

Tagungsbericht (7)

Grundlagen der Geometrie

22. bis 26. April 1963

Alljährlich findet im Herbst in Oberwolfach die große Geometrie-
tagung statt. Obwohl es sich als sehr fruchtbar erwies, daß sich
dort die Vertreter aller Zweige der Geometrie begegnen konnten,
wurde der Kreis der Teilnehmer schließlich so groß, daß die so
geschätzte Eigenart der Oberwolfacher Veranstaltungen, nämlich
die Aussprachemöglichkeit von jedem mit jedem, nicht mehr gegeben
war. So entschloß man sich im Jahre 1958, im Frühjahr eine beson-
dere Tagung für die sogenannten "Grundlagen der Geometrie" einzu-
richten. (Diese Disziplin wird aus historischen Gründen so genannt.
Besser würde man vielleicht von "Theorien geometrischer Struktu-
ren" sprechen.)

Inzwischen ist diese Tagung bereits zur Tradition geworden. Sie
stand diesmal unter der Leitung der Professoren Dr. F. BACHMANN
(Kiel), Dr. R. BAER (Frankfurt a.M.) und Dr. E. SPERNER (Hamburg).
Sie vereinigte 40 Mathematiker aus dem In- und Ausland.

Bulgarien: PETKANTSCHIN, Prof.Dr.B., Sofia

Finnland: LEHTI, Dr.R., Helsinki

Italien: BARLOTTI, Dr.A., Florenz

BURMESTER, M.V.D., Rom

DICUONZO, Dr.V., Rom

Jugoslawien: PAVLOVIĆ, S.V., Belgrad

Niederlande: van DALEN, Dr.D., Utrecht

FREUDENTHAL, Prof.Dr.H., Utrecht

SPRINGER, Prof.Dr.T.A., Utrecht

Österreich: ROHAČEK, Prof.Dr.H., Wien

Polen: SZMIELEW, Prof.Dr.W., Warschau

USA: HIGMAN, Prof.D.G., Ann Arbor

HUGHES, Prof. Dr.R., Ann Arbor

Deutschland: ARNOLD, Dr.H.J., Hamburg

ARTMANN, B. Gießen

BACHMANN, Prof. Dr.F., Kiel

BAER, Prof.Dr.R., Frankfurt a.M.

1963 f
E 20 10 1057

Lehrstuhlbericht

Grundlagen der Geometrie

22. bis 25. April 1963

Besser würde man vielleicht von "Theorien geometrischer Strukturen" sprechen.)

Die Vereinigung der Mathematiker aus dem In- und Ausland (Kiel), Dr. R. BAER (Frankfurt a.M.) und Dr. E. SPERNER (Hamburg) stand diesmal unter der Leitung der Professoren Dr. F. BACHMANN (Kiel), Dr. R. BAER (Frankfurt a.M.) und Dr. E. SPERNER (Hamburg).

Inzwischen ist diese Tagung bereits zur Tradition geworden. Die

Besser würde man vielleicht von "Theorien geometrischer Strukturen" sprechen.)

- Deutschland: ARNOLD, Dr. H. J., Hamburg
- ARTMANN, B. Gießen
- BACHMANN, Prof. Dr. P., Kiel
- BAER, Prof. Dr. R., Frankfurt a.M.
- USA: HUGHES, Prof. Dr. R., Ann Arbor
- HIGMAN, Prof. D. G., Ann Arbor
- Polen: SZMIELIŃSKI, Prof. Dr. W., Warschau
- ROHÄCK, Prof. Dr. H., Wien
- Österreich: SPRINGER, Prof. Dr. T. A., Utrecht
- FREUDENTHAL, Prof. Dr. H., Utrecht
- Niederlande: van DALEN, Dr. D., Utrecht
- PAVLOVIC, S. V., Belgrad
- Jugoslawien: DECONNO, Dr. V., Rom
- BURBESER, M. V. D., Rom
- Italien: BARLOTTI, Dr. A., Florenz
- LEHTI, Dr. R., Helsinki
- Finnland: PETKANTSCHIN, Prof. Dr. R., Sofia
- Bulgarien: Die vereinigte der Mathematiker aus dem In- und Ausland (Kiel), Dr. R. BAER (Frankfurt a.M.) und Dr. E. SPERNER (Hamburg) stand diesmal unter der Leitung der Professoren Dr. F. BACHMANN (Kiel), Dr. R. BAER (Frankfurt a.M.) und Dr. E. SPERNER (Hamburg).



BENZ, Dr. W. Frankfurt a.M.
BERGAU, Dr.P. Braunschweig
BIALLAS, Dr.D., Braunschweig
DILLER, J., Kiel
DRESS, Dr.A., Kiel
EWALD, Dr.G., Mainz
GLOCK, Dr.E., Stuttgart
GÖTZKY, M., Kiel
HERING, Dr.Ch., Frankfurt a.M.
JOUSSEN, Dr.J., Hamburg
JUNKERS, W., Hamburg
KARZEL, Prof.Dr.H., Hamburg
KEGEL, Dr.O.H., Frankfurt a.M.
KLINGENBERG, Prof.Dr.W., Göttingen
LENZ, Prof.Dr.H., München
LINGENBERG, Dr.R., Hannover
LÜNEBURG, Dr.H., Frankfurt a.M.
MENNICKE, Dr.J., Braunschweig
PEJAS, Dr.W., Kiel
SALZMANN, Dr.H., Frankfurt a.M.
SPERNER, Prof. Dr.E., Hamburg
WÖLK, D., Frankfurt a.M.
WOLFF, Dr.H., Kiel

Im Hauptprogramm wurden 22 Vorträge gehalten, auf die unten im einzelnen eingegangen wird. Die Themen waren so mannigfaltig, daß es nicht möglich ist, diese einigen wenigen Generalthemen unterzuordnen. Die meisten Vorträge fanden ein lebhaftes Echo, was in der stets sehr angeregten Diskussion zum Ausdruck kam. Diese Diskussionen wurden auch oft noch bei Spaziergängen in der Umgebung des Hauses oder am späten Abend in einer Ecke der Bibliothek weitergeführt. Gerade dies wird am Oberwolfacher Institut geschätzt, daß die Tagungsteilnehmer, weil sie alle unter einem Dach und etwas abgeschieden wohnen, in dauerndem Kontakt miteinander stehen, und daß auch junge Nachwuchskräfte mit weltbekannten Wissenschaftlern ins Gespräch kommen können. Welche Früchte diese Atmosphäre tragen kann, wurde in manchen Vorträgen ausdrücklich hervorgehoben: Herr BARLOTTI (Florenz) erzielte seine Ergebnisse mit Hilfsmitteln, die ihm vor einem Jahr Herr JOUSSEN (Hamburg) in Oberwolfach mitgeteilt hatte; Herr EWALD (Mainz) brachte in

- BRUNN, Dr. W., Frankfurt a.M.
- BERGHAU, Dr. P., Braunschweig
- BIALLAS, Dr. D., Braunschweig
- DILLER, J., Kiel
- DRESS, Dr. A., Kiel
- EWALD, Dr. G., Mainz
- GLOCK, Dr. E., Stuttgart
- GÖTZKY, M., Kiel
- HERING, Dr. Ch., Frankfurt a.M.
- JOUSSEN, Dr. J., Hamburg
- JUNKERS, W., Hamburg
- KARSTEL, Prof. Dr. H., Hamburg
- KESSL, Dr. O. H., Frankfurt a.M.
- KLINGENBERG, Prof. Dr. W., Göttingen
- LEHN, Prof. Dr. H., München
- LINGENBERG, Dr. R., Hannover
- LÜNENBURG, Dr. H., Frankfurt a.M.
- MENNICK, Dr. J., Braunschweig
- PELAS, Dr. W., Kiel
- SALZMANN, Dr. E., Frankfurt a.M.
- SPERNER, Prof. Dr. E., Hamburg
- WÖRK, D., Frankfurt a.M.
- WÖPPE, Dr. H., Kiel

Im Hauptprogramm wurden 22 Vorträge gehalten, aus die unter in einzelnen eingegangen wird. Die Themen waren so mannigfaltig, das es nicht möglich ist, diese einigen wenigen Gesichtspunkten unterzuordnen. Die meisten Vorträge fanden ein lebhaftes Echo, was in der stete sehr angeregten Diskussion zum Ausdruck kam. Diese Diskussionsmen wurden auch oft noch bei Spätergängen in der Umgebung des Hauses oder am späten Abend in einer Ecke der Bibliothek weitergeführt. Gerade dies wird an Oberwolfacher Institut geschätzt, das die Tagungsteilnehmer, weil sie alle unter einem Dach und etwas abgegrenzt wohnen, in dauerndem Kontakt miteinander stehen, und das auch junge Nachwuchskräfte mit weitbekanntem Wissenschaftlern ins Gespräch kommen können. Welche Früchte diese Atmosphäre tragen kann, wurde in manchen Vorträgen ausdrücklich hervorgehoben: Herr BARTOTTI (Florenz) erzielte seine Ergebnisse mit Hilfsmitteln, die ihm vor einem Jahr Herr JOUSSEN (Hamburg) in Oberwolfach mitgeteilt hatte; Herr EWALD (Mainz) brachte in



seinem Vortrag einen Satz, den er am Abend vorher mit Herrn SPRINGER (Utrecht) gemeinsam gefunden hatte; Herr LÜNEBURG (Frankfurt) konnte sich in seinem Vortrag auf Ergebnisse beziehen, die ihm Herr SUZUKI (Urbana / Ill.) bei der Oberwolfacher Gruppentheoretagung erzählt hatte.

Neben dem Hauptprogramm gab es noch drei Abendveranstaltungen, bei denen im Frankfurter Mathematischen Seminar erzielte Ergebnisse über die LENZ-BARLOTTI-Klassifikation der projektiven Ebenen mitgeteilt wurden. Es handelt sich um ein recht anschauliches Einteilungsprinzip nach der Konfiguration derjenigen Punkt-Geraden-Paare, bezüglich denen Gruppen zentraler Kollineationen mit gewissen Transitivitätseigenschaften existieren. Diese Einteilung stammt von LENZ (1954) und wurde von A. BARLOTTI (1957) verfeinert. Herr LÜNEBURG und Herr SALZMANN teilten einige Ergebnisse ihrer Untersuchungen mit, welche Typen bei endlichen bzw. bei topologischen Ebenen vorkommen können.

Im einzelnen wurden die folgenden Vorträge gehalten:

SPRINGER, T.A.: Polaritäten 2. Art in Moufangebene.

Zu einer Polarität in einer Moufangebene \mathcal{S} über dem Oktavenkörper C gehört ein Automorphismus der Periode 2 des Zentrums K von C . Bei einer Polarität 2. Art ist dieser Automorphismus von der Identität verschieden. Es wurde darüber berichtet, wie man diese Polaritäten algebraisch untersuchen kann. Bei "anständigen" Körpern K (z.B. Zahlkörpern) kann man sie ziemlich einfach mit Hilfe von Jordanalgebren beschreiben. Die Polaritäten 2. Art zugehörigen Untergruppen der kleinen projektiven Gruppe von \mathcal{S} sind gewisse Formen der einfachen algebraischen Gruppen vom Typus E_6 .

FREUDENTHAL, H.: Metasymplektische Geometrien.

Die metasymplektischen Geometrien über den 4 Hurwitz-Algebren wurden nahegelegt als 4. Zeile des magischen Quadrats

$$\begin{array}{cccc} B_1 & A_2 & C_3 & E_4 \\ A_2 & A_2 \times A_2 & A_5 & E_6 \\ C_3 & A_5 & D_6 & E_7 \\ E_4 & E_6 & E_7 & E_8 \end{array},$$

außerdem auch als Titsche Geometrie mit dem Graph $— \Rightarrow —$.

In der Lie-Algebra R_4 wird $\langle \phi, \phi \rangle$ als Endomorphismus definiert:

seinem Vortrag einen Satz, den er am Abend vorher mit Herrn SPRINGER (Ütsrecht) gemeinsam gefunden hatte; Herr LÜNBURG (Frankfurt) konnte sich in seinem Vortrag auf Ergebnisse beziehen, die ihm Herr SUZUKI (Osaka \ III.) bei der Oberwolfacher Gruppenbe-orientierung erzählt hatte.

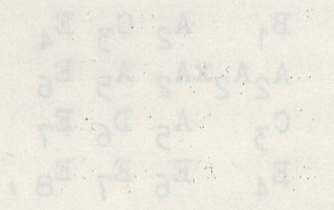
Neben dem Hauptprogramm gab es noch drei Abendveranstaltungen, bei denen im Frankfurter Mathematischen Seminar erzielte Ergebnisse über die LERNZ-BARTOTTI-Klassifikation der projektiven Ebenen mitgeteilt wurden. Es handelt sich um ein recht anschauliches Hintergrundgespräch nach der Konfiguration derjenigen Punkt-Geraden-Paare, bezüglich denen Gruppen zentraler Kollineationen mit gewissen Transitivitätseigenschaften existieren. Diese Einseitigkeit stammt von LEWY (1954) und wurde von A. BARTOTTI (1957) vertieft. Herr LÜNBURG und Herr SALZMANN teilten einige Ergebnisse ihrer Untersuchungen mit, welche Typen bei endlichen bzw. bei topologischen Ebenen vorkommen können.

Im einzelnen wurden die folgenden Vorträge gehalten:
SPRINGER, F.A.: Polaritäten 2. Art in Moufangebenen.

Zu einer Polarität in einer Moufangebene \mathbb{F} über dem Oktavenkörper \mathbb{O} gehört ein Automorphismus der Periode 2 des Zentrums K von \mathbb{O} . Bei einer Polarität 2. Art ist dieser Automorphismus von der Identität verschieden. Es wurde darüber berichtet, wie man diese Polaritäten algebraisch untersuchen kann. Bei "geradeartigen" Körpern K (z.B. Zahlkörpern) kann man sie ziemlich einfach mit Hilfe von Jordannormalformen beschreiben. Die Polaritäten 2. Art angehörigen Untergruppen der kleinen projektiven Gruppe von \mathbb{F} sind gewisse Formen der einfachen alternierenden Gruppen vom Typus A_n .

FRÉDÉRICH, H.: Metasymplektische Geometrie.

Die metasymplektischen Geometrien über dem 4. Hurwitz-Algebraen wurden nähergelegt als 4. Stufe des reellen Quaternions



außerdem auch als reelle Geometrie mit dem Graphen \rightarrow
 In der Lie-Algebra R_4 wird $\langle \phi \rangle$ als Automorphismus definiert:



$\langle \phi, \phi \rangle \phi_1 = \tilde{\phi}^2 \phi - \alpha(\text{sp } \phi \phi_1) \phi - \beta(\text{sp } \phi \phi) \phi_1$. $\langle \phi, \phi^* \rangle$ ist eine symmetrische Bilinearform. $\langle \phi, \phi \rangle = 0$ definiert die Mannigfaltigkeit W_4 der "Symplekta". Die lineare Hülle der $\langle \phi, \phi^* \rangle$ ist R_1 . In R_1 wird die Mannigfaltigkeit W_1 der Punkte als die der $\langle \phi, \phi^* \rangle$ mit $[\phi, \phi^*] = 0$ erklärt. Für Symplekta ϕ, ϕ^* bzw. Punkte A, B wird definiert: scharnierend $\iff \text{sp } \phi \phi^* = 0$ bzw. $\text{sp } AB = 0$, verflochten $\iff [\phi, \phi^*] = 0$ bzw. $AB = BA$, verbunden $\iff \langle \phi, \phi^* \rangle = 0$ bzw. $AB = 0$, Inzidenz von ϕ und A $\iff (\exists \phi^*) A \phi^* = \phi$, Halb-inzidenz von ϕ und A $\iff A \phi = 0$. Mit der Verbundenheitsrelation bilden die mit einem Symplekton inzidenten Punkte eine symplektische Geometrie der 3. Zeile, dagegen die mit einem Punkt inzidenten Symplekta eine Quadrik.

MENNICKE, J.: Einheitengruppen ternärer quadratischer Formen mit rationalen Koeffizienten.

Der Vortrag brachte eine geometrische Theorie der Einheitengruppen der ternären indefiniten nullteiligen quadratischen Formen mit rationalen Koeffizienten. Diese Gruppen sind spezielle diskrete hyperbolische Bewegungsgruppen (F-Gruppen im Sinne von J. NIELSEN). Innerhalb der F-Gruppen lassen sich die Einheitengruppen arithmetisch kennzeichnen. Aus dieser Kenntnis läßt sich mit elementargeometrischen Hilfsmitteln folgender Struktursatz beweisen: Der Verband der obigen Einheitengruppen hat endlich viele maximale Elemente, nämlich drei.

PEJAS, W.: Zwischenrelationen in Teilbereichen von affinen Ebenen.

\mathcal{F} sei eine nichtkollineare Punktmenge einer affinen Ebene \mathcal{A} über einem Körper K . Es wurden 2 Möglichkeiten betrachtet, in \mathcal{A} eine 3-stellige ("Zwischen-") Relation ζ zu definieren: (A) mit Hilfe einer Anordnung von K wie üblich, (B) mit Hilfe eines nichttrivialen Bewertungsringes R von K wie folgt. Der Punkt B liegt zwischen den Punkten A und C, wenn A, B, C kollinear und paarweise verschieden sind und das Streckenverhältnis AB/AC in R liegt. Es werden Bedingungen angegeben, denen die Restriktion ζ' von ζ auf \mathcal{F} in dem Fall genügt, daß \mathcal{F} konvex bezüglich ζ ist, und die umgekehrt hinreichend dafür sind, daß ζ' eine in diesem Sinne durch eine Anordnung oder einen Bewertungsring in \mathcal{F} gegebene Zwischenrelation ist.

DILLER, J.: Die metrischen Ebenen mit freier Beweglichkeit.

Der Vortrag gab eine algebraische Beschreibung der Cosinismengen nicht metrisch-euklidischer, nicht elliptischer metrischer Ebenen mit freier Beweglichkeit (sog. FB-Ebenen). Dieses Problem wird zurückgeführt auf die Charakterisierung angeordneter metrischer Ebenen. Denn jede FB-Ebene E besitzt zu passenden Anordnungen ihres pythagoreischen Koordinatenkörpers konvexe Hüllen in ihrer Idealebene, die angeordnete metrische Ebenen sind, und E ist der Durchschnitt dieser sämtlichen konvexen Hüllen. Da die Cosinismengen angeordneter Ebenen von PEJAS angegeben worden sind, lassen sich auch die der FB-Ebenen durch gewisse Teilringe des Koordinatenkörpers beschreiben.

BARLOTTI, A.: Projektivitäten in offenen Ebenen.

In einer offenen (lokal freien) projektiven Ebene hat die Gruppe G_r der Projektivitäten einer Geraden auf sich folgende Eigenschaften.

I. Die Identität läßt sich nicht als nicht leeres unverkürzbares Produkt von Perspektivitäten darstellen. Folgerungen: a) Jede Projektivität kann auf genau eine Weise als unverkürzbares Produkt von Perspektivitäten dargestellt werden. - b) Wenn $1 \neq \omega \in G_r$, so ist $\omega^k \neq 1$ für jede ganze Zahl $k \neq 0$. - c) Wenn $\omega_1, \omega_2 \in G_r$, so ist $\omega_1 \omega_2 = \omega_2 \omega_1$ dann und nur dann, wenn ω_1 und ω_2 in einer zyklischen Untergruppe liegen.

II. Für die Gruppe G_r läßt sich ein System von Erzeugenden und Relationen angeben, aus dessen Form unmittelbar die Existenz freier Untergruppen mit unendlich vielen Erzeugenden folgt.

III. G_r ist 3-fach transitiv auf den Punkten von r , und nur die Identität läßt 6 verschiedene Punkte fest. Ist die Ebene frei, so ist G_r nicht 4-fach transitiv.

LÜNEBURG, H.: Über eine Klasse endlicher Möbiusebenen.

Es werden verschiedene Kennzeichnungen der bisher (April 1963) bekannten endlichen Möbiusebenen gegeben. Als typisches Beispiel für diese Kennzeichnungen sei der folgende Satz zitiert: Eine endliche Möbiusebene \mathcal{M} , die eine Gruppe von Kreisverwandtschaften besitzt, die auf den Punkten von \mathcal{M} zweifach transitiv ist und in der die Identität die einzige Kreisverwandtschaft ist, die 3 verschiedene Fixpunkte besitzt, ist entweder miquelsch oder aber \mathcal{M} ist eine Möbiusebene, die mit Hilfe einer der neuen einfachen Gruppen von

DILLER, J.: Die metrischen Ebenen mit freier Beweglichkeit.

Der Vortrag gab eine prägnante Beschreibung der Geometrien nicht metrisch-ewklidischer, nicht euklidischer metrischer Ebenen mit freier Beweglichkeit (sog. FB-Ebenen). Dieses Problem wird zurückgeführt auf die Charakterisierung angeordneter metrischer Ebenen. Denn jede FB-Ebene E besitzt zu passenden Anordnungen ihres pythagoräischen Körperkennzeichens konvexe Hilfen in ihrer Idealebene, die angeordnete metrische Ebenen sind, und E ist der Durchschnitt dieser sämtlichen konvexen Hilfen. Da die Geometrien von angeordneter Ebene von PZAS angegeben worden sind, lassen sich auch die der FB-Ebenen durch gewisse Teilzüge des Koordinatenkörpers beschreiben.

BARLOTTI, A.: Projektivitäten in offenen Ebenen.

In einer offenen (lokal freier) projektiven Ebene hat die Gruppe G der Projektivitäten einen Geraden auf einer folgenden Eigenschaft:

I. Die Identität läßt sich nicht als nicht freies unveränderbares Produkt von Projektivitäten darstellen. Folgerungen: a) Jede Projektivität kann auf genau eine Weise als Produkt zweier Projektivitäten von Projektivitäten dargestellt werden. - b) Wenn $\omega_1 \neq \omega_2$, so ist $\omega_1 \neq \omega_2$ für jede ganze Zahl $k \neq 0$. - c) Wenn $\omega_1 \neq \omega_2$, so ist $\omega_1 \neq \omega_2$ dann und nur dann, wenn ω_1 und ω_2 in einer zyklischen Untergruppe liegen.

II. Für die Gruppe G läßt sich ein System von Erzeugenden und Relationen angeben, aus dessen Erzeugenden alle Projektivitäten der Untergruppen mit unendlich vielen Erzeugenden folgen.

III. G ist 3-fach transitiv auf den Punkten von E , und die Identität läßt sich verachtliche Punkte feststellen. G ist nicht 4-fach transitiv.

LÜNBURG, H.: Über eine Klasse endlicher Möbiustransformationen.

Es werden verschiedene Kennzeichnungen der Gruppe M (April 1957) der kannten endlichen Möbiustransformationen gegeben. Als typischer Beispiel für diese Kennzeichnung sei der folgende Satz erwähnt: Eine endliche Möbiustransformation M ist eine Gruppe von Kreisverwandtschaften, die auf den Punkten von E 3-fach transitiv ist und in der die Identität die einzige Kreisverwandtschaft ist, die 3 verschiedene Fixpunkte besitzt, ist entweder nichtschon über M ist eine Möbiustransformation, die mit Hilfe einer der neuen Möbiustransformationen



SUZUKI konstruiert wurde. Umgekehrt besitzt jede solche Möbius-ebene eine Gruppe von Kreisverwandtschaften der oben beschriebenen Art.

EWALD, G.: Über räumliche Möbiusgeometrien.

Gegeben sei ein dreidimensionaler affiner Raum über einem Schiefkörper mit involutorischem Antiautomorphismus und Charakteristik $\neq 2$. Der Vortrag berichtete über eine Klasse schwach konvexer Quadriken dieses Raumes, die eine verallgemeinerte Kugelgeometrie liefern. Eigenschaften dieser Geometrie, insbesondere Schnitteigenschaften von Quadriken, wurden hergeleitet.

DICUONZO, V.: Über verallgemeinerte metrische Räume.

Es wurden Gruppen mit einem invarianten System von involutorischen Erzeugenden (Ebenenspiegelungen) und deren Gruppenräume betrachtet. Als Axiome nimmt man den "dreidimensionalen" Satz von den 3 Spiegelungen und 2 weitere Axiome über die Existenz gewisser Punkte und Ebenen im Gruppenraum. Es gilt dann: 1. Es gibt 4 nichtkomplanare "eigentliche" Punkte. 2. Die Gruppe ist zweispiegelig. 3. Das Zentrum besteht entweder aus dem Einselement oder aus dem Einselement und einer Erzeugenden.

LEHTI, R.: Baryzentrischer Kalkül und affine Abbildungen.

Es wurde ein Axiomensystem für einen durch eine baryzentrischen Kalkül definierten Punktraum gegeben und gezeigt, daß man auf Grund dieser Axiome einen mit dem Punktraum verknüpften Vektorraum konstruieren kann. Affine Abbildungen werden als Abbildungen definiert, die mit der Grundoperation des baryzentrischen Kalküls kommutieren. Wenn in dem ursprünglichen Punktraum der Satz von PAPPUS gilt, kann man auch für die affinen Abbildungen einen baryzentrischen Kalkül definieren. Die Verwendbarkeit dieser Begriffe wurde durch einige Beispiele erleuchtet.

SZMIELEW, W.: Mehrstellige Äquivalenzrelationen und ihre Anwendung auf die affine Geometrie.

Der Begriff der 3-stelligen Äquivalenzrelation in einer Menge S kann zu dem Begriff einer Äquivalenzfolge $R_2, R_3, \dots, R_n, \dots$ in S erweitert werden: $R_n \subset S^n$, R_2 ist die Identität,

$$\bigvee_{i=1}^n R_{n-1}(x_1, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_n) \Rightarrow R_n(x_1, \dots, x_n) \text{ für } n > 2,$$
$$\sim R_{n-1}(a_1, \dots, a_{n-1}) \wedge \bigwedge_{i=1}^n R_n(a_1, \dots, a_{n-1}, x_i) \Rightarrow R_n(x_1, \dots, x_n) \text{ für}$$

EBERHART konstatiert wurde. Umgekehrt besitzt jede solche Möbiustransformation eine Gruppe von Kreisverwandtschaften der oben beschriebenen Art.

EWALD, G.: Über räumliche Möbiustransformationen.

Gegeben sei ein dreidimensionaler affiner Raum über einem Schiefkörper mit involutorischem Antiautomorphismus und Charakteristik $\neq 2$. Der Vortrag behandelt über eine Klasse schwach körperspezifischer Quadriken dieses Raumes, die eine verallgemeinerte Kugelgeometrie liefern. Eigenschaften dieser Geometrie, insbesondere Schnitt- und Umhülleneigenschaften von Quadriken, wurden hergeleitet.

DIONISO, V.: Über verallgemeinerte metrische Räume.

Es wurden Gruppen mit einem invarianten System von involutorischen Erzeugenden (Rönnhängegruppen) und deren Gruppenräume betrachtet. Als Axiome nimmt man den "dreidimensionalen" Satz von den 3 Spiegellungen und 2 weitere Axiome über die Existenz gewisser Punkte und Ebenen im Gruppenraum. Es gilt dann: 1. Es gibt 4 nichtkommutative "eigentliche" Punkte, 2. Die Gruppe ist zweifach transitiv. 3. Das Zentrum besteht entweder aus dem Einselement oder aus dem Einselement und einer Erzeugenden.

LEHNER, R.: Baryzentrischer Kalkül und affine Abbildungen.

Es wurde ein Axiomensystem für einen durch eine baryzentrischen Kalkül definierten Vektorraum gegeben und gezeigt, dass man auf Grund dieser Axiome einen mit dem Vektorraum verknüpften Vektorraum konstruieren kann. Affine Abbildungen werden als Abbildungen definiert, die mit der Grundabbildung des baryzentrischen Kalküls kommutieren. Wenn in dem ursprünglichen Vektorraum der Satz von PAPPOS gilt, kann man auch für die affinen Abbildungen einen baryzentrischen Kalkül definieren. Die Verwendbarkeit dieser Begriffe wurde durch einige Beispiele demonstriert.

SEMELIN, W.: Mehrwertige Äquivalenzabbildungen und die Äquivalenzabbildung der affinen Geometrie.

Der Begriff der 3-wertigen Äquivalenzabbildung in einer Menge S kann zu dem Begriff einer Äquivalenzabbildung R, R_1, \dots, R_n in S erweitert werden. R, R_1, \dots, R_n ist die Identität I .
$$\sqrt[n]{R_1(x_1, \dots, x_n)} = R(x_1, \dots, x_n) \text{ für } n > 2$$

$$\sqrt[n]{R_1(x_1, \dots, x_n)} = R(x_1, \dots, x_n) \text{ für } n > 2$$



$n > 2$. Auf übliche Weise werden Äquivalenzklassen erklärt, Der Durchschnitt zweier Äquivalenzklassen bez. R_n ist entweder leer oder eine Äquivalenzklasse bez einem R_k ($k \leq n$). - In der affinen Geometrie hat man in $=, L, L_4, \dots, L_m, \dots$ eine Äquivalenzfolge, wo L Kollinearität bedeutet, und $L_m(a_1, \dots, a_m) \iff$

$$\bigvee_{1 \leq k < l \leq m} \exists_x \left\{ L(\pi_k a_{1x}) \wedge L_{m-1}(a_1 \dots a_{k-1} a_{k+1} \dots a_{l-1} a_{l+1} \dots a_m x) \right\} \text{ für}$$

$m > 3$. Die Dimension n ist gekennzeichnet durch

$$a_1, \dots, a_{n+1} \exists \sim L_{n+1}(a_1 \dots a_{n+1}) \text{ und } \bigvee_{a_1, \dots, a_{n+2}} L_{n+2}(a_1 \dots a_{n+2}).$$

Die k -dimensionalen Unterräume werden gerade von den Äquivalenzklassen bez. L_{k+2} gebildet.

BURMESTER, M.V.D.: Über eine verallgemeinerte Isotopie von (planaren) ternären Ringen und über die Nichteinzigkeit von distributiven V-W-Systemen.

Zwei ternäre Ringe T, T' sind isotop, falls es 3 eineindeutige Abbildungen S, P, Q derart gibt:

$$(x, m, b)T = ((xQ, mP, bS)T')S^{-1}, \quad OS = OQ = OP = 0.$$

Bei V-W-Systemen und Divisions-Algebren fällt diese Isotopie mit der von Skornjakov bzw. Albert zusammen und kann geometrisch so beschrieben werden: Sind T, T' Skornjakov-Ternare bezüglich Dreiecken der Ebenen π bzw. π' , dann ist T genau dann isotop zu T' , wenn es einen Isomorphismus von π auf π' gibt, der das Grunddreieck von T in das von T' überführt. Für Dickson-Divisions-Algebren $D(k; j)$ ($k = 0, \dots, n-1$) der Ordnung p^{2n} gilt: $D(k; j)$ ist zu $D(k'; j)$ genau dann isotop, wenn $k = k'$ oder $k' + k = n$ ist. Deshalb kann man für $n > 2$ stets nicht-isotope Dickson-Algebren finden. Diese definieren nach A.A. Albert nicht isomorphe Ebenen.

PETKANTSCHIN, B.: Über das Kleinsche Modell der hyperbolischen Geometrie.

Es werden die Kongruenzaxiome im Kleinschen Modell der hyperbolischen Geometrie in der euklidischen Geometrie bewiesen, ohne Heranziehen der automorphen Kollineationen der Grundkugel S . Einer hyp. Strecke AB ordnet man das Doppelverhältnis $(UVU'V') > 1$ zu; R, R' mit $AR|BR'$ sind die auf der Geraden AB liegenden Punkte von S . Einem hyp. Winkel UOV ordnet man das Doppelverhältnis $(UVU'V') > 1$ zu; U, V bzw. U', V' sind die auf den Schenkeln bzw. auf den Geraden OU, OV liegenden Punkte von S . Mit Hilfe der ebenen euklidischen analytischen Geometrie findet man, daß die den Seiten und Winkeln eines hyp. Dreiecks zugeordneten Zahlen f, g, h, F, G, H sich durch 3 Zahlen L, M, N mittels der Formeln

$n > 2$. Auf ähnliche Weise werden Äquivalenzklassen erklärt. Der Durchschnitt zweier Äquivalenzklassen der R_n ist entweder leer oder eine Äquivalenzklasse der selben R_n ($k \in n$). In der ersten Geometrie hat man $a_1, a_2, \dots, a_m, \dots, a_{m+1}, \dots, a_{m+2}, \dots$ eine Äquivalenzfolge, wo L Kollierbarkeit bedeutet, und $L(a_1, \dots, a_m) \iff L(a_{m+1}, \dots, a_{m+2})$.

$m > 3$. Die Dimension n ist gekennzeichnet durch $\{L(a_1, a_2, \dots, a_{m+1}), L(a_1, a_2, \dots, a_{m+2}), \dots, L(a_1, a_2, \dots, a_{m+2})\}$. Die k -dimensionalen Unterräume werden gerade von den Äquivalenzklassen der L_{k+2} gebildet.

BURBASTON, M.V.D.: Über eine verallgemeinerte Theorie von (algebraischen) Kurven und über die Nichtreduzibilität von distributiven V-Systemen.

Zwei ternäre Ringe T, T' sind isomorph, falls es 3 eindeutige Abbildungen α, β, γ derart gibt:

$$(\alpha, \beta, \gamma)T = ((\alpha, \beta, \gamma)T')S^{-1}, \quad \alpha\beta = \beta\alpha = \gamma\beta = \beta\gamma = \gamma\alpha = \alpha\gamma = 0.$$

Bei V-W-Systemen und Division-Algebren fällt diese Theorie mit der von Skornjakov bzw. Albert zusammen und kann geometrisch so beschrieben werden: Sind T, T' Skornjakov-Ternäre bezüglich drei Ebenen der Ebenen W bzw. W' , dann ist T genau dann isomorph zu T' , wenn es einen Isomorphismus von W auf W' gibt, der das Grundideal $\mathfrak{A}(k; j)$ ($k = 0, \dots, n-1$) der Ordnung p^{2n} auf $\mathfrak{A}(k'; j')$ ($k' = 0, \dots, n-1$) der Ordnung p^{2n} überführt. Für Division-Division-Algebren gegen dann isomorph, wenn $k = k'$ oder $k' = k + n$ ist. Deshalb kann man für $n > 2$ stets nicht-isotopische Division-Algebren finden. Diese definieren nach A.A. Albert nicht isomorphe Ebenen.

FRANKFURTSCHEIN, S.: Über das Kleinste Modell der hyperbolischen Geometrie.

Es werden die Kurvenkonstruktion im Kleinsten Modell der hyperbolischen Geometrie in der euklidischen Geometrie bewiesen, ohne Herabsetzen der automorphen Kollinearitäten der Grundkörper K . Eine typ. Strecke AB ordnet man das Doppelverhältnis $(UVV'V) \geq 1$ auf R' mit $AB|RR'$, sind die auf der Geraden AB liegenden Punkte von S , einer typ. Winkel UVV' ordnet man das Doppelverhältnis $(UVV'V) \geq 1$ auf U, V bzw. U', V' sind die auf dem Scheitel UVV' auf der Geraden OU, OV liegenden Punkte von S . Mit Hilfe der eben besprochenen analytischen Geometrie findet man, dass die Geraden und Winkel eines typ. Winkels koordinatenlos sind.



$$f = (L + \sqrt{L^2 - 1}) : (L - \sqrt{L^2 - 1}), \quad F = \frac{2\sqrt{M^2 - 1} \sqrt{N^2 - 1}}{\sqrt{M^2 - 1} \sqrt{N^2 - 1} + MN - L}, \dots (\text{zyklisch})$$

ausdrücken lassen. Daraus folgt gleich das letzte Kongruenzaxiom. Die übrigen Kongruenzaxiome beweist man viel leichter.

BIALLAS, D.: Fortsetzung von Ordnungsfunktionen auf Paare komplementärer Räume eines n-dimensionalen projektiven Raumes.

Der von SPERNER in die Geometrie eingeführte Begriff der Ordnungsfunktionen für Punkte und Hyperebenen wird erweitert auf komplementäre Raumpaare. Im wesentlichen lassen sich alle Ergebnisse auch auf diesen Fall übertragen. Ordnungsfunktionen für komplementäre Räume gibt es stets dann, wenn man solche für Punkte und Hyperebenen angeben kann, die der Hyperebenenrelation genügen. Für den 3-dimensionalen projektiven Raum erhält man: Eine Konfiguration aus 4 Geraden mit wenigstens 2 windschiefen Paaren trennt sich genau dann, wenn die Tangentialebenen an die Plückerquadrik in 2 Punkten dieser Konfiguration die beiden übrigen Punkte der Konfiguration im P^5 trennt. Zum Beweise aller Ergebnisse wird wesentlich das verallgemeinerte Doppelverhältnis nach A. FUHRMANN benutzt.

BERGAU, P.: Über eine Klasse irreflexibler "regular maps".

Für den Begriff "regular map" nach COXETER und MOSER wird eine rein gruppentheoretische Definition gegeben. Außerdem wird bewiesen: Ein auf einer orientierbaren Fläche gelegenes regular map mit n Ecken, von denen je zwei durch eine eindeutig bestimmte Kante verbunden sind, ist reflexibel für $n = 3$ und $n = 4$, jedoch irreflexibel für $n > 4$. Die Existenz eines solchen regular map ist gesichert, sofern n eine Primzahlpotenz ist.

SALZMANN, H.: Klassifikation topologischer projektiver Ebenen.

Betrachtet werden nur lokal kompakte, zweidimensionale projektive Ebenen. Ihre Kollineationsgruppe Γ ist in der Topologie der punktwweisen Konvergenz eine höchstens 8-dimensionale Lie-Gruppe. Alle Ebenen, in denen sich wenigstens eine Fahne lokal frei bewegen läßt, d.h. für die $\dim \Gamma \geq 3$ ist, lassen sich vollständig angeben. Die einzigen Ebenen mit $\dim \Gamma \geq 4$ sind die Moulton-Ebenen. Es gibt 3 Familien von Ebenen mit $\dim \Gamma = 3$, bei denen Γ genau 2 Punkte und 2 Geraden bzw. eine Fahne bzw. keinen Punkt und keine Gerade fest läßt; sie hängen von 3 bzw. 2 bzw. 1 reellen Parametern ab. -

$$t = (1 + \sqrt{2}) : (1 - \sqrt{2})^{-1} = \frac{1 + \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}} \cdot \frac{1 + \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} = \frac{(1 + \sqrt{2})^2}{1 - 2} = \frac{1 + 2\sqrt{2} + 2}{-1} = -3 - 2\sqrt{2}$$

ausdrücken lassen. Daraus folgt gleich das letzte Kongruenzaxiom.
Die übrigen Kongruenzaxiome beweisst man viel leichter.

BIALLAS, D.: Fortsetzung von Ordnungsaxiomen auf Räume kompakter metrischer Räume eines n-dimensionalen projektiven Raumes.

Der von SPERNER in die Geometrie eingeführte Begriff der Ordnungsfunktionen für Punkte und Hyperebenen wird erweitert auf kompaktere Räume. Im wesentlichen lassen sich alle Ergebnisse auch auf diesen Fall übertragen. Ordnungsaxiome für Punkte und Hyperebenen ergeben kann, die den Hyperenebenenaxiomen entsprechen. Für den 3-dimensionalen projektiven Raum erhält man: Eine Konfiguration aus 4 Geraden mit wenigstens 2 windschiefen Paaren trennt sich genau dann, wenn die Tangentialebenen an die Pflasterquadrate in 2 Punkten dieser Konfiguration die beiden übrigen Punkte der Konfiguration in P trennen. Zum Beweise dieser Ergebnisse ist wesentlich das verallgemeinerte Doppelverhältnis nach A. FUHRMANN benutzt.

BERGHAUS, P.: Über eine Klasse projektiver "regulärer Räume".

Für den Begriff "regulär" nach COULTER und MOSELEY wird eine rein axiomenorientierte Definition gegeben. Außerdem wird bewiesen, daß auf einer orientierten Fläche geeigneter regulärer Räume mit n Ebenen, von denen je zwei durch eine eindeutig bestimmte Gerade verbunden sind, ist reflexiv (für n=2 und n=4, jedoch nicht für n>4). Die Existenz eines solchen regulären Raumes ist gesichert, sofern n eine Primzahlpotenz ist.

SALZMANN, H.: Klassifikation topologischer projektiver Ebenen.

Betrachtet werden nun lokal kompakte, zweidimensional projektive Ebenen. Ihre Kongruenzgruppen Γ ist in der Topologie der punktierten Konvergenz eine höchstens 8-dimensionale Lie-Gruppe. Alle Ebenen, in denen sich wenigstens eine Ebene lokal frei bewegen läßt, d.h. für die gilt $\dim \Gamma \leq 2$, lassen sich vollständig angeben. Die einzigen Ebenen mit $\dim \Gamma = 3$ sind die Möbiustransformationen. Es gibt 3 Familien von Ebenen mit $\dim \Gamma = 5$, bei denen genau 2 Punkte und 2 Geraden bzw. eine Ebene bzw. keinen Punkt und keine Gerade fest läßt; die hängen von 3 bzw. 2 bzw. 1 reellen Parameter ab.



Eine Ebene mit einer nicht einfach zusammenhängenden, 3-dimensionalen Untergruppe Δ von Γ , die keinen Punkt fest läßt, ist die euklidische oder elliptische Ebene oder enthält die hyperbolische Ebene als Unterstruktur.

JUNKERS, W.: Beziehungen zwischen mehrwertigen Ordnungsfunktionen und Inhaltsfunktionen auf Räumen endlicher Dimension.

Unter Zugrundelegung eines affinen oder projektiven Raumes \mathcal{R} endlicher Dimension und einer kommutativen Gruppe \mathcal{O} werden einerseits diejenigen " \mathcal{O} -Ordnungsfunktionen" (d.i. eine Verallgemeinerung des Begriffs der Ordnungsfunktion nach SPERNER auf den Wertebereich \mathcal{O}) auf \mathcal{R} betrachtet, die der "Geradenrelation" genügen und andererseits diejenigen " \mathcal{O} -Inhaltsfunktionen" (d.i. eine entsprechende Verallgemeinerung des Begriffs der Orientierungsfunktion nach GLOCK) auf \mathcal{R} , für welche die "Hyperebenenrelation" gilt. Jene bilden eine Gruppe \mathcal{H} , diese eine Gruppe \mathcal{H}^* . Es werden anschaulich-konstruktive Verfahren angegeben, die einen Isomorphismus von \mathcal{H} auf \mathcal{H}^* vermitteln, indem man 2 beliebige Simplexe durch eine "Kette" von Paaren von in gewissem Sinne benachbarten Simplexen verbindet. Wesentlich ist, daß man zeigen kann, daß dabei die spezielle Wahl der Kette keine Rolle spielt.

DRESS, A.M.: Lotschnittebenen über algebraischen Zahlkörpern.

Es werden metrische Ebenen mit Zusatzaxiomen untersucht und vollständig algebraisch beschrieben. Die Zusatzaxiome lauten: 1. Je 2 auf zu einander senkrechten Geraden errichtete Lote schneiden sich (Lotschnittaxiom). 2. Der Koordinatenkörper der Ebene ist ein algebraischer Zahlkörper K . - Aus früherem ist bekannt, daß alle metrischen Ebenen über den verschiedenen perfekten Erweiterungen K_y von K das Lotschnittaxiom erfüllen. Es wird gezeigt, daß alle Lotschnittebenen über K sich aus diesen durch Schnittbildung gewinnen lassen.

Van DALEN, D.: Erweiterungsprobleme in der intuitionistischen Geometrie.

Versucht man wie üblich die affine Ebene auf natürliche Weise in eine projektive Ebene einzubetten, so reichen dazu Parallelenbüschel nicht aus, weil man im allgemeinen nicht behaupten kann: $P \in l$ oder $P \notin l$. Also definiert man neue Punkte und Geraden auf homogene Weise. Bisher ist es noch nicht gelungen, alle Axiome der projektiven Ebene zu beweisen. Allerdings ist bewiesen, daß

Eine Ebene mit einer nicht trivialen Zusammenhangs-
funktion ist eine Ebene, die keinen Punkt hat, der zu
keiner anderen Ebene oder elliptischen Ebene oder elliptischen
Ebene als Unterstruktur.

W. JUNKERS, W. Bestimmung der Ordnungsfunktion

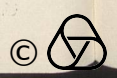
Die Unterstruktur einer Ebene oder projektiven Ebene ist
eine Ebene, die mit einer kommutativen Gruppe G versehen
ist, die diejenige "Ordnungsfunktion" (d.h. eine Verallgemeinerung
des Begriffs der Ordnungsfunktion nach SPERNER auf den
Fall der Ebene E) auf G betrachtet, die der "Geradenrichtung" ge-
hörig ist und andererseits diejenige "Ordnungsfunktion" (d.h.
eine entsprechende Verallgemeinerung des Begriffs der Ordnungsfunktion
nach SPERNER) auf G , für welche die "Hyperebene" H eine
"Ordnungsfunktion" ist, diese bilden eine Gruppe G . Es
werden anschaulich-konstruktive Verfahren angegeben, die einen
Isomorphismus von G auf G vermitteln, indem man G beliebig
"Kette" von Punkten von in gewissen Sinne "nach-
einander" verbindet. Wesentlich ist, dass man zeigen kann,
dass dabei die spezielle Wahl der Kette keine Rolle spielt.

A. DRESS, Axiomatische Eigenschaften der euklidischen Körper

Es werden metrische Ebenen mit Axiomen untersucht und voll-
ständig axiomatisch beschrieben. Die Axiome lauten: 1. Je 2
Punkten A, B existiert genau eine Gerade AB , die A und B enthält.
(Geradenaxiom) 2. Der Koordinatenkörper über E ist ein eukli-
discher Körper K . - Aus früheren ist bekannt, dass eine me-
trische Ebene über den reellen oder komplexen Erweiterungen K
von E das Axiom erfüllt. Es wird gezeigt, dass alle eukli-
dischen Ebenen über K sich aus diesen durch Schnittbildung gewin-
nen lassen.

V. DALLE, Die Erweiterungseigenschaften in der projektiven Ebene

Man versucht man wie üblich die affine Ebene auf natürliche Weise in
eine projektive Ebene einzubetten; es ist zu zeigen dass
sich nicht aus, weil man im allgemeinen nicht behaupten kann:
P. oder P. Also definiert man nun Punkte und Geraden auf
homogener Weise. Bisher ist es noch nicht gelungen, alle Axiome
der projektiven Ebene zu beweisen. Allerdings ist bewiesen, dass



die projektive Erweiterung, falls sie existiert, bis auf Isomorphie eindeutig bestimmt ist. - Die Konstruktion einer affinen Ebene über einem Ternärkörper ist schwieriger. Man weiß nur, daß eine solche Ebene, falls sie existiert, bis auf Isomorphie eindeutig bestimmt ist. - Die Übertragung der Anordnung eines Ternärkörpers einer projektiven Ebene auf die Ebene ist gelungen. Die intuitionistischen Schwierigkeiten in diesen Problemen stammen meistens von Disjunktionen in der klassischen Theorie, also von der inhomogenen Behandlungsweise.

ARNOLD, H.J.: Axiomatische Betrachtungen zum Austauschatz.

Gegeben sei eine Menge $\mathcal{M} = \{A, B, \dots\}$ und eine "Hüllenoperation" auf \mathcal{M} . Wir verstehen darunter eine Abbildung der Potenzmenge $\mathcal{P}(\mathcal{M})$ in sich. Das Bild von $\mathcal{A} \subset \mathcal{M}$ bei dieser Abbildung werde mit $\overline{\mathcal{A}}$ bezeichnet. Gefordert werden die 3 üblichen Hüllenaxiome: 1. $\mathcal{A} \subset \overline{\mathcal{A}}$, 2. $\overline{\overline{\mathcal{A}}} = \overline{\mathcal{A}}$, 3. $\mathcal{A} \subset \mathcal{L} \implies \overline{\mathcal{A}} \subset \overline{\mathcal{L}}$. \mathcal{L} heißt unabhängig, wenn $\overline{\mathcal{L} - \{B\}} \neq \overline{\mathcal{L}}$ für alle $B \in \mathcal{L}$. Es werden verschiedene hinreichende Bedingungen angegeben für die Gültigkeit des Austauschatzes: "Ist \mathcal{L} unabhängig und $\mathcal{L} \subset \overline{\mathcal{A}}$, so gibt es eine Teilmenge $\mathcal{A}' \subset \mathcal{A}$, welche zu \mathcal{L} gleichmächtig ist, derart daß $(\mathcal{A} - \mathcal{A}') \cup \mathcal{L} = \overline{\mathcal{A}}$ gilt." - Die Tragweite des Austauschatzes wird sodann mit der des Basissatzes verglichen. Beziehungen zwischen unseren Hüllensystemen mit Austauschatz und solchen, wie sie in der Algebra und Geometrie auftreten, werden erörtert.

GÖTZKY, M.: Eine Kennzeichnung der unitären Gruppen.

(K, V) sei eine lineare Mannigfaltigkeit, wobei man unter K einen Schiefkörper von Charakteristik $\neq 2$ und unter V einen n -dimensionalen Linksvektorraum über K zu verstehen hat. f sei eine nichtausgeartete α -symmetrische Semibilinearform auf V mit involutorischem Antiautomorphismus α auf K . Das Tripel $(K, V; f)$ heißt unitärer Raum, und die Gruppe derjenigen linearen Abbildungen von V auf sich, die f invariant lassen, heißt unitäre Gruppe. Eine unitäre Gruppe $U_n(K, f)$ wird nach DIEUDONNÉ durch diejenigen linearen Abbildungen erzeugt, die eine Hyperebene von (K, V) vektorweise fest lassen. Es wurde ein Axiomensystem angegeben, das alle unitären Gruppen $U_n(K, f)$ mit $n > 3$ kennzeichnet, in denen es zu jeder Hyperebene von (K, V) eine unitäre Abbildung gibt, die diese Hyperebene vektorweise fest läßt. Damit sind bis auf die orthogonalen, nicht elliptische Gruppen alle unitären Gruppen erfaßt.

die projektive Erweiterung, falls sie existiert, die auf Isomor-
 phie eindeutig bestimmt ist. - Die Konstruktoren einer solchen
 Ebene über einem Ternärkörper ist schwächer. Man weiß nur, daß
 eine solche Ebene, falls sie existiert, die auf Isomorphie ein-
 deutig bestimmt ist. - Die Übertragung der Anordnung eines Ternär-
 körpers einer projektiven Ebene auf die Ebene ist gelungen. Die
 in funktionistischen Schwierigkeiten in diesen Problemen stammen
 meistens von Disjunktionen in der klassischen Theorie, also von
 der inhomogenen Behandlungsweise.

ARNOLD, H.J.: Axiomatische Betrachtungen zum Austauschaxiom.

Gegeben sei eine Menge $M = \{A, B, \dots\}$ und eine "Hilfsoperation"
 auf M . Wir verstehen darunter eine Abbildung der Potenzmenge
 $\mathcal{P}(M)$ in sich. Das Bild von M bei dieser Abbildung werde
 mit \bar{M} bezeichnet. Gefordert werden die folgenden Hilfsaxiome:

$$A \cup \bar{A} = M, \quad A \cap \bar{A} = \emptyset, \quad \bar{\bar{A}} = A, \quad \bar{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$$
 heißt unähn-
 liche Bedingung angegeben für die Gültigkeit des Aus-
 tauschaxioms "ist \bar{A} unähnlich mit \bar{B} ", so gibt es eine
 Teilmenge $A \subset M$, welche zu \bar{A} gleichmächtig ist, d. h. daß
 $(A - \bar{A}) \cap (\bar{A} - A) = \emptyset$ gilt. - Das Erzeugnis des Austauschaxioms wird
 sodann mit der des Basissatzes verglichen. Beziehungen zwischen
 unseren Hilfsaxiomen mit Austauschaxiom und solchen, wie sie in
 der Algebra und Geometrie auftreten, werden erörtert.

GÖTTKY, M.: Eine Kennzeichnung der Ternärgruppen.

(K, V) sei eine lineare Mannigfaltigkeit, wobei man unter K einen
 Schiefkörper von Charakteristik $\neq 2$ und unter V einen n-dimensionalen
 reellen Innenvektorraum über K zu verstehen hat. γ sei eine nicht-
 ausgeartete ϵ -symmetrische Bilinearform auf V mit Invertiert-
 sehen Antisymmetrie ϵ auf K. Das Tripel (K, V, γ) heißt untri-
 ter Raum, und die Gruppe derjenigen linearen Abbildungen T von V
 auf sich, die γ invariant lassen, heißt untriter Gruppe. Eigen-
 täre Gruppe $U_n(K, \gamma)$ wird nach GÖTTKY durch diejenigen linearen
 Abbildungen erzeugt, die eine Hyperebene von (K, V) vektorweise
 fest lassen. Es wurde ein Äquivalenzsatz angegeben, das alle un-
 triter Gruppen $U_n(K, \gamma)$ als > 2 kennzeichnet. In denen es zu jeder
 Hyperebene von (K, V) eine untrite Abbildung gibt, die diese Hy-
 perebene vektorweise fest läßt. Damit sind die auf die orthogona-
 len, nicht elliptische Gruppen eine untriter Gruppen erklärt.



KARZEL, H.: Kommutative Inzidenzgruppen.

Eine Menge G , die mit 2 Strukturen versehen ist, nämlich mit einer Gruppenstruktur und der Struktur eines projektiven Raumes, nennen wir Inzidenzgruppe, wenn jede Linkstranslation $x \rightarrow ax$ ($a, x \in G$) von G auf sich eine Projektivität des projektiven Raumes ist. Für jede kommutative desarguessche Inzidenzgruppe G mit $2 \leq \dim G < \infty$ gilt: G ist isomorph zu einer Faktorgruppe F^*/K^* , wobei F ein kommutativer Körper und K ein Teilkörper von F ist mit $2 < [F : K] < \infty$.

Im Sonderprogramm des Frankfurter Seminars hörte man folgende Vorträge:

LÜNEBURG, H.: Über endliche projektive Ebenen vom Lenz-Barlotti-Typ III-1 und III-2.

Es werden verschiedene Kennzeichnungen endlicher desarguesscher Ebenen bewiesen, die vermuten lassen, daß es keine endlichen Ebenen vom L-B-Typ III-1 und III-2 gibt. (Im Unendlichen liefern die verallgemeinerten Moulton-Ebenen Beispiele für beide Typen.) Mit Hilfe dieser Kennzeichnungen läßt sich bisher jedoch nur folgendes beweisen:

1. Es gibt keine endlichen Ebenen gerader Ordnung vom L-B-Typ III-2
2. Eine endliche Ebene gerader Ordnung vom L-B-Typ III-1 hat quadratische Ordnung.
3. Eine endliche Ebene vom L-B-Typ III-2 hat ungerade Ordnung, und die große projektive Gruppe einer solchen Ebene operiert nicht speziell.

Hilfsmittel für den Beweis dieser Sätze sind einige recht tiefliegende Resultate von SUZUKI, FEIT und ITO über zweifach transitive Permutationsgruppen.

SALZMANN, H.: Topologische Ebenen vom Lenz-Typ III.

Sei \mathbb{P} eine lokal kompakte, zweidimensionale topologische projektive Ebene und Γ ihre Kollineationsgruppe in der Topologie der punktwweisen Konvergenz. Dann sind die folgenden Aussagen gleichwertig:

- (1) \mathbb{P} ist eine echte Moulton Ebene.

KARABEL, H.: Kommutative Invariantengruppen.

Eine Menge G , die mit 2 Struktoren versehen ist, nämlich mit einer Gruppenstruktur und der Struktur eines projektiven Raumes, nennen wir Invariantengruppe, wenn jede Linkstranslation $x \rightarrow ax$ ($a, x \in G$) von G auf sich eine Projektivität des projektiven Raumes ist. Für jede kommutative desarguessche Invariantengruppe G mit $2 \cong \dim G < \infty$ gilt: G ist isomorph zu einer Faktorgruppe P^*/K^* , wobei P ein kommutativer Körper und K ein Teilkörper von P ist mit $2 < [P : K] < \infty$.

Im Sonderprogramm des Frankfurter Seminars hörte man folgende

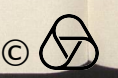
LÜBBERT, H.: Über endliche projektive Ebenen vom Lenz-Barlotti-Typ III-1 und III-2.

Bewiesen werden die Kennzeichnungen endlicher desarguesscher Ebenen, die verknüpft lassen, daß es keine endlichen Ebenen vom L-B-Typ III-1 und III-2 gibt. (In Uschidschen Lektoren die verknüpften Moulton-Ebenen (sogenannte beide Typen). Mit Hilfe dieser Kennzeichnungen läßt sich bisher jedoch nur fol-

1. Es gibt keine endlichen Ebenen gerader Ordnung vom L-B-Typ III-2
 2. Eine endliche Ebene gerader Ordnung vom L-B-Typ III-1 hat quadratische Ordnung.
 3. Eine endliche Ebene vom L-B-Typ III-2 hat ungerade Ordnung, und die große projektive Gruppe einer solchen Ebene operiert nicht operativ.
- Hilfsmittel für den Beweis dieser Sätze sind einige recht tief liegende Resultate von SUZUKI, FEIT und ITO über zweifach transitive Permutationsgruppen.

SABIMANN, M.: Topologische Ebenen vom Lenz-Typ III.

Sei P eine lokale Gruppe zweifachtransitive topologische projektive Ebene und P ihre Kollinearitätsgruppe. Die Topologie der Punktweisen Konvergenz. Dann sind die folgenden Aussagen gleichwertig: (1) P ist eine echte Moulton Ebene.



133, P
 High Performance
 Computing
 E 30/1002

- (2) \mathbb{P} hat den Lenz-Typ III.
 (3) \mathbb{P} hat den Barlotti-Typ III-2.
 (4) Γ ist vierdimensional.
 (5) \mathbb{P} besitzt eine zusammenhängende, 3-dimensionale Gruppe von Kollineationen, die ein nicht-inzidentes Punkt-Geraden-Paar als einzige Fixelemente hat.
 (6) Γ hat eine Untergruppe Λ isomorph zur einfach zusammenhängenden Überlagerungsgruppe $\tilde{\Omega}$ von $PSL_2(\mathbb{R})$.
 (7) Die kleine projektive Gruppe Λ ist isomorph zu $\tilde{\Omega}$.

S. HILDEBRANDT (Mainz), HOCHSMANN (Hamburg), W. KLINGENBERG (Göttingen), M. KNESER (Göttingen), K. KRICKEBERG (Heidelberg), R. LEIS (Aachen), H. LEPPIN (Hamburg), H. NIEMEYER (Aachen), H. PACHALS (Berlin), W. SCHWARZ (Freiburg), E. THOM (München), W.v. WALDEN-FELS (Jülich), E. Glock (Stuttgart)

Das Thema der Arbeitsgemeinschaft waren die neueren Ergebnisse der Theorie der stark elliptischen, linearen, partiellen Differentialgleichungen mit variablen Koeffizienten. Den Schlüssel dieser Theorie bildet die GÄRDINGsche Ungleichung. Mit ihrer Hilfe beweist man zunächst die Existenz einer schwachen Lösung des Dirichlet-Problems und dann die Regularität dieser Lösung.

Die ersten drei Vorträge brachten die notwendigen Vorbereitungen über Sobolevsche Räume, die vor allem am Ende der Arbeitsgemeinschaft bei den Glattheitsaussagen gebraucht wurden. Der vierte, fünfte und sechste Vortrag beschäftigten sich mit der funktionalanalytischen Abstraktion des Dirichlet-Problems, während der siebte Vortrag die GÄRDINGsche Ungleichung bewies und die in den vorhergehenden Vorträgen gewonnenen Resultate auf stark elliptische Differentialoperatoren anwandte. Die restlichen vier Vorträge waren der Regularität der schwachen Lösungen gewidmet.

- (2) \mathbb{P}^2 hat den Benz-Typ IIIIT.
- (3) \mathbb{P}^2 hat den Barfotti-Typ III-2.
- (4) Γ ist vierdimensional.
- (5) \mathbb{P}^2 besitzt eine zusammenhängende, 3-dimensionale Gruppe von Kollineationen, die ein nicht-incidentes Punkt-Geraden-Paar als einzige Fixelemente hat.
- (6) Γ hat eine Untergruppe Δ isomorph zur einfach zusammenhängenden Überlagerungsgruppe $\tilde{\Omega}$ von $PSL_2(R)$.
- (7) Die kleine projektive Gruppe Δ ist isomorph zu $\tilde{\Omega}$.

E. Glock (Stuttgart)