

Tagungsbericht

(14)

Geschichte der Mathematik

8. bis 13. September 1963

Die diesjährige Tagung über "Geschichte der Mathematik" fand vom 8. bis 13. September 1963 im Mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach unter der Leitung von Professor Dr. J.E. HOFMANN (Ichenhausen) statt. Sie wurde von den folgenden Teilnehmern besucht:

Frau A. AYMANN	Münster
K.-R. BIERMANN	Berlin
H.L.L. BUSARD	Venlo (Niederlande)
Frau M. FEIGL	Freiburg
E.A. FELLMANN	Basel
K. FLADT	Freiburg
O. FLECKENSTEIN	Basel
W. FRAUNHOLZ	Koblenz
H. FREUDENTHAL	Utrecht
K. GAISER	Tübingen
H. GERICKE	Freiburg
A. und R.F. GLODEN	Luxembourg
K.H. HAAS	Edingen
S. HELLER	Schleswig
H. HERMELINK	München
R. HILDEBRANDT	Karlsruhe
J. E. HOFMANN und Gattin	Ichenhausen
W. HÜBSCHMANN	Köln
J. LOHNE	Flekkefjord (Norwegen)
H. OETTEL	Oberhausen
S.V. PAVLOVIĆ	Hamburg
W.S. PETERS	Bonn
Frau M. REINDL	Würzburg
Frl. Y. SAMPLONIUS	Amsterdam (Niederlande)
Frau L. SAUERMAN	Oberhausen
C.J. SCRIBA	Oxford
B. STICKER	Hamburg
Frau R.C.H. TANNER	Wallington (England)
O. VOLK	Würzburg

1963 77

E 201 0423
Oberwolfach
Mathematisches Forschungsinstitut

Tagesabteilung

Geschichte der Mathematik
8. bis 17. September 1963

Die diesjährige Tagung über "Geschichte der Mathematik" fand vom 8. bis 17. September 1963 im Mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach unter der Leitung von Professor Dr. J. E. HÖRMANN (Lehrstuhl) statt. Sie wurde von den folgenden Teilnehmern besucht:

Münster	Frau A. AYMANN
Berlin	K.-R. BIERMANN
Venlo (Niederlande)	H. L. L. BUIARD
Freiburg	Frau M. FEIGL
Basel	E. A. FRIEDMANN
Freiburg	K. FRIED
Basel	O. FLECKENSTEIN
Koblenz	W. BRAUNHOLZ
Utrecht	H. FREUDENTHAL
Tübingen	K. GAISER
Freiburg	H. GERDING
Isenheim	A. und R. F. GÖDDEN
Büdingen	K. H. HAAS
Schleswig	S. HELGER
München	H. HERMELINK
Karlsruhe	R. HILBRANDT
Lehrstuhl	J. E. HÖRMANN und Gattin
Köln	W. HUBSCHMANN
Flekkefjord (Norwegen)	J. LÖHNE
Oberhausen	H. OTTEL
Hamburg	S. V. PAVLOVIC
Bonn	W. S. PETERS
Wuppertal	Frau M. REINDL
Amsterdam (Niederlande)	Prof. Y. SAMPOUNIS
Oberhausen	Frau L. SAUBERMANN
Oxford	G. J. SCRIBA
Hamburg	B. STICKER
Wallingford (England)	Frau R. C. H. TANNER
Wuppertal	O. VOLK



In seiner Begrüßungsansprache dankte Professor HOFMANN dem Mathematischen Forschungsinstitut und seinem Leiter dafür, daß auch in diesem Jahr die Tagung für "Geschichte der Mathematik" am gewohnten Ort stattfinden konnte. Dann gedachte er der Verstorbenen: des Herausgebers von Band 5 der Fermat-Werke, Herrn Cornelis de Waard, und des russischen Mathematikhistorikers W. Zubov, sowie des 65. Geburtstages (am 13.9.1963) von Prof. E. Stamatis (Athen) und des 75. Geburtstages (am 30.9.1963) von Prof. K. Vogel (München).

Den Kern der Tagung bildeten naturgemäß die 15 Vorträge, über die unten im einzelnen berichtet wird. Sie wurden durch sehr lebhaft geführte Diskussionen ergänzt. Nebenher fanden fachliche Gespräche und Beratungen in kleineren Kreisen statt. Ein Ausflug auf den Kniebis und ein Gesellschaftsabend, der durch eine Vorführung der Orgel in der Kirche Oberwolfach durch R. HILDEBRANDT eingeleitet wurde, ergänzten das wissenschaftliche Programm.

Die Vorträge berührten sich des öfteren inhaltlich und waren bereits, soweit möglich, nach sachlichen Gesichtspunkten im Tagungsplan zusammengestellt worden. Die größte Gruppe bildeten Themen, die sich mit der Mathematik im 16. und 17. Jahrhundert beschäftigten.

J.E. HOFMANN trug Auszüge aus einer größeren Studie über M.A. RICCIs (1619-1682) Beiträge zur Infinitesimalmathematik vor, die demnächst im Centaurus zur Veröffentlichung kommt. Die Hauptpunkte des Vortrags waren die in der Exercitatio geometrica (Rom 1666 = London 1668) enthaltene Tangentenbestimmung RICCIs an die "höheren Kegelschnitte"

$$\left(\frac{y}{b}\right)^{p+q} = \left(\frac{x}{a}\right)^p \left(\frac{c+x}{c+a}\right)^q$$

(gleichwertig mit den W-Kurven 1. Art), ein Beweis für die sogen. BERNOULLIsche Ungleichung und die Wiederherstellung der Kissoidenquadratur, auf die RICCI im Brief an TORRICELLI vom 18.V.1647 hinweist.

Die Frage nach dem Extrem von $x^p(a-x)^q$ wurde von RICCI im Briefwechsel mit MERSENNE erwähnt (1645). RICCI kannte nämlich den von TORRICELLI gegebenen Beweis, der zwar nur für spezielle Fälle durchgeführt wird, aber leicht allgemein formuliert werden kann,



In seiner Begrüßungsansprache dankte Professor HOPMANN dem Mathematischen Forschungsinstitut und seinem Leiter dafür, daß auch in diesem Jahr die Tagung für "Geschichte der Mathematik" am gewohnten Ort stattfinden konnte. Dann gedachte er der Verstorbener: des Herausgebers von Band 2 der Fermat-Werke, Herrn Gornella de Ward, und des russischen Mathematikhistorikers W. Zubov, sowie des 65. Geburtstages (am 12.9.1963) von Prof. E. Stamatis (Athen) und des 75. Geburtstages (am 30.9.1963) von Prof. K. Vogel (München).

Den Kern der Tagung bildeten naturgemäß die 15 Vorträge, über die unten im einzelnen berichtet wird. Sie wurden durch sehr lebhaft geführte Diskussionen ergänzt. Nebenher fanden fachliche Gespräche und Beratungen in kleineren Kreisen statt. Ein Anknüpfen auf den Kniebis und ein Gesellschaftabend, der durch eine Vorführung der Orgel in der Kirche Oberwolfach durch R. HILDBRANDT eingeleitet wurde, ergänzten das wissenschaftliche Programm.

Die Vorträge berührten sich des öfteren inhaltlich und waren teilweise, soweit möglich, nach sachlichen Gesichtspunkten im Tagungsplan zusammengestellt worden. Die größte Gruppe bildeten Themen, die sich mit der Mathematik im 16. und 17. Jahrhundert beschäftigten.

J. E. HOPMANN trug Ansätze aus einer größeren Studie über M. A. RIGGIO (1619-1682) Beiträge zur Infinitesimalmathematik vor, die demnach im Gegensatz zur Veröffentlichung kommt. Die Hauptpunkte des Vortrags waren die in der Exercitatio geometrica (Rom, 1666 = London, 1668) enthaltenen Tangentenbestimmung RIGGIO an die "höheren Kegelschnitte".

$$\left(\frac{y}{x}\right)^p = \left(\frac{x}{y}\right)^q \Rightarrow \frac{y^p}{x^p} = \frac{x^q}{y^q} \Rightarrow y^{p+q} = x^{p+q}$$

(Gleichwertig mit den W-Kurven 1. Art), ein Beweis für die sogenannte BERNOUILLI'sche Ungleichung und die Wiederherstellung der Klassische Quadratur, auf die RIGGIO im Brief an TORRICELLI vom 18.V.1647 hinweist.

Die Frage nach dem Extrem von $x^p(a-x)^q$ wurde von RIGGIO im Briefwechsel mit MERSENNE erwähnt (1645). RIGGIO kannte nämlich den von TORRICELLI gegebenen Beweis, der zwar nur für spezielle Fälle durchgeföhrt wird, aber leicht allgemein formuliert werden kann.



wobei sich aus $1-qx < (1-x)^q$ und $(1-x)^p < 1/(1+px)$ die Ungleichungen $(1-qx)^p < (1-x)^{pq} < 1/(1+px)^q$ ergeben. Einen stark verkürzten Beweis gibt R.F. DE SLUSE in der 2. Ausgabe seines Mesolabum (Lüttich 1668), wo er aus $1+px < (1+x)^p$ und $(1+x)^q < 1/(1-qx)$ die Ungleichungen $(1+px)^q < (1+x)^{pq} < 1/(1-qx)^p$ herleitet. Hier begegnet uns in der Form $1+px < (1+x)^p$ die sogen. BERNOULLISCHE Ungleichung zum erstenmal im Druck. Jakob BERNOULLI hat sie jedoch vermutlich nicht direkt aus SLUSE, sondern über BARROWS Lectiones geometricae (London 1669) kennengelernt. BERNOULLI gibt sie in den Positiones arithmeticae (Basel 1689; prop. 4) wieder.

RICCI'S Tangentenbestimmung an die "höheren Parabeln" wird ebenfalls an Hand eines leicht verallgemeinerungsfähigen Beispiels im Brief vom 20.8.1645 an TORRICELLI dargelegt. RICCI behandelt $(y/b)^3 = x/a$ mittels eines Extremwertsatzes, aus dem folgt, daß eine bestimmte Gerade nicht Sekante, sondern Tangente an die gegebene Kurve sein muß. Später gibt RICCI in der Exercitatio geom. ein auf die EUKLIDISCHE Wechselwegnahme gestütztes Verfahren, mittels dessen er die Tangentenbestimmung auch auf die höheren Ellipsen und Hyperbeln ausdehnen kann. Sie alle werden auf diese Weise elementar ohne Verwendung des Kalkulus, allein durch Rückführung auf Extremwertbestimmungen, geleistet.

Die Kissoidenquadratur hatte man bisher dem jungen HUYGENS (1658) zugeschrieben. Prof. HOFMANN entdeckte nun, daß RICCI bereits 1647 an TORRICELLI die Mitteilung machte, er habe die Fläche unter der genannten Kurve quadriert. Sein Vorgehen läßt sich, da die Vorgeschichte bekannt ist, genau rekonstruieren. Unter Verwendung eines von ROBERVAL aufgestellten Integralsatzes, den er am 1.1.1646 an TORRICELLI weitergab, der ihn seinerseits am 17.3.1646 an RICCI übermittelte, konnte der Vortragende zeigen, wie RICCI aller Wahrscheinlichkeit nach vorgegangen ist. Sein Verfahren ist übrigens mit FERMAT'S Überlegungen verwandt, jedoch infolge der Verwendung des ROBERVAL'Schen Satzes (der inhaltlich mit der LEIBNIZ'Schen Transmutation übereinstimmt) wesentlich anschaulicher.

Ebenfalls mit M.A. RICCI beschäftigte sich H. OETTEL in seinem Bericht über ein unveröffentlichtes, undatiertes Manuskript (Vat. lat. 6901) mit dem Titel Algebra del Sig. Michiel'Angelo Ricci, poi Diacono cardinale. Der Inhalt geht nicht über die Gleichungslehre, wie sie seit VIÈTE bekannt ist, hinaus. Die Beispiele, die

Basel 1689; prop. 4) wieder.
 kennengelernt. BERNULLI gibt die in den Positionen ermittelte
 STUFE, sondern über BARROW'S Positionen (London 1689)
 Druck. Jakob BERNULLI hat die jedoch vermutlich nicht direkt aus
 dem BERNULLI'schen Umfange zum erstenmal im
 Form $(1+px)^q < (1+qx)^p$ hergeleitet. Hier begegnet uns in der Form
 (1688), wo er aus $1+px < (1+qx)^p$ und $(1+qx)^p < (1+px)^q$ die Ungleichungen
 ableitete. B. F. DE STUFE in der 2. Ausgabe seines Methodum (Mittelsch
 (1-px)^p < (1+qx)^p) ergeben einen stark verbesserten Beweis
 wobei sich aus $1-px < (1-x)^p$ und $(1-x)^p < (1+px)^q$ die Ungleichungen

ermittlungen, leistet.
 Anwendung des Kalküls, allein durch Rückführung auf Extremwert-
 erwehnen kann. Die alle werden auf diese Weise elementar ohne Ver-
 Tangentenbestimmung auch auf die höheren Potenzen und Hyperbeln
 lische Wechselnahme geistiges Verfahren, mittels dessen er die
 muss. Später gibt RIGGI in der Expositio ein auf die BUKLID-
 Gerade nicht bekannte, sondern Tangente an die gegebene Kurve sein
 mittels eines Extremwertes, aus dem folgt, dass eine bestimmte
 vom 20. 8. 1645 an TORRICELLI dargestellt. RIGGI behandelt $(\sqrt{x})^2 - x/a$
 an Hand eines leicht verallgemeinerungsfähigen Beispiels im Brief
 RIGGI's Tangentenbestimmung an die "höheren Parabeln" wird ebenfalls

Transmutation überreicht (wessentlich anschaulicher.
 des ROBERVAL'schen Satzes (der inhaltlich mit der LEBNIZ'schen
 mit FERMAT'S Überlegungen verwandt, jedoch in Folge der Verwendung
 scheinlichkeit nach vorgegangen ist. Sein Verfahren ist übrigens
 Übermittelte, konnte der Vortragende zeigen, wie RIGGI aller Wahr-
 TORRICELLI weitergeleitet, der ihn seinerseits am 17. 5. 1644 an RIGGI
 von ROBERVAL aufgestellten Integralen, den er am 1. 1. 1644
 schichte bekannt ist, genau rekonstruieren. Unter Verwendung eines
 genannter Kurve quadratet. Sein Vorgehen ist, wie schon, das übliche
 an TORRICELLI die Mitteilung machte, er habe die Fläche unter der
 zugehörigen. Prof. HOFMANN entdeckte nun, dass RIGGI bereits 1647
 Die Kreisbogenquadratur hatte man bisher dem jungen HUYGENS (1658)

lehre, wie als erste VIETE bekannt ist, nämlich die Beträge, die
 pol Diagonale darstellt. Der Inhalt geht nicht über die Gleichung
 ist. (99) mit dem Titel Algebra del Angelo Riggi
 nicht über ein unvollständiges, unvollständiges Manuskript (Verf.
 Ebenfalls mit M. A. RIGGI beschriebte Joh. H. OST in seinem Buch
 Gefördert durch
 Deutsche
 Forschungsgemeinschaft



gegeben werden, sind außer aus VIÈTE aus CLAVIUS (1537-1612) und vor allem aus GHETALDI (1556 bis 1627) genommen. Einige Einzelheiten daraus wurden näher ausgeführt.

Das Manuskript umfaßt 80 Seiten, die 26 Lemmata, 3 Korrollare, einen Abschnitt Della potestà Radicali und einen Abschnitt Regola dell' Algebra, ferner acht Figuren enthalten. Die Handschrift schließt mit einer geometrischen Betrachtung der Diskriminante der Gleichung dritten Grades ab; sie macht den Eindruck, als ob sie nicht zu Ende geführt worden sei. Es scheint sich um eine Abschrift zu handeln, angefertigt wohl von einem Schreiber RICCI's, der mit der Materie nicht gut vertraut war. Darauf deuten z.B. auch die ca. 80 Schreibfehler hin, die die Handschrift enthält. Eine genaue Datierung konnte bisher nicht gegeben werden; es ist auch noch nicht gewiß, ob die Niederschrift noch zu Lebzeiten RICCI's oder erst nach seinem Tod erfolgt ist.

Da es sich bei dem Manuskript offensichtlich um Material handelt, das wohl der letzten Feile entbehrte, läßt sie naturgemäß kaum etwas von den schöpferischen Leistungen RICCI's erkennen, wie sie den Tagungsteilnehmern im zuvor behandelten Vortrag dargeboten wurden. Für unsere Kenntnis des allgemeinen Bildungsstandes der damaligen Zeit ist sie darum nicht weniger wichtig. - H. OETTEL bereitet auf Grund neu zugänglich gewordener Manuskripte eine erweiterte Fassung seines Vortrags vor.

H.L.L. BUSARD berichtete über den Inhalt einiger unedierter mathematischer Handschriften aus der Bibliothèque Nationale in Paris (Nouv. acqu. franc. 3282, Nouv. acqu. lat. 1643 und 1644). Das französische Manuskript enthält einen Brief von FERMAT an CARCAVI, in dem die Einschaltung zweier geometrischer Mittel zwischen zwei gegebene Größen behandelt wird. Der Vortragende zeigte, wie das Problem bereits im Altertum von MENAICHMOS mittels des Schnittpunktes einer Parabel mit einer Hyperbel gelöst wurde; er erwähnte VIÈTE's Umwandlung der Aufgabe in eine biquadratische Gleichung, aus der die Lösung als Schnittpunkt zweier Parabeln folgt, und diskutierte dann das Verfahren FERMAT's, der die Aufgabe auf den Schnitt zwischen einer Parabel und einem Kreis zurückführt.

Die beiden lateinischen Manuskripte, die vielleicht schon vor die Wirksamkeit VIÈTE's anzusetzen sind, sind algebraischer und zahlen-

gegeben werden, sind außer aus VITTE aus GAVIUS (1577-1612) und vor allem aus GHATARDI (1556 bis 1627) genommen, Einige Einzelheiten daraus werden näher angeführt.

Das Manuskript umfaßt 80 Seiten, die 26 Lemmata, 3 Korollare, einen Abschnitt Dele polie Radicali und einen Abschnitt Dele Algebre ferner sechs Figuren enthalten. Die Handschrift schließt mit einer geometrischen Betrachtung über Diskriminanten der Gleichung dritten Grades ab; sie macht den Eindruck, als ob sie nicht zu Ende geführt worden sei. Es scheint sich um eine Abschrift zu handeln, angefertigt wohl von einem Schüler RICCIAs, der mit der Materie nicht gut vertraut war. Derselbe dessen u. B. auch die ca. 80 Schreibblätter hin, die die Handschrift enthält. Eine genaue Fälschung konnte bisher nicht gegeben werden; es ist auch noch nicht gewiß, ob die Niederschrift noch zu Lebzeiten RICCIAs oder erst nach seinem Tod erfolgt ist.

Da es sich bei dem Manuskript offensichtlich um Material handelt, das wohl der letzten Perle entbrennt, läßt sich kaum etwas von den schöpferischen Leistungen RICCIAs erkennen, wie sie der Tagestätigkeit im zuvor behandelten Vortrag dargeboten wurden. Für unsere Kenntnis des allgemeinen Bildungsstandes der damaligen Zeit ist sie darum nicht weniger wichtig. In ÖRTZLI bereitet auf Grund neu zugänglich gewordenen Manuskripte eine erweiterte Fassung seines Vortrags vor.

H. L. J. BUSARD berichtete über den Inhalt einiger ungedruckter mathematischer Handschriften aus der Bibliothèque Nationale in Paris (Nouv. Revue Franc. 1929, Nouv. Ser., Jan. 1943 und 1944). Das französische Manuskript enthält einen Brief von FERMAT an GAVIUS, in dem die Einschalung zweier geometrischer Mittel zwischen zwei gegebene Größen behandelt wird. Der Vortragende zeigte, wie das Problem bereits im Altertum von MENELAIOS mittels des Schnittpunktes einer Parabel mit einer Hyperbel gelöst wurde; er erwähnte VITTES Umwandlung der Aufgabe in eine diophantische Gleichung, aus der die Lösung als Schnittpunkt zweier Parabeln folgt, und diskutierte dann das Verfahren FERMATS, der die Aufgabe auf den Schnitt zwischen einer Parabel und einem Kreis zurückführt.

Die beiden lateinischen Manuskripte, die vorgelegt worden, von die Wirksamkeit VITTES anzuzeigen sind als geometrischer und algebraischer



theoretischer Natur. Sie geben eine Einführung in die algebraischen Operationen einschließlich der Wurzelrechnung, in das Rechnen mit irrationalen Zahlen und das Auflösen von Gleichungen. Von besonderem Interesse sind die dabei verwendeten Symbole. Tritt nur eine Unbekannte auf, so wird sie durch N bezeichnet, ihr Quadrat durch Q, ihr Kubus durch C usw.. Kommen eine zweite und dritte Unbekannte hinzu, dann werden diese durch zugesetztes "sec" und "ter" unterschieden. M steht für Multiplikation, D für Division, so daß z.B. $5N(D)Csec(M)Qter$ unserem $5xz^2/y^3$ entspricht. Diese Bezeichnungen wurden mit anderen der damaligen Zeit verglichen.

Die erwähnten zahlentheoretischen Aufgaben stammen aus DIOPHANTS Arithmetik und werden in tabellenmäßiger Darstellung gelöst; dabei treten auch Lösungen auf, die sich bei DIOPHANT selbst nicht finden. Der Vortrag soll im Centaurus veröffentlicht werden.

A. GLODEN bot in seinem Vortrag einen interessanten Überblick über die Vorläufer der Infinitesimalrechnung in den Niederlanden. Haupt der belgischen Schule war GREGORIUS A. S. VINCENTIO, dessen Opus Geometricum (1622/29, gedruckt Antwerpen 1647) den jungen LEIBNIZ später stark beeinflußt hat. Im Gegensatz zu CAVALIERI wurden keine Indivisibilia betrachtet, sondern Teile der zu berechnenden Figur herangezogen. CH. DELLA FAILLE, ein früherer Schüler von GREGORIUS, bildete dessen Schwerpunktmethoden weiter aus, während A. TACQUET die Ideen von GREGORIUS über Grenzwerte weiter entwickelte. Dem Lütticher Domherrn R. FR. DE SLUSE verdankt man unter anderem eine Methode zur Bestimmung der Subtangente (1655). Diese Regel wurde später von CHR. HUYGENS nachentdeckt. HUYGENS, der auch nach Erfindung des Kalkulus an den älteren Methoden festhielt und diese mit großer Meisterschaft handhabte, erarbeitete sich im Laufe seines Lebens eine große Zahl von wichtigen weiteren Ergebnissen, die die Zeitgenossen oft nur unter Verwendung der neuen infinitesimalen Methoden verifizieren konnten. Mit HUYGENS hatte die mathematische Tätigkeit in den Niederlanden ihren Höhepunkt erreicht. - Das Referat wird in einer aus den Beneluxstaaten stammenden Zeitschrift erscheinen.

Ebenfalls mit dem 17. Jahrhundert beschäftigte sich der Vortrag von C. J. SCRIBA, in dem einleitend kurz auf die wichtigsten unveröffentlichten Stücke aus dem in Oxford aufbewahrten Notizbuch

theoretischer Natur. Sie geben eine Erklärung in die algebraischen Operationen einschließlich der Wurzelrechnung, in das Rechnen mit irrationalen Zahlen und das Auflösen von Gleichungen. Von besonderem Interesse sind die dabei verwendeten Symbole. Trifft man eine Unbekannte an, so wird sie durch x bezeichnet, ihr Quadrat durch q , ihr Kubus durch c usw. Kommen eine zweite und dritte Unbekannte hinzu, dann werden diese durch y und z bezeichnet, so dass M steht für Multiplikation, D für Division, S für Subtraktion, A für Addition. Diese Bezeichnungen entsprechen unseren x^2, x^3, \dots entsprechen. Diese Bezeichnungen wurden mit anderen der damaligen Zeit verglichen.

Die erwähnten algebraischen Aufgaben stammen aus DIOPHANTOS' ARITHMETIK und werden in tabellarischer Darstellung gelöst; dabei treten auch Lösungen auf, die sich bei DIOPHANT selbst nicht finden. Der Vortrag soll im Gewinn veranschaulicht werden.

A. GIBSON bot in seinem Vortrag einen interessanten Überblick über die Vorläufer der Infinitesimalrechnung in den Niederlanden. Haupt der belgischen Schule war GREGORIUS A. S. VINCENTIO, dessen Geometriae (1622/23, gedruckt Antwerpen 1647) den jungen LEIBNIZ später stark beeinflusst hat. Im Gegensatz zu CAVALLERI wurden bei ihm Individuen betrachtet, sondern Teile der zu berechnenden Fläche herangezogen. CH. DE LA PALLE, ein früherer Schüler von GREGORIUS, bildete dessen Schwerpunktmethoden weiter aus, während A. TAGLIATELLI die Ideen von GREGORIUS über Grenzwerte weiter entwickelte. Dem holländischen Domherrn R. P. DE SIUSE verdankt man unter anderem eine Methode zur Bestimmung der Subtangente (1652). Diese Regel wurde später von CHR. HUYGENS nachentdeckt. HUYGENS, der auch nach Erfindung des Kalenders an den älteren Methoden festhielt und diese mit großer Meisterschaft handhabte, erarbeitete sich im Laufe seines Lebens eine große Zahl von wichtigen weiteren Ergebnissen, die die Zeitgenossen oft nur unter Verwendung der neuen Infinitesimalmethoden verifizieren konnten. Mit HUYGENS hatte die mathematische Tätigkeit in den Niederlanden ihren Höhepunkt erreicht. Der Referat wird in einer aus den Bemerkungen stammenden Zeitschrift erscheinen.

Ebenfalls mit dem 17. Jahrhundert beschäftigte sich der Vortrag von C. J. SCHEER, in dem eingehend kurz auf die wichtigsten veröffentlichten Stücke aus dem in Oxford aufbewahrten Notizbuch



(Bodleian Library: MS Don. d.45) von J. WALLIS hingewiesen wurde. Diese sind meist zahlentheoretischer Natur; sie betreffen das FERMATSche Problem, $x^3+y^3=z^3$ in ganzen Zahlen zu lösen, das Vierkubenproblem $a^3+b^3=c^3+d^3$, die Ermittlung rationaler Dreiecke und Dreieckspaare mit gewissen Zusatzbedingungen und die Frage nach vollkommenen Zahlen. WALLIS' Behandlung des letztgenannten Problems wurde dann in möglichst enger Anlehnung an das Original vorgeführt. WALLIS versuchte zu beweisen (1671), daß es keine anderen vollkommenen Zahlen gibt außer denen, die bereits von EUKLID angegeben wurden (Elemente IX, 36): $2^n(2^{n+1}-1)$, falls der letzte Faktor Primzahl ist. WALLIS verschaffte sich zunächst mittels ausgedehnter Tabellen eine Übersicht, um dann durch Verwendung der unvollständigen Induktion daraus die Bildungsgesetze zu entnehmen. Eine kleine Lücke in seinen Überlegungen läßt sich leicht in seinem Sinn schließen; dies führt auf einen kurzen Beweis, daß alle geraden vollkommenen Zahlen die von EUKLID gegebene Struktur haben. Dieser Beweis gibt im Grund die Gedankenführung EULERS wieder, der ja bekanntlich im 18. Jahrhundert zum erstenmal den genannten Satz einwandfrei bewiesen hat.

Die beiden folgenden Vorträge waren der Math. der Araber gewidmet. H. HERMELINKS Vortrag hatte den von F. VAN SCHOOTEN in die Geometria von 1649 aufgenommenen Satz zum Gegenstand, daß die Summe der Abstände eines beliebigen Punktes im Innern eines gleichseitigen Dreiecks von den Dreieckseiten gleich der Dreieckshöhe ist. Dieser Satz war bereits im Altertum bekannt, wie aus einer arabischen Schrift hervorgeht, die aus dem griechischen übersetzt wurde. IBN-AL-HAYTAM (ALHAZEN) versuchte bereits, eine Verallgemeinerung dieses Satzes zu geben. Einer Schrift, die erst 1947 in Hyderabad aufgefunden wurde, entnimmt man nämlich, daß er zunächst den Hilfssatz aufstellte, daß die Dreieckshöhen sich umgekehrt wie die Dreiecksseiten verhalten. Es ist sogar denkbar, daß dieser Hilfssatz an der genannten Stelle zum erstenmal formuliert wurde. IBN-AL-HAYTAM erledigte den Beweis vollständig für das gleichschenklige Dreieck sowie für den Fall, daß im gleichseitigen Dreieck der genannte Punkt auf einer Seite liegt. Im allgemeinen Fall jedoch, d.h. bei beliebiger Lage des Punktes, machte ALHAZEN einen Fehler, worauf schon von M. SCHRAMM hingewiesen wurde.

Fr. YVONNE SAMPLONIUS trug über die Siebeneckskonstruktion des ALKUHI vor, die spätestens im Jahr 983 entstanden ist. Die Konstruk-

(Böhler Library; MS Don. 6.45) von J. WALLIS hingewiesen wurde.

Diese sind meist rein kombinatorischer Natur und betreffen das PRR-
MATHS Problem $x^2 + y^2 = z^2$ in ganzen Zahlen zu lösen, das VIERK-
beispiel $a^2 + b^2 = c^2$, die Ermittlung rationaler Punkte und
Dreiecke mit gewissen Zusatzbedingungen und die Frage nach
vollkommenen Zahlen. WALLIS' Behandlung des letztgenannten Prop-
lems wurde dann in möglicher enger Anlehnung an das Original vorge-
führt. WALLIS versuchte zu beweisen (1671), daß es keine anderen
vollkommenen Zahlen gibt außer denen, die bereits von EUKLID ange-
geben wurden (Elemente IX, 36): $2^n(2^{n+1}-1)$. Falls der letzte Faktor
Primzahl ist. WALLIS verschaffte sich zunächst mittels ausgedehnter
Tabellen eine Übersicht, um dann durch Verwendung der unvollständi-
gen Induktion daraus die Bildungsgesetze zu erschließen. Eine kleine
Lücke in seinen Überlegungen läßt sich leicht in seinem Sinn schlie-
ßen; dies führt auf einen kurzen Beweis, daß alle geraden vollkom-
menen Zahlen die von EUKLID gegebene Struktur haben. Dieser Beweis
gibt im Grunde die Gedankenführung EULERS wieder, der ja bekanntlich
im 18. Jahrhundert zum erstenmal den genannten Satz einwandfrei

bewiesen hat.
Die beiden folgenden Vorträge waren der Math. der Araber gewidmet.
H. HERMELINKA Vortrag hatte den von P. VAN SCHOTEN in die Geometrie
von 1649 aufgenommenen Satz zum Gegenstand, daß die Summe der Ab-
stände eines beliebigen Punktes im Innern eines gleichseitigen Drei-
ecks von den Dreiecksseiten gleich der Dreieckshöhe ist. Dieser Satz
war bereits im Algorismus bekannt, wie aus einer arabischen Schrift
hervorgeht, die aus dem griechischen Übersetzt wurde. IBN-AL-HAYTAM
(ALHAZEN) versuchte bereits, eine Verallgemeinerung dieses Satzes
zu geben. Einer Schrift, die erst 1947 in Hyderabad aufgefunden wur-
de, entnimmt man nämlich, daß er zunächst den Hilfssatz aufstellte,
daß die Dreieckshöhen sich umgekehrt wie die Dreiecksseiten verhal-
ten. Es ist sogar denkbar, daß dieser Hilfssatz von den genannten
Stelle zum erstenmal formuliert wurde. IBN-AL-HAYTAM erledigte den
Beweis vollständig für den gleichschenkeligen Dreieck sowie für den
Fall, daß im gleichseitigen Dreieck der genannte Punkt auf einer
Seite liegt. Im allgemeinen Fall jedoch, d. h. bei beliebiger Lage
des Punktes, machte ALHAZEN einen Fehler, wozul schon von M.
SCHRAMM hingewiesen wurde.

Frl. YVONNE SAMMONIUS trug über die Steiner-Konstruktion des



tion umfaßt insgesamt sieben Schritte.

1. Wählt man A als ersten, B als dritten und C als vierten Eckpunkt eines regelmäßigen Siebenecks, dann besitzt das Dreieck ABC die Winkel α (bei A), 2α (bei C) und 4α (bei B), da sich die Winkel wie die gegenüberliegenden Bögen des unbeschriebenen Kreises verhalten.

2. Die Seite BC wird nach beiden Seiten hin verlängert. Auf der Verlängerung jenseits von B wird der Punkt E so gewählt, daß $AB=BE$ wird (dann sind im gleichschenkligen Dreieck ABE die Winkel bei A und E beide gleich 2α); auf der Verlängerung jenseits von C wird D so gewählt, daß $\overline{AC}=\overline{CD}$ wird (dann sind im gleichschenkligen Dreieck ACD die Winkel bei A und D beide gleich α). Dann ergibt sich auf Grund von Ähnlichkeitsbetrachtungen für die Teilstrecken auf der Geraden EBCD, daß sowohl $\overline{EB}^2=\overline{BD}\cdot\overline{BC}$ wie auch $\overline{CD}^2=\overline{EC}\cdot\overline{EB}$ werden. Also liegt die Aufgabe vor, eine Strecke ED so durch die Punkte B und C zu teilen, daß diese Relationen erfüllt sind.

3. Die geforderte Konstruktion wird nun auf die Konstruktion einer Parabel und einer Hyperbel zurückgeführt. Denkt man sich nämlich die Strecke ED bereits passend durch die Teilpunkte B und C geteilt und errichtet man in B das Lot nach beiden Seiten und wählt darauf auf der einen Seite F so, daß $BF=BC$, auf der anderen Seite von ED Z so, daß $BZ=CD$, und ergänzt man schließlich das Rechteck EBZT, dann gilt: $FZ\cdot BC=(BC+ET)\cdot BC=TZ^2$ und $EC\cdot EB=(EB+BC)\cdot TZ=ET^2$. Die beiden Gleichungen stellen eine Parabel bzw. Hyperbel mit den Veränderlichen ET und TZ und dem festen Parameter BC dar; ihr Schnittpunkt ergibt $TZ=BE$ und $ET=BZ=CD$, wie gewünscht.

4. Auf diese Analyse folgt die Feststellung, daß das erwähnte Dreieck stets existiert.

5. Dann werden die Kegelschnitte konstruiert und ihr Schnittpunkt bestimmt.

6. Aus den ermittelten Strecken wird das Dreieck aufgebaut.

7. Schließlich wird dieses Dreieck ähnlich vergrößert bzw. verkleinert, bis es in den gegebenen Kreis paßt. - Der Vortrag wird im Janus erscheinen.

Mit den Grundlagen der Mathematik beschäftigten sich die beiden folgenden Vorträge.

K. GAISER behandelte PLATONS Stellung in der Geschichte der Mathematik an Hand der mathematischen Stellen aus dem frühen Dialog

tion umfasst insgesamt sieben Schritte.

1. Wählt man A als ersten, B als dritten und C als vierten Eckpunkt eines regelmäßigen Sechsecks, dann besitzt das Dreieck ABC die Winkel α (bei A), 2α (bei C) und 4α (bei B), da sich die Winkel wie die gegenüberliegenden Bögen des umschriebenen Kreises verhalten.

2. Die Seite BC wird nach beiden Seiten hin verlängert. Auf der Verlängerung jenseits von B wird der Punkt E so gewählt, dass AB=BE wird (dann sind im gleichschenkeligen Dreieck ABE die Winkel bei A und E beide gleich 2α); auf der Verlängerung jenseits von C wird D so gewählt, dass AC=CD wird (dann sind im gleichschenkeligen Dreieck ACD die Winkel bei A und D beide gleich 2α). Dann ergibt sich auf Grund von Ähnlichkeitsbetrachtungen für die Teildreiecke auf der Geraden EBOD, das sowohl EB=ED=BD als auch OD=OC=EB. Also liegt die Aufgabe vor, eine Strecke BD so durch die Punkte B und C zu teilen, dass diese Relationen erfüllt sind.

3. Die geforderte Konstruktion wird nun auf die Konstruktion einer Parabel und einer Hyperbel zurückgeführt. Denkt man sich nämlich die Strecke ED bereits passend durch die Teilpunkte B und C geteilt und errichtet man in E das Lot nach beiden Seiten und wählt darauf auf der einen Seite F so, dass EF=BC, auf der anderen Seite von ED so, dass BE=OD, und ergänzt man schließlich das Rechteck EBFD. Dann gilt: $FB \cdot BC = (BC+BE) \cdot (BC-BE) = (EB+BC) \cdot (BC-EB)$. Die beiden Gleichungen stellen eine Parabel bzw. Hyperbel mit den Vertikalachsen ET und TE und dem festen Parameter BC dar; ihr Schnittpunkt ergibt TE=BE und ET=BE=OD, wie gewünscht.

4. Auf diese Analyse folgt die Parafestlegung, das das erwähnte Dreieck stets existiert.

5. Dann werden die Kegelschnitte konstruiert und ihr Schnittpunkt bestimmt.

6. Aus den ermittelten Strecken wird das Dreieck aufgebaut.

7. Schließlich wird dieses Dreieck ähnlich vergrößert bzw. verkleinert, bis es in den gegebenen Kreis passt. - Der Vortrag wird im Januar erscheinen.

Mit den Grundlagen der Mathematik beschäftigen sich die beiden folgenden Vorträge.

K. GAISER behandelt die LIATONS Stellung in der Geschichte der Mathematik an Hand der mathematischen Stellen aus dem Tränen Dialog



Menon. Der Vortragende ging zuerst auf den $\sigma\chi\eta\mu\alpha$ -Begriff ein und erläuterte, wie er von PLATON gebraucht wird. Dann berührte er die Irrationalität von $\sqrt{2}$, die von PLATON im genannten Dialog zwar nicht direkt betont wird, doch läßt die Art der Fragestellung nach der Diagonale eines Quadrats deutlich einen indirekten Hinweis auf sie erkennen. Bei MENON treten außer den direkt kommensurablen Größen auch solche auf, für die nur die Quadrate bzw. die Kuben kommensurabel sind. Die genaue Theorie der inkommensurablen Größen wurde erst später, jedoch nicht nach 370 v.Chr. von THEAETET entwickelt. Die Tatsache, daß es folglich für die mathematischen Größen kein absolutes Maß geben kann, steht im Widerspruch zur Ontologie PLATONS.

Die dritte Stelle mathematischen Inhalts aus dem Dialog Menon wurde dann eingehender behandelt. Daß die Zuhörer den griechischen Text mit deutscher Übertragung sowie die behandelten Figuren vor Augen hatten, erleichterte ihnen, den Ausführungen zu folgen. Die genannte Stelle (Menon 86E-87A), die auch sprachliche Schwierigkeiten enthält, handelt von der Bedeutung der Hypothesis in einer geometrischen Konstruktion. Dabei hat PLATON das Problem gewählt, wann ein gleichschenkliges Dreieck in einen gegebenen Kreis einbeschrieben werden kann, wenn seine Fläche gleich der eines gegebenen Rechtecks ist. Diese Aufgabe dient PLATON als Beispiel bei der folgenden Untersuchung des $\alpha\rho\eta\tau\eta$ -Problems; denn auch dort wird die Zurückführung auf grundlegende Wahrheiten durchgeführt, so daß die ontologische Methode mit der mathematischen in Übereinstimmung steht. - Die Studie von K. GAISER soll im Gymnasium erscheinen.

W. PETERS sprach über Widerspruchsfreiheit und Konstruierbarkeit als Kriterien der mathematischen Existenz bei KANT. Er setzte damit die auf der vorjährigen Tagung angestellten Erörterungen des Begriffs der Konstruierbarkeit bei KANT fort. Für KANT ist die Mathematik auf Axiome, Definitionen und Konstruktionen begründet. Für ihn genügt eine rein logische Entwicklung auf Grund von Axiomen und Definitionen nicht; es muß die reine Anschauung hinzutreten, damit der synthetische Aufbau der Mathematik vollzogen werden kann. Die Anschauung ermöglicht erst die reine Konstruktion, die zur Erstellung eines mathematischen Theorems führt. Denn für KANT ist nicht ausreichend, daß ein mathematischer Gegenstand logisch widerspruchsfrei ist - er muß auch in der reinen Anschauung

Menon. Der Vortragende ging zuerst auf den $\sqrt{2}$ -Begriff ein und erläuterte, wie er von PLATON gebraucht wird. Dann behauptete er die Irrationalität von $\sqrt{2}$, die von PLATON im genannten Dialog zwar nicht direkt betont wird, doch läßt die Art der Fragestellung nach der Diagonale eines Quadrats deutlich einen indirekten Hinweis auf die Irrationalität erkennen. Bei MENON treten außer den direkt kommensurablen Größen auch solche auf, für die nur die Quadrate bzw. die Kuben kommensurabel sind. Die genaue Theorie der inkommensurablen Größen wurde erst später, jedoch nicht nach 370 v. Chr. von THEAETET entwickelt. Die Tatsache, daß es folglich für die mathematischen Größen kein absolutes Maß geben kann, steht im Widerspruch zur Ontologie PLATONS.

Die dritte Stelle mathematischen Inhalts aus dem Dialog Menon wurde dann eingehender behandelt. Daß die Zuhörer den griechischen Text mit deutscher Übersetzung sowie die behandelten Figuren vor Augen hatten, erleichterte ihnen, den Ausführungen zu folgen. Die genannte Stelle (Menon 82E-87A), die auch sprachliche Schwierigkeiten enthält, handelt von der Bedeutung der Hypothese in einer geometrischen Konstruktion. Dabei hat PLATON das Problem gewählt, wann ein gleichschenkeliges Dreieck in einen gegebenen Kreis eingeschrieben werden kann, wenn seine Fläche gleich der eines gegebenen Rechtecks ist. Diese Aufgabe dient PLATON als Beispiel bei der Erläuterung der $\sqrt{2}$ -Probleme; denn auch dort wird die Zurückführung auf grundlegende Wahrheiten durchgeführt, so daß die methodische Methode mit der mathematischen in Übereinstimmung steht. - Die Studie von K. GALZER soll im Gymnasium erscheinen.

W. PETERS sprach über Widerspruchsfreiheit und Konstruierbarkeit als Kriterien der mathematischen Existenz bei KANT. Er setzte das mit die auf der vorjährigen Tagung angestellten Erörterungen des Begriffs der Konstruierbarkeit bei KANT fort. Für KANT ist die Mathematik auf Axiome, Definitionen und Konstruktionen begründet. Für ihn genügt eine rein logische Entwicklung auf Grund von Axiomen und Definitionen nicht; es muß die reine Anschauung hinzutreten, damit der synthetische Aufbau der Mathematik vollzogen werden kann. Die Anschauung ermöglicht erst die reine Konstruktion, die zur Erläuterung eines mathematischen Theorems führt. Denn für KANT ist nicht ausreißend, daß ein mathematischer Gegenstand logisch widerspruchsfrei ist - er muß auch in der reinen Anschauung



konstrierbar sein. Erst dadurch wird seine Existenz sicher gestellt und die Widerspruchsfreiheit innerhalb des mathematischen Systems gewährleistet. Das bedeutet, daß die Mathematik nach KANT ihre Ergebnisse nicht aus Begriffen, sondern aus den zugrundeliegenden Anschauungen herleitet. Dabei ist der Raum die Kategorie der äußeren Anschauung, die Zeit diejenige der inneren Anschauung; die letztere manifestiert sich, mathematisch gesehen, in der Zahlenreihe, so daß sich die Geometrie als dem Raum, die Algebra aber als der Zeit zugeordnet erweist. - Wollte man Termini der modernen Philosophie heranziehen, so könnte man etwa sagen, daß die Widerspruchsfreiheit das Kriterium für die Vorhandenheit, die Konstrierbarkeit das Kriterium für die Zuhandenheit abgibt. - Die Untersuchungen von W. PETERS werden in den Kant-Studien ausführlich dargelegt werden.

Auszüge aus der Mathematik- und Astronomiegeschichte in Deutschland boten die Vorträge von Frau M. Reindl, O. Volk und K.-R. Biermann.

Frau MARIA REINDL trug unter dem Titel "Mathematik, Physik und Astronomie an den Universitäten Würzburg und Altdorf bis zum Ende des 17. Jahrhunderts" einen Abschnitt aus ihrer Dissertation vor. Beide Universitäten entstanden gegen Ende des 16. Jahrhunderts aus Gymnasien. Würzburg wurde nach dem Muster von Bologna organisiert und erhielt 1582 das Privileg von Papst und Kaiser. Die akademischen Lehrer wurden vom Jesuitenorden zur Verfügung gestellt. Altdorf entwickelte sich in mehreren Schritten zur Universität der Stadt Nürnberg. An beiden Universitäten waren für die mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächer die einschlägigen Schriften von ARISTOTELES, EUKLID, SACROBOSCO und GLAREANUS vorgeschrieben, dazu traten in Würzburg CLAVIUS und in Altdorf GEMMA FRISIUS.

Die Vortragende verglich dann die wichtigeren Inhaber der mathematischen Lehrstühle an beiden Universitäten, die sie in einer Tabelle einander gegenüber gestellt hatte:

<u>Würzburg</u>		<u>Altdorf</u>	
Petrus Roestius (1562-1642)	1590-1601	} Johannes Praetorius (1537-1616)	1576-1616
Adrian van Roomen (1561-1615)	1593-1607		
Thomas Streit (1596-1668)	1627-1629	Petrus Saxonius (1591-1625)	1617-1624

konstruierbar sein. Erst dadurch wird seine Existenz sicher gestellt und die Widerspruchsfreiheit innerhalb des mathematischen Systems gewährleistet. Das bedeutet, daß die Mathematik nach KANT ihre Ergebnisse nicht aus Beweisen, sondern aus den zugrundeliegenden Anschauungen herleitet. Dabei ist der Raum die Kategorie der äußeren Anschauung, die Zeit diejenige der inneren Anschauung; die letztere manifestiert sich mathematisch gesehen, in der Zeitkenntnis, so daß sich die Geometrie als dem Raum, die Algebra aber als der Zeit zugeordnet erweist. - Wollte man fernhin der modernen Philosophie heranziehen, so könnte man etwa sagen, daß die Widerspruchsfreiheit das Kriterium für die Vorhandenheit, die Konstruierbarkeit das Kriterium für die Zubandbarkeit ergibt. - Die Untersuchungen von W. PETERS werden in den Kant-Studien ausführlich dargestellt werden.

Auszüge aus der Mathematik- und Astronomiegeschichte in Deutschland boten die Vorträge von Frau M. Reindl, O. Volk und K.-R. Biermann.

Frau MARIA REINDL trägt unter dem Titel "Mathematik, Physik und Astronomie an den Universitäten Würzburg und Altdorf bis zum Ende des 17. Jahrhunderts" einen Abschnitt aus ihrer Dissertation vor. Beide Universitäten entstanden gegen Ende des 16. Jahrhunderts aus Gymnasien. Würzburg wurde nach dem Tode von Bologna organisiert und erhielt 1582 das Privileg von Papst und Kaiser. Die akademischen Lehrer wurden vom Jesuitenorden zur Verfügung gestellt. Altdorf entwickelte sich in mehreren Schritten zur Universität der Stadt Würzburg. An beiden Universitäten waren für die mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächer die einschlägigen Schriften von ARISTOTELIS, EUKLID, SACROBOSCO und CLAVIUS vorgesehen, dazu traten in Würzburg CLAVIUS und in Altdorf GEMMA FRISIUS.

Die Vorträge verglich dann die wichtigsten Inhaber der mathematischen Lehrstühle an beiden Universitäten, die sie in einer Tabelle einander gegenüber gestellt hatte:

Altdorf	Würzburg
Johannes Praetorius 1576-1616 (1537-1616)	Petrus Rosarius (1562-1642)
Petrus Saxonia 1617-1624 (1591-1625)	Adrian van Roomen (1561-1615)
	Thomas Strett (1596-1668)



<u>Würzburg</u>		<u>Altdorf</u>	
Athanasius Kircher	1629-1631 (1601-1680)	Daniel Schwenter	1628-1636 (1585-1636)
Kaspar Schott	1656-1666 (1608-1688)	Abdias Trew	1636-1669 (1597-1669)
Johannes Zahn	?(1665-1703) (1641-1707)	Joh. Christoph Sturm	1669-1703 (1635-1703)

(Die Daten in Klammern geben die Lebenszeit, die anderen die Jahre der Wirksamkeit in Würzburg bzw. Altdorf an.)

Im allgemeinen lief die Entwicklung an beiden Universitäten ziemlich parallel. Durch den häufigen Wechsel der dem Jesuitenorden angehörenden Lehrer in Würzburg wurde dort die Kontinuität der Ausbildung öfters gestört; andererseits trug aber dies auch dazu bei, daß neue Lehren in Würzburg meist etwas früher als in Altdorf Eingang fanden.

O. VOLK gab in seinem Referat über Mathematik und Astronomie an der Universität Königsberg im 19. Jahrhundert einen Überblick über die Blütezeit dieser Wissenschaften an der ostpreussischen Universität, wobei ihm bisher unveröffentlichtes Material zur Verfügung stand. Aus dem berühmten Mathematischen Seminar unter F.W. BESSEL, C.G.J. JACOBI und F.E. NEUMANN gingen im Lauf der Jahre viele große Mathematiker und Astronome hervor, die oft selbst wieder in Königsberg tätig waren. Unter anderem fielen die Namen O. HESSE, A. CLEBSCH, C.G. NEUMANN, F. RICHELLOT, G.R. KIRCHOFF, H.v. HELMHOLTZ, K. WEIERSTRASS, H. WEBER. Unter F. LINDEMANN und A. HURWITZ begann das Königsberger Mathematische Kolloquium, in dem außer LINDEMANN und HURWITZ selbst z.B. auch D. HILBERT, H. MINKOWSKI, E. WIECHERT vortrugen. Mit dem Weggang von HURWITZ nach Zürich (1892), von LINDEMANN nach München (1893), MINKOWSKI nach Zürich und P. STAECKEL nach Kiel verlor die Mathematik in Königsberg gegen Ende des 19. Jahrhunderts ihre hervorragende Stellung. - Dieser Überblick wird im Jahresbericht der DMV veröffentlicht werden.

Ebenfalls das 19. Jahrhundert beleuchtete der Vortrag von K.-R. BIERMANN, diesmal jedoch gespiegelt nicht in der Wirksamkeit einer Universität, sondern im Leben eines Einzelnen: des Mathematikers und Astronomen THOMAS CLAUSEN (1801-1885). Der aus einfachsten Verhältnissen stammende, im dänischen Niederschleswig geborene CLAUSEN kam 1824 zu H.C. SCHUHMACHER, dem Herausgeber der Astrono-

Altdorf	Würzburg
Daniel Schwenker (1585-1636)	Athanasius Kircher (1601-1680)
Abdias Trew (1597-1669)	Kaspar Schott (1608-1688)
Joh. Christoph Sturm (1669-1703)	Johannes Zahn (1641-1707)

(Die Daten in Klammern geben die Lebenszeit, die anderen die Jahre der Wirksamkeit in Würzburg bzw. Altdorf an.)

Im allgemeinen lief die Entwicklung an beiden Universitäten ähnlich parallel. Durch den häufigen Wechsel der dem Jesuitenorden angehörenden Lehrer in Würzburg wurde dort die Kontinuität der Ausbildung öfters gestört; andererseits trug aber dies auch dazu bei, das neue Lehren in Würzburg meist etwas früher als in Altdorf Eingang fanden.

O. VOIG gab in seinem Referat über Mathematik und Astronomie an der Universität Königsberg im 19. Jahrhundert einen Überblick über die Blütezeit dieser Wissenschaften an der europäischen Universität, wobei ihm bisher unveröffentlichtes Material zur Verfügung stand. Aus dem berühmten Mathematischen Seminar unter F. W. BESSER, O. S. J. JACOBI und F. E. NEUMANN gingen im Lauf der Jahre viele große Mathematiker und Astronomen hervor, die oft selbst wieder in Königsberg tätig waren. Unter anderem liefen die Namen O. BÄRZEL, A. GLEIBER, C. G. NEUMANN, F. FUCHS, G. R. KIRCHOFF, H. V. HELMHOLTZ, K. WEIERSTRASS, M. WIEBER, unter F. LINDEMANN und A. HURWITZ begann das Königsberger Mathematische Kolloquium, in dem außer LINDEMANN und HURWITZ selbst z. B. auch D. HILBERT, E. MINNOWSKI, E. KIRCHERT vortrugen. Mit dem Weggang von HURWITZ nach Zürich (1892), von LINDEMANN nach München (1893), MINNOWSKI nach Zürich und P. STROOKEL nach Wien verlor die Mathematik in Königsberg gegen Ende des 19. Jahrhunderts ihre hervorragende Stellung. - Dieser Überblick wird im Jahresbericht der DMV veröffentlicht werden.

Ebenfalls des 19. Jahrhunderts belonchteste der Vorträge von K. W. BIERMANN, diesmal jedoch gegliedert nicht in der Wirksamkeit einer Universität, sondern im Leben eines Einzelnen: des Mathematikers und Astronomen THOMAS GLAUBER (1807-1882). Das war einleuchtend, weil die Beziehungen stammend, im kaiserlichen Kaiserlich-höflich-gesellschaftlichen



mischen Nachrichten, nach Altona. Nach vierjähriger Tätigkeit, während der er auch mit C.F. GAUSS in Berührung kam, wechselte er nach München an das Optische Institut über, kehrte jedoch 1840 nach längerer Krankheit wieder zu SCHUHMACHER zurück. Ab 1842 war er an der Sternwarte in Dorpat tätig, der er zuletzt als Nachfolger von J.H. v. MÄDLER vorstand. Inzwischen hatte er dank einer Empfehlung von F.W. BESSEL die Ehrendoktorwürde empfangen und war 1871 zum Wirklichen Staatsrat, verbunden mit erblichem Adel, erhoben worden. CLAUSEN veröffentlichte zahlreiche mathematische Untersuchungen und Mitteilungen in Crelles Journal. Sein Name lebt im "von Staudt-Clausenschen Satz" fort. Von seinen übrigen Arbeiten seien noch die Bestimmung der Bahn des Kometen von 1770, die von BESSEL sehr gelobt wurde, und zahlentheoretische Untersuchungen genannt (darunter die Zerlegung von $2^{64}+1 = 274\ 177 \cdot 67\ 280\ 421\ 310\ 721$ und die von $(10^{17}-1)/9 = 2\ 071\ 723 \cdot 5\ 363\ 222\ 357$), die er allerdings nicht publiziert hat. - Der Vortrag, der vorwiegend auf unveröffentlichten Quellen beruht, wird in Crelles Journal für die reine und angewandte Mathematik erscheinen.

Der Geschichte der mathematischen Symbole und Bezeichnungsweisen, die bereits in den Vorträgen von H. Oettel und H.L.L. Busard gestreift wurde, waren die Vorträge von Frau Tanner und H. Freudenthal gewidmet.

Frau R.C.H. TANNER wies in ihrem Vortrag über die Zeichen der Elementarmathematik einleitend auf die große Bedeutung von Ungleichheitszeichen in der modernen Mathematik hin und verfolgte dann die Geschichte dieser und verwandter Zeichen in der algebraischen Literatur. In W. WARNERS Ausgabe (1631) von Th. HARRIOTTS Artis analyticae praxis treten neben dem Gleichheitszeichen \equiv , das bereits ROBERT RECORDE in The Whetstone of Witte verwendet hatte, die Ungleichheitszeichen \lt \gt (alle stark verlängert gegenüber der heutigen Form) auf. Daneben kommen in der Literatur auch andere Zeichen vor für "kleiner" und "größer", z.B. schlug W. OUGHTRED 1647 \llcorner und \lrcorner vor, S. REYHER 1697 \dashv und \vdash , während LEIBNIZ zeitweise \supset für "größer", \subset für "kleiner" verwendete.

Auch das Auftreten des Plus- und Minuszeichens in der frühen deutschen und italienischen Literatur wurde erwähnt. Die Ausführungen von Frau TANNER wurden ergänzt durch eine kleine Ausstellung von

mathematischen Nachrichten, nach Altona. Nach vierjähriger Tätigkeit während der er auch mit G.F. GAUSS in Verbindung kam, wechselte er nach München an das Optische Institut über, kehrte jedoch 1840 nach längerer Krankheit wieder zu SCHUMMACHERS zurück. Ab 1842 war er an der Sternwarte in Dorpat tätig, der er zuletzt als Nachfolger von J.H. v. MADLER Vorstand. Inzwischen hatte er dank einer Empfehlung von F.W. BESSEL die Ehrendoktorwürde empfangen und war 1871 zum Wirklichen Stargart, verbunden mit erblichem Adel, erhoben worden. CLAUSEN veröffentlichte zahlreiche mathematische Untersuchungen und Mitteilungen in Grelles Journal. Sein Name lebt im "von Staudt-Clausenschen Satz" fort. Von seinen letzten Arbeiten seien noch die Bestimmung der Bahn des Kometen von 1770, die von BESSEL sehr gelobt wurde, und zahlentheoretische Untersuchungen

genannt (darunter die Zerlegung von $2^{64} + 1 = 274 177 \cdot 67 280 421 310 721$ und die von $(10^{17} - 1) \sqrt{3} = \dots$). Der Vortrag, der vorwiegend auf unveröffentlichten Quellen beruht, wird in Grelles Journal für die reine und angewandte Mathematik erscheinen.

Der Geschichte der mathematischen Symbole und Bezeichnungen, die bereits in den Vorträgen von H. Oertel und H.L.J. Busard gestreift wurde, waren die Vorträge von Frau Tanner und H. Freudenthal gewidmet.

Frau R.G.H. TANNER wies in ihrem Vortrag über die Zeichen der Elementarmathematik einleitend auf die große Bedeutung von Ungleichheitszeichen in der modernen Mathematik hin und verfolgte dann die Geschichte dieser und verwandter Zeichen in der algebraischen Literatur. In W. WARNERS Ausgabe (1831) von Th. HARRIS' Arithmetica practica treten neben dem Gleichheitszeichen $=$, das bereits ROBERT RECORDE in The Whetstone of Witte verwendet hatte, die Ungleichheitszeichen $>$ und $<$ (alle stark verlängert) gegenüber der heutigen Form) auf. Daneben kommen in der Literatur auch andere Zeichen vor für "kleiner" und "größer", z.B. schlingenförmig \llcorner und \lrcorner vor. S. REYHER 1697 und \llcorner und \lrcorner , während LEIBNIZ selbstweise \llcorner für "kleiner", \lrcorner für "größer", \llcorner verwendet.

Auch das Auftreten des Plus- und Minuszeichens in der frühen Geschichte und italienischen Literatur wurde erwähnt. Die Araber haben von Frau TANNER wurden ergänzt durch eine kleine Anzeileitung von



Originalen und Kopien, die die Geschichte der Zeichen der Elementarmathematik illustrierte.

H. FREUDENTHAL betrachtete die verschiedenen im 18. und 19. Jahrhundert auftretenden Index- und Funktionsbezeichnungen. Die Indexbezeichnung tritt mit bestimmten Indices 1750 bei G. CRAMER auf, während der entscheidende Schritt, nämlich die Verwendung eines unbestimmten Index n (in der Form A^n) 1759 von LAGRANGE getan wird. LAGRANGE und LAPLACE verwenden beide auch mehrfache bis zu vierfache Indices, EULER benutzt dagegen keine Indices, und auch GAUSS verwendet sie kaum. Am modernsten in der Schreibweise im 19. Jahrh. ist ABEL, der sehr stark mit Indices arbeitet, wogegen sie bei JACOBI seltener auftreten.

Bei der Funktionsbezeichnung hat man darauf zu achten, daß man nicht fälschlich Größenbezeichnungen wie dy/dx als Funktionsbezeichnungen ansieht. Die letzteren werden erst notwendig, wenn eine allgemeine Formel wie die TAYLORsche Formel aufgeschrieben werden soll. Aber selbst hier vermeidet noch 1797 LACROIX ein Funktionszeichen, indem er, wenn x' , y' die Koordinaten eines Punktes und $x'+h$, $y'+k$ diejenigen eines benachbarten Punktes sind, schreibt:

$$k = \frac{dy'}{dx'} \frac{h}{1} + \frac{d^2y'}{dx'^2} \frac{h^2}{1 \cdot 2} + \dots$$

Dagegen findet man bei D'ALEMBERTS Behandlung der schwingenden Saite, wie zu erwarten, ein allgemeines Funktionssymbol; er drückt nämlich die heute meist als $y=f(x+t)+g(x-t)$ gegebene Lösung in der Form

$$p = \frac{\phi(t+s) + \Delta(t-s)}{2}$$

aus, wo ϕ und Δ allgemeine Funktionen sind. Ähnlich wie bei der Indexbezeichnung ist EULER wiederum sehr konservativ, indem er die Funktionsbezeichnung auf recht umständliche Weise mit Worten umschreibt. LAGRANGE verwendet gelegentlich Funktionszeichen, LAPLACE sehr oft, GAUSS kaum, ABEL dagegen häufig.

Abschließend wies der Vortragende auf die sehr konservative Haltung der heutigen physikalischen Literatur in dieser Hinsicht hin und erwähnte Schwierigkeiten, denen sich der moderne Mathematiker bei der Bezeichnung von Funktionen gegenübergestellt sieht.

Originalen und Kopien, die die Geschichte der Rechen der Elemente
mathematische Hilfsmittel.

H. BRUBERTHAL betrachtete die verschiedenen im 18. und 19. Jahr-
hundert auftretenden Index- und Funktionsbeziehungen. Die Index-
beziehung tritt mit bestimmten Indizes 1750 bei G. GRAMER auf,
während der entscheidende Schritt, nämlich die Verwendung eines
unbestimmten Index n (in der Form A^n) 1759 von LAGRANGE getan wird.
LAGRANGE und LAPLACE verwenden beide auch mehrfache die so viele-
che Indizes, EULER benutzt dagegen keine Indizes, und auch GAUSS
verwendet sie kaum. Am modernsten in der Schreibweise im 19. Jahrh.
ist ABEL, der sehr stark mit Indizes arbeitet, wogegen die bei
JACOBI seltener auftreten.

Bei der Funktionsbeziehung hat man darauf zu achten, daß man
nicht fälschlich Größenbeziehungen wie dy/dx als Funktionsbezie-
hungen ansieht. Die letzteren werden erst notwendig, wenn eine all-
gemeine Formel wie die TAYLORsche Formel aufgeschrieben werden
soll. Aber selbst hier vermeidet noch 1797 LAGRANGE ein Funktions-
zeichen, indem er, wenn x', y' die Koordinaten eines Punktes und
 $x'+h, y'+k$ diejenigen eines benachbarten Punktes sind, schreibt:

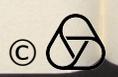
$$k = \frac{dy'}{dx'} + \frac{d^2y'}{dx'^2} \frac{h}{2} + \dots$$

Dagegen findet man bei D'ALEMBERTS Behandlung der schwingenden
Saiten, wie zu erwarten, ein allgemeines Funktionsymbol; er drückt
nämlich die heute meist als $y=(x-t)+g(x-t)$ gegebene Lösung in der

$$p = \frac{\phi(t+x) + \psi(t-x)}{2}$$

Form an, wo ϕ und ψ allgemeine Funktionen sind. Ähnlich wie bei der
Indexbeziehung ist EULER wiederum sehr konservativ, indem er die
Funktionsbeziehung auf recht mathematische Weise mit Worten aus-
schreibt. LAGRANGE verwendet gelegentlich Funktionszeichen, LA-
PLACE aber oft, GAUSS kaum, ABEL dagegen häufig.

Abschließend wies der Vortragende auf die sehr konservative Hal-
tung der heutigen physikalischen Literatur in dieser Hinsicht hin
und erwähnte Schwierigkeiten, denen sich der moderne Mathematiker
bei der Bezeichnung von Funktionen gegenüberstellt.



J. LOHNE schließlich berührte ein Thema, das bereits auf einer früheren Tagung zur Sprache gekommen war: Aus der Geschichte des Brechungsgesetzes griff er die Zusammenhänge zwischen Regenbogen und Brechzahl heraus und schilderte ihre Entwicklung, wobei der "Glasregenbogen", d.h. der durch eine Glaskugel erzeugte Regenbogen im Vordergrund stand. Ist i der Einfallswinkel, r der Winkel, den der gebrochene Strahl mit dem Lot auf der Kugeloberfläche bildet, dann tritt der an der Rückwand der Kugel reflektierte und beim Austreten abermals gebrochene Strahl unter dem Winkel $4r-2i$ gegenüber der Einfallsrichtung wieder aus der Kugel aus. Der anguläre Radius des Regenbogens läßt sich als Maximum dieser "Regenbogenfunktion" berechnen, wenn man das wahre Gesetz der Brechung $\sin i / \sin r = 4/3$ kennt.

Es wurde berichtet über Untersuchungen von PTOLEMAEUS, ALHAZEN, KAMAL -AL-DIN, DIETRICH VON FREIBERG, MAUROLICO, PORTA, WITELLO, HARRIOTT, DESCARTES, HUYGENS und NEWTON. Aus HARRIOTT'S Manuskripten geht hervor, daß dieser als erster sowohl die Sinus- wie die Tangensproportion benutzte, als er das Maximum berechnete.

Dieser und der vorausgehende Vortrag werden voraussichtlich im Archive for History of Exact Sciences zum Abdruck kommen.

J. LOHNE dankte zum Schluß im Namen der Teilnehmer Herrn Professor Dr. J.E. HOFMANN und dessen Gattin sowie dem Personal des Instituts dafür, daß durch ihre Arbeit die Tagung so erfolgreich verlaufen konnte.

C.J. Scriba (Oxford)

J. LOHNE schließlich berührte ein Thema, das bereits auf einer früheren Tagung zur Sprache gekommen war: Aus der Geschichte des Brechungsgesetzes ergab er die Zusammenhänge zwischen Regenbogen und Brechzahl heraus und schilderte ihre Entwicklung, wobei der "Regenbogen", d.h. der durch eine Glaskugel erzeugte Regenbogen im Vordergrund stand, ist der Einfallswinkel, r der Winkel, den der gebrochene Strahl mit dem Lot auf der Kugelfläche bildet, dann tritt der an der Rückwand der Kugelfläche und beim Austritt ebenfalls gebrochene Strahl unter dem Winkel $r-2i$ gegenüber der Einfallsebene wieder aus der Kugel aus. Der genaue Radius des Regenbogens läßt sich als Maximum dieser "Regenbogenfunktion" berechnen, wenn man das wahre Gesetz der Brechung $\sin i / \sin r = n$ kennt.

Es wurde berichtet über Untersuchungen von PTOLEMAEUS, ALHAZEN, KAMAL-AL-DIN, DIETRICH VON FREIBERG, MAURICIO, FORTA, WITELLO, HARRIOTE, DESCARTES, HUYGENS und NEWTON. Aus HARRIOTE'S Manuskripten geht hervor, daß dieser als erster sowohl die Sinus- wie die Tangensproportion benutzte, als er das Maximum berechnete. Dieser und der vorausgehende Vortrag werden voraussichtlich in Archive for History of Exact Sciences zum Abdruck kommen.

J. LOHNE dankte zum Schluss im Namen der Teilnehmer Herrn Professor Dr. J.E. HOFMANN und dessen Gattin sowie dem Personal des Instituts dafür, daß durch ihre Arbeit die Tagung so erfolgreich verlaufen konnte.

O.J. Scriba (Oxford)

