

Mathematisches Forschungsinstitut  
Oberwolfach

Tagungsbericht

Funktionalanalysis

1. bis 6. Oktober 1962

Vom 1. bis 6. Oktober 1962 fand im Mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach die Tagung über Funktionalanalysis unter der Leitung von Herrn Professor Dr. G. KÖTHE (Heidelberg) statt.

Insgesamt waren 29 Teilnehmer anwesend, davon 18 aus dem Ausland. Von diesen kamen fünf aus Polen, vier aus den Vereinigten Staaten, je zwei aus Holland, Frankreich und Großbritannien und je einer aus Ungarn, der Tschechoslowakei und Portugal.

Der Themenkreis der insgesamt 24 Referate war weit gespannt und umfaßte u.a. Entwicklungen in der Theorie der Hilberträume,  $L^p$ -Räume, Banachräume, Nuklearräume, F-Algebren und der allgemeinen lk. Räume. Anwendungen der Funktionalanalysis waren in Vorträgen über partielle Differentialgleichungen, fastperiodische Funktionen, Markoffsche Prozesse sowie Approximationsprobleme zu finden. Eine Reihe von Übersichtsreferaten, so z.B. über Nuklearräume, F-Algebren und Determinanten in B-Räumen, erlaubte es, sich über den neuesten Stand verschiedener Zweige der Funktionalanalysis zu orientieren.

S. HILDEBRANDT (Mainz): Lineare Funktionale auf den Moorey-Solomonson-Räumen.

Sei  $\mathcal{H}$  ein (reeller) Hilbertraum,  $\mathcal{U}$  ein Unterraum von  $\mathcal{H}$  und  $Q(x,y)$  eine beschränkte, symmetrische Bilinearform auf  $\mathcal{U}$ . Es wurde die Aufgabe gestellt:

Bestimme alle  $u \in \mathcal{U}$  derart, daß  $Q(gu,v) + L(v) = 0$  für alle  $v \in \mathcal{U}$ , wobei  $g \in \mathcal{H}$  und  $L$  ein stetiges, lineares Funktional auf  $\mathcal{H}$  ist. Es wurden Bedingungen für die Lösbarkeit dieser Aufgabe angegeben, der Zusammenhang mit dem Eigenwertproblem  $Q(u,v) = \lambda(u,v)$  (für alle  $v \in \mathcal{U}$ ) diskutiert und Anwendungen auf Rand- und Randwertaufgaben für elliptische Differentialgleichungen angegeben.

Mathematisches Forschungsinstitut  
Oberwolfach  
E 20 / 10 1965

Mathematisches Forschungsinstitut

Oberwolfach

Funktionsanalytische

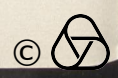
Funktionsanalytische

1. bis 6. Oktober 1965

Vom 1. bis 6. Oktober 1965 fand im Mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach die Tagung über Funktionsanalytische Methoden der Teilung von Herrn Professor Dr. G. KÖTHE (Humboldt-Universität Berlin) statt.

Insgesamt waren 29 Teilnehmer anwesend, davon 18 aus dem Ausland. Von diesen kamen fünf aus Polen, vier aus den Vereinigten Staaten, je zwei aus Holland, Frankreich und Großbritannien und je einer aus Ungarn, der Tschechoslowakei und Fortsetzung...

Der Themenkreis der insgesamt 24 Referate war weit gefasst und umfaßte die Entwicklungen in der Theorie der Hilberträume,  $L^p$ -Räume, Banachräume, Normierräume,  $F$ -Algebren und der linearen Operatoren, Anwendungen der Funktionsanalyse waren in Vorträgen über partielle Differentialgleichungen, fastperiodische Funktionen, Markoffische Prozesse sowie Approximationsprobleme zu finden. Eine Reihe von Überlebensreferaten, so z. B. über Banachräume,  $F$ -Algebren und Determinanten in  $B$ -Räumen, schloß sich über den neuesten Stand verschiedener Zweige der Funktionsanalyse an.



G. KÖTHER (Heidelberg): Vollständig lokal-konvexe Räume abzählbarer Dimension.

Gibt es vollständig lk. Räume abzählbarer Dimension? (kurz: abzählbar). Um diese Frage zu beantworten, wurden einige Eigenschaften abzählbarer lk. Räume betrachtet, die als folgenvollständig vorausgesetzt wurden. Der Dualraum  $E'_b$  eines abzählbaren folgenvollständigen lk. Raumes  $E$  ist topologisch isomorph zu einem dichten Teilraum  $H$  von  $\omega$ ; dies bedeutet, daß sich die obige Frage durch die Räume  $\mathcal{F}_s(H)$  beantworten läßt, falls man über ihre Vollständigkeit entscheiden kann. Für diese Vollständigkeit wurden eine notwendige und hinreichende Bedingung angegeben und Sätze hergeleitet, die es erlaubten, eine Reihe konkreter Beispiele anzugeben.

A.C. ZAANEN (Leiden): Banachsche Funktionenräume.

Sei  $X$  eine Punktmenge,  $\mu$  ein  $\sigma$ -endliches Maß auf  $X$  und  $M$  die Menge aller  $\mu$ -meßbaren Funktionen. Sei  $\rho$  eine Abbildung  $M \rightarrow \langle 0, +\infty \rangle$ , die die Normeigenschaften besitzt, monoton ist, und für welche  $\rho(f) = \rho(|f|)$  gilt. Die Menge aller  $f$  mit  $\rho(f) < \infty$  bildet einen normierten Raum  $L_\rho$  und es wurden Bedingungen für die Vollständigkeit von  $L_\rho$  angegeben. Sei

$$\rho'(f) = \sup_{\rho(g) \leq 1} \left( \int |fg| d\mu \right), \quad \rho'' \text{ usw. wurden entsprechend}$$

definiert. Es wurden Bedingungen für die Gültigkeit der Gleichungen  $\rho = \rho''$ ,  $\rho' = \rho'''$  usw. aufgestellt, und es wurde eine direkte Zerlegung von  $(L_\rho)'$  (Dieser Raum enthält  $L_{\rho'}$ ) untersucht.

S. HILDEBRANDT (Mainz): Lineare Funktionale auf den Morrey-Calkinischen Räumen.

Sei  $\mathcal{H}$  ein (reeller) Hilbertraum,  $\mathcal{U}$  ein Unterraum von  $\mathcal{H}$  und  $Q(x,y)$  eine beschränkte, symmetrische Bilinearform auf  $\mathcal{H}$ . Es wurde die Aufgabe gestellt:

Bestimme alle  $u \in \mathcal{U}$  derart, daß  $Q(g+u,v) + L(v) = 0$  für alle  $v \in \mathcal{U}$ , wobei  $g \in \mathcal{H}$  und  $L$  ein stetiges, lineares Funktional auf  $\mathcal{H}$  ist. Es wurden Bedingungen für die Lösbarkeit dieser Aufgabe angegeben, der Zusammenhang mit dem Eigenwertproblem  $Q(u,v) = \lambda(u,v)$  (für alle  $v \in \mathcal{U}$ ) diskutiert und Anwendungen auf Rand- und Eigenwertaufgaben für elliptische Differentialgleichungssysteme gebracht.

G. KÖTNE (Heidelberg): Vollständige lokal-konvexe Räume

Gibt es vollständige lokal-konvexe Räume ab-  
schaffen abzählbarer Dimension? (Kurz: ab-  
schaffen abzählbarer Dimension? Um diese Frage zu beantworten, wurden einige Eigen-  
schaften abzählbarer lokal-konvexer Räume betrachtet, die als folgenvollständig  
ständig vorausgesetzt wurden. Der Dualraum  $E'$  eines abzählbaren  
folgenvollständigen lokal-konvexen Raumes  $E$  ist topologisch isomorph zu  
einem dichteren Teilraum  $H$  von  $E$ ; dies bedeutet, dass sich die obige  
Frage durch die Räume  $\psi(E)$  beantworten lässt, falls man über  
ihre Vollständigkeit entscheiden kann. Für diese Vollständigkeit  
wurden eine notwendige und hinreichende Bedingung angegeben und  
Sätze hergeleitet, die es erlauben, eine Reihe konkreter Bei-  
spiele anzugeben.

A.G. ZAALEN (Leiden): Banachsche Faktorisierungssätze

Sei  $X$  eine Punktmenge,  $\mu$  ein  $\sigma$ -endliches Maß auf  $X$  und  $M$  die  
Menge aller  $\mu$ -messbaren Funktionen. Sei  $\rho$  eine Abbildung  
 $M \rightarrow \langle 0, +\infty \rangle$ , die die Normeigenschaften besitzt, monoton ist,  
und für welche  $\rho(f) = \rho(|f|)$  gilt. Die Menge  $\mathcal{F}$  aller  $f$  mit  
 $\rho(f) < \infty$  bildet einen normierten Raum  $\mathcal{F}$ , und es werden Bedin-  
gungen für die Vollständigkeit von  $\mathcal{F}$  angegeben. Sei  
 $\rho'(f) = \sup \int \rho(f) d\mu$ ,  $\rho''(f) = \inf \int \rho(f) d\mu$  usw. werden entsprechend

definiert. Es wurden Bedingungen für die Gültigkeit der Gleichung  
 $\rho''(f) = \rho'(f)$  usw. angegeben, und es wurde eine  
direkte Zerlegung von  $\mathcal{F}$  (Dieser Raum enthält  $L^1(\mu)$ ) unter-  
sucht.

S. HILDEBRANDT (Mainz): Lineare Faktorisierung auf den Morrey-Campanato

Sei  $\mathcal{F}$  ein (reeller) Hilbertraum,  $\mathcal{U}$  ein Unterraum von  $\mathcal{F}$  und  
 $Q(x, y)$  eine beschränkte, symmetrische Bilinearform auf  $\mathcal{U}$ . Es  
wurde die Aufgabe gestellt:  
Bestimme alle  $u \in \mathcal{U}$  derart, daß  $Q(u, v) = 0$  für alle  
 $v \in \mathcal{U}$ , wobei  $u \in \mathcal{F}$  und  $1$  ein stetiges, lineares Funktional  
auf  $\mathcal{F}$  ist. Es wurden Bedingungen für die Lösbarkeit dieser Auf-  
gabe angegeben, der Zusammenhang mit dem Eigenwertproblem  
 $Q(u, v) = \lambda(u, v)$  für alle  $v \in \mathcal{U}$ , diskutiert und Anwendungen  
auf Rand- und Eigenwertprobleme für elliptische Differenzial-  
gleichungen gezeigt.



A. MARTINEAU (Montpellier): Topologies sur les espaces des fonctions holomorphes.

Sei  $B$  eine abgeschlossene Menge einer analytischen Mannigfaltigkeit und  $H(B)$  die Menge aller in einer Umgebung von  $B$  definierten holomorphen Funktionen. Auf  $H(B)$  wurden zwei lk. Topologien definiert:  $H_I(B)$  und  $H_{P, \phi}(B)$ , und die Zusammenhänge zwischen ihnen untersucht. So gilt für den Fall, daß  $B$  eine Steinsche Mannigfaltigkeit der Dimension 1 ist, die Gleichung  $H_{P, \phi}(B) = H_I(B)$ , während die letzte Gleichung meistens falsch ist, falls  $\dim B \geq 2$  ist.

S. ROLEWICZ (Warschau): On nuclear spaces and Köthe spaces.

R. brachte eine Übersicht über die neuesten polnischen und russischen Arbeiten, die die Nuklearräume betreffen. Folgende Ergebnisse wurden ausführlich behandelt:

1. Jeder  $N$ -Raum mit Basis läßt sich durch einen Kötheschen Raum repräsentieren.
2. Jeder  $F$ -Raum enthält unendlichdimensionale  $N$ -Räume.
3. Der Raum  $C^{\infty}(-\infty, +\infty)$  ist universell für alle  $N$ -Räume mit einer Basis.
4. Mittels des approximativen Dimensionsbegriffs wurde die Nicht-Isomorphie einiger  $N$ -Räume aufgezeigt.

W. ZELAZKO (Warschau): Recent development of the theory of  $B_0$ -algebras.

Z. gab eine Übersicht über den Stand der  $F$ -Algebrentheorie. Behandelt wurden insbesondere:

1. Die Erweiterung des Gelfand-Mazurschen Satzes auf  $F$ -Algebren.
2. Die Frage nach sequentiellen Nullteilern.
3. Die Frage nach der Existenz ganzer Funktionen.
4. Positive Funktionale auf einer  $F$ -Algebra mit stetiger Involution.

G. GRIMEISEN (Stuttgart): Ein Satz über die Vertauschung von unbedingten Operatoren mit Grenzübergängen.

Die natürlichen Operationen und Anordnung auf der Zahlengeraden wurden auf ein Mengensystem übertragen, und dort wurde der Begriff einer unbedingten Operation  $\Omega$  eingeführt. Unter gewissen Bedingungen gilt ein Satz über die Vertauschung von  $\Omega$  mit dem Grenzübergang  $\lim \inf$ . Es wurden Anwendungen auf die Summation

A. KURATKA (Wrocław): Topologie

Bei  $H$  eine abgeschlossene Menge eines euklidischen Mannigfaltigkeitsraums  $E^n$  und  $H(B)$  die Menge aller in einer Umgebung von  $B$  definierten holomorphen Funktionen. Auf  $H(B)$  wurden zwei  $IK$ -Topologien definiert:  $H_1(B)$  und  $H_2(B)$ , nach der Zusammenhang zwischen ihnen untersucht. So gilt für den Fall, daß  $H$  eine Steinische Mannigfaltigkeit der Dimension  $n$  ist, die Gleichung  $H_1(B) = H_2(B)$  während die letzte Gleichung meistens falsch ist, falls  $n \geq 2$  ist.

S. POLJWICZ (Warschau): On compact spaces and their bases

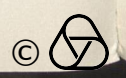
$H$  Kreuze eine Überdecktheit über die neuesten polnischen und russischen Arbeiten, die die Nullkardinalzahlen betreffen. Folgende Ergebnisse wurden ausführlich behandelt:  
1. Jeder  $H$ -Raum mit Basis läßt sich durch einen  $\aleph_1$ -Kreuzraum verkleinern.  
2. Jeder  $H$ -Raum enthält unendlichdimensionale  $H$ -Räume.  
3. Der Raum  $C(X)$  ist universell für alle  $H$ -Räume mit einer Basis.  
4. Mittels des approximativen Erweiterns wurde die Nicht-Isomorphie einiger  $H$ -Räume angedeutet.

W. SZARAKO (Warschau): Recent development of the theory of  $H$ -spaces

$H$  eine Überdecktheit über den Stand der  $H$ -Algebrentheorie. Behandelt wurden insbesondere:  
1. Die Erweiterung des Gelände-Marcuschen Satzes auf  $H$ -Algebren.  
2. Die Frage nach separablen Mittelwerten.  
3. Die Frage nach der Existenz ganzer Funktionen.  
4. Positive Funktionale auf einer  $H$ -Algebra mit stetiger Involution.

S. GRIMBERG (Stuttgart): Ein Satz über die Verknüpfung von  $H$ -Räumen

Die natürlichen Operationen und Anordnungen der Zahlengruppen werden auf ein Mengensystem übertragen, was dort wurde der Beweis einer unbedingten Operation  $\cdot$  eingeführt. Unter gewissen Bedingungen gilt ein Satz über die Verknüpfung von  $H$  mit dem Grenzübergang im Fall, es werden Anordnungen auf die Summation



von Zahlenfolgen und die Integration meßbarer Funktionen gebracht.

W.A. LUXEMBURG (Pasadena): Some applications of the theory of ultra powers to functional analysis.

Das System  $R$  der reellen Zahlen ist -wie bekannt- ein totalgeordneter kommutativer Körper.  $R$  läßt sich in ein Non-Standard-Modell  $R^*$  mit denselben Eigenschaften einbetten, wobei  $R^*$  außerdem noch die unendlich kleinen und großen Zahlen enthält.  $R^*$  kann mittels Ultrapotenzen konstruiert werden. Man kann  $R^*$  dazu benutzen, um neue Beweise für funktionalanalytische Sätze (z.B. für den Hahn-Banachschen Satz) herzuleiten.

J.L.B. COOPER (Cardiff): Linear operations on Fourier transforms of  $L^p$  functions.

Es wurden Bedingungen dafür angegeben, wann eine Funktion aus  $L^p$  Fouriertransformierte einer Funktion aus  $L^p$  ist. Diese Bedingungen wurden mittels Approximationskernen formuliert. Die Untersuchungen können auf Fourier-Reihen und Fouriertransformationen, definiert auf topologischen Gruppen, verallgemeinert werden.

B. SZÖKEFALVI-NAGY (Szeged): Unitäre Dilatationen von Operatoren.

Sei  $\mathcal{H}$  ein Hilbertraum und  $T$  eine Kontraktion, dann existieren  $\mathcal{K} \supseteq \mathcal{H}$ ,  $\mathcal{U}$  (unitär in  $\mathcal{K}$ ) und  $P$  (eine Projektion  $\mathcal{K} \rightarrow \mathcal{H}$ ) derart, daß

$$T^n = P \mathcal{U}^n$$

ist. Sei  $\{T_\omega\}$  ein System von vertauschbaren Kontraktionen. Man hat das Problem:

Gibt es ein unitäres Abbildungssystem  $\{\mathcal{U}_\omega\}$  in einem Hilbertraum  $\mathcal{K} \supseteq \mathcal{H}$  derart, daß

$$T_{\omega_1}^{n_1} \cdots T_{\omega_r}^{n_r} = P \mathcal{U}_{\omega_1}^{n_1} \cdots \mathcal{U}_{\omega_r}^{n_r}$$

gilt? Es wurden hinreichende Bedingungen für die Lösbarkeit dieses Problems angegeben. Insbesondere ist dieses Problem für zwei vertauschbare Kontraktionen  $\{T_1, T_2\}$  immer lösbar.

BAZLEY (Genf und USA): Intermediate operators and their applications to Schrödinger equations.

Sei  $A$  ein selbst-adjungierter, von unten beschränkter Operator der

Form  $A = \sum_{\alpha=1}^n A_\alpha + A'$  in einem Hilbertraum, dabei seien die

von Zählfolgen und die Integration auswertbar Funktionen gebildet.

W.A. LUXEMBURG (Paris): Some applications of the theory of ultrapotency to functional analysis.

Das System  $R$  der reellen Zahlen ist wie bekannt ein totalgeordnetes kommutativer Körper.  $R$  läßt sich in ein Non-Standard-Modell  $R^*$  mit denselben Eigenschaften einbetten, wobei  $R$  ausserdem noch die unendlich kleinen und großen Zahlen enthält.  $R^*$  kann mittels Ultrapotenzen konstruiert werden. Man kann  $R$  dann benutzen, um neue Beweise für funktionalanalytische Sätze (z.B. für den Hahn-Banachschen Satz) herzustellen.

J.I.B. COOPER (Cardiff): Linear operations on Fourier transforms of  $L$  functions.

Es wurden Bedingungen dafür angegeben, wann eine Funktion aus  $L^p$  Fouriertransformiert einer Funktion aus  $L^q$  ist. Diese Bedingungen wurden mittels Approximationskernen formuliert. Die Untersuchungen können auf Fourier-Reihen und Fouriertransformierten, definiert auf topologischen Gruppen, verallgemeinert werden.

B. SZÖKELI-NAGY (Szeged): Untere Dilationen von Operatoren.

Sei  $\mathcal{H}$  ein Hilbertraum und  $T$  eine Kontraktion, dann existieren  $R \subseteq \mathcal{H}$  (unter  $\mathcal{H}$ ) und  $P$  (eine Projektion  $\mathcal{H} \rightarrow \mathcal{H}$ )

ist. Sei  $\{T_n\}$  ein System von vertauschbaren Kontraktionen. Man hat das Problem:

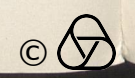
Gibt es ein weiteres Abbildungssystem  $\{S_n\}$  in einem Hilbertraum  $\mathcal{H}'$  derart, das

$$T_n^h = P S_n^h \quad \text{für } h=1, \dots, n$$

gilt? Es wurden hinreichende Bedingungen für die Lösbarkeit dieses Problems angegeben. Insbesondere ist dieses Problem für zwei vertauschbare Kontraktionen  $\{T_1, T_2\}$  immer lösbar.

BASILEY (Genf und USA): Intermediate operators and their applications to Schrodinger equations.

Sei  $A$  ein selbst-adjungierter, von unten beschränkter Operator der Form  $A = \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n e_n e_n^*$  in einem Hilbertraum, wobei  $\{e_n\}$  die





Spektra von  $A_\alpha$  bekannt und  $A'$  positiv. Es wurde die Frage nach der numerischen Berechnung der unteren Schranken der Eigenwerte  $\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots$  von  $A$  behandelt. Die Ergebnisse wurden auf die Schrödingersche Gleichung (für Molekülmodelle) angewandt.

F. SMITHIES (Cambridge): Compact normal operators in Hilbert space.

S. leitete den Spektralsatz für normale Operatoren (speziell für vollstetige normale Operatoren) direkt her, ohne sich auf die Spektraltheorie der Hermiteschen bzw. unitären Operatoren zu stützen.

J. SCHRÖDER (Hamburg): Über Operatoren in halbgeordneten Räumen, welche eine monotone Inverse besitzen.  
(Anwendungen auf Differentialgleichungen)

Es seien  $R$  und  $S$  halbgeordnete lineare Räume und  $D \subset R$ .  $M$  sei ein Operator  $D \rightarrow S$ .  $M$  heißt invers-isoton auf  $(D_0, v)$ , wenn  $M u \leq M v \Rightarrow u \leq v$  für  $u \in D_0 \subset D$  ( $v$  fest) gilt. Es wurden Bedingungen für die inverse Isotonie von Operatoren angegeben und Anwendungen auf elliptische und parabolische Differentialoperatoren gebracht.

H. KÖNIG (Köln): Approximation durch trigonometrische Funktionen.

Sei  $\Phi$  ein endliches Borelmaß auf der Zahlengeraden  $R$ . Es wurden die abgeschlossenen linearen Teilräume  $S \subset L^p(\Phi)$ ,  $1 \leq p < \infty$ , mit der Eigenschaft

$$E_t S = \{ E_t f : f \in S \} \subset S, \quad E_t(x) = e^{ixt}, \quad t \geq 0,$$

betrachtet. Sei  $S^+ = \bigcap_{t \geq 0} E_t S$ . Die Teilräume  $S$  und  $S^+$  wurden durch Bedingungen, formuliert mittels  $\Phi$ , charakterisiert.

R. SIKORSKI (Warschau): Determinants in Banach spaces.

S. gab eine allgemeine Definition für Determinantensysteme in beliebigen Linearräumen an, und brachte eine Übersicht über die Anwendung der Determinantensysteme auf die Lösungen linearer Gleichungen. Außerdem wurden die analytischen Definitionen der Determinanten und Unterdeterminanten in  $B$ -Räumen behandelt.

H. GÜNZLER (Göttingen): Vektorwertige fastperiodische Funktionen.

Sei  $H$  eine assoziative Halbgruppe und  $E$  ein vollständiger lk. Raum. Es wurden auf  $H$  vektorwertige (Werte in  $E$ ) fastperiodische Funktionen definiert und die Existenz eines (ergodischen) Mittelwerts

Spektrum von  $A$  bekannt und  $A$  positiv. Es wurde die Frage nach der numerischen Berechnung der unteren Schranken der Eigenwerte von  $A$  ... von  $A$  behandelt. Die Ergebnisse wurden auf die Schrödinger-Gleichung (für Molekülmodelle) angewandt.

V. SMITHIES (Cambridge): Compact normal operators in Hilbert spaces.

2. Teilte den Spektralraum für normale Operatoren (speziell für vollstetige normale Operatoren) direkt her, ohne sich auf die Spektraltheorie der Hermiteschen bzw. unitären Operatoren zu stützen.

J. SCHROEDER (Hamburg): Über Operatoren in halbgeordneten Räumen. Welche eine monotone Inverse besitzen. (Anwendungen auf Integralgleichungen)

Es seien  $K$  und  $S$  halbgeordnete lineare Räume und  $D \subset K$  sei ein Operator  $D \rightarrow S$ .  $M$  heißt Invers-Isoton auf  $(D, v)$ , wenn  $Mx \leq y \Rightarrow x \leq v$  für  $x \in D, y \in S$  (v fast) gilt. Es wurden Bedingungen für die Inverse Isotonie von Operatoren angegeben und Anwendungen auf elliptische und parabolische Differentialgleichungen vorgeschrieben.

H. KOENIG (Köln): Approximation durch trigonometrische Funktionen.

Sei  $\phi$  ein endliches Borelmaß auf der Kreislinie  $K$ . Es wurden die abgeschlossenen linearen Teilräume  $S_n(\phi)$  für  $n \geq 0$  mit der Eigenschaft

$$E_n S = \{ f : |f| \leq 1, \int f d\phi = 0, \int f^2 d\phi = 0 \}$$

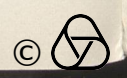
betrachtet. Sei  $S^+ = \bigcup_{n=0}^{\infty} S_n$ . Die Teilräume  $S$  und  $S^+$  wurden durch Bedingungen, formuliert mittels  $\phi$ , charakterisiert.

K. SIKORSKI (Warschau): Determinants in Banach spaces.

2. gab eine allgemeine Definition für Determinantensysteme in beliebigen linearen Räumen an, und brachte eine Übersicht über die Anwendung der Determinantensysteme auf die linearen Integralgleichungen. Außerdem wurden die analytischen Determinanten der Determinanten und Unterdeterminanten für  $B$ -Räume behandelt.

H. GÜNTHER (Göttingen): Fortwertliche fastperiodische Funktionen.

Sei  $F$  eine assoziative Halbgruppe und  $H$  ein  $H$ -Modul über  $H$ . Es wurden auf  $H$  fortwertliche (Werte in  $H$ ) fastperiodische Funktionen definiert und die Existenz einer (Gödel'schen) Mittelwerte



aufgezeigt. Für diese f.p. Funktionen lassen sich auch Entwicklungs- und Eindeutigkeitssätze angeben. Anwendungen auf fast automorphe Funktionen und f.p. Lösungen hyperbolischer Differentialgleichungen wurden gebracht.

J. WLOKA (Heidelberg): Anwendungen der Gelfand-Schylowschen Distributionsräume auf partielle Differentialgleichungen.

Es wurden Distributionen mit Werten in einem Hilbertraum betrachtet und die Sätze von Plancherel und Parseval über die Fouriertransformation verallgemeinert. Für partielle, lineare Differentialgleichungssysteme (für vektorwertige Distributionen) wurden korrekte Randwertaufgaben angegeben.

V. PTÁK (Prag): Neue Ergebnisse über abgeschlossene Abbildungen.

Die klassischen Beweise für den Graphen- und den "Open mapping"-Satz wurden analysiert, die wesentlichen Punkte hervorgehoben, was erlaubte, einen allgemeinen Raumtypus anzugeben, in welchem ein Satz gilt, der als Sonderfälle den Graphensatz wie auch den "Open mapping"-Satz enthält.

K. ZELLER (Tübingen): Funktionalanalysis und Limitierung.

Es wurden spezielle Limitierungsverfahren, wie z.B. die Abschnittskonvergenz für normale Matrizen  $A$  betrachtet und u.a. gezeigt, daß das Lotockijsche Verfahren nicht perfekt ist. Auch wurde ein Beispiel einer Matrix  $A$  angegeben, die unendlich viele beiderseitige Inverse besitzt.

G. LUMER (Seattle): Classification of extrem<sup>e</sup> points and Šilow boundaries.

Šilowsche Ränder und extremale Punkte wurden für eine konvexe, kompakte Untermenge  $P$  eines l.k. Raumes eingeführt; deren Existenz wurde unter entsprechenden Bedingungen bewiesen und ein Minimalprinzip hergeleitet. Dies erlaubte, einen geometrischen Satz von D. MILMAN zu verallgemeinern und daraus den allgemeinen Šilowschen Satz herzuleiten. Auf diese Weise kann man auch eine stärkere Version des H. Bauerschen Minimalprinzips erhalten.

aufgezeigt. Für diese r.p. Funktionen lassen sich zwei Einheits-  
funktions- und Einheitskeitsätze angeben. Anwendungen auf fast  
automorphe Funktionen sind r.p. Lösungen hyperbolischer Differenz-  
gleichungen wurden gebracht.

4. WJOKA (Herzberg): Anwendungen der Galois-Schulischen  
Methoden zur Darstellung von  
Rechenregeln.

Es wurden Erzeugenden mit Werten in einem Hilbertschen Körper  
und die Sätze von Pflüger und Kronecker über die Konstru-  
ierbarkeit von Werten für partielle, lineare Differenz-  
gleichungssysteme (für vektorwertige Matrizen) wurden  
korrekte Randwertaufgaben angegeben.

5. PRAK (Praz): Neue Erzeugnisse über algebraische  
Abbildungen.

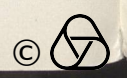
Die klassischen Beweise für den Gruppen- und den "Open mapping"  
Satz wurden analysiert, die wesentlichen Punkte hervorgehoben, was  
erlaubt, einen allgemein Räumlichen Satz anzugeben, in welchem ein  
Satz gilt, der als Sonderfall den Gruppensatz wie auch den  
"Open mapping"-Satz enthält.

6. ZELIK (Zeliger): Einheitswertprobleme und  
Einheitswertprobleme.

Es wurden spezielle Einheitswertprobleme, wie auch die Ab-  
schnittskonvergenz für normale Matrizen A betrachtet und es  
gezeigt, daß das Einheitswertproblem nicht gelöst ist, wenn  
wird ein Beispiel einer Matrix A angegeben, die einheitswertig  
beiderseitig inverse besitzt.

7. JUMER (Gottlieb): Einheitswertprobleme  
von  
Matrizen.

Einheitswertprobleme und extreme Punkte wurden für einheitswertige,  
kompakte Unterräume  $P$  eines  $n$ -Raumes untersucht; daran  
Existenz wurde unter entsprechenden Bedingungen bewiesen und ein  
Minimalprinzip hergeleitet. Dies erlaubt, einen geometrischen  
Satz von D. MILMAN zu verallgemeinern und daraus den allgemeinen  
Einheitswert Satz herzuleiten. Auf diese Weise kann man auch eine  
stärkere Version des H. BOURGAIN Minimalprinzipes erhalten.



J. MIKUSIŃSKI (Kattowitz): Bemerkungen über das Produkt von Distributionen.

Den Raum der Distributionen endlicher Ordnung kann man durch Fundamentalfolgen definieren. Innerhalb der Fundamentalfolgen kann man sogenannte reguläre auszeichnen, mittels welcher eine Multiplikation von Distributionen erklärt werden kann. Diese Definition umfaßt die üblichen Definitionen, und das so definierte Produkt ist kommutativ, aber nicht assoziativ, und ergibt insbesondere  $\delta(x) \frac{1}{x} = -\frac{1}{2} \delta(x)$ .

T. LEŻAŃSKI (Warschau): Über die angenäherte Lösung des Minimumproblems.

Es wurde eine hinreichende Bedingung für die Lösbarkeit des Minimumproblems für Funktionale auf einem Hilbertraum (bzw. auf einem Banachraum) angegeben. Diese Bedingung erlaubt es außerdem, eine Minimalfolge  $x_1, x_2, \dots$ , die gegen die Lösung  $\bar{x}$  des Minimumproblems konvergiert, effektiv zu konstruieren.

L. NACHBIN (Paris): The Bernstein approximation problem.

Das Bernsteinsche Approximationsproblem kann wie folgt verallgemeinert werden: Sei  $E$  ein lk. Raum,  $\mathcal{A}$  eine Algebra von reellen stetigen Funktionen auf  $E$  mit der 1-Funktion, und es sei  $W$  ein Unterraum, bestehend aus stetigen Funktionen auf  $E$ , die für  $\infty$  gegen 0 streben, dabei sei  $W$  ein  $\mathcal{A}$ -Modul. Beim verallgemeinerten Bernsteinschen Approximationsproblem handelt es sich um eine Beschreibung der abgeschlossenen Hülle von  $W$ . Es wurden allgemeine Resultate, welche z. B. den Weierstrass-Stoneschen Satz enthalten, aufgezeigt.

v. WALDENFELS (Jülich): Markoffsche Prozesse.

v.W. betrachtete Markoffsche Prozesse, die sich als eine additive Halbgruppe von Operatoren  $\mathcal{U}(t)$ ,  $t \geq 0$  definieren lassen, wobei der Operator  $\mathcal{U}$  den Raum  $M$  der nach einem Borelmaß meßbaren und beschränkten Funktionen auf  $R$  in sich abbildet. Wie bekannt, kann man den Wert  $f(x)$  einer Funktion durch die Deltafunktion  $\delta_x$  definieren:  $\langle \delta_x, f \rangle = f(x)$ . Ähnlich definiert man  $U(t, x)$ . Sei  $A(t, x) = \frac{U(t, x) - \delta_x}{t}$  und  $A_0(x) = \lim_{t \rightarrow 0} A(t, x)$ . Es wurden eine Stetigkeitsbedingung für  $A(t, x)$  und eine Darstellung für  $A_0(x)$  angegeben sowie der Sonderfall eines räumlich homogenen Prozesses betrachtet.

J. MIKULSKI (Kettowitz): Einmal über das Produkt von Distributionen

Den Raum der Distributionen endlicher Ordnung kann man durch Fundamentalfolgen definieren. Innerhalb der Fundamentalfolgen kann man sogenannte reguläre auszeichnen, mittels welcher eine Multiplikation von Distributionen erklärt werden kann. Diese Definition umfasst die üblichen Definitionen, und das so definierte Produkt ist kommutativ, aber nicht assoziativ und ergibt insbesondere  $\delta(x) \cdot \delta(x) = -\frac{1}{2} \delta'(x)$ .

T. LESANSKI (Warschau): Über die schwachen Lösungen des Minimum-Problems

Es wurde eine hinreichende Bedingung für die Lösbarkeit des Minimumproblems für Funktionale auf einem Hilbertraum (bzw. auf einem Banachraum) angegeben. Diese Bedingung erweist es angedeutet, eine Minimalfolge  $x_1, x_2, \dots$  die gegen die Lösung  $\bar{x}$  des Minimumproblems konvergiert, effektiv zu konstruieren.

J. WACHSIN (Paris): The Bernstein approximation problem

Das Bernstein Approximationsproblem kann wie folgt verallgemeinert werden: Sei  $R$  ein  $n$ -ter Raum,  $\Omega$  eine algebra vorreellen stetigen Funktionen auf  $R$  mit der  $n$ -Funktion, und es sei  $W$  ein Unterraum, bestehend aus stetigen Funktionen auf  $R$ , die für  $0$  gegen  $0$  streben, dabei sei  $W$  ein  $\Omega$ -Modul. Beim verallgemeinerten Bernsteinischen Approximationsproblem handelt es sich um eine Beschreibung der abgeschlossenen Hülle von  $W$ . Es wurden allgemeine Resultate, welche z. B. den Weierstraß-Stoneschen Satz enthalten, aufgeführt.

V. WALDENHUIS (Jülich): Approximation

V. W. betrachtete Markoffische Prozesse, die als eine additive Halbgruppe von Operatoren  $U(t)$ ,  $t \geq 0$  definiert werden, wobei der Operator  $U$  den Raum  $M$  der nach einem Normmaß messbaren und beschränkten Funktionen auf  $R$  in sich abbildet. Wie bekannt, kann man den Wert  $f(x)$  einer Funktion durch die Darstellung  $f(x) = \int_{\Omega} f(\omega) d\mu(\omega)$  definieren.  $f(x) = \int_{\Omega} f(\omega) d\mu(\omega)$  und  $A(x) = \int_{\Omega} f(\omega) d\mu(\omega)$  sind eine Stetigkeitsbedingung für  $A(t, x)$  und eine Darstellung für  $A(x)$  angegeben sowie der Sonderfall eines räumlichen kommutativen Prozesses betrachtet.

