Mathematisches Forschungsinstitut

Oberwolfach

Tagungsbericht

G e o m e t r i e

24. bis 28. September 1962

Vom 24. bis 28. September 1962 fand in Oberwolfach die Tagung über Geometrie statt, die jedes Jahr um diese Zeit abgehalten wird. Die Leitung lag in den Händen von Professor Dr. K. H. WEISE (Kiel). Insgesamt waren die folgenden 32 Mathematiker anwesend:

Belgien: VALETTE, Dr. G., Brüssel

Italien: BOMPIANI, Prof. Dr. E., Rom

Jugoslawien: BILINSKI, Prof. Dr. S., Zagreb

Österreich: GRÖBNER, Prof. Dr. W., Innsbruck
SCHATZ, Prof. Dr. H., Innsbruck
WUNDERLICH, Prof. Dr. W., Wien

Ungarn: SOÓS, Dr. G., Budapest
VARGA, Prof. Dr. O., Budapest

Deutschland: BARNER, Prof. Dr. M., Freiburg
BARTHEL, Dr. W., Saarbrücken
BETTINGER, Dr. W., Saarbrücken
BOL, Prof. Dr. G., Freiburg
BURAU, Prof. Dr. W., Hamburg
EMDE, Dr. R., Darmstadt
EWALD, Dr. G., Mainz
GRAF, Prof. Dr. H., Darmstadt
GROTEMEYER, Prof. Dr. K. P., Berlin
HAUPT, Prof. Dr. O., Erlangen
HOSCHEK, J., Darmstadt
KUNLE, Dr. H., Freiburg
LAUGWITZ, Prof. Dr. D., Darmstadt
LEICHTWEISS, Prof. Dr. K., Freiburg
LINGENBERG, Dr. R., Hannover
LINGENBERG, Dr. W., Berlin
RAEBIGER, Chr., Darmstadt
SCHLENDER, Dr. B., Kiel

STRUBECKER, Prof. Dr. K., Karlsruhe
VOLK, Prof. Dr. O., Würzburg
WAGNER, Dr. R., Karlsruhe
WALTER, Dipl.-Math. R., Freiburg
WEIER, Dr. J., Bonn
WEISE, Prof. Dr. K. H., Kiel

Den meisten Teilnehmern ist die bekannte, ruhige, dem Gedankenaustausch förderliche Atmosphäre von Oberwolfach seit vielen Jahren vertraut. - Der Schwerpunkt der Vorträge lag auf dem Gebiet der Differentialgeometrie der euklidischen, affinen und projektiven Räume. Daneben wurden Fragen der FINSLER-Geometrie, der Theorie der konvexen Körper und der algebraischen Geometrie in Vorträgen behandelt.

Auf besondere Anteilnahme aller Beteiligten stieß ein Vortrag von Professor Dr. W. BURAU, Hamburg, über das Leben und Werk von Wilhelm BLASCHKE, der am 17. März 1962 verstorben ist. Der Vortragende, der in den letzten Jahren viel mit Professor BLASCHKE zusammen war, ließ in sehr lebendiger Weise das Bild des großen Geometers erstehen, dessen Andenken gerade in diesem Kreis hochgeschätzt wird. Er machte deutlich, daß im Schaffen BLASCHKEs acht Abschnitte unterschieden werden können, von denen genannt seien: Geometrie der Eibereiche, Affine Differentialgeometrie, Kreis- und Kugelgeometrie, Textilgeometrie, Integralgeometrie. - Verschiedene Mitarbeiter, Schüler und Freunde BLASCHKEs, der selbst oft an den Geometrietagungen in Oberwolfach teilnahm, waren bei dieser posthumen Ehrung anwesend.

Im einzelnen wurden folgende Vorträge gehalten:

M. BARNER (Freiburg): Projektive Kinematik und Kurventheorie.
Bei der BOLschen Behandlung der Kurven des projektiven Raumes ist mit einer parametrisierten Kurve eine bestimmte projektive Bewegung, die Harmonikalbewegung, verbunden (H. KUNLE: Math. Ann. 144 (1962), S. 142 - 161, 302 - 322). Dieses Ergebnis wurde umgekehrt, indem unter allen projektiven Bewegungen die Harmonikalbewegung ausgesondert wurde. Unter der Voraussetzung, daß das zugehörige Eigenwertproblem nur einen Eigenwert besitzt, kann die Gesamtheit der zu einer beliebigen Kurve $\mathfrak{x}(t)$ gehörenden projektiven

STRUBECKER, Prof. Dr. K., Karlsruhe
VOLK, Prof. Dr. O., Würzburg
WAGNER, Dr. R., Karlsruhe
WALTER, Dipl.-Math. R., Freiburg
WEIER, Dr. J., Bonn
WEISE, Prof. Dr. K. H., Kiel

Den meisten Teilnehmern ist die bekannte, ruhige, dem Gedankenaustausch förderliche Atmosphäre von Oberwolfach seit vielen Jahren vertraut. - Der Schwerpunkt der Vorträge lag auf dem Gebiet der Differentialgeometrie der euklidischen, affinen und projektiven Räume. Daneben wurden Fragen der FINSLER-Geometrie, der Theorie der konvexen Körper und der algebraischen Geometrie in Vorträgen behandelt.

Auf besondere Anteilnahme aller Beteiligten stieß ein Vortrag von Professor Dr. W. BURAU, Hamburg, über das Leben und Werk von Wilhelm BLASCHKE, der am 17. März 1962 verstorben ist. Der Vortragende, der in den letzten Jahren viel mit Professor BLASCHKE zusammen war, ließ in sehr lebendiger Weise das Bild des großen Geometers erstehen, dessen Andenken gerade in diesem Kreis hochgeschätzt wird. Er machte deutlich, daß im Schaffen BLASCHKEs acht Abschnitte unterschieden werden können, von denen genannt seien: Geometrie der Eibereiche, Affine Differentialgeometrie, Kreis- und Kugelgeometrie, Textilgeometrie, Integralgeometrie. - Verschiedene Mitarbeiter, Schüler und Freunde BLASCHKEs, der selbst oft an den Geometrietagungen in Oberwolfach teilnahm, waren bei dieser posthumen Ehrung anwesend.

Im einzelnen wurden folgende Vorträge gehalten:

M. BARNER (Freiburg): <u>Projektive Kinematik und Kurventheorie.</u>
Bei der BOLschen Behandlung der Kurven des projektiven Raumes ist mit einer parametrisierten Kurve eine bestimmte projektive Bewegung, die Harmonikalbewegung, verbunden (H. KUNLE: Math. Ann. <u>144</u> (1962), S. 142 - 161, 362 - 372). Dieses Ergebnis wurde umgekehrt, indem unter allen projektiven Bewegungen die Harmonikalbewegung ausgesondert wurde. Unter der Voraussetzung, daß das zugehörige Eigenwertproblem nur einen Eigenwert besitzt, kann die Gesamtheit der zu einer beliebigen Kurve $\mathfrak{x}(t)$ gehörenden projektiven

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

Bewegungen so eingeschränkt werden, daß sie von 3 willkürlichen Funktionen abhängt. Ist diese Kurve speziell eine C_3, so ist diese Bewegung eine Harmonikalbewegung. Der Beweis wird im dreidimensionalen Raum durchgeführt, doch scheinen einer Verallgemeinerung auf n Dimensionen nur formale Schwierigkeiten im Wege zu stehen.

W. BARTHEL (Saarbrücken): Eine Konvexitätseigenschaft des Transversalraumes.

Sei F ($\mathfrak{X}_1$, ..., $\mathfrak{X}_p$) eine Arealfunktion im R^n. Eine Gerade (Y) heißt transversal zu einer p-Ebene ($\mathfrak{X}_1$, ..., $\mathfrak{X}_p$), wenn das Areal jedes p-Parallelotops aus (Y, $\mathfrak{X}_1$, ..., $\mathfrak{X}_p$) bei Parallelprojektion längs (Y) auf ($\mathfrak{X}_1$, ..., $\mathfrak{X}_p$) nicht vergrößert wird. Dann existiert in einer (p+1)-Ebene zu jeder p-Ebene eine transversale Gerade. Weiter wird mit Hilfe von Stützfunktionen bewiesen: (1) Die Transversalgeraden zu A in einer (p+1)-Ebene $\supset$ A durch einen festen Punkt O $\in$ A bilden einen konvexen Kegel. (2) Alle solche Transversalkegel zu A durch O in R^n bilden ein (n-p-1)-parametriges konvexes Bündel.

S. BILINSKI (Zagreb): Über eine Erweiterungsmöglichkeit der Kurventheorie.

Ausgehend vom begleitenden Dreibein einer Raumkurve läßt sich eine unendliche Folge von Dreibeinen erklären, deren Elemente sich dadurch auszeichnen, daß für sie Ableitungsgleichungen der FRENETschen Art gelten. Dadurch kann jedem Satz über die Ausgangskurve, dessen Beweis nur Größen des begleitenden Dreibeins verwendet, eine Folge neuer Sätze zugeordnet werden, die prinzipiell nicht mehr bewiesen werden müssen. Hierfür wurden Beispiele angegeben. Auch wenn ein Satz der Kurventheorie andere Hilfsmittel erfordert, können hieraus Folgerungen gezogen werden. Dies wurde am Beispiel verallgemeinerter BERTRAND-Kurven erläutert.

E. BOMPIANI (Rom): Some results on minimal surfaces.

Dies war ein Bericht über Ergebnisse von G. VACCARO (Rend.Mat. Univ.Roma (1962), Rivista Mat.Univ.Parma (1962)). Im ersten Teil wurde eine projektive Kennzeichnung der Minimalfläche F^9 von ENNEPER angegeben, für die K. STRUBECKER kürzlich eine neue kinematische Konstruktion fand (Annali Mat. 1961). Im zweiten Teil wurden die Berührelemente einer Minimalfläche bis zur 5. Ordnung in Zusammenhang mit regulären Polygonen gebracht und für sie Repräsentanten in einer bestimmten linearen Flächenschar angegeben.

Zusätzlich wurde eine Parallelverschiebung eines Differentialelementes auf einer Minimalfläche skizziert.

W. BURAU (Hamburg): Das mathematische Werk Wilhelm BLASCHKEs.
Der Vortrag von W. BURAU wurde schon in der Einleitung besprochen.

G. EWALD (Mainz): Konvexe Funktionen auf GRASSMANN-Kegeln (gemeinsame Untersuchung mit H. BUSEMAN und C. G. SHEPARD).
Das Maß P (K, R) der Projektion eines konvexen Körpers $K \subset R^n$ auf einen r-dimensionalen Unterraum (mit zugehörigem Einheitsvektor R des GRASSMANN-Kegels G_r^n) läßt sich durch die Festsetzung $P(K, R) = |R|\, P(K, \frac{R}{|R|})$ auf G_r^n ausdehnen. Für r = 1 und r = n-1 ist diese Funktion bekanntlich konvex. Nach Definition eines geeigneten Konvexitätsbegriffes wurde mit Hilfe der Schattengrenze ein notwendiges und hinreichendes Kriterium für die Konvexität von P (K, R) für $1 \leq r \leq n-1$ angegeben und mit seiner Hilfe die Nichtkonvexität in einem Spezialfall mit n = 8, r = 2 bewiesen.

W. GRÖBNER (Innsbruck): Lineare Systeme auf algebraischen Mannigfaltigkeiten.

Der Vortragende erläuterte seine idealtheoretische Formulierung für die klassische Theorie der Scharen von Punktgruppen einer algebraischen Mannigfaltigkeit.

O. HAUPT (Erlangen): Zur Theorie der Bogen und Kurven 3-ter Ordnung in topologisch ebenen projektiven Ebenen.
Es wurde eine Verallgemeinerung der Sätze über Kurven und Bogen der Ordnungen 2 und 3 der projektiven Ebene auf topologisch ebene projektive Ebenen angegeben.

J. HOSCHEK (Darmstadt): Ermittlung der Hüllflächen von Wälzgetrieben bei Vorgabe der Eingriffsflächen.
Das Problem führt auf eine partielle Differentialgleichung erster Ordnung, deren Lösungen in Spezialfällen diskutiert wurden.

D. LAUGWITZ (Darmstadt): Über Eilinien im Großen in der zentralaffinen Differentialgeometrie.
Die beiden isoperimetrischen Probleme $\delta \oint ds = 0$ und $\delta \oint k(s)\, ds = 0$ (s = Bogenlänge, k = Krümmung einer geschlossenen Kurve in der zentralaffinen Ebene) haben Zentralellipsen als Lösungen (D. LAUGWITZ: Math.Z. 1962). Es wurde eine Anwendung

auf eine lineare Differentialgleichung aus der Elektrotechnik gegeben.

K. LEICHTWEISS (Freiburg): Spezielle Krümmungsvarianten beliebiger Untermannigfaltigkeiten des euklidischen Raumes.

Mit Hilfe der vom Vortragenden eingeführten invarianten Metrik einer GRASSMANNschen Mannigfaltigkeit wurden Krümmungsinvarianten einer M^m im R^n angegeben und ihr Verschwinden oder teilweises Verschwinden geometrisch gedeutet. (Ausführliche Darstellung in einer demnächst erscheinenden Arbeit in den Abh.Math.Sem.Univ.Hambg.).

W. LINGENBERG (Berlin): Zur Bestimmung der isotherm-asymptotischen projektiv abwickelbaren Flächen.

Es ist bekannt, daß von den projektiv abwickelbaren Flächen alle Flächen, die eine dreiparametrige Schar von Projektivabwicklungen besitzen, und alle Projektivrotationsflächen isotherm-asymptotisch sind. Der Vortragende zeigte: Außer diesen beiden Klassen gibt es nur noch eine von den endlich vielen Parametern abhängige Schar von Flächen, die gleichzeitig isotherm-asymptotisch und projektiv abwickelbar sind.

G. SOÓS (Budapest): Über gefaserte FINSLERsche Räume.

Der Vortragende definierte auf einem FINSLER-Bündel den Begriff des linearen Zusammenhangs. Er wies darauf hin, wie Torsions- und Krümmungsgrößen des Bündels geometrisch einfach eingeführt werden können. Zu jedem Vektorfeld, das einen lokalen Automorphismus des Zusammenhangs erzeugt, konstruierte er eine einparametrige Gruppe von lokalen Endomorphismen des Tangentialraumes. Es stellt sich heraus, daß zur LIE-Algebra solcher Felder eine lokale Gruppe von Endomorphismen gehört. Diese Gruppe ist eng mit den Krümmungsverhältnissen des Bündels verknüpft.

G. VALETTE (Brüssel): Einige konforme Eigenschaften von Streifen im Großen.

Der Vortragende berichtete über von ihm gefundene Ergebnisse über Krümmungsstreifen im dreidimensionalen konformen Raum im Großen. Ein charakteristischer Satz besagt z.B., daß jeder geschlossene Streifen dieser Art mindestens zwei (ungerade) DARBOUXsche Elemente besitzt. Ein DARBOUXsches Element ist dabei ein Streifenelement, für das die Mittenkugel mit der Schmiegkugel der Stützkurve zusammenfällt.

O. VARGA (Budapest): Ableitungsgleichungen in allgemeinen Räumen und Anwendung derselben.

Es wurden diejenigen Klassen von Hyperflächen eines FINSLERschen Raumes bestimmt, für die die Parameter der inneren und der induzierten Übertragung übereinstimmen. Dazu wurden Ableitungsgleichungen benutzt, die sich z.B. auch auf Flächen konstanter Normalkrümmung in MINKOWSKIschen Räumen anwenden lassen.

R. WAGNER (Karlsruhe): Projektivitäten auf Quadriken.

Seien P, P' zwei projektive Räume der Dimension n und f, f' je eine Quadrik in ihnen. Der Vortragende bewies die folgende hinreichende Bedingung für die Fortsetzbarkeit einer bijektiven Abbildung $\varphi : f \longrightarrow f'$ zu einer Projektivität $\phi : P \longrightarrow P'$: I) Sind z_i, i = 1, ..., 4 komplanar, so auch $\varphi(z_i)$. II) $n \geq 3$. III) f' ist nicht ein linearer Unterraum von P'.

J. WEIER (Bonn): Geometrische Interpretation der FRANZschen Spurformel.

Der Vortragende gab eine geometrische Deutung für die in der FRANZschen Spurformel auftretenden homologie-invarianten Ketten und verfeinerte diese zu neuen homologie-invarianten Ketten durch eine geeignete Zerlegung in Komponenten.

W. WUNDERLICH (Wien): Autoevolution.

Die Frage nach jenen ebenen Kurven, die mit ihrer euklidischen Evolute zusammenfallen, führt auf die Differentialgleichung mit nacheilendem Argument $h'(\tau) = h(\tau + \beta)$, $\beta \equiv \frac{\pi}{2} \pmod{2\pi}$. Es wurden Linearkombinationen von Elementarlösungen $h = e^{r\tau}$ mit passendem r diskutiert und in Analogie zu den Zykloiden gebracht.