1958,1

Tagung über
Die Geometrien und ihr Gruppen

vom 27. - 31. Mai 1958

Die seit der Entstehung der heutigen Gruppentheorie aus der Betrachtung von Transformationgrppen vorhandenen Wechselwirkungen zwischen Gruppentheorie und Geometrie haben sich in neuerer Zeit zunehmend verstärkt. Das zeigt sich einerseits darin, dass in der Gruppentheorie die Methoden ausgiebiger ausgenutzt werden, welche die Geometrie zur Veranschaulichung bekannter und zur Konstruktion neuer Gruppen (als Automorphismengruppen geometrischer Strukturen) zur Verfügung stellen kann, andererseits darin, dass in der Geometrie deutlicher erkannt wird, wie stark die den geometrischen Strukturen zugeordneten Gruppen von Abbildungen die zugrunde liegende geometrische Struktur selbst bestimmen, wodurch es umgekehrt wieder möglich wird, Methoden der Gruppentheorie für geometrische Untersuchungen fruchtbar zu machen. Die durch diese beiden ~~sich~~ aufeinander zulaufenden Strömungen geschaffene Situation führt dazu, dass sich Gruppentheoretiker wie Geometer, unter verschiedenen Gesichtspunkten, für den gleichen Gegenstand - die in der Geometrie auftretenden Gruppen - interessieren.

Die vom 27. bis 31. Mai 1958 von R.BAER (Frankfurt/M) und J.TITS (Brüssel) im Mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach veranstaltete Tagung handelte von diesem Gegenstand, und lieferte damit einerseits Gruppentheoretikern und Geometern, andererseits Mathematikern verschiedener Nationen, Gelegenheit zu einer Begegnung und zum Austausch von Ergebnissen und Anregungen. Wenn heute Landesgrenzen für die Verbreitung einer mathematischen Wissenschaft keine Hindernisse mehr sind, und, wie P.LIBOIS (Brüssel) bemerkte, das von F.KLEIN beschriebene Aussterben einer mathematischen Wissenschaft in einem einzelnen Lande kaum mehr zu beobachten ist, so ist das zu einem Teil speziell solchen Tagungen zu verdanken, bei denen, wie in Oberwolfach, eine übersehbare Zahl von Teilnehmern mehrere Tage Zeit und viel Gelegenheit zu Diskussionen und zu gegenseitigem Kennenlernen hat. Durch die gemeinsame Unterbringung der Teilnehmer im Institut und die ländlich ruhige, Ablenkungen ausschliessende Lage des Instituts, die so für die Tagung mehr als eine angenehme Beigabe bedeutete, entstand solche Gelegenheit auf natürliche Weise.

Zu den Vorträgen:
Zu Beginn der Tagung sprach H.KNESER (Tübingen) über das Leben des verstorbenen Direktors des Instituts, Prof. Dr. Wilhelm SÜSS.

P. LIBOIS (Brüssel) berichtete über die Entwicklung der Beziehungen zwischen Gruppentheorie und Geometrie seit RIEMANN und dessen Vorgängern.

Zwei Vorträge handelten von geometrischen Methoden zur Konstruktion von einfachen Gruppen: J.TITS (Brüssel) entwickelte eine Methode zur Zusammensetzung geometrischer Strukturen (eine "Chemie der Geometrie"), welche es u.a. gestattet, als Automorphismengruppen gewisser mit Hilfe dieser Methode zusammengesetzter Strukturen neue einfache Gruppen, und insbesondere auch neue endliche einfache Gruppen zu gewinnen.

D.HERTZIG (Paris) konstruierte einige neue endliche einfache algebraische Gruppen, von denen J.TITS nachgewiesen hat, dass sie im gruppentheoretischem Sinne einfach sind.

In einer zweiten Gruppe von Vorträgen wurden orthogonale Gruppen untersucht: H.LENZ (München) charakterisierte Untergruppen reeller orthogonaler Gruppen zu definiten quadratischen Formen als Gruppen von homogenen Affinitäten des reellen n-dimensionalen Raumes durch die Forderungen, dass alle Eigenwerte von Elementen der Untergruppe den Betrag 1 haben, und dass die Untergruppe vollständig reduzibel ist. J.AHRENS (Kiel) und H.WOLFF (Kiel) kennzeichneten Bewegungsgruppen elliptischer Räume bzw. Bewegungsgruppen Minkowskischer Ebenen als abstrakte Gruppen durch Gesetze, denen ihre involutorischen Erzeugenden genügen.

Zwei Vorträge behandelten Fragen der Riemannschen Geometrie: M.BERGER (Strassburg) bestimmte die sämtlichen Gruppen, die als lokale Holonomie-Gruppen irreduzibler, nicht symmetrischer Riemannscher Mannigfaltigkeiten auftreten können, und stellte die Aufgabe, sein im Ergebnis einfach formulierbares Resultat, zu dem bisher nur ein mühsamer Beweis mit vielen Fallunterscheidungen bekannt ist, auf eine durchsichtige Weise herzuleiten. W.KLINGENBERG (Göttingen) bewies, dass die Länge einer geschlossenen Geodätischen einer kompakten, einfach zusammenhängenden Riemannschen Mannigfaltigkeit mit strikt positiver Krümmung stets $\geq 2\pi/\sqrt{S}$ ist, wenn S eine obere Schranke für die Krümmung ist, und benutzte diesen Satz für einen vereinfachten Beweis von RAUCHs Sphären-Theorem.

Von projektiven Ebenen und verwandten Begriffen handelte eine Reihe von Vorträgen: G.ZAPPA (Florenz) berichtete über Gruppen eineindeutiger Transformationen ersten Grades von endlichen nichtdesarguesschen Ebenen. H. WIELANDT (Tübingen) reduzierte die gruppentheoretische Aufgabe, die nur einfach transitiven Permutationsgruppen vom Grade p^2 (p Primzahl) zu bestimmen, auf die geometrische Frage, ob gewisse eineindeutige Abbildungen der Punktmenge einer affinen Ebene über einem endlichen Primkörper auf sich Kollineationen sind. J.ANDRÉ (Braunschweig) untersuchte den Zusammenhang zwischen einer vollzentralen Parallelstruktur und den durch sie in ihren Transitivitätsgebieten unter der Translationsgruppe induzierten Translationsstrukturen. P.DEMBOWSKI (Frankfurt/M.) bewies, dass alle Restklassen eines Homomorphismus einer λ - Ebene mit $\lambda > 1$ auf eine projektive Ebene unendlich sind, und dass jede λ - Ebene homomorphes Bild einer λ' - Ebene mit einem beliebigen $\lambda' > \lambda$ ist. H.SALZMANN (Frankfurt/M.) zeigte, dass eine kompakte zweidimensionale projektive Ebene, in der jeder Punkt Zentrum einer Streckung ist, und in der es eine nichtinvolutorische Streckung gibt, die reelle projektive Ebene ist.

D.MONK (Hull) stellte neue Hilfsmittel zur Untersuchung komplexer Flaggenmannigfaltigkeiten (flag manifolds) bereit.

H.J.NASTOLD (Heidelberg) untersuchte Aufbau und Wirkungsweise auf mehrfach-metrischen Vektorräumen definierbarer Gruppen.

R.WAGNER (Karlsruhe) bewies, dass im n-dimensionalen projektiven Raum mit n ≠ 1,3 über einem euklidisch angeordneten Körper in der Gruppe der mit einem festen Polarsystem vertauschbaren Projektivitäten die von den Spiegelungen erzeugte Untergruppe eine charakteristische Untergruppe ist.

O.HERRMANN (Heidelberg) konstruierte Fundamentalbereiche verallgemeinerter Hilbertscher Modulgruppen.

W.LEDERMANN (Manchester) führte den Begriff des homologischen Ringoids ein, der es gestattet, grundlegende Begriffe der homologischen Algebra rein ringtheoretisch zu formulieren.

M.HASSE (Dresden) führte einige in Zusammenarbeit mit Ch.EHRESMANN (Paris) entstandene Begriffsbildungen vor (freies Gruppoid über einem Graphen, freie Kategorie über einem Graphen), die zur Konstruktion von Gruppoiden und Kategorien dienen können.

$$F(x) = \frac{1}{2\delta} \int_{x-\delta}^{x+\delta} f(t)\,dt$$

$$\lim_{x \to x_0} f(x)$$

$$\varphi(\lambda) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T}^{T} f(x)\, e^{ix\lambda}\, dx$$

$$F(x) = \ldots = \sum_{n=0}^{\infty} \varphi(\lambda_n)\, e^{i\lambda_n x} \qquad \Big| \qquad 0 = \int \varphi(\lambda)\, e^{i\lambda x}\, d\lambda$$