Mathematisches Forschungsinstitut
Oberwolfach

B e r i c h t
über die
Ringtheorie-Tagung
23. - 28. Okt. 61

Die diesjährige Ringtheorie-Tagung in Oberwolfach fand unter der Leitung von Professor Dr. R. BAER in kleinem Kreise statt und ermöglichte so eine Tagung im typischen Oberwolfacher Stil mit ausgedehnten Diskussionen und persönlichen Gesprächen.

Die Ringtheorie besaß in Deutschland schon zu Beginn hervorragende Vertreter in R. DEDEKIND und G. FROBENIUS, und besonders in den Jahren zwischen 1920 und 1936 erlebte dieses Gebiet in dem Kreise von Algebraikern und Zahlentheoretikern um E. NOETHER in Göttingen eine außerordentliche Blüte. Von den aus diesem Kreise hervorgegangenen Ringtheoretikern nahmen Professor Dr. W. KRULL und der Tagungsleiter Professor Dr. R. BAER teil. Eine besondere Note erhielt die Tagung durch die Teilnahme des portugiesischen Ringtheoretikers A. ALMEIDA COSTA.

Von den verschiedenen Gebieten in der Ringtheorie war besonders die Strukturtheorie nichtkommutativer assoziativer Ringe mit A.W. GOLDIE (Newcastle upon Tyne), A. KERTECZ (Debrecen), H. KUPISCH (Heidelberg) und E.A. BEHRENS (Frankfurt/M.) sehr stark vertreten, letzterer mit dem Zusammenhang zur Verbandstheorie. Vor allem der große Vortrag von A.W. GOLDIE fand große Beachtung. Die verschiedenen Zweige der multiplikativen Idealtheorie waren gut vertreten mit Vorträgen von A. ALMEIDA COSTA (Lissabon), K.E. AUBERT (Oslo) und dem Vortrag von W. KRULL (Bonn) über nicht-kommutative Bewertungstheorie. Die homologische Algebra hatte in J. GUERINDON (Rennes) und D.G. HIGMAN (Ann Arbor / Mich.) ihre Vertreter bei der Tagung gefunden. Dagegen war die Darstellungstheorie nicht oder nur in soweit vertreten, als sie Bestandteil der allgemeinen Strukturtheorie ist. Da sie aber ohnehin in ihren interessanteren Anwendungen in die Gruppentheorie gehört, kann dies nicht als Mangel angesehen werden.

Die Vorträge im einzelnen:

W. NÖBAUER (Wien): Funktionen auf kommutativen Ringen.
Die Menge der Funktionen auf dem Ring R mit Werten in R bildet in Bezug auf Addition, Multiplikation und Substitution eine Algebra. Es wurden Überlegungen dargestellt, die die Existenz oder Nicht-Existenz nicht-trivialer Differentiationen dieser Algebra zum Inhalt hatten.

C. J. PENNING (Delft): Duplikatorringe und Assoziierte Ringe.
Es wird die Menge B aller zentralen idempotenten Elemente eines Ringes R untersucht, und verschiedene Konstruktionen über B werden mit verbandstheoretischen Methoden behandelt.

J. GUERINDON (Rennes): Sur une classe de modules gradués.
Ist A ein kommutativer Ring, S sein mit der Topologie von ZARISKI versehenes Spektrum, so ordne man jedem Ideal p aus S eine Reihe $F = \sum_n a_n z^n$ zu mit $a_n = \dim_{A_p/pA_p}(p^nA/p^{n+1}A)$, wobei der Ring A bei p lokalisiert werde. Die Zuordnung $p \to F$ ist stetig, falls die Menge der F mit der uniformen Konvergenz in jedem Kreis $|z| < R$ topologisiert wird, und falls A außerdem Quotient eines regulären Ringes ist.

D.G. HIGMAN (Ann Arbor / Mich.): Homological conductors.
Es wird eine homologische Konstruktion angegeben, deren Resultat f im Fall eines Integritätsbereiches R mit Quotientkörper Q und ganzem Abschluß G in Q genau den Führer F ergibt, falls G ein DEDEKINDscher Bereich und $F \neq 0$ ist, ist umgekehrt der Ring R noethersch und ist $f \neq 0$, so ist G ein DEDEKINDscher Bereich.

H. KUPISCH (Heidelberg): Quasi-FROBENIUS-Algebren.
Es werden neue, einfache Beweise für bekannte Sätze über Quasi-FROBENIUS-Algebren und FROBENIUS-Ringe angegeben.

A. ALMEIDA COSTA (Lissabon): Sur la théorie générale des demi-anneaux.
Verschiedene Möglichkeiten einer Idealtheorie in Halbringen werden betrachtet. Besonderes Gewicht wird auf die Möglichkeit einer "Radikaltheorie" gelegt. Dabei klären sich die Beziehungen zwischen den verschiedenen Klassen von Idealen etwas.

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

E. A. BEHRENS (Frankfurt/M.): Über den Idealverband eines Ringes.
Ein ARTIN-Ring mit 1 heißt distributiv darstellbar, wenn er einen treuen R-Modul mit distributivem Untermodulverband besitzt. Hat R selbst distributiven Linksidealverband, so ist R direkte Summe vollständig primärer Ringe. - Ähnliche Resultate ergeben sich, falls der Verband aller zweiseitigen Ideale von R distributiv ist.

W. KRULL (Bonn): Ordnungsfunktionen und Bewertungen.
Ein Homomorphismus der multiplikativen Gruppe eines (nicht notwendig kommutativen) Körpers K in eine vollständig geordnete Gruppe heißt eine Ordnungsfunktion von K. Zwischen den Ordnungsfunktionen und den totalen Unterhalbgruppen von K besteht eine eindeutige Zuordnung; dabei heiße eine 0 enthaltende, multiplikativ invariante Teilmenge T von K totale Untergruppe von K, falls aus $a^{-1} \notin T$ folgt $a \in T$. Die totale Unterhalbgruppe T von K heißt archimedisch beschränkt (bzgl. T), wenn es zu jeder Nicht-Einheit a relativ T einen Exponenten n derart gibt, daß $a^n(T + T) \subseteq T$.
Die Ordnungsfunktion σ von K mit der zugeordneten totalen Unterhalbgruppe T wird Bewertung von K genannt, wenn T archimedisch beschränkt ist. Alle bekannten Bewertungen (und nur diese) sind Bewertungen in obigem Sinne.

K.E. AUBERT (Oslo): A general ideal theory and its applications.
Eine allgemeine Idealtheorie wurde skizziert, die die Theorie der Ideale (auch der differenzierbaren Ideale) in Ringen, Verbänden, Halbgruppen sowie Konvexer verbands-abgeschlossener Untergruppen verbands-geordneter abelscher Gruppen umfaßt. Dann wurde gezeigt, wie sich diese allgemeine Theorie auf bekannte Theorien spezialisieren läßt.

A. KERTECZ (Debrecen): ARTINsche Ringe.
Das Referat beschäftigte sich mit dem Stand einiger offener Probleme aus der Strukturtheorie der ARTIN-Ringe.

A. W. GOLDIE (Newcastle upon Tyne): <u>Non-commutative principal ideal rings.</u>

Bei der Darstellung seiner Untersuchungen über allgemeine Hauptidealringe zeigt GOLDIE folgenden allgemeinen Satz:
Ist der Primring R (mit 1) ein Hauptidealring, so ist R ein voller (endlich dimensionaler) Matrixring über einem ORE-Ring.
Läßt man aber nilpotente Ideale zu, so zeigt es:
Ist der Ring R (mit 1) ein Haupt(rechts)idealring und erfüllt R die Maximalbedingung für Linksideale, so hat R die Gestalt

$$R = R_1 \oplus \ldots\ldots \oplus R_k,$$

wobei die R_i entweder Primringe oder vollständige Matrixringe über einem vollständig primären Ring sind.

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft