Mathematisches Forschungsinstitut
Oberwolfach/Lorenzenhof

Tagungsbericht

K o m p l e x e   A n a l y s i s

März 1962

Vom 26.-30.März 1962 fand im Mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach eine Tagung mit dem Thema "Komplexe Analysis" statt. Die Leitung hatten H.Grauert (Göttingen), R.Remmert (Erlangen) und K.Stein (München). Die große Anzahl von Teilnehmern und Vorträgen und die lebhaften Diskussionen bewiesen, daß dieses Gebiet heute ebenso erfolgreich wie intensiv bearbeitet wird. Erfreulich hoch war besonders die Beteiligung aus dem Ausland: Es kamen namhafte Gäste aus England, Frankreich, Italien, aus den Niederlanden, der Schweiz und den Vereinigten Staaten.

Im einzelnen wurden folgende Vorträge gehalten:

R.REMMERT (Erlangen):
<u>Über homogene kompakte komplexe Mannigfaltigkeiten</u>

Jede kompakte homogene komplexe Mannigfaltigkeit V ist ein holomorphes Faserbündel über einer projektiv-algebraischen Mannigfaltigkeit W mit zusammenhängender komplex-parallelisierbarer Faser, dessen Projektionsabbildung einen Isomorphismus der meromorphen Funktionenkörper von W und V induziert.

H.HOLMANN (Münster):
<u>Quotienten komplexer Räume nach komplexen Transformationsgruppen</u>

Ist der Quotient eines komplexen Raumes nach einer komplexen LIE-Gruppe, die holomorph auf ihm operiert, HAUSDORFFsch, so kann man ihm eine komplexe Struktur aufprägen derart, daß die natürliche Projektion auf ihn holomorph wird.

H.KERNER (Göttingen):

Approximation holomorpher Abbildungen in homogene komplexe Mannigfaltigkeiten

(X,X') sei ein RUNGEsches Paar komplexer Räume. Eine holomorphe Abbildung von X in eine homogene komplexe Mannigfaltigkeit H kann genau dann durch holomorphe Abbildungen von X' in H approximiert werden, wenn dies durch stetige Abbildungen von X' in H möglich ist. Eine entsprechende Aussage gilt für Schnitte in einem H-Bündel über X'.

H.G.TILLMANN (Heidelberg):

Distributionen als "Randwerte" holomorpher Funktionen

Eine Distribution T mit kompaktem Träger $\underline{T}$ im R^n kann als "Randwert" einer in $C^n \setminus \underline{T}$ holomorphen sogenannten Indikatrixfunktion betrachtet werden. Die Indikatrixfunktionen sind durch eine Ungleichung charakterisiert, die ihr Anwachsen in der Nähe von $\underline{T}$ beschränkt.

T.van de VEN (Leiden):

Drei Bemerkungen über homogene komplexe Mannigfaltigkeiten

Eine eigentliche holomorphe Abbildung einer homogenen komplexen Mannigfaltigkeit ist von der Form $h \circ g$ mit einer holomorphen Bündelabbildung g und einer Überlagerungsabbildung h. - X sei eine projektiv-algebraische Mannigfaltigkeit oder ein komplexer Torus und bezüglich einer Holomorphismengruppe homogen. Dann wird jede in einer zusammenhängenden offenen Umgebung einer irreduziblen analytischen Menge M in X holomorphe Funktion durch die von M stammende Faserung von X induziert.

P.DOLBEAULT (Malakoff):

Classes d'homologie de certains cycles analytiques

Den Divisoren in komplexen Mannigfaltigkeiten entsprechen in einer parakompakten, orientierten reell-analytischen Mannigfaltigkeit V "Pseudodivisoren". Die CHERNsche Klasse des einem Pseudodivisor W in V zugeordneten komplexen Geradenbündels ist das duale Element zum Bild eines wohlbestimmten Elementes (der "Homologieklasse von W") von $H_{n-2}(\underline{X},Z)$ in $H_{n-2}(V,Z)$, wo $\underline{X}$ die Menge der Punkte aus V sei, in denen $\dim W = n - 2$ ist.

K.J.RAMSPOTT (München):

Bemerkungen über RUNGEsche Paare

(X,Y) sei ein RUNGEsches Paar von STEINschen Mannigfaltigkeiten, f eine holomorphe Abbildung von X in eine komplexe LIE-Gruppe L. Die topologischen Hindernisse, die der Approximation von f durch in Y stetige Abbildungen und damit den durch in Y holomorphen Abbildungen im Wege stehen, wurden für spezielle Fälle näher erläutert.

W.THIMM (Bonn):

Lückengarben von kohärenten analytischen Modulgarben

Zu kohärenten analytischen Modulgarben $\mathfrak{M}$ über offenen Teilen C^n wurden verschiedene Typen von Lückengarben erklärt: Die Schnitte in diesen Lückengarben sind fast überall Schnitte in $\mathfrak{M}$. Grundlegende Sätze über Lückengarben gestatten, notwendige und hinreichende Bedingungen für Fortsetzungssätze in kohärenten analytischen Modulgarben anzugeben.

F.Norguet (Strasbourg):

Application de la théorie des résidus

Unter gewissen Voraussetzungen kann man mit Hilfe der Residuentheorie das Integral einer nicht geschlossenen $\mathcal{C}^\infty$-Form über einen veränderlichen Zyklus, der von endlich vielen komplexen Parametern abhängt, in eine Potenzreihe nach diesen Parametern entwickeln. Von den Anwendungen seien eine Verallgemeinerung eines Satzes von LIOUVILLE und die Lösung von Systemen algebraischer Gleichungen durch allgemeine hypergeometrische Reihen in den Koeffizienten genannt.

O.FORSTER (München):

Funktionswerte als Randintegrale in komplexen Räumen

Zu jedem Punkt x_o eines relativ kompakten offenen Teils G eines komplexen Raumes gibt es ein bei x_o in gewissem Sinne holomorph von $x \in G$ abhängiges Maß μ_x auf dem ŠILOV-Rand S von $\bar{G}$ bezüglich der Menge F der in $\bar{G}$ stetigen, in G holomorphen Funktionen, so daß für $f \in F$ stets $f(x) = \int_S f(\xi)\, d\mu_x(\xi)$ ist. Daraus folgt ein Kontinuitätssatz in komplexen Räumen.

N.KUHLMANN (Würzburg):
Über die Auflösung der Singularitäten dreidimensionaler komplexer Räume

X sei eine analytische Überlagerung einer dreidimensionalen komplexen Mannigfaltigkeit. Dann gibt es eine eigentliche Modifikationsabbildung einer komplexen Mannigfaltigkeit auf X.

W.ROTHSTEIN (Münster):
Analogon eines Satzes von HARTOGS bei analytischen Mengen

M sei ein Teil eines Polyzylinders P des C^n. Alle Durchschnitte von M mit komplexen Hyperebenen $\{z_j = c\}$ $(j = 1,\dots,n\ ;\ c \in C)$ seien rein r-dimensionale $(r \geq 1)$ analytische Mengen in P. Dann ist M eine analytische Menge in P.

E.CALABI (Minneapolis):
Inclusion and vanishing theorems in compact manifolds

$\Box'$ und $\Box''$ seien stark elliptische, selbstadjungierte, positiv semidefinite Operatoren auf dem Raum der Schnitte in einer feinen Garbe von differenzierbaren Schnitten in einem Vektorraumbündel über einer kompakten RIEMANNschen Mannigfaltigkeit. Ist $D := \Box' - \Box''$ positiv definit, so ist $\ker \Box' = 0$, ist D positiv semidefinit, so ist $\ker \Box' = \ker \Box'' \cap \ker D$. Durch Spezialisierung erhält man hieraus u.a. die sätze von BOCHNER-YANO und von AKIZUKI-NAKANO.

M.ATIYAH (Oxford):
Some remarks on harmonic forms

Der Indexsatz von HODGE für kompakte KÄHLERsche Mannigfaltigkeiten und sein Beweis können mit Hilfe der Darstellungen der U(n) und der SO(2n) interpretiert werden. Die Definition von harmonischen Spinoren erschließt einen analogen Zugang zum arithmetischen Geschlecht einer KÄHLER-Mannigfaltigkeit.

U.HIRZEBRUCH (Münster):
Halbräume und Holomorphismengruppen

Die Halbräume im C^n sind eine Verallgemeinerung der oberen Halbebene des C^1 auf den mehrdimensionalen Fall. Die Holomorphismengruppe eines Halbraumes wird von gewissen homogenen linearen Transformatio-

nen mit reellen Koeffizienten, von den reellen Transformationen und einer Involution mit genau einem Fixpunkt erzeugt. Es wurde ein Überblick über alle einem Halbraum biholomorph äquivalenten homogenen symmetrischen beschränkten Gebiete des C^n gegeben.

G.SCHEJA (Münster)

Über homologische Codimension in komplexen Räumen

$(X,\mathcal{O})$ sei ein komplexer Raum mit nilpotenten Elementen, $\mathcal{G}$ eine kohärente $\mathcal{O}$-Garbe über X. Die Menge der Punkte $x \in X$, in denen die Defektfunktion

$$\operatorname{def}_x \mathcal{G} := \begin{cases} -1, \text{ falls } \mathcal{G}_x = 0 \\ \dim_x X - \text{homologische Codimension} \end{cases}$$

von $\mathcal{G}_x$ über X sonst wenigstens gleich m ist, ist eine mindestens m-codimensionale analytische Menge. Stärkere Abschätzungen dieser Codimension sind mit wichtigen Eigenschaften von $\mathcal{G}$ äquivalent. Hieraus ergibt sich ein Beweis dafür, daß die Menge der normalen Punkte eines SERREschen Raumes offen ist.

K.SPALLEK (Münster):

Verallgemeinerung eines Satzes von HARTOGS-OSGOOD für Funktionen auf SERREschen komplexen Räumen

Besitzt eine Funktion auf einem komplexen Raum holomorphe Spuren auf allen Mengen einer geeigneten Schar von q-dimensionalen analytischen Mengen, so ist sie selbst überall außerhalb einer mehr als q-codimensionalen Menge, die nur von der komplexen Struktur abhängt, holomorph $(q \neq 0)$.

A.PFISTER (München):

Über das Koeffizientenproblem der beschränkten holomorphen Funktionen von zwei Veränderlichen

Jeder im Einheitsdizylinder holomorphen Funktion f werden Punkte $c_{mn}(f) \in C^{(m+1)(n+1)}$ zugeordnet, deren Koordinaten die Entwicklungskoeffizienten von f im Ursprung sind; dann gibt es durch algebraische Ungleichungen beschriebene konvexe Körper L_{mn} in $C^{(m+1)(n+1)}$ derart, daß $|f|$ genau dann im Einheitsdizylinder ≤ 1 bleibt, wenn für alle m,n $c_{mn} \in L_{mn}$ ist.

H.RÖHRL (Minneapolis):

Über das RIEMANN-PRIVALOVsche Randwertproblem

Jede Menge eines lokal endlichen Systems von orientierten Hyperflächen M_i in einer komplexen Mannigfaltigkeit V sei stetig in eine komplexe LIE-Gruppe abgebildet, die holomorph auf einem komplexen Raum X wirkt. Die holomorphen Abbildungen von $V \setminus \cup M_i$ in X, die auf jedem M_i "fast überall" die so vorgeschriebenen Sprünge erleiden, entsprechen (unter gewissen Voraussetzungen über die M_i) eineindeutig den Schnitten in einem X-Bündel über V mit der Strukturgruppe L. Daraus ergeben sich Verallgemeinerungen klassischer Existenzsätze für Randwertprobleme.

K.KÖNIGSBERGER (München):

Systeme von Automorphiefaktoren

Ein System von Automorphiefaktoren ϕ_α auf der universellen Überlagerung $\hat{X}$ eines zusammenhängenden komplexen Raumes X in eine zusammenhängende ABELsche komplexe LIE-Gruppe G bezüglich der Decktransformationsgruppe $\pi_1(X)$ heißt eindeutig, wenn für $\alpha, \beta \in \pi_1(X)$ stets $\phi_\alpha(\hat{X}) = \phi_\alpha(\beta\hat{X})$ ist. Dafür daß ϕ einem eindeutigen Automorphiefaktorensystem cohomolog ist, kann man mit Hilfe einer topologischen Invarianten $h(\phi) \in H^2(\pi_1(X), \pi_1(G))$ eine notwendige und für holomorph vollständiges X auch hinreichende Bedingung angeben.