/R, E) = 1$. Ein Analogon des Satzes von SCHMIDT-IWASAWA wird angegeben.

H. WIELANDT (Tübingen): Eine Anwendung der Permutationsgruppen auf die Frage der Konjugiertheit von Untergruppen.

Seien H und K Untergruppen vom Index n in der endlichen Gruppe G, G_H die durch H gegebene induzierte Permutationsdarstellung von G. Ist dann G_H zweifach transitiv und $HK \neq G$, so sind H und K in G konjugiert, wenn eine der folgenden Zusatzbedingungen erfüllt ist:

a) $e = a+b$, $e^2 = a+bn$, $1 \leq e \leq n/2$ ist unlösbar in nat. Z.

b) $n = p^x+1$, $p \geq 2$ Primzahl

c) $2|n$, $e = c^2+b$, $e^2 = c^2+bn$, $1 < e \leq n/2$ ist unlösbar in nat. Z.

d) $n = 2p^x$, $p \geq 3$ Primzahl

e) G_H ist dreifach transitiv

Als weitere Anwendungen werden Abschätzungen für die Anzahl der Klassen konjugierter Untergruppen von G gegeben.

O. TAMASCHKE (Tübingen): Permutationsgruppen mit transitiven abelschen Untergruppen.

Beziehungen zwischen dem Transitivitätsmodul $C(H, G_E)$ einer abelschen Untergruppe H zu der Charakteralgebra von H, insbesondere Anzahlrelationen, werden angegeben.

O. GRÜN (Würzburg): Im Gruppenring von G konjugierte Untergruppen von G.

Ist G eine endliche Gruppe, sind U und $\underline{U}$ Untergruppen von G, die isomorph sind und ist $\langle u \rangle = \langle \underline{u} \rangle$, so sind U und $\underline{U}$ durch einen Nichtnullteiler A der Gruppenalgebra konjugiert.

J.S. FRAME (East Lansing / Mich.): The contructive reduction of finite group representations.

Die "intertwining matrices" zweier reduzibler Darstellungen mit gemeinsamer irreduzibler Komponenet werden untersucht, eine Basis dafür bestimmt und die Reduktion der Darstellung durchgeführt.

D.G. HIGMAN (Ann Arbor / Mich.): Collineation groups of finite projective spaces.

Es wird bewiesen, daß eine flaggentransitive Kollineationsgruppe G eines projektiven Raumes P der Dimension $d \geq 2$ über einem endlichen Körper F_q alle Elongationen von P enthält, außer für d=2,

q=2,8 oder d=3, q=2.

D.R. HUGHES (Ann Arbor/Mich.): A class of projective planes.
Nach einer Idee von T.G. OSTROM wird eine neue Klasse endlicher projektiver Ebenen konstruiert und ihre Beziehungen zu bekannten Ebenen in Spezialfällen erörtert.

D.R. HUGHES (Ann Arbor / Mich): Combinations and permutation groups.
Beziehungen zwischen transitiven "t-designs" und ihren transitiven Erweiterungen und den entsprechenden Kollineationsgruppen werden untersucht.

W. GASCHÜTZ (Kiel): $\mathcal{S}$-chereien.
Es wird bewiesen: in einer endlichen auflösbaren Gruppe G existiert ein kanonisches System konjugierter Untergruppen $\mathcal{S}$ mit:
1. Jedes $\mathcal{S}$ deckt jeden nicht-komplementierbaren Hauptfaktor von G und meidet jeden komplementierbaren,
2. Jedes $\mathcal{S}$ ist in einer passenden Konjugierten jeder maximalen Untergruppe von G enthalten,
3. Der Durchschnitt aller $\mathcal{S}$ ist die Frattinigruppe $\Phi(G)$.

L.G. KOVACS (Manchester): Groups with automorphisms of special kind.
Operiert ein Automorphismus fixpunktfrei auf der Gruppe G, so ist G nach THOMPSON nilpotent, falls G endlich ist. Hier werden nun verschiedene Verallgemeinerungen der Voraussetzung auf unendliche Gruppen übertragen und ähnliche Resultate erhalten.

G. ZAPPA (Florenz): Sur les classes latérales des sousgroupes de Sylow dans les groupes finis.
Ist G eine endliche Gruppe und p ein Primteiler der Ordnung von G, so heißt G p-außergewöhnlich, wenn eine Nebenklasse $Pa \neq P$ einer p-Sylowgruppe P von G nur aus p-Elementen besteht. Für große Klassen endlicher Gruppen wird gezeigt, daß sie nicht p-außergewöhnlich sind. Es wird vermutet, daß es keine endlichen p-außergewöhnlichen Gruppen gibt.

S. MORAN (Glasgow): Subgroup Theorem for free groups of exponent 3
Eine Gruppe heißt frei vom Exponenten 3, falls alle Elemente die Ordnung 3 haben, sonst aber keine Relationen zwischen ihnen

bestehen. Es wird eine Charakterisierung der Untergruppen freier Gruppen des Exponenten 3 gegeben.

J. NEUBÜSER (Kiel): T-Systeme einiger endlicher Gruppen.
Den verschiedenen Erzeugendensystemen von n Elementen einer endlichen Gruppe G entsprechen verschiedene Relationennormalteiler in der freien Gruppe F_n des Ranges n, die unter der Automorphismengruppe von F_n in Transitivitätssysteme (T-Systeme) zerfallen. Im Anschluß an B.H. NEUMANN werden die Beziehungen zwischen den T-Systemen und den entsprechenden charakteristischen Untergruppen für den Fall spezieller p-Gruppen genauer untersucht.

J. SZEP (Debrecen): Über Quasinormalteiler von endlichen Gruppen.
Die Untergruppe U der endlichen Gruppe G heißt Quasinormalteiler, falls U mit allen Untergruppen von G vertauschbar ist. Gibt es nicht-normale Quasinormalteiler von G, so ist G nicht perfekt. Ein minimaler Quasinormalteiler von G, der nicht normal ist, ist nilpotent.

W.C. HOLLAND (Tulane / La.): An embedding theorem for lattice-ordered groups.
Eine Methode zur Konstruktion verbandsgeordneter Gruppen wird angegeben. Außerdem wird der folgende Satz bewiesen: Eine teilbare abelsche verbandsgeordnete Gruppe G läßt sich auf einen Unterverband eines G kanonisch zugeordneten Verbandes in diesen einbetten.

K.H. HOFMANN (Tübingen): Semi-direkte Zerlegungen von topologischen Gruppen.
Es wird versucht die klassische Erweiterungstheorie endlicher Gruppen auf den Fall topologischer Gruppen zu übertragen. Ist G/N kompakt, N additive Gruppe eines reflexiven Banachraumes und existieren stetige Schnitte, so ist G semi-direktes Produkt von N und einer kompakten Untergruppe C und alle derartigen Untergruppen C sind konjugiert.

1961,14

Mathematisches Forschungsinstitut
Oberwolfach

Bericht
über die
Ringtheorie-Tagung
23. - 28. Okt. 61

Die diesjährige Ringtheorie-Tagung in Oberwolfach fand unter der Leitung von Professor Dr. R. BAER in kleinem Kreise statt und ermöglichte so eine Tagung im typischen Oberwolfacher Stil mit ausgedehnten Diskussionen und persönlichen Gesprächen.

Die Ringtheorie besaß in Deutschland schon zu Beginn hervorragende Vertreter in R. DEDEKIND und G. FROBENIUS, und besonders in den Jahren zwischen 192o und 1936 erlebte dieses Gebiet in dem Kreise von Algebraikern und Zahlentheoretikern um E. NOETHER in Göttingen eine außerordentliche Blüte. Von den aus diesem Kreise hervorgegangenen Ringtheoretikern nahmen Professor Dr. W. KRULL und der Tagungsleiter Professor Dr. R. BAER teil. Eine besondere Note erhielt die Tagung durch die Teilnahme des portugiesischen Ringtheoretikers A. ALMEIDA COSTA.

Von den verschiedenen Gebieten in der Ringtheorie war besonders die Strukturtheorie nichtkommutativer assoziativer Ringe mit A.W. GOLDIE (Newcastle upon Tyne), A. KERTECZ (Debrecen), H. KUPISCH (Heidelberg) und E.A. BEHRENS (Frankfurt/M.) sehr stark vertreten, letzterer mit dem Zusammenhang zur Verbandstheorie. Vor allem der große Vortrag von A.W. GOLDIE fand große Beachtung. Die verschiedenen Zweige der multiplikativen Idealtheorie waren gut vertreten mit Vorträgen von A. ALMEIDA COSTA (Lissabon), K.E. AUBERT (Oslo) und dem Vortrag von W. KRULL (Bonn) über nicht-kommutative Bewertungstheorie. Die homologische Algebra hatte in J. GUERINDON (Rennes) und D.G. HIGMAN (Ann Arbor / Mich.) ihre Vertreter bei der Tagung gefunden. Dagegen war die Darstellungstheorie nicht oder nur in soweit vertreten, als sie Bestandteil der allgemeinen Strukturtheorie ist. Da sie aber ohnehin in ihren interessanteren Anwendungen in die Gruppentheorie gehört, kann dies nicht als Mangel angesehen werden.

Die Vorträge im einzelnen:

W. NÖBAUER (Wien): Funktionen auf kommutativen Ringen.
Die Menge der Funktionen auf dem Ring R mit Werten in R bildet in Bezug auf Addition, Multiplikation und Substitution eine Algebra. Es wurden Überlegungen dargestellt, die die Existenz oder Nicht-Existenz nicht-trivialer Differentiationen dieser Algebra zum Inhalt hatten.

C. J. PENNING (Delft): Duplikatorringe und Assoziierte Ringe.
Es wird die Menge B aller zentralen idempotenten Elemente eines Ringes R untersucht, und verschiedene Konstruktionen über B werden mit verbandstheoretischen Methoden behandelt.

J. GUERINDON (Rennes): Sur une classe de modules gradués.
Ist A ein kommutativer Ring, S sein mit der Topologie von ZARISKI versehenes Spektrum, so ordne man jedem Ideal p aus S eine Reihe $F = \sum_n a_n z^n$ zu mit $a_n = \dim_{A_p/pA_p}(p^n A/p^{n+1} A)$, wobei der Ring A bei p lokalisiert werde. Die Zuordnung $p \rightarrow F$ ist stetig, falls die Menge der F mit der uniformen Konvergenz in jedem Kreis $|z| < R$ topologisiert wird, und falls A außerdem Quotient eines regulären Ringes ist.

D.G. HIGMAN (Ann Arbor / Mich.): Homological conductors.
Es wird eine homologische Konstruktion angegeben, deren Resultat f im Fall eines Integritätsbereiches R mit Quotientkörper Q und ganzem Abschluß G in Q genau den Führer F ergibt, falls G ein DEDEKINDscher Bereich und $F \neq 0$ ist, ist umgekehrt der Ring R noethersch und ist $f \neq 0$, so ist G ein DEDEKINDscher Bereich.

H. KUPISCH (Heidelberg): Quasi-FROBENIUS-Algebren.
Es werden neue, einfache Beweise für bekannte Sätze über Quasi-FROBENIUS-Algebren und FROBENIUS-Ringe angegeben.

A. ALMEIDA COSTA (Lissabon): Sur la théorie générale des demi-anneaux.
Verschiedene Möglichkeiten einer Idealtheorie in Halbringen werden betrachtet. Besonderes Gewicht wird auf die Möglichkeit einer "Radikaltheorie" gelegt. Dabei klären sich die Beziehungen zwischen den verschiedenen Klassen von Idealen etwas.

E. A. BEHRENS (Frankfurt/M.): Über den Idealverband eines Ringes.
Ein ARTIN-Ring mit 1 heißt distributiv darstellbar, wenn er einen treuen R-Modul mit distributivem Untermodulverband besitzt. Hat R selbst distributiven Linksidealverband, so ist R direkte Summe vollständig primärer Ringe. - Ähnliche Resultate ergeben sich, falls der Verband aller zweiseitigen Ideale von R distributiv ist.

W. KRULL (Bonn): Ordnungsfunktionen und Bewertungen.
Ein Homomorphismus der multiplikativen Gruppe eines (nicht notwendig kommutativen) Körpers K in eine vollständig geordnete Gruppe heißt eine Ordnungsfunktion von K. Zwischen den Ordnungsfunktionen und den totalen Unterhalbgruppen von K besteht eine eindeutige Zuordnung; dabei heiße eine 0 enthaltende, multiplikativ invariante Teilmenge T von K totale Untergruppe von K, falls aus $a^{-1} \notin T$ folgt $a \in T$. Die totale Unterhalbgruppe T von K heißt archimedisch beschränkt (bzgl. T), wenn es zu jeder Nicht-Einheit a relativ T einen Exponenten n derart gibt, daß
$a^n(T + T) \subseteq T$.
Die Ordnungsfunktion σ von K mit der zugeordneten totalen Unterhalbgruppe T wird Bewertung von K genannt, wenn T archimedisch beschränkt ist. Alle bekannten Bewertungen (und nur diese) sind Bewertungen in obigem Sinne.

K.E. AUBERT (Oslo): A general ideal theory and its applications.
Eine allgemeine Idealtheorie wurde skizziert, die die Theorie der Ideale (auch der differenzierbaren Ideale) in Ringen, Verbänden, Halbgruppen sowie Konvexer verbands-abgeschlossener Untergruppen verbands-geordneter abelscher Gruppen umfaßt. Dann wurde gezeigt, wie sich diese allgemeine Theorie auf bekannte Theorien spezialisieren läßt.

A. KERTECZ (Debrecen): ARTINsche Ringe.
Das Referat beschäftigte sich mit dem Stand einiger offener Probleme aus der Strukturtheorie der ARTIN-Ringe.

A. W. GOLDIE (Newcastle upon Tyne): Non-commutative principal ideal rings.

Bei der Darstellung seiner Untersuchungen über allgemeine Hauptidealringe zeigt GOLDIE folgenden allgemeinen Satz:
Ist der Primring R (mit 1) ein Hauptidealring, so ist R ein voller (endlich dimensionaler) Matrixring über einem ORE-Ring.
Läßt man aber nilpotente Ideale zu, so zeigt es:
Ist der Ring R (mit 1) ein Haupt(rechts)idealring und erfüllt R die Maximalbedingung für Linksideale, so hat R die Gestalt

$$R = R_1 \oplus \dots\dots \oplus R_k,$$

wobei die R_i entweder Primringe oder vollständige Matrixringe über einem vollständig primären Ring sind.