1961,7

T a g u n g über
Boolesche Algebren und Maßtheorie
vom 31.7.61 bis zum 4.8.61

Die Booleschen Algebren waren in den letzten dreißig Jahren Gegenstand zahlreicher Untersuchungen. Diese verliefen nicht nur im Rahmen des Entstehungsgebietes der Booleschen Algebren, der Logik, sie beschränkten sich auch nicht auf die den Booleschen Algebren begrifflich unmittelbar übergeordnete Verbandstheorie, sondern weiteten sich auf immer neue Gebiete der Mathematik (Algebra, Topologie Maßtheorie, Wahrscheinlichkeitsrechnung, Funktionalanalysis) aus. Die Theorie der Booleschen Algebren erwies sich nämlich als sehr fruchtbar einerseits bei der Untersuchung der Struktur einer einzelnen Theorie, andererseits aber auch beim Auffinden struktureller Zusammenhänge zwischen verschiedenen Theorien.

Diese Anwendungen der Theorie der Booleschen Algebren förderten nicht nur die betreffenden Gebiete, sondern brachten auch umgekehrt ihr selber große Fortschritte. Ein besonders wichtiges Beispiel für diese Wechselwirkung bildet die Maßtheorie. So erbrachte die Erforschung von Existenz-, insbesondere Erweiterungs- sowie Darstellungsfragen für Maße auf Booleschen Algebren zugleich tiefe Einsichten in die Struktur der letzteren.

Eine andere wichtige Beziehung der Maßtheorie zur Theorie der Booleschen Algebren besteht darin, daß sie erst deren Anwendung auf die Wahrscheinlichkeitsrechnung und die Funktionalanalysis ermöglicht.

Das Symposion über Boolesche Algebren und Maßtheorie vom 31.7.61 bis zum 4.8.61 im Mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach stand unter der Leitung der Professoren Ph. DWINGER (Lafayette) und Chr. PAUC (Nantes). ~~In Anwesenheit einer großen Anzahl von Fachvertretern aus dem In-~~ und ~~Ausland~~ (Deutschland (11), U.S.A. (4), ~~Frankreich~~ (3), Pol~~en (8)~~, Holland ~~(2), Italien~~ (1)) - darunter ~~führende Vertreter der beiden Gebiete und wichtiger Grenzgebiete- wurden~~ in neunundzwanzig Vorträgen und zahlreichen Diskussionen und die Entwicklung und der Stand der Forschung auf diesen beiden und angrenzenden Gebieten erörtert.

Zu den Vorträgen:

Existenz von Maßen

A.TARSKI (Berkeley) berichtete über die Geschichte und den letzten Stand des Maßproblems in der allgemeinen Mengenlehre, das ist die Frage nach der Existenz nicht (stark) meßbarer Kardinalzahlen.

O.M.NIKODÝM (Gambier) zeigte, daß auf jeder Booleschen Algebra ein strikt positives additives Maß mit Werten in einem nicht archimedisch geordneten Körper existiert.

C.RYLL-NARDZEWSKI (Wroclaw) charakterisierte diejenigen Maßalgebren welche ein strikt positives bezüglich einer Automorphismengruppe invariantes Maß besitzen, mit Hilfe eines Random-Ergodensatzes für Banachräume.

J.BOCLÉ (Rennes) gab eine hinreichende Bedingung an für die Existenz eines Maßes auf einem endlichen Maßraum, welches invariant bezüglich einer Gruppe von Transformationen, die homomorphes Bild einer unimodularen Gruppe ist.

S.SWIERCZKOWSKI (Wroclaw) gab eine hinreichende Bedingung an für

die Existenz eines (in einem besonderen Sinne) invarianten Maßes auf einer Quotientengruppe mit Hilfe der Modularfunktionen der zugehörigen Haarschen Maße.

W.A.J.LUXEMBURG (Pasadena) behandelte die Zerlegung von strikt positiven additiven Maßen auf Booleschen Algebren in einen σ-additiven und einen endlich-additiven Teil sowie die Normalität von σ-additiven Maßen, außerdem die Existenz normaler Maße.

Erweiterungs- und Darstellungsprobleme

Ph. DWINGER (Lafayette) behandelte mit Hilfe der Stoneschen Darstellung die α-vollständige freie Erweiterung einer Booleschen Algebra, insbesondere den Fall endlich vieler Erzeugender (im Anschluß an Rieger - Sikorski) und den Fall, daß sie ein α-Feld ist.

R.S.PIERCE (Seattle) behandelte insbesondere das Problem, unter welchen Bedingungen ein freies α-distributives Produkt von α-distributiven Booleschen Algebren ein freies α-darstellbares Produkt ist.

O.HAUPT (Erlangen) - Chr. PAUC (Nantes) behandelten im Anschluß an Bledsoe-Morse ein Produktmaß, in der Ebene, wofür die Sierpinskische Menge meßbar ist, sowie (semi-)adaptierte Maße auf topologischen Räumen.

D.BIERLEIN (München) charakterisierte diejenigen Maßräume, welche eine Erweiterung besitzen, bezüglich derer eine vorgegebene Funktion meßbar ist.

A.HULANICKI (Wroclaw) bewies, daß jede orthogonal-invariante Erweiterung des Lebesgueschen Maßes eine orthogonal-invariante Erweiterung besitzt.

F.TERPE (Greifswald) charakterisierte das Lebesguesche Integral als ein bezüglich gewisser Eigenschaften maximales Integral auf einem Teilverband der Lebesgue-meßbaren Funktionen.

F.I.PAPANGELSU (Athen) konstruierte eine Ordnungsvervollständigung für abelsche Verbandsgruppen nach den Cantorschen Verfahren.

F.BERTOLINI (Rom) bewies, daß jeder bedingt σ-vollständige Vektorverband V mit F-Einheit isomorph dem Verband aller Ortsfunktionen auf der Booleschen Algebra der charakteristischen Elemente von V ist.

D.KÖLZOW (Greifswald) bewies mit Hilfe des Darstellungsverfahrens von H.Bauer den Satz von Radon-Nikodym für das Stone-Integral mit Basis-meßbarer Grundmenge, das Bourbaki-Integral mit Stone-Bedingung und reguläre Maßräume bezüglich lokaler Nullmengen.

Th.RIEDRICH (Dresden) zeigte, daß beim Darstellungsverfahren von H.Bauer die schwache Endlichkeit im Sinne von Stone im allgemeinen nicht erhalten bleibt.

Direkte und inverse Limesbildungen

Chr.PAUC (Nantes) gab eine maßfreie Fassung des Satzes von Helms-Krickeberg über Martingale.

W.RINOW (Greifswald) behandelte den zu gewissen gerichteten Systemen von Idealen einer Booleschen Algebra gehörigen inversen Limes.

M.METIVIER (Rennes) verallgemeinerte einen Existenzsatz von Bochner-Choksi für das σ-Maß eines inversen Limes von Maßräumen auf (quasi-) kompakte Maße im Sinne von Marczewski (Ryll-Nardzewski).

Sruktur von Maßalgebren
D.A.KAPPOS (Athen) behandelte das Problem,einer Familie von Zufallsvariablen eine Familie von unabhängigen Zufallsvariablen zuzuordnen, so daß die Variablen mit gleichem Index verteilungsgleich sind,und gab ein Kriterium an für die Gültigkeit des zentralen Grenzwertsatzes.

Algebren von Maßen
S.HARTMAN (Wroclaw) behandelte normale und analytische Teilalgebren der Banachalgebra aller Borelschen Maße endlicher Variation auf einer separablen lokal kompakten abelschen Gruppe.

Operatoralgebren
K.URBANIK (Wroclaw) klassifizierte die meßbaren Größen eines Hilbertraumes neu und charakterisierte anschließend die Gleichheit in der Heisenbergschen Ungenauigkeitsrelation.

Integration von Ortsfunktionen
J.RIDDER (Groningen) definierte für Paare von reellwertigen Ortsfunktionen auf einer Booleschen σ-Algebra Produkt,Summe und Inklusion sowie für gewisse Vektorverbände von Paaren Integrale.

Differentiation auf Maßalgebren
K.KRICKEBERG (Heidelberg) charakterisierte die Übereinstimmung der stochastischen mit den wesentlichen Derivierten von Zellenfunktionen durch die Gültigkeit ~~des~~ eines Vitalischen Überdeckungssatzes.

Boolesche Algebren und Logik
R.SIKORSKI (Warszawa) charakterisierte die Offenheit einer formalisierten mathematischen Theorie mit Hilfe der Kompaktheit der geeignet topologisierten Booleschen Algebra aller ihrer Ausdrücke.

Rein algebraische Probleme
E.MARCZEWSKI (Wroclaw) gab einen Überblick über die verschiedenen Unabhängigkeitsbegriffe für abstrakte Algebren und behandelte den Zusammenhang mit dem Begriff der freien Algebra im Sinne von Birkhoff.Insbesondere wurde der Fall der Booleschen Algebren behandelt.

Rein maßtheoretische Probleme
H.G.KELLERER (München) zeigte,daß für die Approximierbarkeit von meßbaren Teilmengen des Pruduktes zweier Maßräume durch "Rechtecke" die Atomarität eines der Faktoren charakteristisch ist.

R.ENGELKING (Warszawa) behandelte Homgenitätseigenschaften des Raumes aller Lebesgue-meßbaren Teilmengen des R^n bezüglich der Nikodŷmschen Metrik.

S.GUBER (München) gab im Anschluß an Choquet-Deny maßtheoretische Kennzeichnungen von Funktionenkegeln und untersuchte Stabilitätseigenschaften.