Mathematisches Forschungsinstitut
Oberwolfach

Tagungsbericht (2)

Mathematische Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie
4. bis 8. März 1963

Die in Oberwolfach vom 4. bis 8. März 1963 abgehaltene Tagung über Mathematische Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie stand unter der Leitung von Professor Dr. H. BAUER (Hamburg). Anwesend waren insgesamt 37 Teilnehmer, davon 11 aus dem Ausland (Dänemark, Frankreich, Griechenland, Italien, Polen, Schweden, Tschechoslowakei, Ungarn, USA).

Leider mußten die Herren B.L. van der Waerden (Zürich), O. Hans und Z. Koutsky (Prag) kurzfristig absagen, mit deren Anwesenheit noch bis kurz vor Beginn der Tagung gerechnet worden war.

Die Gesamtheit der Teilnehmer gliedert sich nach Ländern so:

Dänemark:	P. Schmidt, Aarhus
Frankreich:	Dr. Ph. Courrège, Paris
	Prof. Dr.J. Neveu, Paris
Griechenland:	P. Georgiou, Athen, z.Zt. Heidelberg
Italien:	Prof. Dr. B. de Finetti, Rom
Polen:	Prof. Dr. K. Urbanik, Breslau, z.Zt. Aarhus
Schweden:	B. Rosén, z.Zt. Aarhus
Tschechoslowakei:	Dr. J. Nedoma, Prag
	Dr. K. Winkelbauer, Prag
Ungarn:	Prof. Dr. A. Renyi, Budapest
USA:	Prof. Dr. J. Wendel, z.Zt. Aarhus
Deutschland:	Prof. Dr. H. Bauer, Hamburg
	Frl. R. Beinhauer, Tübingen
	Dr. D. Bierlein, Göttingen
	Dr. W. Böge, Hamburg
	Dr. R. Borges, Köln
	Dr. U. Dieter, Kiel
	Dr. H. Dinges, München
	Dr. F. Eicker, Freiburg
	Dr. W. Fieger, Göttingen
	P. Gänßler, Heidelberg
	Dr. S. Guber, Hamburg
	H. Heyer, Hamburg
	W. Hildenbrand, Heidelberg
	Dr. K. Hinderer, Stuttgart
	Prof. Dr. K. Jacobs, Göttingen, z.Zt. Aarhus
	Dr. H. Kellerer, München

Dr. H. Klinger, Göttingen
Prof. Dr. H. Kneser, Tübingen
Prof. Dr. K. Krickeberg, Heidelberg
R. Lorenz, Tübingen
V. Mammitzsch, München
Prof. Dr. D. Morgenstern, Freiburg
Prof. Dr. H. Richter, München
Dr. W. Uhlmann, Braunschweig, z.Zt. Karlsruhe
Dr. W. Vogel, Tübingen
Dr. E. Walter, Göttingen.

Der Verlauf der Tagung entsprach ganz den Erwartungen. Vielen der Teilnehmer war die Atmosphäre des Forschungsinstituts Oberwolfach wohlbekannt, so daß man sich sehr rasch den Gegebenheiten anpaßte. Die reichhaltigen persönlichen Kontakte der Teilnehmer untereinander führten zu fruchtbaren wissenschaftlichen Unterhaltungen und Erörterungen. Es wurden insgesamt 25 Vorträge gehalten, davon pro Tag etwa 6 angeboten, von denen je drei vormittags und nachmittags stattfanden. An zwei Abenden ergaben sich auf Wunsch einiger Gäste Sondersitzungen, in denen teilweise die Diskussionen zu den besonders anregenden Referaten zuende geführt, teilweise aber auch spontan vorgebrachte offene Probleme der Wahrscheinlichkeitstheorie und der mathematischen Statistik erörtert wurden.

Die Gesamtheit der Vorträge gliederte sich unter drei Hauptthemata:

1. Wahrscheinlichkeitstheorie, stochastische Prozesse.
2. Mathematische Statistik, Anwendungen.
3. Informationstheorie.

Der informelle Teil der Tagung wurde durch den sehr interessanten Bericht von Professor H. Kneser (Tübingen) über die Geschichte des Forschungsinstituts Oberwolfach bereichert, den er anläßlich des Geburtstages von Professor W. Süss (7. März 1895) gab.

1. Wahrscheinlichkeitstheorie, stochastische Prozesse.

D. BIERLEIN: Kriterien für die Definitheit statistischer Spiele.

Es wurden statistische Entscheidungsprobleme betrachtet, bei denen das Vorwissen zu einer Vorbewertung $\wp$ auf einer σ-Algebra $\mathcal{L}$ von Teilmengen der Familie $\mathcal{W}$ aller infrage kommenden Verteilungsfunktionen führt. Es müssen alle mit $\wp/\mathcal{L}$ verträglichen Vorbewertungen $\wp_0$ auf derjenigen σ-Algebra $\mathcal{L}_0$ berücksichtig werden, die die Meßbarkeit der Risikofunktion für jeden Test gewährleistet. Damit wird das Entscheidungsproblem durch ein System ϕ_0 von Wahr-

scheinlichkeitsmaßen auf $\mathcal{L}_0$, eine Klasse Δ von zulässigen Tests und die Funktion $\mathcal{F}_\delta(\varphi)$ der Risikoerwartungswerte bezgl. φ charakterisiert. Formal stimmt dies Entscheidungsproblem mit dem Zweipersonen-Nullsummenspiel $\Gamma = (\phi_0, \Delta, \mathcal{F}_\delta(\varphi))$ überein. Im Falle des endlichen Trägers $\mathfrak{f} \subset \mathfrak{W}$ läßt sich eine geometrische Interpretation geben; ferner wurde die Definitheit von Γ geometrisch gekennzeichnet.

W. BÖGE: <u>Zur Charakterisierung unendlich teilbarer Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf lokalkompakten Gruppen</u>.

Der Begriff der Unendlichteilbarkeit eines Wahrscheinlichkeitsmaßes auf dem R^1 überträgt sich auf lokalkompakte Gruppen G (Urbanik). Für endliche Gruppen wurde gezeigt, daß jedes unendlich teilbare Wahrscheinlichkeitsmaß μ die Gestalt hat: $\mu = \varepsilon_H + \sum_{\kappa=1}^{\infty} \frac{\nu^\kappa}{\kappa!}$, wobei H diejenige Untergruppe von G ist, bezüglich der μ zweiseitig invariant ist. ε_H bezeichnet das auf H normierbare Haarsche Maß und ν ein zweiseitig invariantes Maß mit $\nu(\complement H) \geq 0$ und $\nu(G) = 0$. Das Resultat läßt sich auf lokalkompakte Gruppen G verallgemeinern, wobei der Begriff der Sukzessiv-Unendlich-Teilbarkeit zur Klasse der sog. wurzelkompakten Gruppen führt, auf denen beide Teilbarkeitsbegriffe übereinstimmen. Der Vortragende führte eine befriedigende Charakterisierung der Poissonverteilungen auf gewissen lokalkompakten Gruppen vor.

Ph. COURRÈGE: <u>Intégrales stochastiques et martingales de carré intégrable</u>.

Die Methoden der Fortsetzung stochastischer Integrale, wie sie von J.L. DOOB und K. ITO für die Brownsche Bewegung eingeführt wurden, wurden erweitert auf quadratintegrierbare Martingale. Verwendet wurde hierzu der "wachsende Prozeß", der auf natürliche Weise einem quadratintegrablen Martingal assoziiert ist (vgl. P.A. MEYER) sowie die Methode der stochastischen Zeitverschiebung.

H. DINGES: <u>Der Ring der homogenen Stoppzeiten</u>.

Ausgehend von Ideen von Sp. ANDERSEN wurde ein Formalismus entwikkelt, der es ermöglicht, Sätze von SPITZER, BAXTER und WENDEL über Prozesse mit unabhängigen Zuwächsen einfach zu übertragen auf Prozesse mit symmetrisch abhängigen Zuwächsen.
Eine Abbildung ξ der Menge Ω der ℓ-dimensionalen Pfade endlicher Länge in sich heißt homogene Stoppzeit, wenn gilt: (1) Für jeden

Pfad ω ist das ζ-Bild des δ-Maßes δ_ω auf die rechtsseitigen Abschnitte von ω konzentriert; (2) ζ ist von der Zukunft unabhängig; (3) ζ kommutiert mit jeder simultanen Translation aller Scheitel. Dann gilt der folgende Satz: Die Menge der homogenen Stoppzeiten ist ein kommutativer, nullteilerfreier Ring über den reellen Zahlen, wenn man als Multiplikation das Hintereinanderschalten nimmt.

F. EICKER: Ein zentraler Grenzwertsatz für lineare Zufallsprozesse.

Unter Verallgemeinerung von Resultaten von MORAN (Biometrica, 34, S.282 (1947)) und DIANANDA (Proc.Camb.Phil.Soc.B. 49,S.242 (1953)) wurde gezeigt, daß unter gewissen Zusatzvoraussetzungen auch für Folgen reeller Zufallsvariablen der Gestalt

$$Y_i := \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_k X_{i-k} \qquad (i=1,2,\ldots),$$

wobei die X_i reelle, unabhängige Zufallsvariable und die c_k reelle Konstante sind, gilt: Die Verteilungen der standardisierten Partialsummen der Y_i sind Bernoulli-konvergent gegen $N(0,1)$.

W. FIEGER: Eine Verallgemeinerung der Palmschen Formeln.

Die für stationäre, ordinäre Call-Prozesse geltenden Palmschen Formeln wurden verallgemeinert auf den Fall beliebiger Call-Prozesse. Diese Verallgemeinerungen gestatten beispielsweise die folgenden beiden Anwendungen:

(1) Für Call-Prozesse ohne Nachwirkungen ergibt sich eine Darstellung der erzeugenden Funktionen (einheitlich für den regulären und nicht-regulären Fall).

(2) Der Satz von KOROLYUK ergibt sich als Folgerung einer einheitlichen Darstellung des Erwartungswertes beliebiger Call-Prozesse.

P. GEORGIOU: Die charakteristische Spektralschar von zufälligen Variablen mit Werten in einem Banachraum.

Ausgehend von einer σ-Wahrscheinlichkeitsalgebra (F,ω) und einem Banachraum X definiert man Zufallsvariable auf (F,ω) mit Werten in X als Äquivalenzklassen von Fundamentalfolgen im Sinne der stochastischen Konvergenz von einfachen Zufallsvariablen. Ist (F,ω) die zu einem Wahrscheinlichkeitsraum gehörige Wahrscheinlichkeitsalgebra, so ergeben sich die Äquivalenzklassen der stark meßbaren Funktionen mit Werten in X (KAPPOS, Ergebnisbericht). Verteilung einer Zufallsvariablen χ auf einem Ring $\mathcal{B}$ von Teilmengen von X heißt je-

Pfad ω ist das ξ-Bild des σ-Maßes σ_ξ auf die rechtsseitigen Abschnitte von ω konzentriert; (2) ξ ist von der Zukunft unabhängig; (3) ξ kommutiert mit jeder simultanen Translation aller Schritte. Dann gilt der folgende Satz: Die Menge der homogenen Stoppzeiten ist ein kommutativer, nullteilerfreier Ring über den reellen Zahlen, wenn man als Multiplikation das Hintereinanderschalten nimmt.

F. EICKER: Ein zentraler Grenzwertsatz für lineare Zufallsprozesse

Unter Verallgemeinerung von Resultaten von MORAN (Biometrika 34, S.282 (1947)) und DIANANDA (Proc.Camb.Phil.Soc.B.49,S.242 (1953)) wurde gezeigt, daß unter gewissen Zusatzvoraussetzungen auch für Folgen reeller Zufallsvariablen der Gestalt

$$Y_i := \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_k X_{i-k} \qquad (i=1,2,\ldots),$$

wobei die X_i reelle, unabhängige Zufallsvariable und die c_k reelle Konstante sind, gilt: Die Verteilungen der standardisierten Partialsummen der Y_i sind Bernoulli-konvergent gegen $N(0;1)$.

W. FIEGER: Eine Verallgemeinerung der Palmschen Formeln

Die für stationäre, ordinäre Call-Prozesse geltenden Palmschen Formeln wurden verallgemeinert auf den Fall beliebiger Call-Prozesse. Diese Verallgemeinerungen gestatten beispielsweise die folgenden beiden Anwendungen:

(1) Für Call-Prozesse ohne Nachwirkungen ergibt sich eine Darstellung der erzeugenden Funktionen (einheitlich für den regulären und nicht-regulären Fall).

(2) Der Satz von KOROLYUK ergibt sich als Folgerung einer einheitlichen Darstellung des Erwartungswertes beliebiger Call-Prozesse.

P. GEORGIOU: Die charakteristische Spektralschar von Zufallsvariablen mit Werten in einem Banachraum

Ausgehend von einem σ-Wahrscheinlichkeitsfeld (F, ω) und einem Banachraum X definiert man Zufallsvariable auf (F, ω) mit Werten in X als Äquivalenzklassen von Fundamentalfolgen im Sinne der stochastischen Konvergenz von einfachen Zufallsvariablen. Ist (F, ω) die zu einem Wahrscheinlichkeitsraum gehörige Wahrscheinlichkeitsalgebra, so ergeben sich die Äquivalenzklassen der stark meßbaren Funktionen mit Werten in X (KAPPOS, Ergebnisbericht). Verteilung einer Zufallsvariablen X auf einem Ring $\mathcal{G}$ von Teilmengen von X heißt jede des Maß μ_χ auf einem Unterring $\mathcal{B}_\chi$ von $\mathcal{B}$. Die charakteristische Spektralschar von χ ist ein maßtreuer Homomorphismus von $\mathcal{B}_\chi$ in F, wobei $\mathcal{B}$ der σ-Ring der Borelschen Mengen in X ist. (WECKEN). Es wurden notwendige und hinreichende Bedingungen dafür angegeben, daß ein meßbarer Homomorphismus eines Unterringes von $\mathcal{B}$ in F die charakteristische Spektralschar einer Zufallsvariablen ist. Aus Sätzen der Theorie erhielt man speziell Eigenschaften von Folgen unabhängiger gleichverteilter und summierbarer Zufallsvariablen, ebenso Eigenschaften von Verteilungen stark meßbarer Funktionen mit Werten in X.

K. HINDERER: <u>Steuerung transierter Gitterirrfahrten.</u>

Zu einer Folge $(X_k)_{k=1,2,\ldots}$ von unabhängigen identisch verteilten d-dimensionalen Zufallsvektoren mit ganzzahligen Komponenten und einer echt d-dimensionalen Verteilung betrachtet man die Folge $(S_n)_{n=1,2,\ldots}$ der n-ten Partialsummen der X_k als Gitterirrfahrt. Für den Fall $d \geq 3$ oder $EX_1 \neq 0$ besitzt $(S_n)_{n=1,2,\ldots}$ keine rekurrenten Zustände. Es entsteht nun die Frage nach Folgen $(C_n)_{n=1,2,\ldots}$ konstanter Vektoren mit ganzzahligen Komponenten mit der Eigenschaft, daß die sog. gesteuerte Irrfahrt $(V_n)_{n=1,2,\ldots} = (S_n + C_n)_{n=1,2,\ldots}$ rekurrente Zustände besitzt. Für $d \geq 3$ besitzt $(V_n)_{n=1,2,\ldots}$, wie gezeigt, keine solchen, für d = 1,2 existieren unter gewissen Voraussetzungen Folgen $(C_n)_{n=1,2,\ldots}$, so daß alle Punkte des linearen bzw. ebenen Gitters rekurrente Zustände von $(V_n)_{n=1,2,\ldots}$ sind. In einigen Spezialfällen wurden die Steuerungen berechnet.

H.G. KELLERER: <u>Verteilungsfunktionen mit gegebenen Marginalverteilungen.</u>

Es sei I eine endliche Indexmenge und $\mathcal{T} \subset \mathcal{P}(I)$. Für jedes $T \subset I$ sei $\mathcal{F}_T$ die Menge aller Verteilungsfunktionen über R^T. Dann gilt

$$\text{(B)} \quad \sum_{T\in\mathcal{T}} \int_{\mathbb{R}^T} g_T dF_T \geq \inf_{\mathbb{R}^T} \Big(\sum_{T\in\mathcal{T}} g_T(x_T) \Big) \quad \text{für alle stetigen, beschränkten Funktionen } g_T \text{ auf } \mathbb{R}^T.$$

Genau dann, wenn die $F_T \in \mathcal{F}_T$ $(T \in \mathcal{T})$ Marginalverteilungen einer Verteilungsfunktion $F \in \mathcal{F}_I$ sind. Ist (B) mit der Verträglichkeitsbedingung, welche sie umfaßt, äquivalent, so heißt $\mathcal{T}$ auflösbar. Es ist möglich, ein Kriterium für die Auflösbarkeit von $\mathcal{T}$ anzugeben und falls $\mathcal{T}$ auflösbar ist, kann eine Verteilungsfunktion F mit den gegebenen Marginalverteilungen $F_T (T \in \mathcal{T})$ konstruiert werden.
Eine Ausdehnung auf beliebige Indexmengen führt zu einer Verallgemeinerung des Satzes von Kolmogoroff.

K. KRICKEBERG: Kompakte Mengen von Wahrscheinlichkeiten.

E sei ein vollständig regulärer T_1-Raum und $\mathcal{C}$ der Raum der stetigen, beschränkten Funktionen auf E. Weiter sei $\mathfrak{M} \subset \mathcal{C}$ und trenne die Punkte von E. Für jede endliche Teilmenge $\mathfrak{N}$ von $\mathfrak{M}$ sei $\mathcal{C}_{\mathfrak{N}}$ die Menge aller Funktionen aus $\mathcal{C}$, deren Wert an jeder Stelle schon durch die Werte der zu $\mathfrak{N}$ gehörigen Funktionen bestimmt ist. Im folgenden sei P eine (verallgemeinerte) schwache Verteilung, d.h. ein lineares, positives und normiertes Funktional auf dem Vektorverband $\bigcup_{\mathfrak{N}} \mathcal{C}_{\mathfrak{N}}$. Dann gilt:

(1) Ist P straff (tight im Sinne von LeCam), so kann P eindeutig zu einem auf $\mathcal{C}$ definierten straffen W-Maß fortgesetzt werden.

(2) Ist $\mathfrak{P}$ eine gleichmäßig straffe Menge schwacher Verteilungen, so ist die Menge der gemäß (1) bestimmten Fortsetzungen auf $\mathcal{C}$ der Elemente von $\mathfrak{P}$ relativ schwach kompakt.

Mit Hilfe dieser Resultate wurden als Anwendung Konstruktionsverfahren und Kompaktheitskriterien für Mengen stochastischer Prozesse in einer differenzierbaren Mannigfaltigkeit gewonnen.

J. NEVEU: Three remarks on the theory of martingales.

Aus dem Hopfschen Theorem der Ergodentheorie wurde ein Konvergenzsatz über absteigende Martingale hergeleitet. Weiter wurde ein Prinzip angegeben, aus dem die meisten Ungleichungen der Martingaltheorie gefolgert werden können. Schließlich wurde eine Limesaussage für die Folgen von Zufallsvariablen, die an ihrem Erwartungswert zentriert sind, bewiesen.

A. RÉNYI: Über stabile Folgen von Ereignissen und von Zufallsveränderlichen.

Es sei $(\Omega, \mathfrak{A}, P)$ ein Wahrscheinlichkeitsfeld. Eine Folge (A_n) von Ereignissen $(A_n \in \mathfrak{A})$ heißt stabil, wenn $Q(B) := \lim P(A_n B)$ für jedes $B \in \mathfrak{A}$ existiert. (A_n) heißt in sich stabil, wenn $\lim P(A_n A_k)$ für jedes $k = 1,2,\ldots$ existiert. Dabei zeigt es sich, daß (A_n) genau dann stabil ist, wenn (A_n) in sich stabil ist. Im Falle der Stabilität von (A_n) ist Q ein bezüglich P absolut stetiges Maß auf A und es gilt: (A_n) ist genau dann stabil, wenn (χ_{A_n}) schwach konvergent ist gegen eine Funktion α. α erweist sich als Dichte von Q bzgl. P und heißt die lokale Dichte von (A_n).

K. KRICKEBERG: Kompakte Mengen von Wahrscheinlichkeiten.

E sei ein vollständig regulärer T_1-Raum und $\mathcal{C}$ der Raum der stetigen, beschränkten Funktionen auf E. Weiter sei $\mathfrak{M} \subset \mathcal{C}$ und trenne die Punkte von E. Für jede endliche Teilmenge $\mathfrak{N}$ von $\mathfrak{M}$ sei $\mathcal{C}_{\mathfrak{N}}$ die Menge aller Funktionen aus $\mathcal{C}$, deren Wert an jeder Stelle schon durch die Werte der zu $\mathfrak{N}$ gehörigen Funktionen bestimmt ist. Im Folgenden sei P eine (verallgemeinerte) schwache Verteilung, d.h. ein lineares, positives und normiertes Funktional auf dem Vektorverband $\bigcup_{\mathfrak{N}} \mathcal{C}_{\mathfrak{N}}$. Dann gilt:

(1) Ist P straff (tight im Sinne von LeCam), so kann P eindeutig zu einem auf $\mathcal{C}$ definierten straffen W-Maß fortgesetzt werden.

(2) Ist $\mathfrak{P}$ eine gleichmäßig straffe Menge schwacher Verteilungen, so ist die Menge der gemäß (1) bestimmten Fortsetzungen auf $\mathcal{C}$ der Elemente von $\mathfrak{P}$ relativ schwach kompakt.

Mit Hilfe dieser Resultate wurden als Anwendung Konstruktionsverfahren und Kompaktheitskriterien für Mengen stochastischer Prozesse in einer differenzierbaren Mannigfaltigkeit gewonnen.

J. NEVEU: Three remarks on the theory of martingales.

Aus dem Hopfschen Theorem der Ergodentheorie wurde ein Konvergenzsatz über absteigende Martingale hergeleitet. Weiter wurde ein Prinzip angegeben, aus dem die meisten Ungleichungen der Martingaltheorie gefolgert werden können. Schließlich wurde eine Limesaussage für die Folgen von Zufallsvariablen, die an ihrem Erwartungswert zentriert sind, bewiesen.

A. RÉNYI: Über stabile Folgen von Ereignissen und von Zufallsveränderlichen.

Es sei $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ ein Wahrscheinlichkeitsfeld. Eine Folge (A_n) von Ereignissen $(A_n \in \mathcal{A})$ heißt stabil, wenn $Q(B) := \lim P(A_n B)$ für jedes $B \in \mathcal{A}$ existiert. (A_n) heißt in sich stabil, wenn $\lim_n P(A_n A_k)$ für jedes $k = 1, 2, \ldots$ existiert. Dabei zeigt es sich, daß (A_n) genau dann stabil ist, wenn (A_n) in sich stabil ist. Im Falle der Stabilität von (A_n) ist Q ein bezüglich P absolut stetiges Maß auf $\mathcal{A}$ und es gilt: (A_n) ist genau dann stabil, wenn (χ_{A_n}) schwach konvergent ist gegen eine Funktion α. α erweist sich als Dichte von Q bzgl. P und heißt die lokale Dichte von (A_n).

Ist P* ein bzgl. P absolut stetiges W-Maß auf (Ω,A) und ist (A_n) bzgl. (Ω,$\mathcal{A}$,P) stabil, so ist (A_n) auch bzgl. (Ω,$\mathcal{A}$,P*) stabil mit derselben lokalen Dichte bzgl. P*. - Diese Resultate wurden erweitert auf Folgen reeller Zufallsvariablen.

B. ROSÉN: Some limit results for sampling from finite populations.

Es sei $\Pi_k = \{a_{k,1},\ldots,a_{k,N_k}\}$ für jedes $k \in N$ eine Folge endlicher Mengen (Grundgesamtheiten). Man interessiert sich dann für zufällige Permutationen der Elemente von Π_k (wiederum für jedes $k \in N$ und beschreibt eine solche zufällige Permutation durch die Menge der Zufallsvariablen $\{X_{k,1},\ldots,X_{k,N_k}\}$. Beschrieben wurde schließlich das Grenzverhalten für $k \longrightarrow \infty$ im Sinne der vagen Konvergenz von Verteilungen gewisser Funktionen der Zufallsvariablen $X_{k,j}$ (k=1,2, ...; j=1,...,N_k). Speziell interessierte die vage Konvergenz gegen die Normalverteilung bei Prozessen mit stetigen Trajektorien. Die vorgetragenen Sätze waren vom Typ des zentralen Grenzwertsatzes mit Lindebergbedingung, und ihre Beweise waren an eine Straffheitseigenschaft von Prokorow sowie an Ergebnisse von Erdös und Renyi geknüpft. Des weiteren ergaben sich eine Analogon des Invarianzprinzips für Stichproben aus unendlichen Grundgesamtheiten sowie daraus ein Analogon des Arcsin-Gesetzes für die Anzahl positiver Partialsummen bei Irrfahrten.

K. URBANIK: Operations on probability measures admitting characteristic functions.

In der Menge $\mathcal{P}$ aller Wahrscheinlichkeitsmaße auf der σ-Algebra der Borelschen Mengen der positiven Halbgeraden R_+ wird eine verallgemeinerte Faltungsoperation "o" durch ihre Eigenschaften erklärt, welche ähnlich den Eigenschaften der gewöhnlichen Faltung sind. Ferner wird erklärt, was es heißt, daß die Faltungsalgebra ($\mathcal{P}$,o) eine charakteristische Funktion ϕ zuläßt. Es werden notwendige und hinreichende Bedingungen dafür angegeben, wann ($\mathcal{P}$,o) eine charakteristische Funktion ϕ zuläßt,und es wird darüber hinaus gezeigt, daß jede charakteristische Funktion eine Integraltransformierte vom Typ der Laplace-Transformierten ist. Weiter gelingt es, die unendlich teilbaren sowie die stabilen Maße aus $\mathcal{P}$ durch die Gestalt ihrer charakteristischen Funktionen zu kennzeichnen (Analogon zur Lévy-Chintschin-Darstellung).

Ist P^* ein bzgl. P absolut stetiges W-Maß auf (Ω, A) und ist (A_n) bzgl. $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ stabil, so ist (X_n) auch bzgl. $(\Omega, \mathcal{A}, P^*)$ stabil mit derselben lokalen Dichte bzgl. P^*. – Diese Resultate wurden erweitert auf Folgen reeller Zufallsvariablen.

B. ROSÉN: <u>Some limit results for sampling from finite populations.</u>

Es sei $\overline{\Pi}_k = \{a_{k,1}, \dots, a_{k,N_k}\}$ für jedes $k \in N$ eine Folge endlicher Mengen (Grundgesamtheiten). Man interessiert sich dann für zufällige Permutationen der Elemente von $\overline{\Pi}_k$ (wiederum für jedes $k \in N$ und beschreibt eine solche zufällige Permutation durch die Menge der Zufallsvariablen $\{X_{k,1}, \dots, X_{k,N_k}\}$. Beschrieben wurde schließlich das Grenzverhalten für $k \to \infty$ im Sinne der vagen Konvergenz von Verteilungen gewisser Funktionen der Zufallsvariablen $X_{k,j}$ $(k=1,2,\dots;\ j=1,\dots,N_k)$. Speziell interessierte die vage Konvergenz gegen die Normalverteilung bei Prozessen mit stetigen Trajektorien. Die vorgetragenen Sätze waren vom Typ des zentralen Grenzwertsatzes mit Lindebergbedingung, und ihre Beweise waren an eine Straffheitseigenschaft von Prokorow sowie an Ergebnisse von Erdös und Rényi geknüpft. Des weiteren ergaben sich eine Analogon des Invarianzprinzips für Stichproben aus unendlichen Grundgesamtheiten sowie daraus ein Analogon des Arcsin-Gesetzes für die Anzahl positiver Partialsummen bei Irrfahrten.

K. URBANIK: <u>Operations on probability measures admitting characteristic functions.</u>

In der Menge $\mathcal{P}$ aller Wahrscheinlichkeitsmaße auf der $\mathcal{B}$-Algebra der Borelschen Mengen der positiven Halbgeraden R_+ wird eine verallgemeinerte Faltungsoperation "o" durch ihre Eigenschaften erklärt, welche ähnlich den Eigenschaften der gewöhnlichen Faltung sind. Ferner wird erklärt, was es heißt, daß die Faltungsalgebra $(\mathcal{P}, o)$ eine charakteristische Funktion ϕ zuläßt. Es werden notwendige und hinreichende Bedingungen dafür angegeben, wann $(\mathcal{P}, o)$ eine charakteristische Funktion ϕ zuläßt, und es wird darüber hinaus gezeigt, daß jede charakteristische Funktion eine Integraltransformierte vom Typ der Laplace-Transformierten ist. Weiter gelingt es, die unendlich teilbaren sowie die stabilen Maße aus $\mathcal{P}$ durch die Gestalt ihrer charakteristischen Funktionen zu kennzeichnen (Analogon zur Lévy-Chintschin-Darstellung).

Offen blieb das folgende Problem: Man gebe alle reellen charakteristischen Funktionen φ an, für die $\varphi''(0)$ existiert und für die gilt: Für jedes Paar $a,b \in R_+$ existiert ein Maß $\mu_{a,b}$ auf $\mathcal{B}(R_+)$ derart, daß gilt:

$$\varphi(at) \cdot \varphi(bt) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(xt)\, d\mu_{a,b}(x).$$

Eine Antwort auf diese Frage würde unter Umständen eine Charakterisierung der stabilen Verteilungen über R_+ zu Folge haben.

W. VOGEL: <u>Die kombinatorische Lösung einer Operator-Gleichung</u>.

$\mathcal{R}$ sei ein kommutativer Ring mit Einselement, P sei eine lineare und I die identische Abbildung von $\mathcal{R}$ in sich. Dann hat die Operatorgleichung

$$\phi = \varphi_0 + sfP(\phi) + sg(I-P)(\phi), \quad (f,g,\varphi_0 \in \mathcal{R})$$

wobei ϕ eine Potenzreihe in s mit Koeffizienten aus $\mathcal{R}$ ist, genau eine Lösung ϕ (welche explizit angegeben wurde), wenn P der Bedingung

$$2P(hP(h)) = P(h^2)+(P(h))^2 \qquad (h \in \mathcal{R}) \text{ genügt.}$$

Man findet so einen Zugang zur Behandlung der Fourier-Transformierten der Chapman-Kolmogoroff-Gleichung eines speziellen Typs von Markoffschen Ketten, was an einigen Beispielen erläutert wurde.

J. G. WENDEL: <u>Zero-free intervalls of tied-down Brownian motion</u>.

Sei $1 < \alpha \leq 2$ und es sei $X(t)$ ein symmetrischer stabiler tied-down-Prozeß vom Index α mit $X(o) = X(1) = 0$. $e_1, e_2, \ldots$ seien die nullstellenfreien Intervalle von $X(t)$ mit den Längen $|e_1|, |e_2|, \ldots$; die Summe der Längen sei 1. Für jedes $n=1,2,\ldots$ sei m_n eines der e_i so, daß gilt: $|m_1| > |m_2| > \ldots$ und es sei $F_n(\lambda) = P[\,|m_n| < \lambda]$ und $\phi_n(\lambda) = E(\binom{N(\lambda)}{n})$, wobei für jedes $\lambda > 0$ $N(\lambda)$ die Anzahl aller e_i mit $|e_i| > \lambda$ sei.

Es wurde gezeigt: Für die $\phi_n(\lambda)$ gilt eine einfache Rekursionsformel, was unter anderem zu einer expliziten Darstellung der Laplace-Transformierten von $x^{-1/\alpha} \cdot (1-F_n(x^{-1}))$ führt (Verallgemeinerung eines Resultats von Rosén).

Offen blieb das folgende Problem: Man gebe alle reellen charakteristischen Funktionen φ an, für die $\varphi''(0)$ existiert und für die gilt: Für jedes Paar $a, b \in R_+$ existiert ein Maß $\mu_{a,b}$ auf $\mathfrak{B}(R_+)$ derart, daß gilt:

$$\varphi(at)\cdot\varphi(bt) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(xt)\,d\mu_{a,b}(x).$$

Eine Antwort auf diese Frage würde unter Umständen eine Charakterisierung der stabilen Verteilungen über R_1 zur Folge haben.

W. VOGEL: <u>Die kombinatorische Lösung einer Operator-Gleichung.</u>

$\mathcal{R}$ sei ein kommutativer Ring mit Einselement, P sei eine lineare und I die identische Abbildung von $\mathcal{R}$ in sich. Dann hat die Operatorgleichung

$$\Phi = \varphi_0 + afP(\Phi) + ag(I-P)(\Phi), \quad (f, g, \varphi_0 \in \mathcal{R})$$

wobei Φ eine Potenzreihe in a mit Koeffizienten aus $\mathcal{R}$ ist, genau eine Lösung Φ (welche explizit angegeben wurde), wenn P der Bedingung

$$2P(hP(h)) = P(h^2)+(P(h))^2 \quad (h \in \mathcal{R}) \text{ genügt.}$$

Man findet so einen Zugang zur Behandlung der Fourier-Transformierten der Chapman-Kolmogoroff-Gleichung eines speziellen Typs von Markoffschen Ketten, was an einigen Beispielen erläutert wurde.

J. G. WENDEL: <u>Zero-free intervalls of tied-down Brownian motion.</u>

Sei $1 < \alpha \le 2$ und es sei $X(t)$ ein symmetrischer stabiler tied-down-Prozeß vom Index α mit $X(o) = X(1) = 0$. $e_1, e_2, \dots$ seien die nullstellenfreien Intervalle von $X(t)$ mit den Längen $|e_1|, |e_2|, \dots$; die Summe der Längen sei 1. Für jedes $n=1,2,\dots$ sei m_n eines der e_i so, daß gilt: $|m_1| > |m_2| > \dots$ und es sei $F_n(\lambda) = P\{|m_n| \le \lambda\}$ und $\Phi_n(\lambda) = E\left(\binom{N(\lambda)}{n}\right)$, wobei für jedes $\lambda > 0$ $N(\lambda)$ die Anzahl aller e_i mit $|e_i| > \lambda$ sei.

Es wurde gezeigt: Für die $\Phi_n(\lambda)$ gilt eine einfache Rekursionsformel, was unter anderem zu einer expliziten Darstellung der Laplace-Transformierten von $x^{-1/\alpha}\cdot(1-F_1(x^{-1}))$ führt (Verallgemeinerung eines Resultats von Rosén).

2. Mathematische Statistik, Anwendungen.

U. DIETER: Dualität bei Programmierungsaufgaben.

In der Theorie des linearen Programmierens werden die folgenden dualen Aufgaben betrachtet: Man sucht entweder das Minimum von $p'x$ unter den Nebenbedingungen $ax \geq b$, $x \geq 0$ oder das Maximum von $b'n$ unter $a'u \leq p$, $u \geq 0$. Es wird dann gezeigt, daß aus der Lösbarkeit der einen die der zweiten Aufgabe folgt und umgekehrt. Die dualen quadratischen Optimierungsaufgaben $\mathrm{Min}(\frac{1}{2}x'Cx + p'x)$ unter $ax \geq b$, $x \geq 0$ und $\mathrm{Max}(-\frac{1}{2}u'Cu+b'v)$ unter $a'v-Cu \leq p$, $v \geq 0$ für positiv semidefinite Matrizen wurden von Dennis und Dorn angegeben. Beide duale Aufgaben sowie verwandte Probleme folgen, wie gezeigt wurde, aus einem Satz von Fenchel (Convex cones, sets, and functions; Princeton 1953).

B. de FINETTI: Entscheidungstheoretische Definition der subjektiven Wahrscheinlichkeiten und Erwartungen.

In der Theorie der Entscheidungsfunktionen sowie der kohärenten Verhaltensprozesse (comportement cohérent) definiert eine kohärente Bevorzugungsvorschrift eine Wahrscheinlichkeitsverteilung und eine Nutzfunktion (utility function) /F.P.Ramsey, L.J. Savage/. Auf dieser Theorie aufbauend wurde eine einfache Methode zur Definition der Bevorzugungswahrscheinlichkeiten entwickelt. Mit Hilfe einer speziellen Verlustfunktion gewann man schließlich Kohärenzregeln für gewisse in der Praxis auftretende Problemstellungen.

H. KLINGER: Simultane Konfidenzbereiche für eine Klasse abgeleiteter Parameter.

Zur Konstruktion von Tests bzw. Konfidenzbereichen, die unabhängig sind davon, ob gewisse statistische Fragestellungen vor oder nach Beendigung des Meßvorganges formuliert wurden, geht man aus von einer Menge $\mathcal{P}$ von Wahrscheinlichkeitsmaßen P auf einem Stichprobenraum X, Es sei ein Parameter $f(P) = \theta \in \Theta$ für $P \in \mathcal{P}$ auf $X \times \Theta$ definiert, ferner sei eine nichtrandomisierte . Testfunktion $\varphi(x, \theta)$ mit der Eigenschaft $P(x: \varphi(x,f(P))=1) \leq \alpha$ gegeben. Es werden Konfidenzbereiche $C(x) \subset \Theta$, $C_i(x) \subset \Theta_i$ für die Klasse $\{\theta_i: \theta_i \in \Theta_i, i \in I\}$ von abgeleiteten Parametern $\theta_i = g_i(\theta)$ so konstruiert, daß $P(C_i(x) \ni g_i = g_i(f(P)), i \in I, C(x) \ni f(P)) \geq 1 - \alpha$ für $P \in \mathcal{P}$ erfüllt ist. Dies Verfahren enthält die sog. S-Methode (Scheffé) als Spezialfall. Als Beispiele wurden schließlich Konfidenzbereiche für Schnittpunkte von Regressionsgeraden angegeben.

2. Mathematische Statistik, Anwendungen.

U. DIETER: Dualität bei Programmierungsaufgaben.

In der Theorie des linearen Programmierens werden die folgenden dualen Aufgaben betrachtet: Man sucht entweder das Minimum von $p'x$ unter den Nebenbedingungen $ax \geq b$, $x \geq 0$ oder das Maximum von $b'n$ unter $a'u \leq p$, $u \geq 0$. Es wird dann gezeigt, daß aus der Lösbarkeit der einen die der zweiten Aufgabe folgt und umgekehrt. Die dualen quadratischen Optimierungsaufgaben $\mathrm{Min}(\frac{1}{2}x'Cx + p'x)$ unter $ax \geq b$, $x \geq 0$ und $\mathrm{Max}(-\frac{1}{2}u'Cu + b'v)$ unter $a'v - Cu \leq p$, $v \geq 0$ für positiv semidefinite Matrizen wurden von Dennis und Dorn angegeben. Beide duale Aufgaben sowie verwandte Probleme folgen, wie gezeigt wurde, aus einem Satz von Fenchel (Convex cones, sets, and functions; Princeton 1953).

B. de FINETTI: Entscheidungstheoretische Definition der subjektiven Wahrscheinlichkeiten und Erwartungen.

In der Theorie der Entscheidungsfunktionen sowie der kohärenten Verhaltensprozesse (comportement cohérent) definiert eine kohärente Bevorzugungsvorschrift eine Wahrscheinlichkeitsverteilung und eine Nutzfunktion (utility function) /F.P.Ramsey, L.J. Savage/. Auf dieser Theorie aufbauend wurde eine einfache Methode zur Definition der Bevorzugungswahrscheinlichkeiten entwickelt. Mit Hilfe einer speziellen Verlustfunktion gewann man schließlich Kohärenzregeln für gewisse in der Praxis auftretende Problemstellungen.

H. KLINGER: Simultane Konfidenzbereiche für eine Klasse abgeleiteter Parameter.

Zur Konstruktion von Tests bzw. Konfidenzbereichen, die unabhängig sind davon, ob gewisse statistische Fragestellungen vor oder nach Beendigung des Meßvorganges formuliert wurden, geht man aus von einer Menge $\mathcal{P}$ von Wahrscheinlichkeitsmaßen P auf einem Stichprobenraum X. Es sei ein Parameter $f(P) = \Theta \in \mathbb{H}$ für $P \in \mathcal{P}$ auf $X \times \mathbb{H}$ definiert, ferner sei eine nichtrandomisierte Testfunktion $\varphi(x,\Theta)$ mit der Eigenschaft $P(x: \varphi(x, f(P))=1) \leq \alpha$ gegeben. Es werden Konfidenzbereiche $C(x) \subset \mathbb{H}$, $C_i(x) \subset \mathbb{H}_i$ für die Klasse $\{\Theta_i : \Theta_i \in \mathbb{H}_i, i \in I\}$ von abgeleiteten Parametern $\Theta_i = g_i(\Theta)$ so konstruiert, daß $P(C_i(x) \ni g_i = g_i(f(P)), i \in I, C(x) \ni f(P)) \geq 1 - \alpha$ für $P \in \mathcal{P}$ erfüllt ist. Dies Verfahren enthält die sog. S-Methode (Scheffé) als Spezialfall. Als Beispiele wurden schließlich Konfidenzbereich für Schnittpunkte von Regressionsgeraden angege-

W. UHLMANN: Ranggrößen als Schätzfunktionen.

Vorgelegt sei eine Verteilungsfunktion vom stetigen Typ F sowie eine reelle Zahl a mit $0 < a < 1$, so daß $F(z(a)) = a$ gilt für gewisse $z(a)$. Die gezogene Stichprobe wird nach der Größe geordnet, so daß $\xi_1, \ldots, \xi_n$ in $\xi^{(1)} < \xi^{(2)} < \ldots < \xi^{(n)}$ übergeht. Gesucht wurden Schätzfunktionen $\zeta(\xi_1, \ldots, \xi_n)$ für $z(a)$. Dies Problem ergab sich aus Fragestellungen, die mit Problemen der Lagerhallentheorie sowie der Begabtenauswahl im Zusammenhang stehen. Unter gewissen Invarianzforderungen reduzierte sich das Problem auf die Betrachtung der Schätzfunktionen $\zeta = \xi^{(k)}$ für beliebiges $k (1 \leq k \leq n)$. Die Eigenschaften der Ranggrößen wurden nun vom Standpunkt zweier Verlustfunktionen aus untersucht, besonders im Hinblick auf Unverfälschtheit. Mit Hilfe einer Fallunterscheidung gewann man die Aussage, daß $\xi^{(k)}$ für $z(a)$ medianunverfälscht ist für schließlich alle k. Das Risiko wurde in allen Fällen explizit ausgerechnet. Bei der Behandlung des Problems mit Hilfe einer zweiten Verlustfunktion wurde die Schätzfunktion in gewisser Weise randomisiert und das minimale Risiko berechnet.

E. WALTER: Schätzverfahren, die auf Rangprüfmaßen beruhen.

Betrachtet wurde eine Menge $\{P_\Theta, \Theta \in \Omega\}$ von Wahrscheinlichkeitsmaßen über einem Grundraum X. Jedem $\Theta \in \Omega$ werde ein reeller Parameter $\eta'(\Theta)$ zugeordnet. Außerdem sei eine Abbildung $D'(x, \eta)$ von X auf eine endliche Menge ϑ gegeben, die als Menge der Anordnungen interpretiert wird, so daß die durch P_Θ auf ϑ induzierten Wahrscheinlichkeitsverteilungen identisch sind, falls $\eta'(\Theta) = \eta$ ist. Rangprüfmaße sind nun auf $S(D, \eta) = \{x : D'(x, \eta) = D\}$ konstante Funktionen $t(x, \eta)$. Für monotone Rangprüfmaße lassen sich Konfidenzintervalle und gewisse Punktschätzungen für η finden auf der Basis der sog. Anordnungsbereiche $A(D,x) = \{\eta \mid D'(x, \eta) = D\}$, auf denen $t(x, \eta)$ bei festem x konstant ist. Für den Fall, daß η der Median einer symmetrischen Verteilung ist, wird speziell $D'(x,\eta)$ die Abbildung des R^n auf die 2^n Vorzeichenfolgen $D = (\delta_1, \ldots, \delta_n)$, wobei δ_i das Vorzeichen der dem Betrage nach i-t-größten Differenz $x_k - \eta$ $(k=1, \ldots, n)$ bedeutet. ($(X_k)_{k=1,\ldots,n}$ sind die vorgelegten unabhängigen Beobachtungen).
Im folgenden wurden Prüfmaße der Form $\sum \delta_i a_i$ $(a_i \in R^1)$ betrachtet, aus denen die Tests von Wilcoxon, van der Waerden sowie der lokalbeste Rangtest folgten. Des weiteren lieferte die Theorie Schätzverfahren für Regressionskoeffizienten.

W. UHLMANN: Ranggrößen als Schätzfunktionen.

Vorgelegt sei eine Verteilungsfunktion vom stetigen Typ F sowie eine reelle Zahl a mit $0 < a < 1$, so daß $F(z(a)) = a$ gilt für gewisse $z(a)$. Die gezogene Stichprobe wird nach der Größe geordnet, so daß $\xi_1, \dots, \xi_n$ in $\xi^{(1)} \le \xi^{(2)} \le \dots \le \xi^{(n)}$ übergeht. Gesucht wurden Schätzfunktionen $\zeta(\xi_1, \dots, \xi_n)$ für $z(a)$. Dies Problem ergab sich aus Fragestellungen, die mit Problemen der Lagerhaltentheorie sowie der Begabtenauswahl im Zusammenhang stehen. Unter gewissen Invarianzforderungen reduzierte sich das Problem auf die Betrachtung der Schätzfunktionen $\zeta = \xi^{(k)}$ für beliebiges $k (1 \le k \le n)$. Die Eigenschaften der Ranggrößen wurden nun vom Standpunkt zweier Verlustfunktionen aus untersucht, besonders im Hinblick auf Unverfälschtheit. Mit Hilfe einer Fallunterscheidung gewann man die Aussage, daß $\xi^{(k)}$ für $z(a)$ medianunverfälscht ist für schließlich alle k. Das Risiko wurde in allen Fällen explizit ausgerechnet. Bei der Behandlung des Problems mit Hilfe einer zweiten Verlustfunktion wurde die Schätzfunktion in gewisser Weise randomisiert und das minimale Risiko berechnet.

E. WALTER: Schätzverfahren, die auf Rangprüfmaßen beruhen.

Betrachtet wurde eine Menge $\{P_\Theta, \Theta \in \Omega\}$ von Wahrscheinlichkeitsmaßen über einem Grundraum X. Jedem $\Theta \in \Omega$ werde ein reeller Parameter $\eta(\Theta)$ zugeordnet. Außerdem sei eine Abbildung $D'(x, \eta)$ von X auf eine endliche Menge $\mathcal{D}$ gegeben, die als Menge der Anordnungen interpretiert wird, so daß die durch P_Θ auf $\mathcal{D}$ induzierten Wahrscheinlichkeitsverteilungen identisch sind, falls $\eta(\Theta) = \eta$ ist. Rangprüfmaße sind nun auf $S(D; \eta) = \{x : D'(x, \eta) = D\}$ konstante Funktionen $t(x, \eta)$. Für monotone Rangprüfmaße lassen sich Konfidenzintervalle und gewisse Punktschätzungen für η finden auf der Basis der sog. Anordnungsbereiche $A(D; x) = \{\eta \mid D'(x, \eta) = D\}$, auf denen $t(x, \eta)$ bei festem x konstant ist. Für den Fall, daß η der Median einer symmetrischen Verteilung ist, wird speziell $D'(x, \eta)$ die Abbildung des R^n auf die 2^n Vorzeichenfolgen $D = (\delta_1, \dots, \delta_n)$, wobei δ_i das Vorzeichen der dem Betrage nach i-t-größten Differenz $x_k - \eta$ $(k=1, \dots, n)$ bedeutet. ($(X_k)_{k=1, \dots, n}$ sind die vorgelegten unabhängigen Beobachtungen).
Im folgenden wurden Prüfmaße der Form $\sum \delta_i a_i$ $(a_i \in R^1)$ betrachtet, aus denen die Tests von Wilcoxon, van der Waerden sowie der lokalbeste Rangtest folgten. Des weiteren lieferte die Theorie Schätzverfahren für Regressionskoeffizienten.

3. Informationstheorie

K. JACOBS: Neuere Ergebnisse der Informationstheorie.

Das Referat trug den Charakter eines Überblicks gemäß folgender Skizze: Für stationäre Quellen mit unabhängigem Zeichen wurde ein asymptotischer Ausdruck für die Minimalanzahl hochwahrscheinlicher Wörter angegeben (Straßen). Eine ähnliche asymptotische Aussage gewinnt man für die maximale Codelänge bei stationären Kanälen mit unabhängigen Zeichen (Straßen). Ausdehnungen der Theorie auf den Fall fastperiodischer Kanäle wurden anschließend skizziert (Ahlswede, Jacobs). Nach der Formulierung des Coding Theorems und seiner Umkehrungen für beliebige Kanäle wurde als Spezialfall der Fall unabhängiger Zeichen und beliebiger Alphabete behandelt. Der Satz von Augustin über die Charakterisierung unendlicher Codes sowie Coding Theorem und starke Umkehrung bei endlichem Eingangsalphabet bildeten den Übergang zur Theorie der Unsicherheiten beim Übertragungsvorgang. Hierbei hat man es mit drei verschiedenen Arten von Unsicherheiten zu tun. Unsicherheiten am Eingang wurden mit Hilfe verallgemeinerter Kanäle beschrieben. Es gelten das Coding Theorem und eine schwache Umkehrung. Der Fall der Unsicherheiten im Kanal wurde kombinatorisch über die Theorie der simultanen Kanäle erläutert (Wolfowitz), statistisch über die der randomisierten Kanäle. Es gelten Coding Theorem und schwache Umkehrung, die nicht zur starken Umkehrung verschärft werden kann. Schließlich wurde nur kurz der Fall der Unsicherheiten beim Ablesevorgang behandelt. Das Problem gibt Anlaß zur Definition von Untermaßen, die im Zusammenhang mit Choquetschen Arbeiten über Kapazitäten auftreten (Straßen).

J. NEDOMA: Zum Begriff der Wahrscheinlichkeit der Fehler in der Informationstheorie.

Bei Nachrichtenübertragungen wird eine möglichst geringe Zahl von Fehlern angestrebt. Dies Problem formuliert man mit Hilfe der Hammingschen Metrik, die so definiert ist: $\rho((z_1,\ldots,z_n),(z'_1,\ldots,z'_n)) = \rho_n(z,z')$ ist die Anzahl der $i \in \{1,2,\ldots,n\}$, für die $z_i \neq z'_i$ gilt. Was man erreichen möchte, ist ein möglichst kleiner Wert von $\lim_n \sup \frac{1}{n} \rho_n(z,z')$. Es wurde im folgenden ein regulärer Kanal betrachtet und eine Formel für die Wahrscheinlichkeit, daß mindestens ein Fehler auftritt, angegeben. Eine befriedigende Antwort auf die Frage nach dieser Wahrscheinlichkeit ergab

sich im Falle der r-Ergodizität des Kanals.

K. WINKELBAUER: On discrete information sources.

Das Alphabet A sei die Menge der natürlichen Zahlen. Z sei die Menge aller Folgen natürlicher Zahlen (Nachrichten) und $\mathfrak{z}$ sei die von den Zylindern mit endlichdimensionaler Basis erzeugte σ-Algebra. μ sei ein Wahrscheinlichkeitsmaß auf $(Z, \mathfrak{z})$, also eine Informationsquelle. $L_n(\varepsilon, \mu)$ bezeichnet die n-dimensionale ε-Länge der Quelle μ $(n \in A,\ 0 < \varepsilon < 1)$. Weiter seien

$$H_1(\mu) = \lim_{\varepsilon \to 0} (\liminf_n \frac{1}{n} \log L_n(\varepsilon, \mu)),$$

$$H_2(\mu) = \lim_{\varepsilon \to 0} (\limsup_n \frac{1}{n} \log L_n(\varepsilon, \mu))$$

die "untere" bzw. "obere asymptotische Rate der Quelle". Dann gelten folgende Aussagen:

Für jede stationäre bzw. periodische Quelle ist $H_1(\mu) = H_2(\mu)$ und $\lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} \log L_n(\varepsilon, \mu)$ ist abhängig von ε und existiert höchstens für abzählbar viele $\varepsilon \in (0,1)$ nicht. Damit dieser Limes aber unabhängig ist von ε, ist notwendig und hinreichend, daß die asymptotische Rate $H(\mu)$ $(=H_1(\mu) = H_2(\mu))$ der gewöhnlichen Entropie $H^*(\mu)$ gleich ist.

Ferner wurde ein Ausdruck für die asymptotische Rate einer stationären bzw. periodischen Quelle angegeben.

S. Guber (Hamburg)