1961,11

Mathematisches Forschungsinstitut
Oberwolfach

B e r i c h t
über die
Geometrie-Tagung
vom 24.-30. September 1961

Die diesjährige Geometrie-Tagung, die schon mit zur Tradition des Mathematischen Forschungsinstituts Oberwolfach gehört, wurde von Professor Dr. K.H. WEISE geleitet. Neben einer ganzen Reihe diese Tagung regelmäßig besuchender Mathematiker konnten auch diesmal wieder neue Teilnehmer, vor allem aus dem Ausland, begrüßt werden.

Es nahmen teil:

Barner, M.	Karlsruhe	Laugwitz, D.	Darmstadt
Barthel, W.	Saarbrücken	Leichtweiß, K.	Freiburg
Bettinger, W.	Saarbrücken	Lingenberg, R.	Hannover
Bilinski, S.	Zagreb	Müller, H.R.	Berlin
Blum, R.	Saskatoon	Prade, H.	Karlsruhe
Böhm, W.	Berlin	Rapp,	Darmstadt
Bol, G.	Freiburg	Roether, D.	Berlin
Degen, W.	Freiburg	Schlender, B.	Kiel
Dombrowski, P.	Bonn	Schreiner, A.	München
Emde, H.	Darmstadt	Strubecker, K.	Karlsruhe
Flohr, F.	Karlsruhe	Varga, O.	Budapest
Florian, A.	Wien	Vogel, W.O.	Karlsruhe
Florian, H.	Graz	Volk, O.	Würzburg
Franz, G.	Saarbrücken	Voss, K.	Zürich
Gerretsen, J.C.H.	Groningen	Walter, R.	Karlsruhe
Gröbner, W.	Innsbruck	Willmore, Th.J.	Liverpool
Haupt, O.	Erlangen	Weise, K.H.	Kiel
Kunle, H.	Freiburg	Wunderlich, W.	Wien.
Günham,	Istanbul		

Das Vortragsprogramm umfaßte 22 Vorträge, in denen weite Bereiche geometrischer Forschung zur Sprache kamen. In der vortragsfreien Zeit wurde in der wohltuenden Atmosphäre des Oberwolfacher Instituts die Gelegenheit, in persönlicher Begegnung manche Frage zu diskutieren und zu klären, lebhaft wahrgenommen.

Die Vorträge im einzelnen:

O. HAUPT (Erlangen) eröffnete die Reihe der Vorträge mit seinem Beitrag über ordnungsgeometrische Probleme in topologischen Räumen. Nachdem man in einem kompakten metrischen Raum R ein gewisses System von Kompakta K zugrundegelegt hat, kann der Begriff der Ordnung eines Kontinuums bezüglich der Kompakta K eingeführt und danach der Struktursatz der Kontinua endlicher Ordnung im euklidischen R_n auf diesen allgemeinen Fall übertragen werden. Ähnliche Verallgemeinerungen für andere ordnungsgeometrische Sätze sind auch möglich.

K. STRUBECKER (Karlsruhe) berichtete über die Anwendung der isotropen Flächentheorie auf die Mechanik. Er zeigte, daß die Eigenschaften der in der Theorie der ebenen elastischen Systeme auftretende Airysche Spannungsfläche sich als differentialgeometrische Eigenschaften deuten lassen, wenn man den Raum mit der isotropen Metrik versieht.

A. SCHREINER (München) sprach über Netze von Asymptotenlinie, die sich kinematisch erzeugen lassen. Er bestimmt diejenigen Flächen des euklidischen R_3, deren erste Schar von Asymptotenlinien untereinander kongruent und deren zweite Schar die Bahnkurven sind, die von den Punkten einer solchen der ersten Schar in der zugehörigen Bewegung beschreiben werden.

W. BARTHEL (Saarbrücken) schilderte die Entwicklung des Brunn-Minkowskischen und des Busemannschen Satzes. Es wird u.a. berichtet, daß, obwohl die Busemannsche Ungleichung eine numerisch schwächere Abschätzung der Inhalte gewisser hyperebener Schnitte eines konvexen Körpers liefert als die Brunn-Minkowskische, doch beide Aussagen äquivalent sind. Ferner wird gezeigt, daß der Busemannsche Satz so verallgemeinert werden kann, daß keine Konvexitätsvoraussetzungen mehr nötig sind.

S. BELINSKI (Zagreb) nannte sein Thema "Die primitivste Form des Vierscheitelsatzes", womit angedeutet werden sollte, daß dieser Satz in der Differenzengeometrie der geschlossenen Polygone wurzelt. Es kommt dabei wesentlich auf eine geeignete Definition des

Begriffs Scheitel an. Dazu ordnet man jeder Ecke P_i eine aus der geometrischen Konfiguration des Polygons zu berechnende Größe ρ_i zu und betrachtet die Zahl der Zeichenwechsel in der zyklischen Folge $\rho_{i+1} - \rho_i$. Es konnte gezeigt werden, daß unter einer bestimmten Voraussetzung über das Polygon diese Zahl mindestens gleich vier ist.

A. FLORIAN (Wien) sprach über einige Probleme der Lagerungsgeometrie. Er gab zunächst eine Abschätzung der [illegible] Deckungsdichte $D_1(p)$ nach unten an; dabei sollen die Radien der überdeckenden Kreise nur zwei Werte r_1, r_2 annehmen und [illegible] das Minimum von r_1/r_2 und r_2/r_1 erklärt sein. Daraus wurden einige Folgerungen gezogen und Vermutungen angeknüpft.

K. LEICHTWEISS (Freiburg i.Br.) lieferte einen Beitrag zur Theorie der Minimalflächen im Großen: Ist M eine Minimalfläche der Klasse C^2, die eine Parameterdarstellung $x = x(s,z)$, $y = y(s,z)$ zuläßt (s ist die Bogenlänge auf den Niveaulinien z = const.; $s = 0$ ist eine Orthogonaltrajektorie dieser Niveaulinien) und für die nachstehende Randbedingungen erfüllt sind: (1) Der Rand des Halbstreifens $x \geqslant 0$, $y = 0$, $0 \leq z \leq c$ liegt auf der Fläche, (2) Es gilt $\lim\limits_{s\to\infty} \mathfrak{n}(s,z) = (0,0,1)$ gleichmäßig für alle z mit $0 \leq z \leq c$ ($\mathfrak{n}$ ist Einheitsnormalenvektor von M), dann ist M die Wendelfläche.

W. DEGEN (Freiburg i.Br.) sprach über Scharen sich berührender Normkurven 3. Ordnung im projektiven R_3. Nach einer genaueren Erklärung der vorausgesetzten Berühreigenschaft wird ein selbstduales Formelsystem aufgebaut. Hieraus ergeben sich Verallgemeinerungen der projektiven Kurven- und Streifentheorie und Beziehungen dieser beiden Gebilde untereinander. Außerdem gewinnt man einen neuen methodischen Zugang zur Behandlung gewisser von Kegelschnitten erzeugter Flächen.

O. VARGA (Budapest) trug über die Hilbertsche Verallgemeinerung der nichteuklidischen Geometrie vor. Ersetzt man im Cayley-Kleinschen Modell der hyperbolischen Geometrie das zur Abstandsdefinition verwendete Ellipsoid durch eine beliebige geschlossene konvexe Fläche, so erhält man ein Modell für sie. Die von Funk und Berwald erhaltenen Resultate über die Einordnung dieser Geometrie in die Finslersche können auf neuem Wege hergeleitet werden, indem

man direkt von der Modellvorstellung ausgeht. Es ergibt sich, daß die von Funk angegebenen Bedingungen nicht nur notwendig, sondern auch hinreichend sind.

H. KUNLE (Freiburg i.Br.) sprach über projektive Kinematik der Raumkurven. Jeder Parameterverteilung auf einer Kurve des dreidimensionalen Raumes läßt sich eine projektive Bewegung zuordnen. Das Verhalten der Bahntangenten längs gewisser mit der Kurve invariant verknüpfter algebraischer Normkurven wird untersucht. Darin spiegeln sich die differentialgeometrischen Eigenschaften der Ausgangskurve wider; es ergeben sich neu Kennzeichnungen spezieller Kurvenklassen.

W.O. VOGEL (Karlsruhe) untersuchte die Frage nach der Einbettung einfach isotroper Mannigfaltigkeiten in Riemannsche Räume. Einfach isotrop nennt man eine Mannigfaltigkeit V_m mit dem Bogenelement $ds^2 = g_{\alpha\beta}(u^\alpha)\, du^\alpha\, du^\beta$ ($\alpha, \beta = 1, 2, \ldots, m$), wenn die Matrix $(g_{\alpha\beta})$ den Rang $m - 1$ hat. Unterscheidet man gewisse zwei Typen I, II, so kann gezeigt werden, daß eine isometrische Einbettung in einen Riemannschen Raum V_n möglich ist, wenn $n \geq \frac{m(m+1)}{2}$ (Typ I) bzw. $n \geq \frac{m(m+1)}{2} + 1$ (Typ II) ist.

R. LINGENBERG (Hannover) sprach über die Erweiterung projektiv-metrischer Teilstrukturen. In einer projektiven Ebene $\pi(P,G)$ (P ist die Menge der Punkte, G die der Geraden), in welcher der Satz von Pappus-Pascal und das Fano-Axiom gilt, wird durch eine Untermenge $m \subset G$ und eine Abbildung ψ von m in P mit der Eigenschaft "aus $g\ I\ h\psi$ folgt $g\psi\ I\ h$" eine projektiv-metrische Teilstruktur $T(m,\psi)$ eingeführt. Falls die Teilstruktur einem gewissen Axiomensystem genügt, läßt sie sich zu einer projektiv-metrischen Struktur der Ebene erweitern.

P. DOMBROWSKI (Bonn) berichtete aus der Geometrie der geblätterten Mannigfaltigkeiten. Ausgehend von der Frage nach maximalen Existenz- und Eindeutigkeitsgebieten für die Lösung eines Cauchyschen Anfangswertproblemes bei Systemen partieller Differentialgleichungen erster Ordnung für eine gesuchte Funktion auf beliebigen n-dimensionalen C^∞-Mannigfaltigkeiten werden zwei Aufgaben im Sinne der Theorie der geblätterten Mannigfaltigkeiten formuliert

und die Voraussetzungen für ihre Lösbarkeit untersucht.

W. WUNDERLICH (Wien) bestimmte alle diejenigen Flächen, deren Fallinien Kegelschnitte sind. Neben den bekannten Gesimsflächen mit Kegelschnittsprofil treten im Falle der Hyperbeln oder Ellipsen wohlbestimmte algebraischen Flächen (i.a. von 8. Ordnung) auf. Im Falle der Parablen kann noch eine beliebige Böschungslinie vorgeschrieben und die Fläche mit Hilfe einer gewissen Transformation aus ihr erzeugt werden.

K. VOSS (Zürich) sprach über Flächen mit vorgegebenen Hauptkrümmungen. Durch Heranziehen der Weylschen Identität können einige notwendige Bedingungen zwischen den Werten von H, K und ihren Ableitungen in einem Flächenpunkt hergeleitet werden.

W. BETTINGER (Saarbrücken) fügte Bemerkungen zum isoperimetrischen Problem der Minkowkischen Relativoberflächen $F_{\pm}(A,B)$ bei. Falls der Maßkern von A konvex ist oder aus einem Polyeder besteht, läßt sich dieses Problem auch für nicht konvexe Eichmengen B lösen.

H. EMDE (Darmstadt) führte die konfigurative Darstellung infiniter homogener Polytope an Hand von Kernschemata und Modellen vor.

T.J. WILLMORE (Liverpool) berichtete über Anwendungen der Morseschen Theorie auf Einbettungssätze differenzierbarer Mannigfaltigkeiten. In Analogie zu dem von Fenchel betrachteten Integral $\mathcal{J} = \frac{1}{\pi}\int |n|\, ds$ einer geschlossenen Raumkurve wird für eine in einem euklidischen Raum E^{n+N} eingebettete kompakte orientierbare Mannigfaltigkeit M^n die Größe τ als der über das Faserbündel der Einheitsnormalenvektoren der eingebetteten Mannigfaltigkeit gemittelte Absolutwert der Lipschitz-Killing-Krümmung definiert. Man erhält folgende Resultate: (1) $\tau \geqslant 2$ (2) wenn $\tau < 3$ ist, ist M^n homöomorph einer n-Sphäre, (3) τ ist nicht kleiner als die Summe der Bettizahlen, (4) der Normalgrad der Einbettung von M^n ist die Eulersche Charakteristik von M^n, (5) das Infimum von τ über alle Einbettungen ist eine ganze Zahl.

W. GRÖBNER (Innsbruck) gab einen algebraischen Beweis eines mit topologischen Hilfsmitteln bewiesenen Satzes von B. Segre, wonach für eine ganze Cremona-Transformation $y_i = p_i(x)$ die notwendige Bedingung $\left| \frac{\partial p_i}{\partial x_k} \right| = c \neq 0$ auch hinreichend ist.

H.R. MÜLLER (Berlin) behandelte die Kinematik mehrgliedriger Bewegungsvorgänge. Insbesondere wurden die Dichten einfacher geometrischer Gebilde (ohne Bewegungsinvarianten) im Rastraum aufgestellt und nach dem momentanen Ort verschwindender (oder allgemeiner: konstanter) Dichte gefragt. Es ergeben sich Zusammenhänge mit den linearen Mannigfaltigkeiten der Momentanschrauben und der zugehörigen Strahlgewinde des Bewegungsvorgangs.

J.C.H. GERRETSEN (Groningen) sprach über Reyesche Geometrie. Die Reyeschen Methoden zur Untersuchung der Figuren, die von linearen Systemen von Ebenenbüscheln, -bündeln oder -räumen durch eine projektive Beziehung aufeinander erzeugt werden, erweist sich als nicht sehr geeignet, um ähnliche Fragen auch in höher dimensionalen Räumen zu behandeln. Es wird gezeigt, wie man mit Hilfe der Segreschen Mannigfaltigkeiten die Reyesche Fragestellung allgemein fassen kann.

K.H. WEISE (Kiel) beendete die Tagung mit seinem Vortrag über Normalformen von Knoten. Verwendet man zur Darstellung eines Knotens seine Projektion, so kann ihm mit Hilfe eines Systems paralleler Geraden ein Knotenwort zugeordnet werden, das auch umgekehrt den Knoten wieder eindeutig bestimmt. Die Deformationen eines Knotens lassen sich nun durch gewisse Operationen der Knotenwörter beschreiben. Durch einen geeigneten Algorithmus kann jedem Knoten ein normiertes Knotenwort zugewiesen werden. Die normierten Knotenwörter sind abzählbar, lassen sich also in Form einer Folge N_1, N_2, ... anordnen. Unter der Normalform eines Knotens wird dann das kleinste normierte Wort verstanden, das durch eine ganz bestimmte Folge der Algorithmen erreichbar ist. Diese Normalformen eines Knotens können in endlich vielen Schritten berechnet werden und

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

liefern eine vollständige Klassifizierung aller Knoten. Jedem topologischen Typ eines Knotens entsprechen höchstens endlich viele Normalformen. Die Berechnung der Normalformen geschieht mit Hilfe elektronischer Rechenmaschinen. Es wurde so zu einer größeren Zahl von Knoten wachsender Ordnung (ca. 40 000) sowohl die Normalform wie auch der topologische Typ (mit Hilfe bekannter berechenbarer Knoteninvarianten) bestimmt und noch keine Abweichung gefunden, so daß also für die untersuchten Knoten die Normalform den topologischen Typ repräsentiert.

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft