

Tagungsbericht

(3)

Partielle Differentialgleichungen

18.-22. März 1963

Unter der Leitung von W. HAACK und G. HELLWIG (Berlin) fand in der Woche vom 18. bis 22. März 1963 eine Tagung über Partielle Differentialgleichungen im Oberwolfacher Institut statt. Das wissenschaftliche Programm bestand aus 21 Vorträgen, denen stets eine lebhaft diskutierte Diskussion folgte. In kleineren Gruppen wurden die Probleme oft bis in die späten Abendstunden diskutiert.

Vom Institut in vorbildlicher Weise betreut, fühlten sich alle Teilnehmer sehr wohl, was der Tagung durch die herzliche Atmosphäre sehr zugute kam.

Teilnehmer:

Dänemark: E.Th. POULSEN - Aarhus

Frankreich: M. BRELOT - Paris
K.N. GOWRISANKARAN - Paris

Italien: G. FICHERA - Rom

Österreich: H. HORNICH - Wien

Polen: T. LEZANSKI - Warschau, z.Zt. Heidelberg

USA: R. COURANT - New York
Ch.R. de PRIMA - New York

Deutschland: J. BATT - Aachen
H. BRAKHAGE - Karlsruhe
G. BRUHN - Berlin
K. HABETHA - Berlin
W. HAACK - Berlin
G. HELLWIG - Berlin
St. HILDEBRANDT - Mainz
E. HÖLDER - Mainz
J. JAENICKE - Berlin
K. JÖRGENS - z.Zt. Aarhus
R. LEIS - Aachen
E. MEISTER - Saarbrücken
K. NICKEL - Karlsruhe
J. NITSCHKE - Freiburg
G. PREIB - Karlsruhe
E. ROETMAN - Aachen
F. STUMMEL - Berlin
G. TAUTZ - Freiburg
H.-J. TÖPFER - Berlin
W. VELTE - Freiburg
W. WALTER - Karlsruhe
J. WEIDMANN - Heidelberg

E 20 10-017
Mathematisches Forschungsinstitut
Oberwolfach

Mathematisches Forschungsinstitut
Oberwolfach

Teilnehmer

Partielle Differentialgleichungen
18.-22. März 1963

Unter der Leitung von W. HAACK und G. KELLER (beide in der Woche vom 18. bis 22. März 1963 eine Tagung über Partielle Differentialgleichungen im Oberwolfacher Institut statt) fanden am 18. März 1963 in der Oberwolfacher Tagung über Partielle Differentialgleichungen im Oberwolfacher Institut statt. In kleineren Gruppen wurde die Problematik diskutiert. In die letzten Abendstunden diskutierten wir über die in der Tagung behandelten Probleme. Die Teilnehmer waren sehr wohl, was die Tagung durch die herrliche Atmosphäre sehr angenehme kam.

Teilnehmer:

- Dänemark: E. Th. POULSEN - Aarhus
- Frankreich: M. BERTOT - Paris
K. N. GOWRISANKARAN - Paris
- Italien: G. PIGNERA - Rom
- Österreich: H. HORNICH - Wien
- Polen: T. LEZANSKI - Warschau, z. Zt. Heidelberg
- USA: R. COURANT - New York
Ch. R. de PRIMA - New York
- Deutschland: J. BATT - Aachen
H. BRUNNEN - Karlsruhe
G. BRUNNEN - Berlin
K. HAACK - Berlin
W. HAACK - Berlin
G. KELLER - Berlin
G. HILF - Mainz
E. HILF - Mainz
J. JANNON - Berlin
E. JOHANNES - z. Zt. Aarhus
E. JOHANNES - Aarhus
E. MEISTER - Saarbrücken
K. MEYER - Karlsruhe
J. NEUBAUER - Karlsruhe
G. REINHOLD - Karlsruhe
E. ROHMANN - Aachen
F. STUMMEL - Karlsruhe
G. TAUBS - Freiburg
H.-J. TÖPFER - Berlin
W. VILDE - Berlin
W. WALTER - Berlin
J. WEIDMANN - Heidelberg



H. WERNER - Hamburg
P. WERNER - Karlsruhe
E. WIENHOLTZ - Berlin
J. WLOKA - Heidelberg

Vortragsauszüge:

J. BATT: Ein Existenzbeweis für die BOLTZMANN-VLASOV-Gleichung bei gemittelter Dichte.

Ausgangspunkt ist das klassische Anfangswertproblem der Stelldynamik: Gegeben sei zur Zeit $t = 0$ die Anfangsverteilung $\phi_0 = \phi_0(x, v)$.

Gesucht ist die das betrachtete Sternsystem für alle $t \geq 0$ charakterisierende Verteilungsfunktion $\phi(t, x, v)$ als Lösung der BOLTZMANN-VLASOV-Gleichung:

$$\phi_t + v \nabla_x \phi - \nabla_x U(x, t) \nabla_v \phi = 0, \quad \phi(0, x, v) = \phi_0(x, v),$$

mit

$$U(x, t) = \int_{\mathcal{H}} \rho(y, t) \frac{dy}{|x-y|}, \quad \rho(x, t) = \int_V \phi(t, x, v) dv.$$

Eine angemessene Verallgemeinerung führt auf die Gleichung

$$(*) \quad \phi_t + v \nabla_x \phi + \mathcal{L}[\phi(t)](x) \nabla_v \phi = 0$$

mit $\phi(0, x, v) = \phi_0(x, v)$. Hier bedeutet \mathcal{L} eine auf dem Raum $L^1(\mathcal{H} \times V)$ definierte lineare Transformation. Es wird gezeigt, daß unter entsprechenden Voraussetzungen an \mathcal{L} und ϕ_0 die quadratische Gleichung (*) für alle $t \geq 0$ eine verallgemeinerte Lösung besitzt, unter weiteren Bedingungen sogar eine stetig differenzierbare; beide sind im wesentlichen eindeutig. Diese Eigenschaften sind für die Transformation

$$\mathcal{L}[\psi](x) = \int_{\mathcal{H}} \rho_\delta(y) \frac{x-y}{|x-y|^3} dy, \quad \psi \in L^1,$$

mit

$$\rho_\delta(x) = \frac{3}{4\pi \delta^3} \int_{|u| \leq \delta} \rho(x+u) du, \quad \rho(x) = \int_V \psi(x, v) dv, \quad \delta > 0,$$

erfüllt. Also besitzt das Anfangswertproblem der Stelldynamik im wesentlichen genau eine Lösung für alle $t \geq 0$, wenn das Potential über eine mittlere Dichte berechnet wird.

M. BRELOT: Feine Grenzwerte und Winkelgrenzwerte.

Das bekannte Resultat von FATOU über die Randwerte einer harmonischen Funktion im Kreis ist von DOBB wesentlich verallgemeinert worden. In einem Greenschen Raum besitzt der Quotient v/u zweier positiver harmonischer Funktionen fast überall auf dem Martinschen Rand einen feinen Limes (fast überall im Sinne des Maßes der Mar-

H. WERNER - Hamburg
F. WERNER - Karlsruhe
E. WERNHOLT - Berlin
J. WIERA - Heidelberg

Vortragsreihe:

1. PAAT: Ein Existenzbeweis für die BOLTZMANN-VLASOV-Gleichung bei

kleinen Anfangswerten.

Angenommen ist das klassische Anfangswertproblem der Steifard-
namik gegeben sei zur Zeit $t = 0$ die Anfangsverteilung $\phi_0(x, v)$.
Gesucht ist die das betrachtete Sternsystem für alle $t \geq 0$
charakterisierende Verteilungsfunktion $\phi(t, x, v)$ als Lösung der

BOLTZMANN-VLASOV-Gleichung:

$$\phi_t + v \cdot \nabla_x \phi - \nabla_x U(x, t) \cdot \nabla_v \phi = 0, \quad \phi(0, x, v) = \phi_0(x, v),$$

mit

$$U(x, t) = \int \frac{d^3v'}{4\pi} \rho(x, t) \phi(t, x, v') dv'$$

Eine angemessene Verallgemeinerung führt auf die Gleichung

$$(\ast) \quad \phi_t + v \cdot \nabla_x \phi + \chi[\phi(t)](x) \nabla_v \phi = 0$$

mit $\phi(0, x, v) = \phi_0(x, v)$. Hier bedeutet χ eine auf dem Raum
L(x, v) definierte lineare Transformation. Es wird gezeigt, dass un-
ter entsprechenden Voraussetzungen an χ und ϕ_0 die partiellen-
Gleichung (\ast) für alle $t \geq 0$ eine verallgemeinerte Lösung besitzt,
unter weiteren Bedingungen sogar eine stetig differenzierbare, bei-
de nach im wesentlichen eindeutige. Diese Eigenschaften sind für die
Transformation

$$W[\phi](t) = \int \frac{d^3v'}{4\pi} \rho(x, t) \phi(t, x, v') dv'$$

mit

$$\rho(x, t) = \int \frac{d^3v'}{4\pi} \rho(x, t) \phi(t, x, v') dv'$$

erhält. Also besitzen Anfangswertprobleme der Steifardnamik im
wesentlichen genau eine Lösung für alle $t \geq 0$, wenn das Potential
über eine mittlere Dichte berechnet wird.

M. HERLOT: Eine Grenzwerte und Winkelverteilung.

Das bekannte Resultat von FANO über die Randwerte einer harmoni-
schen Funktion in Kreise ist von DOBB wesentlich verallgemeinert
worden. In einem Grenzwert Raum besitzt der Quotient v/v' zweier
Randwerte gegenüber Funktionen fast überall im Sinne des Martingalen
Handelstheoreme einen Grenzwert (fast überall im Sinne des Martingalen



tinschen Darstellung von u , feiner Limes ist der Grenzwert in der Martinschen Topologie mit Ausnahme einer Menge, die im Sinne von NAIM dünn ist). Dies gilt auch für superharmonische Funktionen. Jetzt gelang es, zusammen mit DOOB, die klassischen Resultate als Spezialfall wiederzugewinnen, obwohl ein Beispiel von CHOQUET zeigt, daß eine positive harmonische Funktion zwar einen Winkelgrenzwert im Sinne von FATOU, aber keinen feinen Limes besitzen kann. Dazu wird der Begriff der halbdünnen Mengen und entsprechend ein halbfiner Grenzwert eingeführt. Jeder Winkelgrenzwert ist auch dann halbfiner Grenzwert. Dies läßt sich auf breite Klassen elliptischer Differentialgleichungen verallgemeinern (vgl. Vortrag von GOWRISANKARAN).

G. BRUHN: Ein elliptisches System bei der Überschallströmung um Kegel.

Betrachtet wird die stationäre Strömung eines idealen Gases um einen Kegel, die bei konstanter Überschallanströmung eintritt. Fordert man konstanten Zustand längs jedes Strahles durch die Kegelspitze, so ergibt sich für die Strömung ein System von 5 quasilinearen Differentialgleichungen in zwei unabhängigen Variablen, zu erfüllen in einem zweifach zusammenhängenden Gebiet um den Kegel. Der äußere Rand dieses Gebietes wird erst durch die Lösung selbst festgelegt. Das System läßt sich auf drei hyperbolische und zwei normalerweise elliptische Differentialgleichungen reduzieren. Demnach sind simultan drei Teilaufgaben zu lösen:

1. Bestimmung des Stoßrandes,
2. Anfangswertproblem für den hyperbolischen Teil,
3. Randwertproblem für den elliptischen Teil.

Unter Annahme der Kenntnis der Lösung von 1 und 2 wird 3 auf ein lineares System mit Cauchy-Riemannschem Hauptteil geschrieben. Mit Hilfe der Theorie von I.N. VEKUA wird die Lösbarkeit für zwei mögliche Randvorgaben diskutiert.

R. COURANT: Randwertprobleme für Minimalflächen.

Es wurden Fragen der Mehrdeutigkeit beim Problem von PLATEAU diskutiert und Beispiele von rektifizierbaren Jordankonturen gegeben, für welche mehr als abzählbar viele diskrete stabile Lösungen existieren. Dann wurden Typen von physikalisch motivierten Problemen beschrieben, in welchen ein System von Flächen kleinsten Gesamtinhalts gesucht wird, deren Ränder teils auf einem gegebenen

Einsetzen der Teilung von μ in μ_1 und μ_2 ist der Grenzwert in der
 Mannscheitungslogie mit Aussage einer Menge, die im Sinne von
 Mannscheitungslogie (Dies gilt auch für superharmonische Funktionen).
 Setzt man $\mu_1 = \mu_2 = \mu$, die klassische Beschränkung als
 Beschränkung der Grenzwerte, so ist ein Beispiel von Grenzwert
 zeigt, daß eine positive harmonische Funktion zwar einen Grenzwert
 Grenzwert im Sinne von FATOU, aber keinen Grenzwert im Sinne von
 kann. Man wird der Begriff der Grenzwerte Mannscheitungslogie
 sein. Jeder Grenzwert Mannscheitungslogie ist ein Grenzwert
 Mannscheitungslogie. Dies ist schon auf breite Klassen Mannscheitungslogie
 Mannscheitungslogie (vgl. Vorlesung von ...)

Ein elliptisches System bei der Überaschallströmung um
 einen Kegel.

Betrachtet man die stationäre Strömung eines idealen Gases um ei-
 nen Kegel, die bei konstanter Überaschallströmung eintritt. Vor-
 der Machkonstante M_0 ist jedes Strömungselement durch die Kegel-
 strömungselemente M_0 für die Strömung ein System von 2. Ordnung
 in zwei unabhängigen Variablen, zu er-
 zeugen. In einem zweifach zusammenhängenden Gebiet um den Kegel. Der
 Rand dieses Gebietes wird erst durch die Lösung selbst fest-
 gelegt. Das System läßt sich auf drei hyperbolische und zwei norma-
 le Differentialgleichungen reduzieren. Demnach
 sind ein System drei Teilprobleme zu lösen:

1. Bestimmung des Strömungsfeldes
 2. Bestimmung der hyperbolischen Teilprobleme
 3. Bestimmung der elliptischen Teilprobleme
- Unter Annahme der Kenntnis der Lösung von 1 und 2 wird 3 auf ein
 ein System mit Lagrange-Bispannen Hauptteil beschreiben. Mit
 Hilfe der Methode von I. N. VEKUA wird die Lösbarkeit für zwei mög-
 liche Randwertprobleme diskutiert.

Ein Randwertproblem für Minimalflächen.

Es wurden Fragen der Existenz der Minimalflächen von E. LITVINOV disku-
 tiert und Beispiele von existenzstärkeren Jordankonturen gegeben.
 für welche man als stabilste stabile Lösungen
 existieren. Dann wurden Typen von physikalisch motivierten Proble-
 men beschrieben, in denen ein System von Flächen kleineren Ge-
 bietes gesucht wird, deren Randteil auf einem gegebenen



Komplex von Kurven liegen, teils innere Verzweigungslinien bilden, in welchen sich drei Minimalflächen des Systems unter dem Winkel $2\pi/3$ treffen. Insbesondere wurde die bekannte Konfiguration, die zum Würfel gehört, beschrieben und vereinfachte Modelle diskutiert, die zu den elementargeometrischen Steinerschen Minimumproblemen analog sind. Auch wurde die Beziehung zu isoperimetrischen Problemen erörtert.

Ch.R. de PRIMA: Differentiability and Regularity Properties of Solutions of Elliptic Equations.

Let $\mathcal{L} = (-1)^m \sum_{|\alpha|, |\beta| \leq m} D^\alpha a_{\alpha\beta} (x) D^\beta$ be an elliptic operator of order $2m$ on $G \subset \mathbb{R}^n$, with $a_{\alpha\beta} \in C^\infty(\bar{G})$. The hypoellipticity of \mathcal{L} is proved with the aid of the following lemma:

Let $L_\lambda = \sum_{|\alpha| \leq p} C_\alpha D^\alpha + \lambda$, $\lambda > 0$, be a constant coefficient elliptic operator of order p on \mathbb{R}^n , with $\operatorname{Re} \{L_0(\zeta)\} \geq |\zeta|^p$; let M be a differential operator of order $\leq p$ with C^∞ coefficients in \mathbb{R}^n . If $\sup \{\|M\phi\|_0 / \|\phi\|_p\} < \mu^{-1}$, where μ is a positive integer depending only on n and p and if S is any positive integer, then there exists $\lambda > 0$ so that $L_\lambda + M$ maps $(1 - \epsilon) H_{p+S}$ onto H_p for $|\epsilon| \leq S$. The H_k are the usual spaces of tempered distributions on \mathbb{R}^n with

$$\|u\|_k^2 = \int (1 + |\zeta|^2)^k |\hat{u}(\zeta)|^2 d\zeta.$$

G. FICHERA: Elastostatics Problems with Ambiguous Boundary Conditions.

For an elastic body A the elastostatics problem is considered in the case that A is supported by a rigid frictionless surface S . If the possibility of the existence on a priori unknown subarea of S , where A is detached from S , is not excluded, then the corresponding boundary value problem presents "ambiguous boundary conditions" on the supporting surface S . In a point P of S two alternative boundary conditions expressed by inequalities must be satisfied, according that, in the point P , A leans on S , or A is detached from S . This boundary value problem of a new kind is investigated with the direct methods of the calculus of variations.

K.N. GOWRISANKARAN: Behaviour at the Fine Boundary of Generalized Superharmonic Functions.

Let H be a locally compact (non-compact), connected HAUSDORFF space having a countable base for open sets. On every open set is given a vector space of finite valued continuous functions (called harmonic)

Komplex von Kurven liegen, teils innere Verzweigungslinien bilden
 in welchen sich drei Minimalflächen des Systems unter dem Winkel
 2π/3 treffen. Insbesondere wurde die bekannte Konfiguration, die
 zum Würfel gehört, beschrieben und vereinfachte Modelle diskutiert,
 die zu den elementargeometrischen Steinerischen Minimumproblemen
 analog sind. Auch wurde die Beziehung zu isoperimetrischen Proble-
 men erörtert.

Ch. R. de PRIMA: Differentiability and Regularity Properties of
 Solutions of Elliptic Equations.

Let $\mathcal{L} = (-1)^m \sum_{|\alpha| \leq m} a_{\alpha} D^{\alpha} + \lambda$ be an elliptic operator of order
 $2m$ on $G \subset \mathbb{R}^n$, with $a_{\alpha} \in C^{\infty}(\bar{G})$. The hypoellipticity of \mathcal{L} is
 proved with the aid of the following lemma:
 Let $L = \sum_{|\alpha| \leq p} a_{\alpha} D^{\alpha} + \lambda$, $\lambda > 0$, be a constant coefficient elliptic
 operator of order p on \mathbb{R}^n , with $\text{Re} \{L_0(\xi)\} \geq \epsilon |\xi|^2$; let M be a
 differential operator of order q with C^{∞} coefficients in \mathbb{R}^n . If
 $\sup \{ \|M\phi\|_0 \mid \phi \in \mathcal{H}_p, \|L\phi\|_0 \leq \lambda^{-1} \}$, where λ is a positive integer, then there
 exists $\lambda > 0$ so that $L + M$ maps $(1 - \epsilon)\mathcal{H}_{p+q}$ onto \mathcal{H}_p for $\lambda \geq \lambda_0$.
 The \mathcal{H}_k are the usual spaces of tempered distributions on \mathbb{R}^n with

$$\|u\|_k = \left\{ \int_{\mathbb{R}^n} (1 + |\xi|^2)^k | \hat{u}(\xi) |^2 d\xi \right\}^{1/2}$$

G. TICHNER: Elastostatic Problems with Ambiguous Boundary Condi-
 tions.

For an elastic body A the elastostatic problem is considered in
 the case that A is supported by a rigid frictionless surface S . If
 the possibility of the existence on a priori unknown surface of S ,
 where A is detached from S , is not excluded, then the corresponding
 boundary value problem presents "ambiguous boundary conditions" on
 the supporting surface S . In a point P of S two alternative bound-
 ary conditions expressed by inequalities must be satisfied, accord-
 ing that, in the point P , A leans on S , or A is detached from S .
 This boundary value problem of a new kind is investigated with the
 direct methods of the calculus of variations.

K.N. GOWRISANKARAN: Behavior at the Free Boundary of Generalized
 Superharmonic Functions.

Let K be a locally compact (non-compact), connected HAUSDORFF space
 having a countable base for open sets. On every open set is given a
 vector space of finite valued continuous functions (called harmonics)



satisfying the axioms 1,2,3; and D of M. BRELOT. An important particular case is given by the solutions of a partial differential equation of elliptic type. One considers the construction and study of a boundary of H, analogous to the minimal part of the classical MARTIN boundary. A DIRICHLET problem is posed for this new boundary. Under the assumption (A) that the class of resolutive functions includes a certain subset of continuous functions (for the above problem) one extends the classical results of DOOB (regarding the behaviour of the quotient of two positive superharmonic functions at the MARTIN boundary) to the axiomatic case. In particular the assumption (A) is proved to hold good when there is a "Green function" that is to say, every time the extremal potentials on H having the same support are proportional.

G. HELLWIG: Über die Einstein-Kolmogoroffsche Differentialgleichung.

Betrachtet wird die Gleichung: $-(a(x)u)_{xx} + (b(x)u)_x + u_t = 0$ in $0 < x < \infty$, $0 < t < \infty$ mit den Anfangsbedingungen $u(x,0) = u_0(x)$. Über die Koeffizienten werden die Voraussetzungen gemacht:

1. $a(x)$, $b(x)$ reellwertig, $a(x) \in C^2$, $b(x) \in C^1$ in $0 < x < \infty$,
 $a(x) > 0$,
2. Für kleine x , $0 \leq x \leq r$ sei
 $a(x) = a_1 x + a_2 x^2 + \dots$, $a_1 > 0$,
 $b(x) = b_0 + b_1 x + \dots$,
3. Für große x , $x \geq R$ sei $a(x) = \alpha x$, $\alpha > 0$, $b(x) = \beta x + \gamma$. Ermittelt werden geeignete Randbedingungen bei $x = 0$ und $x = \infty$.

St. HILDEBRANDT: Alternierende Verfahren zur Lösung von Randwertaufgaben linearer partieller Differentialgleichungssysteme.

Seien A_i , $i = 1, \dots, N$ oder ad inf., Unterräume eines Hilbertraumes \mathcal{H} und P_i die Projektionen von \mathcal{H} auf A_i . Dann wird die schwache und starke Konvergenz von Folgen A_p von Operatoren der Form $A_p = P_i P_i \dots P_i$ untersucht (vgl. die Arbeiten von SOBOLEW, MICHLIN, PFLUGER, BROWDER u.a.). Unter gewissen Voraussetzungen, die in den Anwendungen oft erfüllt sind, wird in elementarer Weise sogar die gleichmäßige Konvergenz von Operatoren der Form $A_p = (P_1 P_2 \dots P_N)^p$ bewiesen. Anschließend werden mittels der Methode der orthogonalen Projektion diese Ergebnisse auf Randwertaufgaben für Systeme linearer partieller Differentialgleichungen und auf die Konstruktion harmonischer Differentialformen angewandt.

erfüllend die Axiome 1, 2, 3; und D of M. BRETOT. An important particular case is given by the solutions of a partial differential equation of elliptic type. One considers the construction and study of a boundary of H, analogous to the minimal part of the classical MARTIN boundary. A DIRICHLET problem is posed for this new boundary. Under the assumption (A) that the class of resolutive functions includes a certain subset of continuous functions (for the above problem) one extends the classical results of DOOB (regarding the behaviour of the quotient of two positive superharmonic functions at the MARTIN boundary) to the axiomatic case. In particular the assumption (A) is proved to hold good when there is a "Green function" that is to say, every time the extremal potentials on H having the same support are proportional.

6. HILBERT: Über die Bilinear-Kolmogoroff'sche Differentialgleichung.

Betrachtet wird die Gleichung: $-\Delta u + (a(x)u)_x + (b(x)u)_y = 0$ in $0 < x < \infty$, $0 < y < \infty$ mit den Anfangsbedingungen $u(x, 0) = u_0(x)$. Über die Koefizienten werden die Voraussetzungen gemacht: $a(x), b(x)$ reellwertig, $a(x) \in C^1, b(x) \in C$ in $0 < x < \infty$.

2. Funktion $x, 0 < x < \infty$ sei $a(x) = a_1 x^2 + a_2 x + a_3, a_1 > 0$.

3. Für große x $a(x) \sim \alpha x, b(x) \sim \beta x$, $\alpha > 0, \beta > 0$. Damit teilt werden geeignete Randbedingungen bei $x = 0$ und $x = \infty$.

St. HILBERT: Über die Bilinear-Kolmogoroff'sche Differentialgleichung.

Seien N_1, N_2, \dots, N_n oder ad inf., Unterräume eines Hilbertraumes \mathcal{H} und P_1 die Projektionen von \mathcal{H} auf N_1 . Dann wird die schwache und starke Konvergenz von Folgen A_n von Operatoren der Form $A_n = P_1 P_2 \dots P_n$ untersucht (vgl. die Arbeiten von SOBOLEW, MICHLIN, PRUDER, BROWDER u. a.). Unter gewissen Voraussetzungen die in den Anwendungen oft erfüllt sind, wird in elementarer Weise sogar die gleichmäßige Konvergenz von Operatoren der Form $A_n = (P_1 P_2 \dots P_n) B$ bewiesen. Anschließend werden als Beispiel Methoden der orthogonalen Projektion diese Ergebnisse auf Randwertprobleme für Systeme linearer partieller Differentialgleichungen und auf die Kolmogoroff'schen partiellen Differentialgleichungen



Damit ergeben sich konstruktive Verfahren, die u.a. das alternierende Verfahren von SCHWARZ und die Balayagemethode von POINCARÉ umfassen.

E. HÖLDER: Behandlung der partiellen Differentialgleichungen eines bewegungsinvarianten Variationsproblems.

Die Differentialgleichungen eines bewegungsinvarianten Variationsproblems im euklidischen R^n (speziell $n = 3$) sind mit denen eines harmonischen Feldes verwandt, nur handelt es sich um vektorwertige Differentialformen 1. bzw. $(n - 1)$ ten Grades für die relativen Komponenten der Schraubengeschwindigkeit der Trieder v_{hk} bzw. die Dyname der Schnittkräfte v^{hk} . Dementsprechend ist das absolute äußere Differential D und sein adjungiertes Differential D' zu verstehen. So ergeben sich im linearen Fall die Gleichungen $Dv_{hk} = 0$, $D'v^{hk} = 0$. Für diese Gleichungen sowie die vollständigen nichtlinearen Differentialgleichungen werden in mehrfach zusammenhängenden Bereichen Felder v_{hk} konstruiert, deren Integralvektoren, die Verschraubungen der Trieder, Perioden besitzen. Dies entspricht den Selbstspannungen im mehrfach zusammenhängenden Körper (den Volterra'schen Distorsionen).

H. HORNICH: Koordinatenlose Differentialgleichungen.

Der Begriff einer Differentialgleichung läßt sich auch in einem allgemeinen metrischen Raum definieren, indem man in den Punkten eines solchen Raumes eine Richtung und die Ableitung einer Funktion in dieser Richtung erklärt. Das Hauptproblem dieser Verallgemeinerung besteht darin, die Existenztheoreme der mit Koordinaten arbeitenden Theorie auf solche Räume zu übertragen. Die Räume werden hier als kompakt, zusammenhängend und im Kleinen zusammenhängend vorausgesetzt. Auf diese wird dann die Theorie der linearen partiellen Differentialgleichungen erster Ordnung übertragen.

K. JÖRGENS: Über das Huygenssche Prinzip.

Sei Δ der Beltrami-Operator einer Riemann-Metrik von normaler hyperbolischer Signatur in 4 Variablen. Die Differentialgleichung $\Delta u + b^i u_i + cu = 0$ heißt "diffusionsfrei von der Ordnung m " ($D m$), wenn der logarithmische Anteil $V(x, y)$ der Grundlösung im Punkte y von der Ordnung m klein ist. Die Bedingungen Dm wurden für $m \leq 4$ berechnet. Ist $R_{jk} \equiv 0$ und gilt $D \geq 3$, so können b^i und c durch Transformation der Differentialgleichung zu Null gemacht werden

...geben sich konstruktive Verfahren, die u. a. das alternative
Verfahren von SCHWAB und die Balysgemethode von POINCARÉ
enthalten.

2. ERNÜHRER: Behandlung der partiellen Differentialgleichungen eines

Die Differentialgleichungen eines bewegungsvarianten Variations-
problems im euklidischen R^n (speziell $n = 3$) sind mit denen eines
harmonischen Feldes verwandt, nur handelt es sich um verformte
Differentialformen F bzw. $(n-1)$ -ten Grades für die relative Kom-
ponenten der Zusammenhangsform ω der Fieder ν bzw. die
Dynamik der Seilkräfte ν . Dementsprechend ist das absolute
äußere Differential D und sein adjungiertes Differential D^* zu ver-
stehen. So ergeben sich im linearen Fall die Gleichungen $D\nu = 0$,
 $D^*\omega = 0$. Für diese Gleichungen sowie die vollständigen nichtline-
aren Differentialgleichungen werden in merkel zusammenhängen-
den in einem Artikel konstruiert, deren integraler Vektorraum Ver-
fahren ν konstruiert, deren integraler Vektorraum ω konstruiert,
sowie die periodischen Lösungen ν und ω konstruiert.
Die periodischen Lösungen ν und ω sind die periodischen
Lösungen der periodischen Bewegungsgleichungen $D\nu = 0$ und
 $D^*\omega = 0$. Die periodischen Lösungen ν und ω sind die
periodischen Lösungen der periodischen Bewegungsgleichungen
 $D\nu = 0$ und $D^*\omega = 0$.

3. ERNÜHRER: Koordinaten der Differentialgleichungen

Der Kern einer Differentialgleichung ist ein in einem
euklidischen R^n definierter Raum, indem man in den Punkten
eines solchen Raumes eine Richtung und die Ableitung einer Funktion
in dieser Richtung erklärt. Das Hauptproblem dieser Verallgemeine-
rung besteht darin, die Existenztheoreme der mit Koordinaten arbeit-
enden Differentialgleichungen auf solche Räume zu übertragen. Die hierzu
hier erforderlich zusammenhängend und im kleiner zusammenhängend
wird dann die Theorie der linearen parti-
ellen Differentialgleichungen erster Ordnung übertragen.

4. ERNÜHRER: Über das HUYGENSCHE Prinzip

Setzt man Δ den Laplace-Operator einer Riemann-Metrik von normierter
Kürzung Δ in R^n dar, so ist die Differentialgleichung
 $\Delta u = 0$ die Differentialgleichung der harmonischen Funktionen
in R^n . Die Differentialgleichung $\Delta u = 0$ ist die Differentialgleichung
der harmonischen Funktionen in R^n . Die Differentialgleichung
 $\Delta u = 0$ ist die Differentialgleichung der harmonischen Funktionen
in R^n . Die Differentialgleichung $\Delta u = 0$ ist die Differentialgleichung
der harmonischen Funktionen in R^n .



und es gilt auch D 4. Sind b^i und c identisch Null, so ist D 3 äquivalent der Differentialgleichung $\Delta R_{jk} = 2R^{lm}(R_{jlmk} - \frac{1}{4}g_{jk}R_{lm})$.

R. LEIS: Eine Übertragung des Schwarzschen alternierenden Verfahrens auf Randwertprobleme der Helmholtzschen Schwingungsgleichung.

In der Ebene sei ein glattes Kurvenstück S gegeben. Die Aufgabe, eine Potentialfunktion zu finden, die an den verschiedenen Seiten von S stetige Randwerte annimmt, läßt sich durch das alternierende Verfahren lösen. Dazu geht man von einer Funktion g_0 auf einer Kurve, die die Endpunkte von S verbindet, aus, löst nacheinander eine Innenraum- und eine Außenraumaufgabe und erhält so die Funktion $g_2 = Kg_0 + f$. Dabei hängt f nur von den Randwerten ab. Wegen $\|K\| < 1$ konvergiert die Neumannsche Reihe zu dieser Gleichung; die gesuchte Lösung der Randwertaufgabe ist durch $g = \lim g_{2n}$ festgelegt, wobei g_{2n} durch Iteration gebildet wird.

In der Theorie der Helmholtzschen Schwingungsgleichung gilt die Abschätzung $\|K\| < 1$ im allgemeinen jedoch nicht. Um auch hier die entsprechende Randwertaufgabe zu lösen, werden funktionalanalytische Methoden zur Diskussion von K herangezogen. Es wird für $g = Kg + f$ die Gültigkeit der Fredholmschen Alternative gezeigt, obwohl der auftretende Operator K nicht vollstetig ist.

T. LEZANSKI: Nichtlineare Gleichungen vom Schrödinger-Typus.

Sei jedem t aus $(0, T)$ ein Hilbertscher Raum mit skalarem Produkt $(x, y)_t$ zugeordnet. $S_{t, t+\varepsilon}$ sei eine lineare Operation aus $H_{t+\varepsilon}$ in H_t , $S_{t, t+\varepsilon}^{-1}$ ist beschränkt vorausgesetzt und soll der Ungleichung $|\|S_{t, t+\varepsilon}^{-1}(x)\|_{t+\varepsilon} - \|x\|_t| = o(\varepsilon)$ genügen. Für abstrakte Funktionen $x(t)$, $x(t) \in H_t$, definieren wir eine "Ableitung":

$\frac{D}{dt} x(t) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\varepsilon} (S_{t, t+\varepsilon} x(t+\varepsilon) - x(t))$, und behandeln die Gleichungen vom Typus $\frac{D}{dt} x(t) = U(t, x(t))$, wobei $U(t, x)$ eine nichtlineare Operation, $U \in (H_t \rightarrow H_t)$, bedeutet. Die Anwendung auf die Gleichungen der Art $(d^2/dt^2)f(t) + Af(t) = U(A^{1/2}f, f)$ wird angegeben, wobei $Af \in (H \rightarrow H)$ eine selbstadjungierte, positiv definite Operation in einem Hilbertraum H ist.

und es gilt auch D. 4. sind P^1 und c identisch Null, so ist D 3
äquivalent der Differentialgleichung $\Delta R_K = 2R_K^{lm}(R_K - \frac{1}{2}R_K^{lm})$.

R. LEIS: Eine Übertragung des Schwarzschen alternierenden Verfa-
hrens auf Randwertprobleme der Helmholtzschen Schwingungs-
gleichung.

In der Ebene sei ein glattes Kurvenstück S gegeben. Die Aufgabe,
eine Potentialfunktion zu finden, die an den verschiedenen Seiten
von S stetige Randwerte annimmt, läßt sich durch das alternierende
Verfahren lösen. Dazu geht man von einer Funktion g_0 auf einer
Kurve, die die Endpunkte von S verbindet, aus, löst nacheinander
eine Innenraum- und eine Außenraum-Aufgabe und erhält so die Funk-
tion g_1 . Dabei hängt f nur von den Randwerten ab. Wegen
 $\|K\| < 1$ konvergiert die Neumannsche Reihe zu dieser Gleichung; die
gesuchte Lösung der Randwertaufgabe ist durch $g = \lim_{n \rightarrow \infty} g_n$ festge-
legt, wobei g_n durch Iteration gebildet wird.

In der Theorie der Helmholtzschen Schwingungsgleichung gilt die
Abstraktion $\|K\| < 1$ im allgemeinen jedoch nicht. Um auch hier die
entsprechende Randwertaufgabe zu lösen, werden funktionalanalyti-
sche Methoden zur Diskussion von K herangezogen. Es wird für
 $g = Ka + f$ die Gültigkeit der Fredholm'schen Alternative gezeigt,
obwohl der auftretende Operator K nicht vollstetig ist.

T. LEZANSKI: Nichtlineare Gleichungen vom Schrödinger-Typus.

Sei T ein Hilbertscher Raum mit normierter Produkt-
(x, y) zugeordnet. $S_{x, y}$ sei eine lineare Operation aus $H_{x, y}$ in
 $H_{x, y}$. $S_{x, y}$ ist beschränkt vorausgesetzt und soll den Ungleichung
 $\|S_{x, y}(x)\| \leq \|x\|$ genügen. Für abstrakte Funk-
tionen $x(t) \in H_{x, y}$ definieren wir eine "Ableitung"
 $\frac{d}{dt} x(t) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\epsilon} (x(t+\epsilon) - x(t))$, und definieren die Gleich-
ungen vom Typus $\frac{d}{dt} x(t) = U(t, x(t))$, wobei $U(t, x)$ eine nicht-
lineare Operation, $U(t, x) \in H_{x, y}$ bedeutet. Die Anwendung auf die
Gleichungen der Art $(\frac{d}{dt} x(t))^2 + A(t, x(t)) = U(t, x(t))$ wird angege-
ben, wobei $A(t, x) \in H_{x, y}$ eine selbstadjungierte, positive definite
Operation in einem Hilbertschen Raum ist.



E. MEISTER: Ein Randwertproblem aus der Theorie instationärer Unterschallströmungen durch Gitter schwingender Profile.

Das Störpotential für eine instationäre Unterschallströmung durch ein gestaffeltes Streckengitter endlicher Teilung mit halbbunendlich tiefen, unabhängig voneinander schwingenden Profilen wird auf eine Funktion reduziert, die Lösung des zweiten Randwertproblems der Gleichung $\Delta u + k^2 u = 0$ mit $k > 0$ ist. u genüge außerdem der Periodizitätsbedingung: $u(x+T \sin \lambda, y+T \cos \lambda) = e^{i\sigma} u(x,y)$ ($T =$ Abstand der Profilkanten, $\lambda =$ Staffelungswinkel). Nach Abspalten endlich vieler, für $x \rightarrow -\infty$ nicht abklingender Glieder der Fourierentwicklung von u vor dem Gitter wird das Neumann-Problem für das Restpotential mittels der Laplace-Transformation in eine Funktionalgleichung vom Wiener-Hopf-Typ transformiert, die mit dem bekannten Verfahren gelöst wird. Die Fourierkoeffizienten der abgespaltenen Glieder werden bis auf einen durch eine asymptotische Bedingung im Unendlichen festgelegt. Durch Rücktransformation erhält man eine einparametrische Lösungsschar für u in Gestalt von Faltungsintegralen. Der noch freie Parameter kann dadurch festgelegt werden, daß gefordert wird, daß zwischen den Profilen alle Störungen ins Unendliche auslaufen.

F. STUMMEL: Über ein allgemeines iteratives Verfahren zur Lösung des Dirichletproblems für lineare elliptische Differentialgleichungen beliebiger Ordnung.

In neuerer Zeit haben MORGENSTERN und BABUSKA das alternierende Verfahren von H.A. SCHWARZ, BROWDER das Balayage-Verfahren von POINCARÉ in die Hilbertraumformulierung der Dirichletaufgabe übertragen. In diese Gestalt gestatten diese Methoden die iterative Lösung des Dirichletproblems für elliptische Differentialgleichungen beliebiger Ordnung. Man zeigt das, indem man die Lösung der Randwertaufgabe in einem geeignet gewählten Hilbertraum durch einen Projektionsoperator und das iterative Verfahren durch eine Folge von Operatoren beschreibt. Unter geeigneten Voraussetzungen ist diese Folge schwach konvergent gegen die gesuchte Lösung. Eine Reihe von iterativen Methoden zur näherungsweise Lösung der Dirichletaufgabe, wie sie in der numerischen Analysis gebräuchlich sind, lassen sich als Spezialfall dieses allgemeinen iterativen Verfahrens auffassen.

E. MEISTER: Ein Randwertproblem aus der Theorie analytischer Funktionen

Das Störpotential für eine inhomogene Poisson-Gleichung durch
 ein gestaffeltes Streifengebiet endlicher Teilung mit Randwert-
 lich lösen, unabhängig voneinander schwingenden Potential wird
 auf eine Funktion reduziert, die Lösung des zweiten Randwertprob-
 lems der Gleichung $\Delta u + k^2 u = 0$ mit $k > 0$ ist. n genügt an der
 dem der Periodizitätsbedingung $u(x+2\pi n, y+2\pi n) = e^{i\lambda(x,y)}$
 ($T =$ Abstand der Profile, $\lambda =$ Streifenwinkel). Nach Ab-
 spalten endlich vieler, für $x \rightarrow \infty$ nicht abhängender Glieder
 der Fourierentwicklung von u vor dem Gitter wird das Neumann-Prob-
 lem für das Restpotential mittels der Laplace-Transformation in
 eine Funktionsgleichung vom Wiener-Hopf-Typ transformiert, die
 mit dem bekannten Verfahren gelöst wird. Die Fourierkoeffizienten
 der abgeplanten Glieder werden bis auf einen durch eine asymp-
 tische Bedingung im Unendlichen festgelegt. Durch Rücktransfor-
 mation erhält man eine einparametrische Lösungsgleichung für u in Gestalt
 von Integralgleichungen. Der noch freie Parameter kann dadurch
 festgelegt werden, das erfordert wird, das zwischen den Profilen
 alle Störungen ins Unendliche zu verschwinden.

F. STUMMEL: Über ein allgemeines iteratives Verfahren zur Lösung
des Dirichletproblems für lineare elliptische Diffe-
rentialgleichungen beliebiger Ordnung.

In neuerer Zeit haben MORGENSTERN und BABUSKA das alternierende
 Verfahren von H.A. SCHWARZ, BROWDER das Balayage-Verfahren von
 POINCARÉ in die Hilbertraumtheorie der Dirichletprobleme über-
 tragen. In diese Gestalt gestatten diese Methoden die iterative
 Lösung des Dirichletproblems für elliptische Differentialgleichungen
 von beliebiger Ordnung. Man zeigt das, indem man die Lösung der
 Randwertgabe in einem geeigneten gewählten Hilbertraum durch
 einen Projektionsoperator und das iterative Verfahren durch eine
 Folge von Operatoren beschreibt. Unter geeigneten Voraussetzungen
 ist diese Folge schnell konvergent gegen die gesuchte Lösung.
 Eine Reihe von iterativen Methoden zur näherungsweise Lösung der
 Dirichletgabe, wie sie in der numerischen Analysis gebräuch-
 lich sind, lassen sich als Spezialfall dieses allgemeinen itera-
 tiven Verfahrens auffassen.



W. WALTER: Eindeutigkeitsprobleme bei nichtlinearen parabolischen Differentialgleichungen.

Für parabolische Differentialgleichungen der Form

$u_t = f(t, x, u, u_x, u_{xx})$ wird ein allgemeiner Abschätzungssatz hergeleitet mit folgender Gestalt: $|v - u| < \rho$, wobei u und v Lösungen der DGL. sind, $\rho(t, x)$ eine Lösung einer anderen DGL.

$\rho_t = \omega(t, x, \rho, \rho_x, \rho_{xx})$, hierbei ist f mit ω durch einseitige Abschätzungen der Form $f(\dots, v+\rho, \dots) - f(\dots, v, \dots) \leq \omega(\dots, \rho, \dots)$ verknüpft. Es werden dann vier Anwendungen gegeben:

1. Aufgaben mit unendlichen Gebieten: Eindeutigkeit für $u_t = g(t, x, u, u_x) + \sum k_{ij} u_{ij}$ bei einer Wachstumsbedingung $|u| \leq k \exp(kx^2)$.
2. Aufgaben mit unstetigen Anfangswerten: Zugelassen wird eine Ausnahmemenge vom Maß 0, auf welcher keine Randwerte vorgegeben sind. Es wird Eindeutigkeit für Gleichungen der Form $u_t = g(t, x, u) + \Delta u$ bewiesen.
3. Aufgaben ohne Anfangswerte: Eindeutigkeit für Gleichungen der unter 2. behandelten Form bei Gebieten, die sich in t -Richtung nach $-\infty$ erstrecken.
4. Stabilitätsaussagen: Aussagen für $\lim u(t, x)$ bei $t \rightarrow \infty$, Bedingungen für $u \rightarrow 0$, falls die Randwerte für $t > 0$ Null sind.

H. WERNER: Zur Existenz von Flächen konstanter mittlerer Krümmung.

Es wird gezeigt, daß man zu einer beliebigen in einer Kugel vom Radius R gelegenen Jordankurve eine Fläche konstanter mittlerer Krümmung H finden kann, die von dieser Kurve berandet wird, sofern $|RH| < 1/2$ ist. Dieser Satz wurde unter stärkeren Voraussetzungen zuerst von E. HEINZ bewiesen. Der erste Teil des Beweises gleicht seiner Struktur nach dem Beweis von HEINZ und stützt sich auf a-priori-Abschätzungen für ein System nichtlinearer partieller Differentialgleichungen. Es gelingt, den Gültigkeitsbereich der Abschätzungen auf das angegebene Intervall auszudehnen. Damit erhält man den Satz für rektifizierbare Jordankurven. Die Befreiung von der Rektifizierbarkeit geschieht mit Hilfe eines Approximationsprozesses durch Benutzung der Eigenschaften des Poisson-schen Integrals und der monotonen Funktionen.

W. WALTER: Eindeutigkeitsprobleme bei nichtlinearen parabolischen Differentialgleichungen.

Für parabolische Differentialgleichungen der Form $u_t = f(t, x, u, u_x)$ wird ein allgemeiner Abschätzungsatz hergeleitet mit folgender Gestalt: $u - v < \epsilon$, wobei u und v Lösungen der DGL sind, $f(t, x)$ eine Lösung einer anderen DGL.

$f_t = \omega(t, x, f, f_x)$, hierbei ist f mit ω durch eine beliebige Abschätzung der Form $f(\dots, Y + \epsilon, \dots) - f(\dots, Y, \dots) \leq \omega(\dots, \epsilon, \dots)$ verknüpft. Es werden dann vier Anwendungen gegeben:

1. Aufgaben mit unendlichen Gebieten: Eindeutigkeit für $u_t = g(t, x, u, u_x) + \sum_{i=1}^n x_i u_{x_i}$ bei einer Wachstumsbedingung $|u| \leq \text{const}(|x|)$.
2. Aufgaben mit unendlichen Anfangswerten: Gelöst werden eine Annahmehypothese von $M \leq 0$, auf welcher keine Randwerte vorgegeben sind. Es wird Eindeutigkeit für Gleichungen der Form $u_t = g(t, x, u) + \Delta u$ bewiesen.
3. Aufgaben ohne Anfangswerte: Eindeutigkeit für Gleichungen der Form $u_t = g(t, x, u) + \Delta u$ bewiesen.

unter 2. behandelten Form bei Gebieten, die sich in t -Richtung nach $-\infty$ erstrecken.
4. Stabilitätsfragen: Aussagen für $u(t, x)$ bei $t \rightarrow \infty$, Bedingungen für $w \rightarrow 0$, falls die Randwerte für $t > 0$ Null sind.

H. WERNER: Zur Existenz von Flächen konstanter mittlerer Krümmung.

Es wird gezeigt, daß man zu einer beliebigen in einer Kugel vom Radius R gelegenen Jordankurve eine Fläche konstanter mittlerer Krümmung H finden kann, die von dieser Kurve herabsteigt und, wenn $H > \sqrt{2}$ ist, immer sehr unter einem bestimmten Wertes ausgenommt von H . WENN bewiesen. Der erste Teil des Beweises gliedert einer Struktur nach dem Beweise von HEINZ und steht sich auf n -geraden Abschätzungen für ein System nichtlinearer partieller Differentialgleichungen. Es gelingt, den Gültigkeitsbereich der Abschätzungen auf das angegebene Intervall auszuweiten. Damit erhält man den Satz für wählbarbare Jordankurven. Die Existenz von der Rektifizierbarkeit geht aus mit Hilfe eines Approximationsprozesses durch Benutzung der Eigenschaften des Tolson-ischen Integrals und der monotonen Funktionen.



P. WERNER: Außenraumprobleme in der Theorie akustischer und elektromagnetischer Wellenfelder.

Es wird ein neuer Existenzbeweis für die bekannten Außenraumprobleme der Helmholtzschen Schwingungsgleichung $\Delta u + k^2 u = 0$ und der Maxwell'schen Gleichungen in der zeitunabhängigen Form $\nabla \times E - i\omega \mu H = 0$, $\nabla \times H + i\omega \epsilon E = 0$ gegeben. Im Gegensatz zu den bisher bekannten Existenzbeweisen (KUPRADSE, WEYL, MÜLLER, LEIS im Fall der Schwingungsgleichung; MÜLLER, WEYL, SAUNDERS, CALDERÓN im Fall der Maxwell'schen Gleichungen) wird kein Gebrauch von dem zweiten Fall der Fredholmschen Alternative gemacht. Hierdurch wird es möglich, in einfacher Weise eine Reihe von Abhängigkeitsaussagen für die Lösungen zu gewinnen. Zum Beispiel kann gezeigt werden, daß die Lösungen u der Außenraumprobleme der Schwingungsgleichung bei festen Daten in der abgeschlossenen Halbebene $\text{Im } k \geq 0$ analytisch von k abhängen. Insbesondere lassen sich die Grenzübergänge $\text{Im } k \rightarrow 0$ (Prinzip der Grenzabsorption) und $k \rightarrow 0$ (Übergang zur Potentialtheorie) diskutieren. Entsprechende Aussagen ergeben sich für die Außenraumprobleme der Maxwell'schen Gleichungen. Alle Existenz- und Abhängigkeitsuntersuchungen lassen sich auf den Fall variabler Koeffizienten k, ϵ, μ übertragen.

E. WIENHOLTZ: Zur Lösung des Cauchyschen Anfangswertproblems für die Wellengleichung im R_N .

Es wird die bekannte Huygens'sche Konstruktion der Lösung im Falle von drei Raumdimensionen mittels Superposition scharfer Kugelwellen wiederaufgegriffen und in eine bequeme Fassung gebracht. Es wird das Friedrich'sche Analogon zu scharfen Kugelwellen für ungerade Raumdimension einfach hergeleitet und damit die Huygens'sche Konstruktion auf den Fall ungerader Raumdimension ausgedehnt.

J. WLOKA: Über korrekte Randwertaufgaben partieller Differentialgleichungen für vektorwertige Distributionen.

Sei $K(R_n, H)$ die lineare Hülle der Ableitungen im Distributionssinne von Funktionen aus $L^2(R_n, H)$, wobei H ein Hilbertraum ist. In K werden inhomogene, lineare Differentialgleichungssysteme $\frac{\partial}{\partial t} u(x, t) - P(i \frac{\partial}{\partial x}, t) u(x, t) = f(x, t)$ mit der Anfangsbedingung $u(x, 0) = u_0(x)$ betrachtet und Klassen von u_0 und f angegeben, für welche das Anfangswertproblem korrekt gestellt ist.

1. WERNER: Außenwertprobleme in der Theorie elastischer und elek-
trischer Medien

Es wird eine neue Existenzbeweise für die bekannten Außenwert-
probleme der Helmholtz'schen Schwingungsgleichung $\Delta u + k^2 u = 0$
und der Maxwell'schen Gleichungen in der zeitunabhängigen Form
 $\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{j}, \text{div } \mathbf{E} = \rho$ gegeben. Im Gegensatz zu
den bisher bekannten Existenzbeweisen (KURADSE, WEYL, MÜLLER,
LIEB) im Fall der Schwingungsgleichung $\Delta u + k^2 u = 0$ wird kein
vorkompakter Teil der Fredholm'schen Alternative gemacht. Hier-
durch wird es möglich, in einfacher Weise eine Reihe von Außen-
wertproblemen für die Lösungen zu gewinnen. Zum Beispiel kann
gesagt werden, daß die Lösungen u der Außenwertprobleme der
Schwingungsgleichung bei festen Daten in der abgeschlossenen Halb-
kugel $|x| \leq R, y \geq 0$ analytisch von k abhängen. Insbesondere lassen sich
die Grenzwerte $\lim_{k \rightarrow 0} u$ (Prinzip der Grenzübergang) und
die Übergang zur Potentialtheorie) diskutieren. Entsprechend
die Aussagen ergeben sich für die Außenwertprobleme der Maxwell-
schen Gleichungen. Alle Existenz- und Abhängigkeitsuntersuchungen
lassen sich auf den Fall variabler Koeffizienten k, ϵ, μ über-
tragen.

2. WIMMER: Zur Lösung des Gauß'schen Anfangswertproblems für
die Wellengleichung

Es wird die bekannte Huygens'sche Konstruktion der Lösung im Fall
einer drei Randdimensionen mittels Superposition scharfer Kugel-
wellen wiederhergestellt und in eine bessere Fassung gebracht.
Es wird das Friedrich'sche Ansatz zu scharfen Kugelwellen für
äußere Randdimensionen einfach dargestellt und damit die Huygens-
sche Konstruktion auf den Fall ungerader Randdimensionen ausgedehnt.

3. WOKA: Über Korrekturen bei partiellen Differential-
gleichungen im vektorwertigen Fall

Bei (R, H) die lineare Hülle der Ableitungen im n -dimensionalen
Raum R und H ein Hilbertraum. In R sei \mathbf{L} ein linearer
Vektorwertiges Randwertproblem $\mathbf{L}u = \mathbf{f}$ mit der Anfangsbedingung
 $u(x, 0) = u_0(x)$ mit $u_0(x) = \mathbf{L}u(x, 0)$ mit $u_0(x) = \mathbf{L}u(x, 0)$
und $u_0(x) = \mathbf{L}u(x, 0)$ mit $u_0(x) = \mathbf{L}u(x, 0)$ und $u_0(x) = \mathbf{L}u(x, 0)$
wird die das Anfangswertproblem korrekt gestellt.

