Mathematisches Forschungsinstitut
Oberwolfach

Tagungsbericht

Grundlagen der Geometrie
12.-16.6. 1962

Die Tagung fand vom 12. bis 16. Juni 1962 im Mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach statt. Die Tagungsleiter waren: Professor Dr. F. BACHMANN, Professor Dr. R. BAER und Professor Dr. E. SPERNER.

Teilnehmer:

Holland: Professor Dr. E.M. BRUINS (Amsterdam)
Professor Dr. H. FREUDENTHAL)
Professor Dr. T.A. SPRINGER) (Utrecht)
Dr. F.D. VELDKAMP

Italien: Dr. DICUONZO (Rom)

Ungarn: Professor Dr. J. ACZEL (Debrecen)

Deutschland: Professor Dr. E. SPERNER
Dr. J. JOUSSEN)
Dr. Sigrid BECKEN) (Hamburg)
Dr. E. ELLERS)
Professor Dr. F. BACHMANN
Dr. W. PEJAS)
Dr. H. WOLFF)
Dr. A. DRESS) (Kiel)
M. GÖTZKY)
H. KINDER)
Dr. R. LINGENBERG (Hannover)
Dr. D. BIALLAS (Braunschweig)
Dr. W. JUNKERS (Bonn)
Dr. JONSSON (Tübingen)
Professor Dr. H. LENZ (München)
Professor Dr. R. BAER)
Dr. P. DEMBOWSKI) (Frankfurt a.M.)
Dr. H. LÜNEBURG)
Dr. H. SALZMANN

Professor Dr. R. FURCH)
Dr. G. EWALD) (Mainz)
Dr. W. BENZ)

-.-.-.-.-.-.-.-

Übersicht über die Vorträge:

1. Projektive Ebenen
   a) Endliche Ebenen
      (Vorträge von E. ELLERS, P. DEMBOWSKI und H. LENZ)
   b) Oktavebenen
      (Vorträge von T.A. SPRINGER und F.D. VELDKAMP)
   c) Ordnungsfunktionen
      (Vorträge von J. JOUSSEN und W. JUNKERS)
   d) Steinersche Tripelsysteme
      (Vortrag von H. LÜNEBURG)
2. Möbiusebenen
   (Vorträge von W. BENZ und G. EWALD)
3. Modellemetrischer Ebenen
   (Vorträge von W. PEJAS und A. DRESS)
4. Kennzeichnung gewisser Gruppen
   a) Eine Gruppe, die eine perspektive Dualität invariant läßt
      (Vortrag von R. LINGENBERG)
   b) Unitäre Gruppen
      (Vorträge von H. WOLFF und M. GÖTZKY)
5. Weitere Vorträge
   E.M. BRUINS über Mathematische Keilschrifttexte
   H. FREUDENTHAL über Symmetrische Räume
   D. BIALLAS über ein Verallgemeinertes Doppelverhältnis
   J. ACZEL über eine Funktionalgleichung.

J. ACZEL (Debrecen):

Eine mit dem Doppelverhältnis zusammenhängende Funktionalgleichung

Es wird ein vollständiges Lösungssystem der Funktionalgleichung

$$\frac{f(x_1+x) - f(x_3+x)}{f(x_1+x) - f(x_4+x)} \quad \frac{f(x_2+x) - f(x_4+x)}{f(x_2+x) - f(x_3+x)}$$

$$= \frac{f(x_1) - f(x_3)}{f(x_1) - f(x_4)} \quad \frac{f(x_2) - f(x_4)}{f(x_2) - f(x_3)} \qquad \text{gegeben.}$$

W. BENZ (Mainz):

Kennzeichnende Bedingungen für die Konvexität schwach konvexer Semiquadriken

Es wird nach hinreichenden Bedingungen dafür gefragt, daß in einer Möbiusebene die Forderung "Durch drei verschiedene Punkte geht genau ein Kreis" erfüllt ist. Neben einer Reichhaltigkeitsforderung für Fährten ist der Satz von Miquel eine solche hinreichende Bedingung. Weitere Bedingungen ergeben sich durch Forderungen über elliptische Kreisbüschel. Eine Anwendung auf das System der ebenen Schnitte einer schwach konvexen Semiquadrik wird vorgenommen.

D. BIALLAS (Braunschweig):

Abbildungsklassen in Endomorphismenringoiden als verallgemeinerte Doppelverhältnisse

In Anlehnung an frühere Ergebnisse wurde ein Doppelverhältnis in Vektorräumen beliebiger Dimension durch Restriktionen von Endomorphismen definiert und untersucht. Die Ergebnisse zeigen weitgehende Analogien zu den klassischen Fällen, die sich aus den allgemeinen durch Spezialisierung ergeben.

E.M. BRUINS (Amsterdam):

Eine vernachlässigte Grundlagenkrise

Es wurde eine Interpretation von mathematischen Keilschrifttexten gegeben.

P. DEMBOWSKI (Frankfurt a.M.):

Einbettungssätze für Inzidenzstrukturen

Es wurde diskutiert, ob Inzidenzstrukturen mit bestimmten Eigenschaften sich in projektive Ebenen einbetten lassen.

A. DRESS (Kiel):

Metrische Ebenen mit Homomorphismen

Die Existenz einer Bewertung des Koordinatenkörpers einer projektiven Ebene läßt sich durch die Existenz projektiver Homomorphismen ausdrücken. Bei geeigneter Definition des Begriffs projektiv-metrischer Homomorphismen lassen sich dann die metrischen Ebenen mit bewertetem Koordinatenkörper als Ebenen mit projektiv-metrischen Homomorphismen kennzeichnen. Auf diesem Wege wurden insbesondere neue Modelle metrischer Ebenen entdeckt. Zudem ergibt sich als Anwendung des allgemeinen Kennzeichnungssatzes die algebraische Beschreibung aller kompakten metrischen Gruppen.

E. ELLERS (Hamburg):

Inzidenzgruppen

Es wurden alle endlichen Inzidenzgruppen mit Hilfe der Zassenhausschen Kennzeichnung aller endlichen Fastkörper angegeben.

G. EWALD (Mainz):

Schließungssätze in Möbiusebenen

Während sich der Büschelsatz für allgemeine Möbiusebenen formulieren läßt und auch für die Ebenen M(K,Q) gilt (siehe Vortrag W.BENZ), ist dies für den Miquelschen Satz nicht der Fall (Er läßt sich allerdings in spezieller Form übertragen und enthält dann eine Aussage über Quasispiegelungen). Neben reinen Inzidenzschließungssätzen kann man solche für Inzidenz und Orthogonalität angeben und mit ihrer Hilfe die Ebenen M(K,Q) unter den Möbiusebenen kennzeichnen.

H. FREUDENTHAL (Utrecht):

Cliffordschiebungen in symmetrischen Räumen

Beweis eines Satzes von J.Wolf über die Klassifikation aller Isometrien symmetrischer Räume, bei denen der Abstand zwischen Original und Bild konstant ist.

M. GÖTZKY (Kiel):

Spiegelungen in unitären Gruppen

Es wurde ein Satz von der dritten Quasispiegelung angegeben, der eine Verallgemeinerung des Satzes von den drei Spiegelungen ist. Anschließend wurde gezeigt, daß der Satz von den drei Spiegelungen ein Kriterium dafür ist, daß die unitäre Gruppe eine orthogonale Gruppe ist.

J. JOUSSEN (Hamburg):

Zur Existenz von Ordnungsfunktionen in endlichen projektiven Ebenen

Die Forderung der Existenz einer nichttrivialen definiten Ordnungsfunktion in der endlichen projektiven Ebene E läßt sich übersetzen in eine Bedingung an die Gruppe der Projektivitäten einer festen Punktreihe von E auf sich. Es wird untersucht, inwieweit Gruppen, welche diese Bedingung erfüllen, als Projektivitätengruppen endlicher Ebenen auftreten können. Als Ergebnis gelangt man zu der Vermutung, daß Ordnungsfunktionen genannter Art nur in solchen endlichen Ebenen vorkommen können, welche desargues'sch sind.

W. JUNKERS (Hamburg-Bonn):

Konvexität bei mehrwertigen Ordnungsfunktionen

Es wurde dargelegt, wie sich der Begriff der konvexen Ordnungsfunktion (vgl. E. SPERNER "Konvexität bei Ordnungsfunktionen, Abh. Math. Seminar Hamburg 16 (1949)) sinnvoll vom Bereich des Zweiwertigen auf den des Mehrwertigen ausdehnen läßt und was dieser geometrischen Bildung algebraisch entspricht.

H. LENZ (München):

Quadratische Formen und projektive Ebenen

Eine Anwendung der Hasseschen Äquivalenztheorie quadratischer Formen über dem rationalen Zahlkörper auf Inzidenzmatrizen endlicher projektiver Ebenen.

R. LINGENBERG (Hannover):

Über eine Gruppe, die eine perspektive Dualität invariant läßt

Es wurde eine axiomatische Kennzeichnung für die Gruppe derjenigen projektiven Kollineationen einer projektiven Ebene gegeben, die mit einer festen perspektiven Dualität vertauschbar sind.

H. LÜNEBURG (Frankfurt a.M.)

Steinersche Tripelsysteme mit fahnentransitiver Kollineationsgruppe

In Ergänzung zu einem früheren Vortrag wurden sämtliche Beispiele von Steinerschen Tripelsystemen mit scharf fahnentransitiver Kollineationsgruppe angegeben.

W. PEJAS (Kiel):

Angeordnete metrische Ebenen

Es wurde eine algebraische Beschreibung der metrisch-nicht-euklidischen Ebenen (im Sinne von Bachmann) mit einer Zwischenbeziehung, die den Hilbertschen Anordnungsaxiomen genügt und bei Bewegungen erhalten bleibt, gegeben.

T.A. SPRINGER (Utrecht):

Die algebraische Beschreibung von gewissen Ausnahmegeometrien

Es wird darüber berichtet, wie man mit Hilfe der Jordanschen Algebra eine algebraische Beschreibung von gewissen projektiven Ebenen geben kann, die von J. Tits betrachtet worden sind (Sem. Bourbaki, exposé 162, 195o).

F.D. VELDKAMP (Utrecht):

Spiegelungen in Oktavebenen

In einer projektiven Ebene, die man mit Hilfe einer Jordanschen Algebra von 3x3-Matrizen konstruiert, kann man elliptische und hyperbolische Geometrien betrachten. Man kann Spiegelungen definieren, die vielen bekannten Sätzen genügen. Der Satz von den drei Spiegelungen gilt nur in abgeschwächter Form.

H. WOLFF (Kiel):

Elliptische unitäre Gruppen

Es wurde eine axiomatische Kennzeichnung der elliptischen unitären Gruppen gegeben. Die Kennzeichnung schließt den ebenen Fall nicht ein. Der Vortragende bezieht sich wesentlich auf den Satz von der dritten Quasispiegelung (Vortrag Götzky).