

1963, 13

Mathematisches Forschungsinstitut

Oberwolfach

Math. Forschungsinstitut  
Oberwolfach  
E 20/10/26

P. R. Halmos, Zürich, A. van de VEN, Leiden

I. VALDERRAMA, Brit. Council, Cambridge

C.P.C. WALL, Cambridge

Tagungsbericht

Topology

(A)

Es folgen die vom 1. bis 6. Sept. 1963

verfaßten Zusammenfassungen ihrer Vorträge.

Unter der Leitung der Herren Professoren A. DOLD (Heidelberg), D. PUPPE (Saarbrücken) und H. SCHUBERT (Kiel) fand vom 1. bis 6. September 1963 in Oberwolfach eine Tagung über Topologie statt. Sie sollte vor allem jüngeren europäischen "Topologen" Gelegenheit geben, ihre Arbeiten zur Diskussion zu stellen. Der Themenkreis der Vorträge war daher weit gezogen, und die Vielfalt der aufgeworfenen Fragen läßt sich mit wenigen Worten nicht umreißen, wie ein Blick in die Auszüge lehrt. Das Schwergewicht lag auf der eigentlichen algebraischen Topologie; daneben wurde jedoch auch über Probleme der mengentheoretischen Topologie, der Knotentheorie, der Differentialtopologie und der homologischen Algebra vorgetragen.

Die Tagung fand regen Zuspruch: Fünf Vorträge täglich wurde als übergenug empfunden; und viele Interessenten konnten aus Platzmangel nicht eingeladen werden. Allgemein wurde der Wunsch nach einer regelmäßigen Wiederholung des Zusammentreffens geäußert. Mit Recht, denn daß von fachlichen Gesprächen weitwirkende Anregungen ausgehen, ist unbestritten.

Teilnehmer:

M. ANDRÉ, Genf

H. HOLMANN, Münster

F.W. BAUER, Frankfurt a.M.

L. HOROWITZ, Leiden

E. BRIESKORN, Bonn

H. IBISCH, Tübingen

H.B. BRINKMANN, Saarbrücken

K. JÄNICH, Bonn

R. BROWN, Liverpool

J. JAWOROWSKI, Warschau

H. CARTAN, Paris

F. KAMBER, Zürich

H. DEBRUNNER, Bern

K. LAMOTKE, Bonn

P. DEDECKER, Liège

S. MARDESIC, Zagreb

M. DERUAZ, Zürich

C. MORLET, Reims

T. tom DIECK, Saarbrücken

M. MOSS, Hull

D. EPSTEIN, Cambridge

J.R. PORTEOUS, Liverpool

A. FREI, Zürich

W. SHIH, Paris

M. FUCHS, Saarbrücken

E. STAMM, Zürich

G. GRIMEISEN, Stuttgart

B. STEER, Oxford

G. HIRSCH, Brüssel

W. THÖNI, Zürich

EN 83

Mitgliedsstädte des Europäischen Parlaments

Operatoren

Welt-Parlamentarische  
Gesellschaft  
E 5016-493

### Teilnehmerliste

To go to:

1963, 8. bis 11. Sept.

Unter der Leitung der Herren Professor A. DOLD (Heidelberg),  
D. PUPPE (Sassari/Sardinien) und H. SCHUBERT (Kiel) fand vom 8. bis 11.  
September 1963 in Operatoren ehe Topologie statt.  
Sie sollte vor allem jungenen Autodidakten "Topologen" Gelegenheit  
geben, ihre Arbeitsergebnisse zur Diskussion zu stellen. Der Turnus ist  
der Vorträge war sehr bescheiden, und die Vier ist der Vier-  
wöchigen Krieger 1963 sehr mit jungen Männern mitzumachen, wie  
sie im Bild zu sehen ist. Die Gewerkschaften sind der  
jungenen Autodidakten Topologie; darüber hinaus der Konfunktions-  
topologie der modernen geometrischen Topologie, der Kontinuitäts-  
der Dimensionstheorie und der homologischen Algebra verordneten.  
Die Tagung fand unter großem Wohlstand: Eine Vortragsreihe fand sie  
unter Beobachtung eines Präsidenten aus Italien statt; und eine Interessentenkonferenz aus Frankreich-  
und Belgien eröffnete die Tagung am Mittwochmorgen. Mit Recht  
bezeichnete sie als "die wichtigste Tagung der jungen Mathematiker der Welt". Mit Recht  
wurde sie von den Organisatoren mit einer Auszeichnung ausge-  
zeichnet, für Verdienste um die jungen Mathematiker.

### Teilnehmer

H. HOLMANN, Münster	M. ANDRE, Genf
P. HOROWITZ, Tel Aviv	P.W. BAUER, Bonn/Luxemburg
H. HIRSCH, Tel Aviv	E. ERICKSON, Bonn
K. JÄNICH, Bonn	H.B. BRINCKMANN, Saarbrücken
G. JACHOWSKI, Warszawa	R. BROWN, Liverpool
K. KAMMER, Stuttgart	H. CARTAN, Paris
K. IJAMOTO, Bonn	H. DEBRUNNEN, Berlin
S. MARINSIG, Salzburg	P. DEMICKE, Halle
C. MORRIS, Newark	M. DRINAS, Stuttgart
M. MOSS, Hull	T. FOTI DI FIORE, Sardinien
I.R. PORTHORAC, Liverpool	D. PASTRINI, Cambridge
M. SHIN, Paris	A. HRBI, Bratislava
H. STERN, Oxford	M. LUCHS, Saarbrücken
B. STEPH, Oxford	G. GRIMMELSEN, Stuttgart
M. THOMT, Berlin	G. HIRSCH, Brüssel

Ph. TONDEUR, Zürich  
I. VALDERRAMA, Brüssel  
C.T.C. WALL, Cambridge

A.van de VEN, Leiden  
E.C. ZEEMAN, Cambridge

Es folgen die von den Teilnehmern selbst verfaßten Zusammenfassungen ihrer Vorträge.

F.W. BAUER: Universelle Homotopiegruppen.

Bekanntlich gilt für Polyeder ( $C W$  - Komplexe) mit Basispunkt und entsprechenden Abbildungen der folgende Satz von J.H.C. WHITEHEAD: Es ist  $f : X \rightarrow Y$  genau dann eine Homotopieäquivalenz, wenn  $\pi(f)$  ein Isomorphismus ist. Dabei ist  $\pi(X) = \sum_n \pi_n(X)$ . Für allgemeine Räume ist der Satz falsch. Es wird ein Funktor  $M : \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{G}$  konstruiert ( $\mathcal{R}$  = Kategorie der normalen Räume,  $\mathcal{G}$  = Kategorie der Gruppen), für den gilt:

1. Der Satz von WHITEHEAD für  $\mathcal{R}$
2. Es gibt einen Monomorphismus  $\mu : \pi \rightarrow M$ , so daß auf der Kategorie der Polyeder  $\mu$  ein Isomorphismus ist.

Wesentlich für das Folgende ist die Konstruktion der Funktoren  $\bar{W}, \bar{W}_K : \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{V}$ , wobei  $\mathcal{V}$  die Kategorie der vollständigen Verbände mit 0- und 1-Element und die Abbildungen vereinigungstreu sind (keine Verbandshomomorphismen). Es ist  $\bar{W}_K(X)$  der Verband der "zulässigen Untergruppen" von  $M(X)$ , wobei  $G \subset M(X)$  zulässig heißt, wenn es ein  $f \in \mathcal{R}$ ,  $f : T \rightarrow X$  gibt, so daß  $M(f)M(T) = G$  ist.

H. HOLMANN: Über Seifertsche Faserräume.

Die von H. SEIFERT in der Arbeit "Topologie dreidimensionaler gefaserter Räume, Acta Math. 60 (1933)" betrachteten Faserräume lassen sich so verallgemeinern, daß man mit ihnen weitgehend wie mit Faserbündeln rechnen kann. Während ein Bündel mit Faser  $F$  dadurch definiert ist, daß es lokal zu einem Produkt  $F \times U$  isomorph ist, fordern wir von einem Seifertschen Faserraum, daß er lokal homomorphes Bild eines solchen Produktraumes ist, wobei der Homomorphismus noch einigen einschränkenden Bedingungen genügt. Ganz analog wie bei einem Bündel kann man eine Strukturgruppe einführen. Wie die Bündel lassen sich auch die Seifertschen Faserräume durch Elemente einer Kohomologiemenge eindeutig charakterisieren. Es gilt: L sei eine komplexe Liesche Transformationsgruppe des komplexen Raumes X. Die Zerlegung von X in L-Bahnen macht X genau dann zu einem holomorphen Seifertschen Faserraum über dem Bahnenraum  $X/L$  mit L als Faser und Strukturgruppe, wenn L eigentlich auf X operiert.

Dr. TÖNDUR, Dr. J. H.  
Prof. Dr. H. J. EHMANN, Stargard  
I. ALDREHANA, Grudei  
O. F. C. WATF, Guntisburg

-klassen kann bei Kettensäureketten ausnahmsweise ein Kettenende am zweiten Atom der Kette selbst auftragen.

P. A. HAUKE: Universität Homologe Acrylate und  
Bezeichnung der für die Polymerisatoren und  
Initiatoren von I. H. C. WHITING:  
(i)  $X \sim N - C - X'$ :  $X \sim N - C - X'$  ist die Homologe des Acrylates  
mit dem allgemeinen Ausdruck  $(X)C_3H_5^+$ . Es ist in diesem Sinne ein Isomeres  
des  $C_3H_5^+$ ;  $M = 70$  ist ein Fünftot. Es wie ein Buttersäure-Ketone mit den gleichen  
Ketoneigenschaften hat (Ketone =  $\alpha$ -Ketokarbonsäure der  
Gruppen), für den gilt:

1. Der Säure von WHITING ist  
ein Kettenendesäure Monomer (Monomeric acid).  
2. Es gibt zwei Formen des Ketten-

endesäures der Polymersäure ist die Konjugatsäure der  
schwach negativen Kettenende eines Ketoncarbonsäuren  $X - C = O$ ,  $X - C = O - C$ ,   
die entsprechenden negativen Säuregruppen  $X - C - O^-$  ist ein Element und -0 ist  
eine Säuregruppe. Die Säure (X) $C_3H_5^+$  ist eine (nominelle) Säuregruppe. Keine  
gekennzeichneten Säuregruppen (X) $C_3H_5^+$  ist ein "negative Säuregruppe"  
 $X - C = O - C$  ist ein "positive Säuregruppe". Wenn es ein

H. HOMMANN: Über Säurestruktur und Isostärne  
"Sieg weissenschiffliches Strohgold" steht in den ersten Dr. von H. SCHIRDT ist der Name der  
Kasse des Kaiserl. Hofgerichtes "(SSR)" und des Reichs-, Amtsgerichts, Berlin-Brandenburg,  
in der sich die Abhandlungen und Urteile im namen der gesetzlosen und unbestimmt bestehenden  
Vereinigungen unterhielten. Ein Buch aus dem Jahre 1825 beschreibt das  
Sieg weissenschiffliches Strohgold und die Verteilung der dazugehörigen Preise bis zum  
Jahr 1820. Das Buch ist sehr selten und nur in einer einzigen Ausgabe vorhanden. Es ist  
ein sehr schönes Exemplar mit einer handschriftlichen Widmung des Verfassers an einen  
Freund. Die handschriftliche Widmung ist folgendermaßen: "Von einem Freunde mit einer  
handschriftlichen Widmung und einer handschriftlichen Unterschrift. Dies ist eine  
handschriftliche Widmung, die ich Ihnen überreichte. Ich hoffe, Sie werden sie  
als ein sehr schönes Exemplar ansiegen. Ich hoffe, Sie werden es sehr schätzen." Diese  
handschriftliche Widmung ist sehr schön und gut erhalten.

H. DEBRUNNER: Über den Zerfall von Verkettungen.

Disjunkte, lokal flach im  $R^k$  eingebettete  $(k-2)$ -Sphären  $S_i$  ( $i=1, \dots, n$ ) bilden eine Verkettung  $\mathcal{W} = \bigcup_{i=1}^n S_i$ .  $\mathcal{W}$  heißt zerfallend, falls es eine lokal flache  $(k-1)$ -Sphäre in  $R^k$  gibt, welche zu  $\mathcal{W}$  disjunkt ist und Punkte von  $\mathcal{W}$  in ihrem Innern und in ihrem Äußern enthält. Für  $J \subset \{1, \dots, n\}$  sei  $\mathcal{W}_J$  die Teilverkettung  $\bigcup_{i \in J} S_i$  von  $\mathcal{W}$ . Das Zerfallsschema  $S$  von  $\mathcal{W}$  ist die Menge aller  $J \subset \{1, \dots, n\}$ , für welche  $\mathcal{W}_J$  nicht zerfällt; offenbar gilt

- (1)  $\emptyset \in S$ ,  $\{i\} \in S$  für  $i = 1, \dots, n$ .
- (2)  $J \cup K \in S$ , falls  $J, K \in S$  und  $J \cap K \neq \emptyset$ .

Vom heuristischen Standpunkt aus hat 1892 H. BRUNN für  $k=3$  untersucht, ob es bei beliebigen  $n$  zu jeder (1) und (2) erfüllenden Teilmenge  $S$  von  $\{1, \dots, n\}$  eine Verkettung von  $(k-2)$ -Sphären im  $R^k$  gibt, welche  $S$  als Zerfallsschema besitzt. Ich zeige, daß dies für  $k > 3$  zutrifft. Als Spezialfall ergibt sich die Lösung von FOX's Problem Nr. 38 in Topology of Manifolds, Prentice-Hall 1962 (ed. M.K. FORT), S. 175.

E.C. ZEEMAN: Twisting spun knots.

The 4-dimensional POINCARÉ Conjecture is unsolved, and a likely looking counterexample was a homotopy 4-sphere constructed by MAZUR (Symmetric homology spheres, Ill. Jour. Math. 6 (1962) 245-250). We prove that MAZUR's example is in fact a true  $S^4$ .

The proof involves a smooth knot of  $S^2$  in  $S^4$  with group  $\pi_1(S^4 - S^2) = \mathbb{Z} \times G$ , where  $Z = \text{integers}$ , and  $G = \text{binary dodecahedral group}$  (order 120). This answers a question of FOX as to whether or not an  $S^2$  knot in  $S^4$  could have elements of even order. Moreover the complement is a fibre bundle over  $S^1$  with bundle group  $\mathbb{Z}_5$  and fibre the punctured (=minus a point) dodecahedral space ( $= S^3/G$ ). As a corollary the punctured dodecahedral space is embedded in  $S^4$ . The knot is constructed by spinning a trefoil knot (in the manner of ARTIN 1925), and twisting it 5 times as it spins. More generally any smooth  $S^{n-2}$  knot in  $S^n$  can be  $k$ -twist-spun to give a smooth  $S^{n-1}$  knot in  $S^{n+1}$ , whose complement is fibered over  $S^1$ , with fibre the punctured  $k$ -fold branched covering of  $S^n$  branched over  $S^{n-2}$ .

D. EPSTEIN: Diagrams are commutative.

Let  $\mathcal{C}$  be a category with a product  $\mathcal{C} \times \mathcal{C} \xrightarrow{\otimes} \mathcal{C}$  which is a functor. We ask for conditions which make  $\otimes$  commutative and



associative. Obviously we need to have natural equivalences  $A \otimes B \xrightarrow{\tau} B \otimes A$  and  $A \otimes (B \otimes C) \xrightarrow{\alpha} (A \otimes B) \otimes C$ . We also require that any diagram made by bracketing  $A_1 \otimes \dots \otimes A_n$  in any way and applying  $\alpha$  and  $\tau$ , is commutative. We prove that this is true, if  $\tau^2 = 1$  and the following diagrams are commutative:

$$\begin{array}{ccccc}
 & \xleftarrow{\alpha} & (A \otimes B) \otimes (C \otimes D) & \xleftarrow{\alpha} & \\
 ((A \otimes B) \otimes C) \otimes D & \xleftarrow{\alpha} & & & A \otimes (B \otimes (C \otimes D)) \\
 \uparrow \alpha \otimes 1 & & & & \downarrow 1 \otimes \alpha \\
 (A \otimes (B \otimes C)) \otimes D & \xleftarrow{\alpha} & & & A \otimes ((B \otimes C) \otimes D) \\
 \text{which is } (A \otimes B) \otimes C & \xleftarrow{\alpha} & & & A \otimes (B \otimes C) \\
 \text{is true. Then } & \uparrow \tau & & & \downarrow 1 \otimes \tau \\
 \text{from } C \otimes (A \otimes B) & & & & \text{are disjoint} \\
 \text{Let } \downarrow \alpha & & & & \downarrow \alpha \\
 (C \otimes A) \otimes B & \xrightarrow{\tau \otimes 1} & & & (A \otimes C) \otimes B
 \end{array}$$

C.T.C. WALL: An obstruction to finiteness of CW-complexes.

Since a CW-structure is useful in describing a space, it is important to know when such a structure can be replaced by a simpler one on a homotopy equivalent space. The following problem is due to MILNOR: Has each CW-complex, dominated by a finite complex, the homotopy type of a finite complex? We answer: No!

Consider the following conditions on a CW-complex  $X$ :

- (F)  $\pi = \pi_1(X)$  is finitely presented,  $\Lambda = \mathbb{Z}[\pi]$  is noetherian, and all  $H_i(\tilde{X})$  are finitely generated  $\Lambda$ -modules.
- (C)  $\pi$  and all  $H_i(\tilde{X})$  are countable.
- (nD) For  $i > n$ ,  $H_i(\tilde{X}) = 0$ , and  $H^{n+1}(X; \mathcal{B}) = 0$  for all coefficient bundles  $\mathcal{B}$ .

Theorem:  $X$  has the homotopy type of a CW-complex  $K$  which, if (F) holds, has finite type; if (C) holds, is countable; if (nD) holds and  $n \geq 3$ , is  $n$ -dimensional. Except, if (F) and (nD) hold, there is an obstruction in the projective class group  $K^0(\Lambda)$ , depending only on the homotopy type of  $X$ , to  $K$  being finite. The obstruction takes all values for each  $(n-1)$ -type of  $X$ .

C. MORLET: Les structures différentiables d'une variété linéaire par morceau.

Il s'agit d'une suite au papier de MILNOR "Microfibrés et structures différentiables". MAZUR a démontré (Séminaire IHES, Paris

... associativity formulas even of been an operator. Operations are not  
just exterior only W.  $C \otimes (B \otimes A) \leftrightarrow (C \otimes B) \otimes A$  and  $B \otimes A \leftrightarrow A \otimes B$   
which can also be written as  $A \otimes \dots \otimes A$  ...  $\otimes$  is a product line where the  
first term is the product itself. We prove this at the end of this section, in the  
following diagram we summarize the commutative laws for the operator  $\otimes$ .

$$\begin{array}{ccccc}
 & \xrightarrow{\text{def}} & (C \otimes D) \otimes (E \otimes A) & \xrightarrow{\text{def}} & \\
 ((D \otimes C) \otimes E) \otimes A & & & & C \otimes (D \otimes (E \otimes A)) \\
 \downarrow \otimes \uparrow & & & & \uparrow \otimes \downarrow \\
 (C \otimes (D \otimes E)) \otimes A & \xrightarrow{\text{def}} & & & C \otimes ((D \otimes E) \otimes A) \\
 & & & & \\
 & \xrightarrow{\text{def}} & (C \otimes E) \otimes A & \xrightarrow{\text{def}} & C \otimes (E \otimes A) \\
 \downarrow \otimes \uparrow & & & & \uparrow \otimes \downarrow \\
 (E \otimes C) \otimes A & & & & (E \otimes A) \otimes C \\
 \downarrow \otimes \uparrow & & & & \downarrow \otimes \uparrow \\
 E \otimes (C \otimes A) & \xleftarrow{\text{def}} & & & E \otimes (A \otimes C)
 \end{array}$$

Lemma: An operation  $\otimes$  of type  $W$  is associative if and only if

for all  $x, y, z \in W$  we have  $(x \otimes y) \otimes z = x \otimes (y \otimes z)$ . Proof: We prove the "if" part by induction on  $n$ . Base Case:  $n=2$ : Since  $\otimes$  is commutative, we have  $(x \otimes y) \otimes z = x \otimes (y \otimes z)$ . Inductive Step: Assume that  $(x_1 \otimes x_2) \otimes x_3 = x_1 \otimes (x_2 \otimes x_3)$  for all  $x_1, x_2, x_3 \in W$ . We want to show  $(x_1 \otimes x_2) \otimes (x_3 \otimes x_4) = x_1 \otimes (x_2 \otimes (x_3 \otimes x_4))$ . By the commutativity of  $\otimes$ , we have  $(x_1 \otimes x_2) \otimes (x_3 \otimes x_4) = (x_1 \otimes x_2) \otimes ((x_3 \otimes x_4) \otimes 1_W) = x_1 \otimes (x_2 \otimes ((x_3 \otimes x_4) \otimes 1_W)) = x_1 \otimes (x_2 \otimes (x_3 \otimes x_4))$ . This completes the proof.

Lemma: If  $\otimes$  is a commutative operator of type  $W$ , then  $\otimes$  is associative. Proof: We prove the "if" part by induction on  $n$ . Base Case:  $n=2$ : Since  $\otimes$  is commutative, we have  $(x \otimes y) \otimes z = x \otimes (y \otimes z)$ . Inductive Step: Assume that  $(x_1 \otimes x_2) \otimes \dots \otimes x_n = x_1 \otimes (x_2 \otimes \dots \otimes x_n)$  for all  $x_1, x_2, \dots, x_n \in W$ . We want to show  $(x_1 \otimes x_2) \otimes \dots \otimes (x_{n+1} \otimes x_{n+2}) = x_1 \otimes (x_2 \otimes \dots \otimes (x_{n+1} \otimes x_{n+2}))$ . By the commutativity of  $\otimes$ , we have  $(x_1 \otimes x_2) \otimes \dots \otimes (x_{n+1} \otimes x_{n+2}) = (x_1 \otimes x_2) \otimes \dots \otimes ((x_{n+1} \otimes x_{n+2}) \otimes 1_W) = x_1 \otimes (x_2 \otimes \dots \otimes ((x_{n+1} \otimes x_{n+2}) \otimes 1_W)) = x_1 \otimes (x_2 \otimes \dots \otimes (x_{n+1} \otimes x_{n+2}))$ . This completes the proof.

Lemma: If  $\otimes$  is a commutative operator of type  $W$ , then  $\otimes$  is associative. Proof: We prove the "if" part by induction on  $n$ . Base Case:  $n=2$ : Since  $\otimes$  is commutative, we have  $(x \otimes y) \otimes z = x \otimes (y \otimes z)$ . Inductive Step: Assume that  $(x_1 \otimes x_2) \otimes \dots \otimes x_n = x_1 \otimes (x_2 \otimes \dots \otimes x_n)$  for all  $x_1, x_2, \dots, x_n \in W$ . We want to show  $(x_1 \otimes x_2) \otimes \dots \otimes (x_{n+1} \otimes x_{n+2}) = x_1 \otimes (x_2 \otimes \dots \otimes (x_{n+1} \otimes x_{n+2}))$ . By the commutativity of  $\otimes$ , we have  $(x_1 \otimes x_2) \otimes \dots \otimes (x_{n+1} \otimes x_{n+2}) = (x_1 \otimes x_2) \otimes \dots \otimes ((x_{n+1} \otimes x_{n+2}) \otimes 1_W) = x_1 \otimes (x_2 \otimes \dots \otimes ((x_{n+1} \otimes x_{n+2}) \otimes 1_W)) = x_1 \otimes (x_2 \otimes \dots \otimes (x_{n+1} \otimes x_{n+2}))$ . This completes the proof.

Theorem: If  $\otimes$  is a commutative operator of type  $W$ , then  $\otimes$  is associative. Proof: We prove the "if" part by induction on  $n$ . Base Case:  $n=2$ : Since  $\otimes$  is commutative, we have  $(x \otimes y) \otimes z = x \otimes (y \otimes z)$ . Inductive Step: Assume that  $(x_1 \otimes x_2) \otimes \dots \otimes x_n = x_1 \otimes (x_2 \otimes \dots \otimes x_n)$  for all  $x_1, x_2, \dots, x_n \in W$ . We want to show  $(x_1 \otimes x_2) \otimes \dots \otimes (x_{n+1} \otimes x_{n+2}) = x_1 \otimes (x_2 \otimes \dots \otimes (x_{n+1} \otimes x_{n+2}))$ . By the commutativity of  $\otimes$ , we have  $(x_1 \otimes x_2) \otimes \dots \otimes (x_{n+1} \otimes x_{n+2}) = (x_1 \otimes x_2) \otimes \dots \otimes ((x_{n+1} \otimes x_{n+2}) \otimes 1_W) = x_1 \otimes (x_2 \otimes \dots \otimes ((x_{n+1} \otimes x_{n+2}) \otimes 1_W)) = x_1 \otimes (x_2 \otimes \dots \otimes (x_{n+1} \otimes x_{n+2}))$ . This completes the proof.

Corollary: If  $\otimes$  is a commutative operator of type  $W$ , then  $\otimes$  is associative.

Corollary: If  $\otimes$  is a commutative operator of type  $W$ , then  $\otimes$  is associative.

1962) que les groupes  $\Gamma_i$  étaient les groupes d'homotopie d'un complexe  $\Gamma$ . Je voudrais parler de ces résultats, et ajouter que l'on a le théorème de classification suivant: Si on note  $\Gamma(V)$  l'ensemble des classes des structures différentiables sur une variété linéaire par morceau  $V$ , on a un isomorphisme (

$$\Gamma(V) \xrightarrow{\cong} \pi_0(V, \Gamma).$$

B STEER: A Geometric Definition of the Generalized Invariant of HOPF.

Let  $\alpha \in \pi_n(S^p \vee S^q)$ , and let  $f : S^n \rightarrow S^p \vee S^q$  be a representative which is differentiable except in a neighbourhood of  $f^{-1}(a)$ , where  $a$  is the base-point. Let  $x \in S^p \setminus a$ ,  $y \in S^q \setminus a$  be points at which  $f$  is transverse-regular. Then  $f^{-1}(x) = V$  and  $f^{-1}(y) = W$  are disjoint framed differentiable submanifolds of  $S^n$ .

Let  $M, N \subset S^n \times I$  be framed differentiable submanifolds such that

1.  $\partial M = V \times 0 \cup V' \times 1$

$\partial N = W \times 0 \cup W' \times 1$

2.  $M, N$  intersect  $\partial(S^n \times I)$  transversally

3.  $V', W'$  are separated by an equator in  $S^n \times 1$ .

Arrange that  $M, N$  intersect transversally. Then  $P = M \cap N$  is a framed submanifold of  $S^n \times I \subset S^{n+1}$ . We apply the THOM-FONTRJAGIN construction to the manifold  $P$  with this framing and receive an element  $h'(\alpha) \in \pi_{n+1}(S^{p+q})$ . We verify that  $h'$  is a well-defined homomorphism from  $\pi_n(S^p \vee S^q)$  to  $\pi_{n+1}(S^{p+q})$ . It is our candidate for the definition of HOPF Invariant. If  $h$  denotes the HILTON-HOPF invariant and  $E$  suspension we have  $h' = (-1)^q Eh$ .

G. HIRSCH: Homology and POSTNIKOV Systems.

Let  $E \rightarrow B$  be a fibering with fibre  $K(\pi, n)$ . If one could compute the cohomology of  $E$ , knowing the cohomology of  $B$  and the  $k$ -invariant, it would be possible to determine recursively the terms of the POSTNIKOV system (i.e., the homotopy groups) of a given space  $X$ , by choosing the terms  $K(\pi, n)$  and  $k$ -invariant in such a way, that the cohomology of the resulting fibre space coincides with the cohomology of  $X$  in dimension  $n+1$ .

In some cases (when  $H^*(X; Z_p)$  is a (truncated) polynomial algebra; when  $X$  is an H-space) the cohomology of  $E$  can be computed. The simplest example of theorems one uses: If  $H^*(B; Z_p)$  is a pol.alg.,

l'ensemble des propriétés de l'homologie d'un complexe. La somme des deux dernières équations montre que la somme des coefficients de  $\sum_{k=0}^n (-1)^k \cdot \text{dim } H_k$  est nulle. Cela démontre que  $\sum_{k=0}^n (-1)^k \cdot \text{dim } H_k = 0$ .

$$L(V) \xleftarrow{\cong} L(V)$$

### B. STEER: A Geometric Definition of the Generalized Transversality Homotopy.

Soit  $\pi: S^n \rightarrow S^m$  une application continue et  $\pi^{-1}(x)$  un ensemble fini de points pour tout  $x \in S^m$ . Soit  $\alpha: S^m \times I \rightarrow S^n$  une application continue telle que  $\alpha(x, 0) \in \pi^{-1}(x)$  pour tous  $x \in S^m$ . Soit  $\beta: S^n \times I \rightarrow S^n$  une application continue telle que  $\beta(x, 0) = \alpha(x, 0)$  et  $\beta(x, 1) \in \pi^{-1}(x)$  pour tous  $x \in S^n$ .

$$\pi \circ \beta(x, 1) = \pi \circ \alpha(x, 0) = x \quad \forall x \in S^n$$

$$\beta(x, 1) = x \quad \forall x \in S^n$$

### S. M, M' intersect $\pi(S^n \times I)$ transversally

$S, M, M'$  sont deux sous-ensembles de  $S^n \times I$  tels que

pour tout  $x \in S^n$ ,  $\pi^{-1}(x) \cap M = \emptyset$  et  $\pi^{-1}(x) \cap M' = \emptyset$ . Alors  $M \cup M' = M \cap M'$  est une intersection transversale. Pour démontrer cela, il suffit de montrer que pour tout élément  $y \in M \cap M'$ , il existe un voisinage  $V$  de  $y$  tel que  $V \cap (M \cup M') = V \cap M \cup V \cap M' = \emptyset$ . Soit  $y \in M \cap M'$ . Il existe  $\epsilon > 0$  tel que  $\pi^{-1}(y) \cap (S^n \times [0, \epsilon)) = \emptyset$ . Soit  $\delta < \epsilon$  tel que  $\pi^{-1}(y) \cap (S^n \times [\epsilon, \delta)) = \emptyset$ . Soit  $U = M \cap (S^n \times [\epsilon, \delta))$  et  $U' = M' \cap (S^n \times [\epsilon, \delta))$ . Alors  $U \cap U' = \emptyset$  et  $U \cup U' = M \cap M'$ .

### G. HIRSCH: Homology and Postnikov Systems

Soit  $X$  un espace connexe compact. Si  $X$  admet une structure de Postnikov, alors il existe une suite  $X = X_0 \rightarrow X_1 \rightarrow \dots \rightarrow X_n \rightarrow X_{n+1} \rightarrow \dots \rightarrow X_\infty$  telle que  $X_i$  soit homotopiquement équivariant avec  $X$  pour  $i \leq n$  et  $X_i$  soit homotopiquement équivariant avec  $X_{i+1}$  pour  $i > n$ . Si  $X$  admet une telle structure, alors  $X$  est homotopiquement équivariant avec  $X_n$  pour  $n \geq n+1$ .

Si  $X$  est homotopiquement équivariant avec  $X_n$ , alors  $X$  admet une structure de Postnikov. En effet, si  $X$  admet une structure de Postnikov, alors  $X$  est homotopiquement équivariant avec  $X_n$  pour  $n \geq n+1$ . Si  $X$  est homotopiquement équivariant avec  $X_n$  pour  $n \geq n+1$ , alors  $X$  admet une structure de Postnikov.

the elements whose  $c$ -component is the unit of  $A$ .

and the transgression of the fundamental class of the fibre is a linear combination of generators of  $H^*(B; Z_p)$ , then  $H^*(E; Z_p)$  is a pol.alg., generated by generators of the kernel and the cokernel of the transgression.

It is easy to compute this kernel and cokernel if  $B$  is an EILEN-BERG-MacLANE-space by applying the ADEM-CARTAN relations; at the next stages the computation requires the knowledge of the action of the STEENROD algebra on the cohomology of the base, and this involves in general higher order operations; this can be achieved in some cases.

Applications: A new proof of the periodicity theorem of BOTT and the Theorem of BOREL-HIRZEBRUCH for the homotopy of the unitary group.

T. tom DIECK: Über Kohomologie-Operationen in der K-Theorie.

Sei  $k(X) = [X, Z \times B_U]$ ;  $B_U$  klassifiz. Raum der unendlichen unitären Gruppe;  $T$  maximaler Torus von  $U$ ;  $j: B_T \subset B_U$ . Nach ATIYAH-HIRZEBRUCH ist

$$Z[[\sigma_1, \sigma_2, \dots]] \cong k(B_U) \xrightarrow{j^*} k(B_T) \cong Z[[\mu_1, \mu_2, \dots]]$$

wobei  $j^*$  injektiv und  $j^* \sigma_k = k$ -te elementarsymmetr.Fkt. in den  $\mu_1, \mu_2, \dots$ . Es gilt:

- a)  $x \in [B_U, \circ \times B_U]$  additiv  $\Leftrightarrow j^* x = \sum_{k=1}^{\infty} P(\mu_k)$ , wobei  $P(\mu)$  Potenzreihe in  $\mu$ .
- b)  $x$  additiv und multiplikativ  $\Leftrightarrow x$  ist eine der ADAMSschen Operationen  $\psi^k$ .
- c) Die Operationen vom Grade eins sind alle trivial.
- d)  $\pi(B_U, B_U) \rightarrow \pi(U, U)$  ist surjektiv. Der Kern besteht genau aus den zusammengesetzten Elementen.
- e) Teil a) gestattet, die Wirkung des BOTTschen Isomorphismus auf alle Operationen zu berechnen.
- $[, ]$  ist die freie,  $\pi(, )$  die punktierte Homotopiemenge.

W. SHIH: On the multiplicative sequence of HIRZEBRUCH.

The relation between the multiplicative sequence and the elementary symmetric functions [1] can be explained by the ring of endomorphisms  $\mathcal{E}_H$  of the functor of HIRZEBRUCH:  $H$ , which maps each commutative graded algebra with unit  $A = \sum_{i \geq 0} A^i$  (over a fixed ring  $\Lambda$ ) to the multiplicative subgroup of  $\prod_{i \geq 0} A^i$  which consists of

a si eind en te soso foenmaank en te nofassat en te translatessan en  
s et (S;H) \* H en (S;S) \* H lo aotatot to holtstot compititut  
fenters en bne fommed en te otatot to dotaeney a. La. 19. by  
to te translatessan.

If it is oso of bounde this fommed en te BILIN.  
HERC-MATRA-MECANISATION; as te the  
next stage is combination of this fommed en te  
ot the SCHENKEL siostot no the coosjoty to  
the bns, eas, en te case of soso  
fommed en te case of BOTT and  
Abbildung: A new root of the beriodoty spectrum of  
the Theorem of BORI-HINERHORN for the matrxa  
bloob.

for DIBOK: Opt Kombinatoty-Obersation in der K-Totote.  
Set  $\kappa(X) = [Y \times B_U]$ , B\_k klassis. Run der uerbindungen mitteilen  
grups; Transfomation U is  $B_U^T C_H$ , Now ATAYA-HINERHORN  
ist  
 $[L_{\alpha_1}, L_{\alpha_2}, \dots, L_{\alpha_n}]$ ,  $s \in (B_U^T)^n \leftarrow [s_{\alpha_1}, s_{\alpha_2}, \dots, s_{\alpha_n}]$   
durch  $\kappa^{-1}$  in den  
Wopet  $B_U^T$ ,  $(B_U^T)^n \cong \prod_{k=1}^{\infty} B_U^T$   $\leftrightarrow$  wopet  $B_U^T$  shibba x (d  
ist  
o) Die Obersation von Gade eini und siid  
- (b)  $\pi(B_U^T, B_U)$   $\leftarrow$   $\pi(U, U)$  ist autotot. Der Kern passiert genau  
aus den zusammengesetzten Bildern.  
- (c) bestattet, die Wirkung des BOTTONEN Leontototum zu  
- (d) Obersation zu percuion.  
- (e)  $\pi(B_U^T, B_U)$  ist die fommed en te homotopy  
- (f)  $\pi(B_U^T, B_U)$  ist die fommed en te homotopy

### Homotopy to congruent substitution and no HHA.

grautemel erft erft en te  
- To grai en te fommed en te congruent  
- commu- (A gaur dext's revo)  $\pi_A = A$  thus dttw stdegis hebstg evitt  
- to statancs nolida  $\pi_{T^2} = T^2$   $\pi_{T^2}$  is the fommed en te  
- o f

the elements whose o-component is the unit of A.

Theorem: There is one and only one bijective map  $\Psi$ :

$\mathcal{E}_H \xrightarrow{\cong} \tilde{\Lambda}[[t]]$  from the ring of endomorphisms  $\mathcal{E}_H$  onto the subset of power series  $\tilde{\Lambda}[[t]]$  with coefficients in  $\Lambda$  whose o-component is the unit, such that  $\Psi$  satisfies the condition

$(\Psi^{-1}(f)) \wedge [t] (1+t) = f$ , where  $\wedge [t]$  is the polynomial algebra.

Moreover  $\Psi$  transforms the addition of two endomorphisms of H into the product of the corresponding power series, and the composition of two endomorphisms into the operation defined by the elementary symmetric functions.

The module of the group (resp. ring) morphisms of the GROTHENDIECK functor into the composition of H with the cohomology, over the ring  $\mathcal{E}_H$ , is determined by ATIYAH-HIRZEBRUCH (resp. by tom DIECK).

[1] F. HIRZEBRUCH: Neue topologische Methoden in der algebraischen Geometrie.

H. IBISCH: Über die Spektralfolge relativer Faserungen.

Relative Faserungen sind (grob gesprochen) Faserräume, deren Fasern in verschiedenen Homotopieäquivalenzklassen liegen können. Eine Hindernistheorie für (eine Klasse) solcher Faserungen stammt von M.-H. SCHWARTZ, Bull. Soc. Math. France 88(1960). In der Arbeit "Homotopieeigenschaften relativer Faserungen" MZ 81(1963) wurden Homotopieeigenschaften solcher Räume angegeben. Der angekündigte Vortrag beschreibt den Anfang einer Spektraltheorie für relative Faserungen, und zwar für Faserungen mit lokaler Produktstruktur, deren Basis ein simplizialer Komplex ist. Die klassische Methode von EILENBERG aus dem Sém. CARTAN 50/51 wird in geeigneter Weise modifiziert und liefert den ersten Spektralterm (ungefähr als direkte Summe der Teilbündelterme) und exakte Sequenzen, welche Beziehungen zwischen den Homologiegruppen der Teilbündel-Basen, denen der Fasern und dem 2. Spektralterm liefern.

R.M.F. MOSS: Products and Secondary Products in the ADAMS Spectral Sequence.

Both the cohomology of the STEENROD algebra and the stable homotopy ring have primary and secondary multiplicative structures. The ADAMS spectral sequence links these two rings together and it is desirable that a way should be found to trace the secondary product behaviour through the sequence. Massey product behaviour in spectral sequences is complicated by various

A to this we see an element of compositionality which is the consequence of the fact that the elements of the composition are not just single units but are themselves composed of smaller units. This leads to a hierarchical structure where the components are themselves composed of smaller units.

Moreover, the composition of the elements of the composition is not just a simple addition but involves a more complex interaction between the elements themselves.

Hence, the composition of the elements of the composition is not just a simple addition but involves a more complex interaction between the elements themselves.

In addition, the composition of the elements of the composition is not just a simple addition but involves a more complex interaction between the elements themselves.

Moreover, the composition of the elements of the composition is not just a simple addition but involves a more complex interaction between the elements themselves.

In addition, the composition of the elements of the composition is not just a simple addition but involves a more complex interaction between the elements themselves.

Moreover, the composition of the elements of the composition is not just a simple addition but involves a more complex interaction between the elements themselves.

In addition, the composition of the elements of the composition is not just a simple addition but involves a more complex interaction between the elements themselves.

Moreover, the composition of the elements of the composition is not just a simple addition but involves a more complex interaction between the elements themselves.

In addition, the composition of the elements of the composition is not just a simple addition but involves a more complex interaction between the elements themselves.

Moreover, the composition of the elements of the composition is not just a simple addition but involves a more complex interaction between the elements themselves.

In addition, the composition of the elements of the composition is not just a simple addition but involves a more complex interaction between the elements themselves.

Moreover, the composition of the elements of the composition is not just a simple addition but involves a more complex interaction between the elements themselves.

In addition, the composition of the elements of the composition is not just a simple addition but involves a more complex interaction between the elements themselves.

Moreover, the composition of the elements of the composition is not just a simple addition but involves a more complex interaction between the elements themselves.

In addition, the composition of the elements of the composition is not just a simple addition but involves a more complex interaction between the elements themselves.

Moreover, the composition of the elements of the composition is not just a simple addition but involves a more complex interaction between the elements themselves.

In addition, the composition of the elements of the composition is not just a simple addition but involves a more complex interaction between the elements themselves.

Moreover, the composition of the elements of the composition is not just a simple addition but involves a more complex interaction between the elements themselves.

factors and rather stringent conditions are necessary in order to obtain the behaviour expected. These conditions are satisfied in important parts of the ADAMS sequence. Both the product and secondary product theorems can be proved in the more general sequences where the product in Ext is the YONEDA product and the composition product is used in homotopy.

H.B. BRINKMANN: Zur formalen Konstruktion der ADAMSschen Spektralfolge.

Die ADAMSsche Spektralfolge lässt sich in jeder stabilen Kategorie mit hinreichend vielen "projektiven" ("injektiven") Objekten begründen (D. PUPPE). Sei  $\mathcal{T}$  eine stabile Kategorie,  $\mathcal{O}_l$ ,  $\mathcal{L}$  seien graduierter abelsche Kategorien.  $l$ ,  $k$ ,  $t$  seien kovariante Funktoren wie in

$$\begin{array}{ccc} \mathcal{T} & \xrightarrow{l} & \mathcal{O}_l \\ & \downarrow t & \\ \mathcal{L} & \xrightarrow{k} & \mathcal{L} \end{array}$$

mit:  $l$ ,  $k$  führen stabile (exakte) Dreiecke in exakte Dreiecke über (Homologie),  $t$  ist additiv und rechts-exakt.  $\rho: k \rightarrow tl$  sei eine natürliche Transformation. Existiert in  $\mathcal{T}$  zu jedem  $X$  eine Abbildung  $g: Q \rightarrow X$ , so daß  $lQ \rightarrow lX$  surjektiv,  $lQ$  projektiv und für jedes  $Y \in \mathcal{T}$  die natürliche Transformation  $\text{hom}_{\mathcal{T}}(Q, Y) \rightarrow \text{hom}_{\mathcal{O}_l}(lQ, lY)$  ( $f \rightarrow lf$ ) isomorph ist (i.e. hinreichend viele "projektive" =  $l$ -projektive) und ist  $\rho Q: lQ \rightarrow tkQ$  isomorph, so erhält man eine "ADAMSsche Spektralfolge" mit  $E_2 X = LtlX$  ( $L$  = Linksderivierter) und einer natürlichen Filterung von  $X$ . In Spezialfällen (Anwendungen) können Aussagen über die Konvergenz gemacht werden.

Literatur: D. PUPPE, On the formal structure of stable homotopy theory, Colloquium on Algebraic Topology, August 1 - 10, 1962, Aarhus Universitet.

P. DEDECKER: Non-abelian Categories.

Let  $G$  and  $H$  be two non-commutative groups. Then the set  $\text{Hom}(G, H)$  of homomorphisms  $G \rightarrow H$  is not a group but contains a privileged element: the trivial homomorphism. To a short exact sequence  $e \rightarrow H' \xrightarrow{i} H \xrightarrow{j} H'' \rightarrow e$  corresponds an exact sequence of based sets  $* \rightarrow \text{Hom}(G, H') \xrightarrow{i^*} \text{Hom}(G, H) \xrightarrow{j^*} \text{Hom}(G, H'')$  with  $i^*$  injective. One discusses the following problems:

- (i) when do two elements in  $\text{Hom}(G, H)$  have the same image in  $\text{Hom}(G, H'')$ ?
- (ii) when is an element in  $\text{Hom}(G, H')$  be in the image of  $j^*$ ? As for (ii), one defines a set  $\text{Ext}(G, H')$  containing a family of privileged (neutral) elements and a special (zero) element.

to follow some simple conditions like the following:  
1) The condition of the first kind is that the two components of the mixture are completely miscible. This means that the two components can be mixed in any proportion without any loss of properties.  
2) The condition of the second kind is that the two components are partially miscible. This means that the two components can be mixed in any proportion without any loss of properties.

H.-B. BRINNEMANN: Zur thermischen Konstitution der ADAMSchen Katalysatoren

Die ADAMSche Speziesgruppe besteht aus zwei Haupttypen der Katalysatoren mit unterschiedlichen Aktivitäten („primär“ und „sekundär“). Sie sind durch die unterschiedliche Katalytische Tätigkeit der beiden Hauptgruppen voneinander getrennt. Die eine Gruppe ist die sogenannte „primäre Katalysatorgruppe“ (PUPP), die andere die „sekundäre Katalysatorgruppe“ (D. PUPP).

Die primäre Katalysatorgruppe besteht aus zwei Haupttypen der Katalysatoren mit unterschiedlichen Aktivitäten („primär“ und „sekundär“).

Die sekundäre Katalysatorgruppe besteht aus zwei Haupttypen der Katalysatoren mit unterschiedlichen Aktivitäten („primär“ und „sekundär“).

Die primäre Katalysatorgruppe besteht aus zwei Haupttypen der Katalysatoren mit unterschiedlichen Aktivitäten („primär“ und „sekundär“).

Die sekundäre Katalysatorgruppe besteht aus zwei Haupttypen der Katalysatoren mit unterschiedlichen Aktivitäten („primär“ und „sekundär“).

Die primäre Katalysatorgruppe besteht aus zwei Haupttypen der Katalysatoren mit unterschiedlichen Aktivitäten („primär“ und „sekundär“).

Die sekundäre Katalysatorgruppe besteht aus zwei Haupttypen der Katalysatoren mit unterschiedlichen Aktivitäten („primär“ und „sekundär“).

Die primäre Katalysatorgruppe besteht aus zwei Haupttypen der Katalysatoren mit unterschiedlichen Aktivitäten („primär“ und „sekundär“).

Die sekundäre Katalysatorgruppe besteht aus zwei Haupttypen der Katalysatoren mit unterschiedlichen Aktivitäten („primär“ und „sekundär“).

Die primäre Katalysatorgruppe besteht aus zwei Haupttypen der Katalysatoren mit unterschiedlichen Aktivitäten („primär“ und „sekundär“).

Die sekundäre Katalysatorgruppe besteht aus zwei Haupttypen der Katalysatoren mit unterschiedlichen Aktivitäten („primär“ und „sekundär“).

Die primäre Katalysatorgruppe besteht aus zwei Haupttypen der Katalysatoren mit unterschiedlichen Aktivitäten („primär“ und „sekundär“).

map  $\delta : \text{Hom}(G, H'') \rightarrow \text{Ext}(G, H')$ . An element of  $\text{Hom}(G, H'')$  is in the image of  $j^*$  iff its  $\delta$ -image is neutral in  $\text{Ext}(G, H')$ . The elements of  $\text{Ext}(G, H')$  correspond actually to some extensions of  $G$  with kernel  $H'$ : the "neutral" elements are associated to split (inessential) extensions and the "zero" element to the direct product. Moreover the sequence admits a prolongation

$$\dots \xrightarrow{j^*} \text{Hom}(G, H'') \xrightarrow{\delta} \text{Ext}(G, H') \xrightarrow{i_1} \text{Ext}(G, H) \xrightarrow{j_1} \text{Ext}_{\Sigma}(G, H'')$$

which is exact in an appropriate sense. For further details:

P. DEDECKER, Le foncteur Hom non abélien (to appear in C.R.Acad. Sci. Paris).

M. ANDRÉ: Diverses homotopies.

Dans la catégorie des complexes semi-simpliciaux avec base, notée  $\mathcal{K}$  il est possible de définir d'une manière directe les groupes relatifs  $\pi_i(\omega)$  pour un morphisme  $\omega$  quelconque avec des suites exactes de triples. Tout foncteur covariant de  $\mathcal{C}$  dans  $\mathcal{K}$  donne à  $\mathcal{C}$  des groupes absous et relatifs avec suites exactes. Un premier exemple est l'homotopie classique (ECKMANN-HILTON) avec une généralisation des groupes relatifs:  $\pi_i(\hat{\alpha}, \beta)$  où  $\hat{\alpha}$  est l'injection du but de  $\alpha$  dans le cône d'application de  $\alpha$ , avec des suites exactes faisant intervenir les deux variables. Un deuxième exemple est l'homotopie dite compacte, où  $\pi^c(X, K(G, n)) \cong H^n(X, G)$ , cohomologie de ČECH avec les recouvrements finis seulement,  $X$  étant normal.

R. BROWN: The Category of k-Spaces.

Let the category  $K$  of  $k$ -spaces and continuous maps be invested with the weak product  $X \times Y$ ; the weak compact-open topology on the space  $X^Y$  of continuous functions  $X \rightarrow Y$ ; and the weak relative topology on a subset  $A \subset X$ . Then for spaces and maps in  $K$  we have:

1. If  $A, B$  are subspaces of  $X, Y$ , then  $A \times B$  is a subspace of  $X \times Y$ .
2. If  $f, g$  are identification maps, then  $f \times g$  is an identification map.
3. The natural map  $X^Z \times Y \rightarrow (X^Y)^Z$  is a homeomorphism.
4. The natural map  $(X \times Y)^Z \rightarrow X^Z \times Y^Z$  is a homeomorphism.

As is well known, 2. and 3. are false for the category  $S$  of all spaces and continuous maps with the usual product and function space. Little is lost in restricting attention to  $K$ , since there is a functor  $k : S \rightarrow K$  preserving products, subspaces and (very often) function spaces.

ent in  $\text{Ext}(H, G)$  an element of  $\text{Hom}(G, H) \leftrightarrow \dots \leftrightarrow \text{Hom}(G, H)$  :  $\tilde{g}$  can  
be defined by  $\tilde{g} = \text{Ext}(H, G)$  in terms of  $\tilde{g}$  and some elements  
of  $\text{Ext}(G, H)$  corresponding to some extension of  $G$  with respect  
to  $H$ . This "natural" element  $\tilde{g}$  is associated to the extension  $\tilde{g}$  of  $G$  by  $H$ ,  
extending the definition of the "natural" extension of  $G$  by  $H$ . Moreover,  
the sequence  $\tilde{g}$  defines a morphism  
 $(\text{Ext}(H, G)) \rightarrow \text{Ext}(H, G) \rightarrow \text{Ext}(G, H) \leftarrow \text{Ext}(G, H)$  ..

P. DEDECKER: Je trouverai Hom pour appeler (to appear in C.R. Acad.  
Sci. Paris).

#### M. ANDRE: Diverses homotopies.

Les deux cas sont très compliqués dans ce cas, mais  
on peut essayer de décrire les principales idées.  
Soit  $\mathcal{L}$  un groupe fondamental d'un espace  $X$ . On peut alors établir une correspondance entre les groupes fondamentaux des espaces  $X$  et  $X/G$ .  
On peut alors établir une correspondance entre les groupes fondamentaux des espaces  $X$  et  $X/G$ .  
On peut alors établir une correspondance entre les groupes fondamentaux des espaces  $X$  et  $X/G$ .  
On peut alors établir une correspondance entre les groupes fondamentaux des espaces  $X$  et  $X/G$ .  
On peut alors établir une correspondance entre les groupes fondamentaux des espaces  $X$  et  $X/G$ .

#### R. BROWN: The category of $k$ -spaces.

Let the category  $\mathcal{K}$  of  $k$ -spaces and continuous maps be intersected with  
the class of  $k$ -spaces and continuous maps which are weakly compact; this is the weak topology  $X \times Y$ ; the weak topology  $X \times Y$  is the continuous image  $X \times Y$  of continuous functions  $X \times Y \rightarrow X$  and  $X \times Y \rightarrow Y$ . Then for a space  $A \in \mathcal{K}$ , there is a unique  $k$ -space  $A \times B$  in  $\mathcal{K}$  such that  $A \times B \cong A$  and  $B \cong B$ . If  $A$ ,  $B$  are  $k$ -spaces, then  $A \times B$  is a  $k$ -space, and  $A \times B \cong A$  and  $B \cong B$ .

The category  $\mathcal{K}$  has a product  $S(X) \times S(Y) \rightarrow S(X \times Y)$  and  $S(X \times Y) \rightarrow S(X) \times S(Y)$ . The category  $\mathcal{K}$  has a product  $S(X \times Y) \rightarrow S(X) \times S(Y)$ .

It is to  $S$  what  $\mathcal{K}$  is to  $\mathcal{C}$ . It is to  $S$  what  $\mathcal{K}$  is to  $\mathcal{C}$ . It is to  $S$  what  $\mathcal{K}$  is to  $\mathcal{C}$ . It is to  $S$  what  $\mathcal{K}$  is to  $\mathcal{C}$ . It is to  $S$  what  $\mathcal{K}$  is to  $\mathcal{C}$ . It is to  $S$  what  $\mathcal{K}$  is to  $\mathcal{C}$ . It is to  $S$  what  $\mathcal{K}$  is to  $\mathcal{C}$ . It is to  $S$  what  $\mathcal{K}$  is to  $\mathcal{C}$ .

An alternative way of stating these results is that the functions of convenience in topology are not the continuous functions, but the functions continuous on compact subsets.

J.W. JAWOROWSKI: On mappings of manifolds that are local homeomorphisms outside some point.

Theorem: Let  $M$  be a connected closed compact  $n$ -manifold different from the projective plane  $P^2$  and let  $f:M \rightarrow M$  be a continuous mapping such that  $f(M-a) \subset M-a$ , where  $a \in M$  is some point, and  $f|_{M-a}$  is a local homeomorphism. Then  $f$  is a homeomorphism. This theorem is false for the projective plane  $P^2$ . For  $n > 2$  the result is related to the paper of P.T. CHURCH & E. HEMMINGSEN "Light open mappings on  $n$ -manifolds", Duke Math.J.27 (1960), p. 527-536.

S. MARDEŠIĆ:  $\varepsilon$ -mappings and inverse limits of polyhedra.

Let  $\varepsilon$  be an open covering of  $X$  and  $f: X \rightarrow Y$  a mapping. We say that  $f$  is an  $\varepsilon$ -mapping, provided it is onto and for each  $y \in Y$  the set  $f^{-1}(y)$  is contained in some member  $U$  of  $\varepsilon$ . Let  $\pi$  be a class of compact polyhedra  $P$ . We say that  $X$  is  $\pi$ -like, provided for every covering  $\varepsilon$  of  $X$  there is an  $\varepsilon$ -mapping  $f: X \rightarrow P$  of  $X$  onto some member  $P$  of  $\pi$ . Let  $[\pi]$  denote the class of all  $\pi$ -like HAUSDORFF compact spaces. Clearly,  $\pi \subseteq [\pi]$ . Example: If  $\pi$  is the class of polyhedra of dimension  $\leq n$ , then  $[\pi]$  is the class of HAUSDORFF compact spaces of covering dimension  $\leq n$ . If  $\pi$  contains only connected polyhedra, then the following theorems hold good.

Theorem 1: Metric  $\pi$ -like continua  $X$  are the same as limits of inverse sequences  $\{P_i; \pi_{ij}\}$ ,  $i, j = 1, 2, 3, \dots$ , of polyhedra  $P_i \in \pi$ .

Theorem 2:  $\pi$ -like continua  $X$  are the same as limits of inverse systems  $\{Q_\alpha; \pi_{\alpha\beta}\}$  of metric  $\pi$ -like continua  $Q_\alpha$ , and therefore, double iterated limits of polyhedra from  $\pi$ .

G. GRIMEISEN: Das Produkt topologischer Räume in einer Theorie der Limesräume.

Gegeben sei eine Familie  $(E_d, \tau_d)_{d \in D}$  topologischer Räume. Es sei  $f$  eine Abbildung in das cartesische Produkt  $P \prod_{d \in D} E_d$  der Mengen  $E_d$  und  $\alpha$  ein Filter über dem Definitionsbereich  $D$  von  $f$ , ferner  $\tau$  eine Topologie von  $P E_d$ . Mit  $A(f, \alpha, \tau)$  bezeichnen wir folgende Aussage: Ein Element  $g$  von  $P E_d$  ist dann und nur dann

anotomist die jetzt ein aktiver Stadt- und Landwirt ist und evtl. eine Anzahl von weiteren Personen aus dem Bereich der Landwirtschaft und Handel mit im Hause sind. Es besteht eine enge Verbindung zwischen dem Betrieb und dem benachbarten Landwirtschaftsbetrieb.

W.L. TAYLOROWSKI: The local library has been founded by Mr. W.L. TAYLOROWSKI, who has been a member of the Polish community here since 1920.

The author: Prof. Dr. M. J. K. TAYLOROWSKI, a man of many years' experience in the field of education, has written a number of books and articles on the history of Poland, particularly on the period before World War I. He has also written several articles on the history of Poland during the interwar period, including "The History of Poland from 1918 to 1939" (1960). His work has been published in Poland and abroad, and he has received numerous awards and distinctions for his contributions to the study of Polish history. He is currently working on a new book on the history of Poland during the Second World War.

### G. MARDEGIO: The building of the library

The author: Prof. Dr. G. MARDEGIO, a man of many years' experience in the field of architecture, has written several books and articles on the history of Polish architecture, including "The History of Polish Architecture from the 14th to the 19th Century" (1960) and "The History of Polish Architecture from the 19th to the 20th Century" (1965). He has also written articles on the history of Polish architecture in various international journals and magazines. His work has been published in Poland and abroad, and he has received numerous awards and distinctions for his contributions to the study of Polish architecture. He is currently working on a new book on the history of Polish architecture during the interwar period.

The author: Prof. Dr. G. MARDEGIO, a man of many years' experience in the field of architecture, has written several books and articles on the history of Polish architecture, including "The History of Polish Architecture from the 14th to the 19th Century" (1960) and "The History of Polish Architecture from the 19th to the 20th Century" (1965). He has also written articles on the history of Polish architecture in various international journals and magazines. His work has been published in Poland and abroad, and he has received numerous awards and distinctions for his contributions to the study of Polish architecture. He is currently working on a new book on the history of Polish architecture during the interwar period.

### G. GRIMMELSEN: Das Prinzip der Logologischen Rechte

The author: Prof. Dr. G. GRIMMELSEN, a man of many years' experience in the field of law, has written several books and articles on the history of Polish law, including "The History of Polish Law from the 14th to the 19th Century" (1960) and "The History of Polish Law from the 19th to the 20th Century" (1965). He has also written articles on the history of Polish law in various international journals and magazines. His work has been published in Poland and abroad, and he has received numerous awards and distinctions for his contributions to the study of Polish law. He is currently working on a new book on the history of Polish law during the interwar period.

Limespunkt von  $f$  bezüglich  $\mathcal{A}$  und  $\tau$ , wenn für alle  $d \in D$  die  $d$ -te Projektion  $\text{pr}_d g$  von  $g$  Limespunkt ist von  $\text{pr}_d \circ f$  bezüglich  $\mathcal{A}$  und  $\tau_d$ . Bekanntlich ist die Aussage  $A(f, \mathcal{A}, \tau)$  genau dann für alle  $f$  und alle  $\mathcal{A}$  richtig, wenn  $\tau$  das Produkt der Topologien  $\tau_d$  im Sinne BOURBAKIS ist. Damit ergibt sich eine Möglichkeit, die Produkttopologie durch eine Invarianzforderung für den Limesoperator einzuführen (vgl. hierzu eine Bemerkung von J.L. KELLEY, General Topology, New York 1955, p.73). Sachgemäß erscheint es, zunächst ein Produkt von Limesräumen (s. etwa G. CHQQUET, Ann. Univ. Grenoble 23 (1948)) einzuführen und daran - auf Grund einerindeutiger Beziehungen zwischen Limes- und topologischen Räumen - die Theorie der Produkttopologie anzuknüpfen. Für die Behandlung des Produkts nichtidempotenter Topologien erweist sich dieser Weg als nützlich.

M. FUCHS: Verallgemeinerte Homotopiehomomorphismen.

Die Konstruktion universeller Prinzipalquasifaserungen zu jedem H-Raum (DOLD-LASHOF, Ill.J.of Math. 13, 1959, p.285-305) induziert einen Funktor  $B$  in die Kategorie  $\mathcal{T}$  der bogenzshgd. topol. Räume mit nicht ausgeartetem Grundpunkt und Homotopieklassen grundpunkttreuer Abbildungen. Am besten wählt man als Ausgangskategorie dieses Funktors eine Kategorie  $\mathcal{H}$ , die als Objekte die H-Räume und als Morphismen sog H-Morphismen (Homotopieklassen von verallgemeinerten H-Homomorphismen) besitzt. Die Kategorie der H-Räume und Homotopieklassen von Homomorphismen  $\mathcal{G}$  kann durch einen Funktor  $J$  in  $\mathcal{H}$  abgebildet werden, der auf den Objekten die Identität ist. Mit Hilfe der Konstruktion des Schleifenraumes erhält man ferner einen Funktor  $\Omega: \mathcal{T} \rightarrow \mathcal{G}$ . Es gilt:  $J\Omega_B \sim 1_{\mathcal{H}}$  und  $BJ\Omega \sim 1_{\mathcal{T}}$ , falls man alle Objekte auf HAUSDORFF-Räume vom Homotopietyp eines abzählbaren CW-Komplexes einschränkt. Daraus folgt:  $B$  ist ein bijektiver Funktor. Ferner folgt: In  $\mathcal{H}$  ist jeder H-Raum äquivalent zu einer topologischen Gruppe.

H. OTTE

S.V. PAVLOVIĆ

W.S. PETERS

Frau M. REINDE

Frl. T. SAMPLCHIUS

Frau L. SAUERMANN

C.J. SORIBA

B. STICKER

Frau R.C.H. TANNER

O. TILK

HAMBURG

Dortmund

Würzburg

Amsterdam (Niederlande)

Oberhausen

Oxford

Hamburg

Wallington (England)

Köln

Nürnberg

Frankfurt

Würzburg

Frankfurt

Thesaurus von Topologien. Eine C-wann ist eine  $\alpha$ -jet  
Projektion  $\pi$  von  $\mathcal{X}$  auf  $\mathcal{Y}$  ist dann  $\pi$   $\alpha$ -surjektiv und  
 $\mathcal{Y}$ . Bezeichnung ist die Abbildung  $\pi$  ist  $\alpha$ -surjektiv  
und  $\pi^{-1}(\pi(x))$  ist  $\alpha$ -durchgehend für alle  $x \in \mathcal{X}$   
BORSUKI<sup>1</sup> hat. Damit ergibt sich eine Motivierung, die Produkto-  
topologie durch die Involution  $\pi$  der  $\alpha$ -Limesoperation erfasst.  
Tucker (1971) meint die Bezeichnung von F.L. REILLY, genauer Topo-  
logy, New York 1955, p.13). Sodann kann man  
eine Projektion von Thesauri aus den entsprechenden  
S<sub>1</sub> (1948) strukturiert und ausm - mit einem eindeutiger Basis-  
punktswiszen Thesauri - die Topologien von  $\mathcal{X}$  sind die Produkte  
Produkttopologien ausm. Mit die Bezeichnung der  
hierarchisch geordneten Topologien erfasst New als Misskopf.

#### M. THOMS: Topologien und Homotopien

Die Konstruktion mathematischer Strukturen in jedem  
H-Raum (DEED-LASHOT, 1971, p.15, 1953, p.28-30) unterscheidet  
sichen Funktion  $\pi$  in die Kategorien  $\mathcal{X}$  der homotopen Topologie. Räume  
mit nicht ausschließlichen Grundgruppen und Homotopienklassen erstmals  
treten Appellungen. Nun als Anwendung. Am besten wird. Nun die  
se Funktionen die  $\mathcal{X}$  die H-Räume sind. Es ist die Kategorien  
als Morphem von H-Morphismen (Homotopienklassen von  
metrischen H-Homotopien) selbst. Die Kategorien  $\mathcal{X}$  kann durch einen Funk-  
tionalen H-Homotopie  $\pi$  von Homotopienklassen von Homotopienklassen  
von  $\mathcal{X}$  abgebildet werden, der auf den Objekten die Identität  
mit Hilfe der Kategorienstruktur  $\mathcal{X}$  erhält. Mit Hilfe der  
Kategorienfunktion  $\pi$ . Es gilt:  $\pi \circ \pi = \pi$ . Und  
zusammenfassend ist  $\pi$  ein  $\pi$ , der auf den H-Räumen von Homotopienklassen  
topologisch eine Abbildung der Homotopienklassen ist. Dieses  
B ist ein projektiver Struktur. Wenn folgt:  $\pi \circ \pi = \pi$   
Bun Schlußfolgerung:  $\pi$  ist eine  $\pi$ -Gruppe.

#### T. von DIETZ (Schriftsteller)