

Bericht über die Tagung"Grundlagen der Geometrie"

von 20.- 25. März 1960.

Seit einiger Zeit stellte es sich als notwendig heraus, den Grundlagen der Geometrie ein eigenes Kolloquium zu widmen; angesichts der starken Entwicklung dieses Gebietes, besonders in Deutschland, erwies sich der Rahmen der allgemeinen Oberwolfacher Geometrietagung nicht mehr als ausreichend. Es fand sich jetzt ein wider Erwarten grosser Kreis zu einem derartigen Kolloquium zusammen. Dabei standen deutlich zwei Schulen im Vordergrund, die mit den Namen F. BACHMANN und E. SPERNER verknüpft sind.

Die Bachmannsche Richtung untersucht die sogenannte absolute Geometrie; diese stellt die klassischen euklidischen und nichteuklidischen Geometrien auf ein gemeinsames Fundament und hat zur Entdeckung neuer Geometrien geführt. Ein wesentliches Hilfsmittel bei diesen Untersuchungen bietet eine konsequente Ausnutzung des Spiegelungskalküls; insbesondere gestattet dieser einen rein gruppentheoretischen Aufbau der absoluten Geometrie und führt in natürlicher Weise zu deren Bewegungsgruppen. Zugleich leistet man mit diesem Aufbau über den Rahmen der Geometrie hinaus einen Beitrag zur Entwicklung der algebraischen Theorie orthogonaler Gruppen. Bisherige Ergebnisse finden sich in dem kürzlich erschienenen Buch von F. Bachmann: "Aufbau der Geometrie aus dem Spiegelungsbegriff".

Die Spencersche Richtung untersucht gegenwärtig vorwiegend projektive Ebenen (vgl. dazu das Buch von G. Pickert: "Projektive Ebenen"). Insbesondere bringt eine von E. Sperner eingeführte Ordnungsfunktion immer neue Aufklä-

Systemnummer: 1000  
Datei: 1000  
1000

-2-

zung über Anordnungsfragen in allgemeinen projektiven Ebenen. In allerjüngster Zeit hat sich der Theorie der projektiven Ebenen eine neue Untersuchungsrichtung zur Seite gestellt: die Betrachtung nichtdesarguescher höherdimensionaler Räume, die es gestatten, die Theorie der nichtdesargueschen projektiven Ebenen in den Raum auszuweiten (die mindestens dreidimensionalen projektiven Räume sind desarguesch).

Die Tagung wurde bereichert durch einige Vorträge aus anderen geometrischen Disziplinen, die den Charakter einer zu engen Fachtagung sprengten.

#### Verlauf der Tagung im Einzelnen:

Tagungsleiter war Prof. Dr. E. Sperner. Auch Prof. Dr. F. Bachmann trug zur Gestaltung des Tagungsprogrammes bei.

E. W o l f f betrachtet den euklidischen Fall der absoluten Geometrie und zeigt, wie man bei abgeschwächten Annahmen über die Verbindungsgeraden von Punkten noch die Bewegungsgruppen in diejenigen euklidischer bzw. minkowskischer Ebenen einbetten kann. W. P e j a s gibt einen Überblick über die Modelle des Hilbertschen Axiomensystems der absoluten Geometrie, indem er solche Teilbereiche projektivmetrischer Ebenen über geordneten pythagoräischen Körpern betrachtet, die "absolute Ebenen" bilden. R. L i n g e n - b e r g berichtet über seine Untersuchungen verschiedener Orthogonaler Gruppen, die durch Gabelung eines verallgemeinerten Bachmannschen Axiomensystems erfasst werden. J. A h - r e a s s, Frl. S. B e c k e n, L. D a n z e r und H. S c h e r f sprechen über räumliche Spiegelungsgeometrie. Ahrens charakterisiert die  $O_n(K, f)$  für den Fall, dass der Index von  $f$  null ist. Frl. Becken gibt einen Ansatz zur Behandlung des Falles Index  $\geq 1$ . Danzer verfolgt räumliche Spiegelungsgeometrien auf der Grundlage der "Bündelrelation" (nach Ideen von E. Sperner). Scherf kennzeichnet ein von Ahrens angegebenes gruppentheoretisches Axiomensystem mit Hilfe von Inzidenz- und Orthogonalitätseigenschaften. -  
H. V e l d k a m p (Utrecht) spricht über Polargeometrien



in Räumen unendlicher Dimension und zeigt, dass sich seine früheren Ergebnisse im Falle endlicher Dimension nicht auf den Fall unendlicher Dimension ausdehnen lassen.

E. E l l e r s löst das Problem der Einbettung gewisser von E. Sperner angegebener "desarguescher Ebenenkeime" in desarguesche projektive Ebenen. H. K a r z e l, J. J o u s s e n, W. J u n k e r s, und E. G l o c k diskutieren Ordnungsfragen in projektiven Ebenen. Karzel gibt kennzeichnende Bedingungen für die Erweiterung der Ordnungsfunktion einer affinen Ebene zu der des projektiven Abschlusses dieser affinen Ebene an. Jousseen zeigt, dass gewisse schwach projektive Ordnungsfunktionen in freien projektiven Ebenen vorkommen. W. Junkers stellt Beziehungen zwischen Inhalts- und Ordnungsfunktionen her. Glock zeigt im gleichen Zusammenhang Beziehungen zwischen Ordnungsfunktionen und von ihm angegebenen Orientierungsfunktionen auf.

E. S p e r n e r gibt ein einfaches und sehr allgemeines Axiomensystem für verallgemeinerte (nichtdesarguesche) affine Räume an und kennzeichnet diese algebraisch durch gewisse "Halbmoduln". Durch Zusatzforderungen zeigt er, wie sich der bekannte Begriff des Ternärkörpers in diese allgemeinen algebraischen Strukturen einordnet.

H. J. A r n o l d gibt Bedingungen an, unter denen man die Spernerschen verallgemeinerten affinen Räume durch "Fernräume" zu verallgemeinerten projektiven Räumen erweitern kann. G. E w a l d hat unabhängig von E. Sperner verallgemeinerte (nichtdesarguesche) projektive Räume angegeben und spricht über verbandstheoretische Eigenschaften dieser Räume.

P. D e m b o w s k i beweist Sätze über "taktische Konfigurationen" in enklidenhänzendenzstrukturen, bestehend aus "Punkten" und "Blöcken". J. A n d r é betrachtet Homomorphismen projektiver Ebenen, insbesondere in topologischen projektiven Ebenen und in Translationsebenen. Es ergeben sich bemerkenswerte Zusammenhänge mit der Zahlentheorie. H. L e n z berichtet über Modifikationen des Hi



- 4 -

Hilbertschen Axiomensystems im Zusammenhang mit seinem demnächst erscheinenden Buch "Grundlagen der Elementargeometrie". Er zeigt eine Anzahl ungelöster Probleme auf. R. L e h t i (Helsinki/Hamburg) gibt eine Darstellung von Projektivitäten einer Schiefkörpergeometrie durch Tensoren an. V. Å l e e (Seattle/Kopenhagen) gibt einen Überblick über die moderne Theorie der unendlichdimensionalen Simplexe und konvexen Polyeder. G. B o t h e löst ein interessantes Problem der "Parkettierung" einer Ebene durch "Buchstaben".

Die Tagung wurde von den Teilnehmern als sehr erfolgreich empfunden. Als besonders anregend erwiesen sich die ausgedehnten Diskussionen im Anschluss an fast sämtliche Vorträge. Auffallend war auch die grosse Anzahl junger Teilnehmer; einige von ihnen nahmen zum ersten Mal an einem überörtlichen Austausch mathematischer Ideen mit Fachkollegen ihres Gebietes teil.

