1961,1

ARBEITSGEMEINSCHAFT

über

Topologische Methoden in der algebraischen Zahlentheorie

vom 22. - 29.3.1961

Die Einrichtung, von der hier erstmals zu berichten ist, besteht schon seit mehreren Jahren: Eine Gruppe jüngerer Mathematiker aus Deutschland, Vertreter der verschiedensten Interessenrichtungen, trifft sich halbjährlich in Oberwolfach, um sich in Arbeitsgemeinschaften über Fortschritte der mathematischen Forschung (insbesondere des Auslands) zu unterrichten. Die jeweils streng begrenzten Themen orientieren sich an den Fragen, Resultaten und Methoden, welche jüngst im Brennpunkt mathematischen Geschehens gestanden haben oder noch stehen. Die Gruppe verfolgt das Ziel, diese Ergebnisse, wenn sie allgemeineres Interesse beanspruchen können, weiteren Kreisen, d.h. auch dem Nichtspezialisten bekannt und nutzbar zu machen und soweit möglich auch im Hochschulunterricht zu verwerten.

In diesem Frühjahr war die Arbeitsgemeinschaft den topologischen Methoden in der Algebraischen Zahlentheorie gewidmet. Damit sind insbesondere die Anwendungen gemeint, welche die Theorie der invarianten Integration auf lokalkompakten topologischen Gruppen und die auf ihr beruhende abstrakte Fourieranalysis - beginnend etwa mit der Dissertation von J. T a t e (1950) - auf die Arithmetik der Zahlkörper, der einfachen Algebren und gewisser algebraischer Gruppen über Zahlkörpern gefunden haben. Es war nicht nur sehr eindrucksvoll zu sehen, wie sehr diese neuen Methoden hinsichtlich Durchsichtigkeit und Eleganz den klassischen analytischen Methoden (z.B. der Behandlung der Heckeschen Zetafunktionen mit Grössencharakteren) überlegen sind, sondern auch, wie schon einige der

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

grundlegenden Tatsachen der Arithmetik (wie z.B. die Produktformel für die normierten Bewertungen eines Zahlkörpers) in natürlicher Weise aus der Integrationstheorie fliessen. Dabei liegt jedoch die grösste Bedeutung dieser neuen Methoden eigentlich erst in den Erfolgen hinsichtlich der Verallgemeinerung der tiefen S i e g e l schen Ergebnisse über quadratische Formen auf weitere Klassen algebraischer Gruppen. In dieser Richtung soll die Arbeitsgemeinschaft im Herbst fortgesetzt werden.

Die Vorbereitung und Leitung lag bei Prof. Dr. M. K n e s e r (München). Es nahmen weiter teil: Frl. B e c k e n (Hamburg), die Herren D i e t e r (Kiel), F e l s c h e r (Freiburg), G a s c h ü t z (Kiel), H a b i c h t (Saarbrücken), H u p p e r t (Tübingen), J e h n e (Heidelberg), K n o b - l o c h (München), K ö n i g (Aachen), L a m p r e c h t (Würzburg), L e o p o l d t (Erlangen), L e p t i n (Hamburg) und N a s t o l d t (Heidelberg), Frau P r i e s s (München) sowie die Herren R o q u e t t e (Tübingen) und S c h w a r z (Freiburg).

Zu den Vorträgen im einzelnen: Herr F e l s c h e r behandelt lokal-kompakte Schiefkörper S nach dem Vorgang von B r a c o n n i e r und J w a s a w a und kennzeichnet sie als die perfekt bewerteten Körper, welche - im nichtarchimedischen Fall - diskret bewertet sind und endlichen Restklassenkörper besitzen. Die normierte Bewertung entsteht dabei als Modularfunktion des Haarschen Masses der additiven Gruppe von S. - Herr L a m p r e c h t behandelt nach W e i l schem Vorbild den Adelering eines Zahlkörpers k wie allgemeiner einer affinen Mannigfaltigkeit V über k, insbesondere sein Verhalten bei Erweiterung und Redukkion des Grundkörpers. - Herr J e h n e behandelt die additive Theorie des Aderinge A einer einfachen Algebra K über einem Zahlkör-

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

per, wie sie von T a t e und J w a s a w a entwickelt wurde:
a) die diskrete Einbettung von K in A, b) die Kompaktheit von A/K und c) die Halbeinfachheit von A. Ein selbstduales Haarsches Mass von A wird konstruiert (A ist selbstdual). Als Anwendungen ergeben sich ein scharfer Approximationssatz und ein eleganter Beweis für die Produktformel für die Bewertungen eines Zahlkörpers. - Herr H u p p e r t behandelt die multiplikative Theorie des Adelerings, also die Struktur der Idelegruppe eines Zahlkörpers und beweist das Analogon der Eigenschaften (a), (b), (c). Als Anwendungen ergeben sich einfache Beweise für den Dirichletschen Einheitensatz und die Endlichkeit der Klassenzahl. - Herr K ö n i g entwickelt zunächst das Analogon der Theorie des ersten Vortrags für den Fall linear lokalkompakter Körpererweiterungen K/k und behandelt sodann mit diesen Mitteln den Satz von Riemann Roch für algebraische Funktionenkörper einer Variablen nach dem Vorgang von J w a s a w a. - Frl. B e c k e n entwickelt nach dem Vorgang von G o d e - ment die Theorie der analytischen Fortsetzung und Funktionalgleichung der Zetafunktionen eines Schiefkörpers mit Hilfe der Poissonschen Summenformel und weist die Existenz von Hilfsfunktionen nach, welche nichttriviale Zetafunktionen liefern. - Herr L e o p o l d t behandelt die Jdelklassencharaktere eines algebraischen Zahlkörpers nach T a t e und stellt den Zusammenhang mit den Grössencharakteren von H e c k e her. Die durch Integration über die Jdelgruppe erhaltenen Zetafunktionen werden in die klassische Form umgerechnet. - Frau P r i e s s bestimmt die lokalen Faktoren für die Ausnahmestellen nach T a t e, also die Γ-faktoren und das Analogon der Gauss'schen Summen in der Funktionalgleichung. - Herr D i e t e r weist das Nichtverschwinden der $\zeta(s,\lambda)$ bei $s=1$ nach und Herr G a s c h ü t z behandelt die H e c k e schen Sätze über die mehrdimensionale Primidealverteilung. - Herr L e p t i n berichtet über den weiteren Inhalt der programmatischen Arbeit von G o d e m e n t über die Zetafunktionen einfacher Algebren und weist auf unverständliche

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

Stellen hin. - Herr K n o b l o c h behandelt vorbereitend die p-adischen Analoga einiger aus der reellen Analysis bekannten Sätzen wie z.B. die Theorie impliziter Funktionensysteme. - Herr R o q u e t t e bestimmt die Dimension des Moduls der invarianten Differentialformen einer formalen lokalen Liegruppe der Dimension n über beliebigen Grundkörper betrachtet, insbesondere den abelschen Fall bei Char.0 und behandelt als Anwendung den Satz von L u t z - M a t t u c k über abelsche Liegruppen über perfekt bewerteten Körpern der Charakteristik Null. - Herr K n e s e r behandelt die Normierung des Haarschen Masses im Fall einer algebraischen Gruppe lokal über einem lokalkompakten Körper bzw. global über einem algebraischen Zahlkörper nach dem Vorgang von T a m a g a w a und W e i l und gibt hieran anschliessend einen Überblick über die Themen der für den Herbst geplanten Fortsetzung dieser Arbeitsgemeinschaft.