Mathematisches Forschungsinstitut
Oberwolfach

Tagungsbericht

(14)

Geschichte der Mathematik
8. bis 13. September 1963

Die diesjährige Tagung über "Geschichte der Mathematik" fand vom 8. bis 13. September 1963 im Mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach unter der Leitung von Professor Dr. J.E. HOFMANN (Ichenhausen) statt. Sie wurde von den folgenden Teilnehmern besucht:

Frau A. AYMANNS	Münster
K.-R. BIERMANN	Berlin
H.L.L. BUSARD	Venlo (Niederlande)
Frau M. FEIGL	Freiburg
E.A. FELLMANN	Basel
K. FLADT	Freiburg
O. FLECKENSTEIN	Basel
W. FRAUNHOLZ	Koblenz
H. FREUDENTHAL	Utrecht
K. GAISER	Tübingen
H. GERICKE	Freiburg
A. und R.F. GLODEN	Luxembourg
K.H. HAAS	Edingen
S. HELLER	Schleswig
H. HERMELINK	München
R. HILDEBRANDT	Karlsruhe
J. E. HOFMANN und Gattin	Ichenhausen
W. HÜBSCHMANN	Köln
J. LOHNE	Flekkefjord (Norwegen)
H. OETTEL	Oberhausen
S.V. PAVLOVIĆ	Hamburg
W.S. PETERS	Bonn
Frau M. REINDL	Würzburg
Frl. Y. SAMPLONIUS	Amsterdam (Niederlande)
Frau L. SAUERMANN	Oberhausen
C.J. SCRIBA	Oxford
B. STICKER	Hamburg
Frau R.C.H. TANNER	Wallington (England)
O. VOLK	Würzburg

In seiner Begrüßungsansprache dankte Professor HOFMANN dem Mathematischen Forschungsinstitut und seinem Leiter dafür, daß auch in diesem Jahr die Tagung für "Geschichte der Mathematik" am gewohnten Ort stattfinden konnte. Dann gedachte er der Verstorbenen: des Herausgebers von Band 5 der Fermat-Werke, Herrn Cornelis de Waard, und des russischen Mathematikhistorikers W. Zubov, sowie des 65. Geburtstages (am 13.9.1963) von Prof.E. Stamatis (Athen) und des 75. Geburtstages (am 3o.9.1963) von Prof.K. Vogel (München).

Den Kern der Tagung bildeten naturgemäß die 15 Vorträge, über die unten im einzelnen berichtet wird. Sie wurden durch sehr lebhaft geführte Diskussionen ergänzt. Nebenher fanden fachliche Gespräche und Beratungen in kleineren Kreisen statt. Ein Ausflug auf den Kniebis und ein Gesellschaftsabend, der durch eine Vorführung der Orgel in der Kirche Oberwolfach durch R. HILDEBRANDT eingeleitet wurde, ergänzten das wissenschaftliche Programm.

Die Vorträge berührten sich des öfteren inhaltlich und waren bereits, soweit möglich, nach sachlichen Gesichtspunkten im Tagungsplan zusammengestellt worden. Die größte Gruppe bildeten Themen, die sich mit der Mathematik im 16. und 17. Jahrhundert beschäftigten.

J.E. <u>HOFMANN</u> trug Auszüge aus einer größeren Studie über M.A.RICCIs (1619-1682) Beiträge zur Infinitesimalmathematik vor, die demnächst im <u>Centaurus</u> zur Veröffentlichung kommt. Die Hauptpunkte des Vortrags waren die in der <u>Exercitatio geometrica</u> (Rom 1666 = London 1668) enthaltene Tangentenbestimmung RICCIs an die "höheren Kegelschnitte"

$$\left(\frac{y}{b}\right)^{p+q} = \left(\frac{x}{a}\right)^{p}\left(\frac{c\pm x}{c\pm a}\right)^{q}$$

(gleichwertig mit den W-Kurven 1. Art), ein Beweis für die sogen. BERNOULLIsche Ungleichung und die Wiederherstellung der Kissoidenquadratur, auf die RICCI im Brief an TORRICELLI vom 18.V.1647 hinweist.

Die Frage nach dem Extrem von $x^p(a-x)^q$ wurde von RICCI im Briefwechsel mit MERSENNE erwähnt (1645). RICCI kannte nämlich den von TORRICELLI gegebenen Beweis, der zwar nur für spezielle Fälle durchgeführt wird, aber leicht allgemein formuliert werden kann,

wobei sich aus $1-qx<(1-x)^q$ und $(1-x)^p<1/(1+px)$ die Ungleichungen $(1-qx)^p<(1-x)^{pq}<1/(1+px)^q$ ergeben. Einen stark verkürzten Beweis gibt R.F. DE SLUSE in der 2. Ausgabe seines Mesolabum (Lüttich 1668), wo er aus $1+px<(1+x)^p$ und $(1+x)^q<1/(1-qx)$ die Ungleichungen $(1+px)^q<(1+x)^{pq}<1/(1-qx)^p$ herleitet. Hier begegnet uns in der Form $1+px<(1+x)^p$ die sogen. BERNOULLIsche Ungleichung zum erstenmal im Druck. Jakob BERNOULLI hat sie jedoch vermutlich nicht direkt aus SLUSE, sondern über BARROWs Lectiones geometricae (London 1669) kennengelernt. BERNOULLI gibt sie in den Positiones arithmeticae (Basel 1689; prop. 4) wieder.

RICCIs Tangentenbestimmung an die "höheren Parabeln" wird ebenfalls an Hand eines leicht verallgemeinerungsfähigen Beispiels im Brief vom 2o.8.1645 an TORRICELLI dargelegt. RICCI behandelt $(y/b)^3=x/a$ mittels eines Extremwertsatzes, aus dem folgt, daß eine bestimmte Gerade nicht Sekante, sondern Tangente an die gegebene Kurve sein muß. Später gibt RICCI in der Exercitatio geom. ein auf die EUKLIDische Wechselwegnahme gestütztes Verfahren, mittels dessen er die Tangentenbestimmung auch auf die höheren Ellipsen und Hyperbeln ausdehnen kann. Sie alle werden auf diese Weise elementar ohne Verwendung des Kalkulus, allein durch Rückführung auf Extremwertbestimmungen, geleistet.

Die Kissoidenquadratur hatte man bisher dem jungen HUYGENS (1658) zugeschrieben. Prof. HOFMANN entdeckte nun, daß RICCI bereits 1647 an TORRICELLI die Mitteilung machte, er habe die Fläche unter der genannten Kurve quadriert. Sein Vorgehen läßt sich, da die Vorgeschichte bekannt ist, genau rekonstruieren. Unter Verwendung eines von ROBERVAL aufgestellten Integralsatzes, den er am 1.1.1646 an TORRICELLI weitergab, der ihn seinerseits am 17.3.1646 an RICCI übermittelte, konnte der Vortragende zeigen, wie RICCI aller Wahrscheinlichkeit nach vorgegangen ist. Sein Verfahren ist übrigens mit FERMATs Überlegungen verwandt, jedoch infolge der Verwendung des ROBERVALschen Satzes (der inhaltlich mit der LEIBNIZschen Transmutation übereinstimmt) wesentlich anschaulicher.

Ebenfalls mit M.A. RICCI beschäftigte sich H. OETTEL in seinem Bericht über ein unveröffentlichtes, undatiertes Manuskript (Vat. lat. 69o1) mit dem Titel Algebra del Sig. Michiel'Angelo Ricci, poi Diacono cardinale. Der Inhalt geht nicht über die Gleichungslehre, wie sie seit VIÈTE bekannt ist, hinaus. Die Beispiele, die wobei sich aus $1-qx<(1-x)^q$ und $(1-x)^p<1/(1+px)$ die Ungleichungen $(1-qx)^p<(1-x)^{pq}<1/(1+px)^q$ ergeben. Einen stark verkürzten Beweis gibt R.F. DE SLUSE in der 2. Ausgabe seines *Mesolabum* (Lüttich 1668), wo er aus $1+px<(1+x)^p$ und $(1+x)^q<1/(1-qx)$ die Ungleichungen $(1+px)^q<(1+x)^{pq}<1/(1-qx)^p$ herleitet. Hier begegnet uns in der Form $1+px<(1+x)^p$ die sogen. BERNOULLIsche Ungleichung zum erstenmal im Druck. Jakob BERNOULLI hat sie jedoch vermutlich nicht direkt aus SLUSE, sondern über BARROWs *Lectiones geometricae* (London 1669) kennengelernt. BERNOULLI gibt sie in den *Positiones arithmeticae* (Basel 1689; prop. 4) wieder.

RICCIs Tangentenbestimmung an die "höheren Parabeln" wird ebenfalls an Hand eines leicht verallgemeinerungsfähigen Beispiels im Brief vom 20.8.1645 an TORRICELLI dargelegt. RICCI behandelt $(y/b)^3=x/a$ mittels eines Extremwertsatzes, aus dem folgt, daß eine bestimmte Gerade nicht Sekante, sondern Tangente an die gegebene Kurve sein muß. Später gibt RICCI in der *Exercitatio geom.* ein auf die EUKLIDische Wechselwegnahme gestütztes Verfahren, mittels dessen er die Tangentenbestimmung auch auf die höheren Ellipsen und Hyperbeln ausdehnen kann. Sie alle werden auf diese Weise elementar ohne Verwendung des Kalkulus, allein durch Rückführung auf Extremwertbestimmungen, *geleistet*.

Die Kissoidenquadratur hatte man bisher dem jungen HUYGENS (1658) zugeschrieben. Prof. HOFMANN entdeckte nun, daß RICCI bereits 1647 an TORRICELLI die Mitteilung machte, er habe die Fläche unter der genannten Kurve quadriert. Sein Vorgehen läßt sich, da die Vorgeschichte bekannt ist, genau rekonstruieren. Unter Verwendung eines von ROBERVAL aufgestellten Integralsatzes, den er am 1.1.1646 an TORRICELLI weitergab, der ihn seinerseits am 17.3.1646 an RICCI übermittelte, konnte der Vortragende zeigen, wie RICCI aller Wahrscheinlichkeit nach vorgegangen ist. Sein Verfahren ist übrigens mit FERMATs Überlegungen verwandt, jedoch infolge der Verwendung des ROBERVALschen Satzes (der inhaltlich mit der LEIBNIZschen Transmutation übereinstimmt) wesentlich anschaulicher.

Ebenfalls mit M.A. RICCI beschäftigte sich H. *OETTEL* in seinem Bericht über ein unveröffentlichtes, undatiertes Manuskript (Vat. lat. 6901) mit dem Titel *Algebra del Sig. Michel Angelo Ricci, poi Diacono cardinale*. Der Inhalt geht nicht über die Gleichungslehre, wie sie seit VIETE bekannt ist, hinaus. Die Beispiele, die gegeben werden, sind außer aus VIÈTE aus CLAVIUS (1537-1612) und vor allem aus GHETALDI (1556 bis 1627) genommen. Einige Einzelheiten daraus wurden näher ausgeführt.

Das Manuskript umfaßt 80 Seiten, die 26 Lemmata, 3 Korrollare, einen Abschnitt Della potestà Radicali und einen Abschnitt Regola dell' Algebra, ferner acht Figuren enthalten. Die Handschrift schließt mit einer geometrischen Betrachtung der Diskriminante der Gleichung dritten Grades ab; sie macht den Eindruck, als ob sie nicht zu Ende geführt worden sei. Es scheint sich um eine Abschrift zu handeln, angefertigt wohl von einem Schreiber RICCIs, der mit der Materie nicht gut vertraut war. Darauf deuten z.B. auch die ca. 80 Schreibfehler hin, die die Handschrift enthält. Eine genaue Datierung konnte bisher nicht gegeben werden; es ist auch noch nicht gewiß, ob die Niederschrift noch zu Lebzeiten RICCIs oder erst nach seinem Tod erfolgt ist.

Da es sich bei dem Manuskript offensichtlich um Material handelt, das wohl der letzten Feile entbehrte, läßt sie naturgemäß kaum etwas von den schöpferischen Leistungen RICCIs erkennen, wie sie den Tagungsteilnehmern im zuvor behandelten Vortrag dargeboten wurden. Für unsere Kenntnis des allgemeinen Bildungsstandes der damaligen Zeit ist sie darum nicht weniger wichtig. - H. OETTEL bereitet auf Grund neu zugänglich gewordener Manuskripte eine erweiterte Fassung seines Vortrags vor.

H.L.L. BUSARD berichtete über den Inhalt einiger unedierter mathematischer Handschriften aus der Bibliothèque Nationale in Paris (Nouv. acqu. franc. 3282, Nouv. acqu. lat. 1643 und 1644). Das französische Manuskript enthält einen Brief von FERMAT an CARCAVI, in dem die Einschaltung zweier geometrischer Mittel zwischen zwei gegebene Größen behandelt wird. Der Vortragende zeigte, wie das Problem bereits im Altertum von MENAICHMOS mittels des Schnittpunktes einer Parabel mit einer Hyperbel gelöst wurde; er erwähnte VIÈTEs Umwandlung der Aufgabe in eine biquadratische Gleichung, aus der die Lösung als Schnittpunkt zweier Parabeln folgt, und diskutierte dann das Verfahren FERMATs, der die Aufgabe auf den Schnitt zwischen einer Parabel und einem Kreis zurückführt.

Die beiden lateinischen Manuskripte, die vielleicht schon vor die Wirksamkeit VIÈTEs anzusetzen sind, sind algebraischer und zahlen-gegeben werden, sind außer aus VIÈTE aus CLAVIUS (1537-1612) und vor allem aus GHETALDI (1556 bis 1627) genommen. Einige Einzelheiten daraus wurden näher ausgeführt.

Das Manuskript umfaßt 86 Seiten, die 26 Lemmata, 3 Korollare, einen Abschnitt Della potestà Radicali und einen Abschnitt Regola dell' Algebra, ferner acht Figuren enthalten. Die Handschrift schließt mit einer geometrischen Betrachtung der Diskriminante der Gleichung dritten Grades ab; sie macht den Eindruck, als ob sie nicht zu Ende geführt worden sei. Es scheint sich um eine Abschrift zu handeln, angefertigt wohl von einem Schreiber RICCIs, der mit der Materie nicht gut vertraut war. Darauf deuten z.B. auch die ca. 80 Schreibfehler hin, die die Handschrift enthält. Eine genaue Datierung konnte bisher nicht gegeben werden; es ist auch noch nicht gewiß, ob die Niederschrift noch zu Lebzeiten RICCIs oder erst nach seinem Tod erfolgt ist.

Da es sich bei dem Manuskript offensichtlich um Material handelt, das wohl der letzten Feile entbehrte, läßt ein naturgemäß kaum etwas von den schöpferischen Leistungen RICCIs erkennen, wie sie den Tagungsteilnehmern im zuvor behandelten Vortrag dargeboten wurden. Für unsere Kenntnis des allgemeinen Bildungsstandes der damaligen Zeit ist sie darum nicht weniger wichtig. - H. GERICKE bereitet auf Grund neu zugänglich gewordener Manuskripte eine erweiterte Fassung seines Vortrags vor.

H.L.L. BUSARD berichtete über den Inhalt einiger unedierter mathematischer Handschriften aus der Bibliothèque Nationale in Paris (Nouv. acqu. franc. 3282, Nouv. acqu. lat. 1643 und 1644). Das französische Manuskript enthält einen Brief von FERMAT an CARCAVI, in dem die Einschaltung zweier geometrischer Mittel zwischen zwei gegebene Größen behandelt wird. Der Vortragende zeigte, wie das Problem bereits im Altertum von MENAICHMOS mittels des Schnittpunktes einer Parabel mit einer Hyperbel gelöst wurde; er erwähnte VIÈTEs Umwandlung der Aufgabe in eine biquadratische Gleichung, aus der die Lösung als Schnittpunkt zweier Parabeln folgt, und diskutierte dann das Verfahren FERMATs, der die Aufgabe auf den Schnitt zwischen einer Parabel und einem Kreis zurückführt.

Die beiden lateinischen Manuskripte, die vielleicht schon vor die Wirksamkeit VIÈTEs anzusetzen sind, sind algebraischer und zahlentheoretischer Natur. Sie geben eine Einführung in die algebraischen Operationen einschließlich der Wurzelrechnung, in das Rechnen mit irrationalen Zahlen und das Auflösen von Gleichungen. Von besonderem Interesse sind die dabei verwendeten Symbole. Tritt nur eine Unbekannte auf, so wird sie durch N bezeichnet, ihr Quadrat durch Q, ihr Kubus durch C usw.. Kommen eine zweite und dritte Unbekannte hinzu, dann werden diese durch zugesetztes "sec" und "ter" unterschieden. M steht für Multiplikation, D für Division, so daß z.B. 5N(D)Csec(M)Qter unserem $5xz^2/y^3$ entspricht. Diese Bezeichnungen wurden mit anderen der damaligen Zeit verglichen.

Die erwähnten zahlentheoretischen Aufgaben stammen aus DIOPHANTs Arithmetik und werden in tabellenmäßiger Darstellung gelöst; dabei treten auch Lösungen auf, die sich bei DIOPHANT selbst nicht finden. Der Vortrag soll im Centaurus veröffentlicht werden.

A. GLODEN bot in seinem Vortrag einen interessanten Überblick über die Vorläufer der Infinitesimalrechnung in den Niederlanden. Haupt der belgischen Schule war GREGORIUS A.S. VINCENTIO, dessen Opus Geometricum (1622/29, gedruckt Antwerpen 1647) den jungen LEIBNIZ später stark beeinflußt hat. Im Gegensatz zu CAVALIERI wurden keine Indivisibilien betrachtet, sondern Teile der zu berechnenden Figur herangezogen. CH. DELLA FAILLE, ein früher Schüler von GREGORIUS, bildete dessen Schwerpunktmethoden weiter aus, während A. TACQUET die Ideen von GREGORIUS über Grenzwerte weiter entwickelte. Dem Lütticher Domherrn R.FR. DE SLUSE verdankt man unter anderem eine Methode zur Bestimmung der Subtangente (1655). Diese Regel wurde später von CHR. HUYGENS nachentdeckt. HUYGENS, der auch nach Erfindung des Kalkulus an den älteren Methoden festhielt und diese mit großer Meisterschaft handhabte, erarbeitete sich im Laufe seines Lebens eine große Zahl von wichtigen weiteren Ergebnissen, die die Zeitgenossen oft nur unter Verwendung der neuen infinitesimalen Methoden verifizieren konnten. Mit HUYGENS hatte die mathematische Tätigkeit in den Niederlanden ihren Höhepunkt erreicht. - Das Referat wird in einer aus den Beneluxstaaten stammenden Zeitschrift erscheinen.

Ebenfalls mit dem 17. Jahrhundert beschäftigte sich der Vortrag von C.J. SCRIBA, in dem einleitend kurz auf die wichtigsten unveröffentlichten Stücke aus dem in Oxford aufbewahrten Notizbuch

(Bodleian Library: MS Don. d.45) von J. WALLIS hingewiesen wurde. Diese sind meist zahlentheoretischer Natur; sie betreffen das FERMATsche Problem, $x^3+y^3=z^3$ in ganzen Zahlen zu lösen, das Vierkubenproblem $a^3+b^3=c^3+d^3$, die Ermittlung rationaler Dreiecke und Dreieckspaare mit gewissen Zusatzbedingungen und die Frage nach vollkommenen Zahlen. WALLIS' Behandlung des letztgenannten Problems wurde dann in möglichst enger Anlehnung an das Original vorgeführt. WALLIS versuchte zu beweisen (1671), daß es keine anderen vollkommenen Zahlen gibt außer denen, die bereits von EUKLID angegeben wurden (Elemente IX, 36): $2^n(2^{n+1}-1)$, falls der letzte Faktor Primzahl ist. WALLIS verschaffte sich zunächst mittels ausgedehnter Tabellen eine Übersicht, um dann durch Verwendung der unvollständigen Induktion daraus die Bildungsgesetze zu entnehmen. Eine kleine Lücke in seinen Überlegungen läßt sich leicht in seinem Sinn schließen; dies führt auf einen kurzen Beweis, daß alle geraden vollkommenen Zahlen die von EUKLID gegebene Struktur haben. Dieser Beweis gibt im Grund die Gedankenführung EULERs wieder, der ja bekanntlich im 18. Jahrhundert zum erstenmal den genannten Satz einwandfrei bewiesen hat.

Die beiden folgenden Vorträge waren der Math.der Araber gewidmet.
H. HERMELINKs Vortrag hatte den von F. VAN SCHOOTEN in die Geometria von 1649 aufgenommenen Satz zum Gegenstand, daß die Summe der Abstände eines beliebigen Punktes im Innern eines gleichseitigen Dreiecks von den Dreieckseiten gleich der Dreieckshöhe ist. Dieser Satz war bereits im Altertum bekannt, wie aus einer arabischen Schrift hervorgeht, die aus dem griechischen übersetzt wurde. IBN-Al-HAYTAM (ALHAZEN) versuchte bereits, eine Verallgemeinerung dieses Satzes zu geben. Einer Schrift, die erst 1947 in Hyderabad aufgefunden wurde, entnimmt man nämlich, daß er zunächst den Hilfssatz aufstellte, daß die Dreieckshöhen sich umgekehrt wie die Dreiecksseiten verhalten. Es ist sogar denkbar, daß dieser Hilfssatz an der genannten Stelle zum erstenmal formuliert wurde. IBN-AL-HAYTAM erledigte den Beweis vollständig für das gleichschenklige Dreieck sowie für den Fall, daß im gleichseitigen Dreieck der genannte Punkt auf einer Seite liegt. Im allgemeinen Fall jedoch, d.h. bei beliebiger Lage des Punktes, machte ALHAZEN einen Fehler, worauf schon von M. SCHRAMM hingewiesen wurde.

Frl. YVONNE SAMPLONIUS trug über die Siebeneckskonstruktion des ALKUHI vor, die spätestens im Jahr 983 entstanden ist. Die Konstruk-

(Bodleian Library: MS Don. d.45) von J. WALLIS hingewiesen wurde. Diese sind meist zahlentheoretischer Natur: sie betreffen das FERMATsche Problem, $x^3+y^3=z^3$ in ganzen Zahlen zu lösen, das Vierkubenproblem $a^3+b^3=c^3+d^3$, die Ermittlung rationaler Dreiecke und Dreieckspaare mit gewissen Zusatzbedingungen und die Frage nach vollkommenen Zahlen. WALLIS' Behandlung des letztgenannten Problems wurde dann in möglichst enger Anlehnung an das Original vorgeführt. WALLIS versuchte zu beweisen (1671), daß es keine anderen vollkommenen Zahlen gibt außer denen, die bereits von EUKLID angegeben wurden (Elemente IX, 36): $2^n(2^{n+1}-1)$, falls der letzte Faktor Primzahl ist. WALLIS verschaffte sich zunächst mittels ausgedehnter Tabellen eine Übersicht, um dann durch Verwendung der unvollständigen Induktion daraus die Bildungsgesetze zu entnehmen. Eine kleine Lücke in seinen Überlegungen läßt sich leicht in seinem Sinn schließen; dies führt auf einen kurzen Beweis, daß alle geraden vollkommenen Zahlen die von EUKLID gegebene Struktur haben. Dieser Beweis gibt im Grund die Gedankenführung EULERs wieder, der ja bekanntlich im 18. Jahrhundert zum erstenmal den genannten Satz einwandfrei bewiesen hat.

Die beiden folgenden Vorträge waren der Math. der Araber gewidmet. H. HERMELINKs Vortrag hatte den von F. VAN SCHOOTEN in die Geometria von 1649 aufgenommenen Satz zum Gegenstand, daß die Summe der Abstände eines beliebigen Punktes im Innern eines gleichseitigen Dreiecks von den Dreiecksseiten gleich der Dreieckshöhe ist. Dieser Satz war bereits im Altertum bekannt, wie aus einer arabischen Schrift hervorgeht, die aus dem griechischen übersetzt wurde. IBN-AL-HAYTAM (ALHAZEN) versuchte bereits, eine Verallgemeinerung dieses Satzes zu geben. Einer Schrift, die erst 1947 in Hyderabad aufgefunden wurde, entnimmt man nämlich, daß er zunächst den Hilfssatz aufstellte, daß die Dreieckshöhen sich umgekehrt wie die Dreiecksseiten verhalten. Es ist sogar denkbar, daß dieser Hilfssatz an der genannten Stelle zum erstenmal formuliert wurde. IBN-AL-HAYTAM erledigte den Beweis vollständig für das gleichschenklige Dreieck sowie für den Fall, daß im gleichseitigen Dreieck der genannte Punkt auf einer Seite liegt. Im allgemeinen Fall jedoch, d.h. bei beliebiger Lage des Punktes, machte ALHAZEN einen Fehler, worauf schon von M. SCHRAMM hingewiesen wurde.

Frl. YVONNE SAMPLONIUS trug über die Siebeneckskonstruktion des ALKUHI vor, die spätestens im Jahr 983 entstanden ist. Die Konstruktion umfaßt insgesamt sieben Schritte.

1. Wählt man A als ersten, B als dritten und C als vierten Eckpunkt eines regelmäßigen Siebenecks, dann besitzt das Dreieck ABC die Winkel α(bei A), 2α(bei C) und 4α(bei B), da sich die Winkel wie die gegenüberliegenden Bögen des umbeschriebenen Kreises verhalten.

2. Die Seite BC wird nach beiden Seiten hin verlängert. Auf der Verlängerung jenseits von B wird der Punkt E so gewählt, daß AB=BE wird (dann sind im gleichschenkligen Dreieck ABE die Winkel bei A und E beide gleich 2α); auf der Verlängerung jenseits von C wird D so gewählt, daß $\overline{AC}=\overline{CD}$ wird (dann sind im gleichschenkligen Dreieck ACD die Winkel bei A und D beide gleich α). Dann ergibt sich auf Grund von Ähnlichkeitsbetrachtungen für die Teilstrecken auf der Geraden EBCD, daß sowohl $\overline{EB}^2=\overline{BD}.\overline{BC}$ wie auch $\overline{CD}^2=\overline{EC}.\overline{EB}$ werden. Also liegt die Aufgabe vor, eine Strecke ED so durch die Punkte B und C zu teilen, daß diese Relationen erfüllt sind.

3. Die geforderte Konstruktion wird nun auf die Konstruktion einer Parabel und einer Hyperbel zurückgeführt. Denkt man sich nämlich die Strecke ED bereits passend durch die Teilpunkte B und C geteilt und errichtet man in B das Lot nach beiden Seiten und wählt darauf auf der einen Seite F so, daß BF=BC, auf der anderen Seite von ED Z so, daß BZ=CD, und ergänzt man schließlich das Rechteck EBZT, dann gilt: $FZ.BC=(BC+ET).BC=TZ^2$ und $EC.EB=(EB+BC).TZ=ET^2$. Die beiden Gleichungen stellen eine Parabel bzw. Hyperbel mit den Veränderlichen ET und TZ und dem festen Parameter BC dar; ihr Schnittpunkt ergibt TZ=BE und ET=BZ=CD, wie gewünscht.

4. Auf diese Analyse folgt die Feststellung, daß das erwähnte Dreieck stets existiert.

5. Dann werden die Kegelschnitte konstruiert und ihr Schnittpunkt bestimmt.

6. Aus den ermittelten Strecken wird das Dreieck aufgebaut.

7. Schließlich wird dieses Dreieck ähnlich vergrößert bzw. verkleinert, bis es in den gegebenen Kreis paßt. - Der Vortrag wird im Janus erscheinen.

Mit den Grundlagen der Mathematik beschäftigten sich die beiden folgenden Vorträge.

K. GAISER behandelte PLATONs Stellung in der Geschichte der Mathematik an Hand der mathematischen Stellen aus dem frühen Dialog

<u>Menon</u>. Der Vortragende ging zuerst auf den σχημα -Begriff ein und erläuterte, wie er von PLATON gebraucht wird. Dann berührte er die Irrationalität von $\sqrt{2}$, die von PLATON im genannten Dialog zwar nicht direkt betont wird, doch läßt die Art der Fragestellung nach der Diagonale eines Quadrats deutlich einen indirekten Hinweis auf sie erkennen. Bei MENON treten außer den direkt kommensurablen Größen auch solche auf, für die nur die Quadrate bzw. die Kuben kommensurabel sind. Die genaue Theorie der inkommensurablen Größen wurde erst später, jedoch nicht nach 37o v.Chr. von THEAETET entwickelt. Die Tatsache, daß es folglich für die mathematischen Größen kein absolutes Maß geben kann, steht im Widerspruch zur Ontologie PLATONs.

Die dritte Stelle mathematischen Inhalts aus dem Dialog <u>Menon</u> wurde dann eingehender behandelt. Daß die Zuhörer den griechischen Text mit deutscher Übertragung sowie die behandelten Figuren vor Augen hatten, erleichterte ihnen, den Ausführungen zu folgen. Die genannte Stelle (<u>Menon</u> 86E-87A), die auch sprachliche Schwierigkeiten enthält, handelt von der Bedeutung der Hypothesis in einer geometrischen Konstruktion. Dabei hat PLATON das Problem gewählt, wann ein gleichschenkliges Dreieck in einen gegebenen Kreis einbeschrieben werden kann, wenn seine Fläche gleich der eines gegebenen Rechtecks ist. Diese Aufgabe dient PLATON als Beispiel bei der folgenden Untersuchung des αρετη -Problems; denn auch dort wird die Zurückführung auf grundlegende Wahrheiten durchgeführt, so daß die ontologische Methode mit der mathematischen in Übereinstimmung steht. - Die Studie von K. GAISER soll im <u>Gymnasium</u> erscheinen.

W. <u>PETERS</u> sprach über Widerspruchsfreiheit und Konstruierbarkeit als Kriterien der mathematischen Existenz bei KANT. Er setzte damit die auf der vorjährigen Tagung angestellten Erörterungen des Begriffs der Konstruierbarkeit bei KANT fort. Für KANT ist die Mathematik auf Axiome, Definitionen und Konstruktionen begründet. Für ihn genügt eine rein logische Entwicklung auf Grund von Axiomen und Definitionen nicht; es muß die reine Anschauung hinzutreten, damit der synthetische Aufbau der Mathematik vollzogen werden kann. Die Anschauung ermöglicht erst die reine Konstruktion, die zur Erstellung eines mathematischen Theorems führt. Denn für KANT ist nicht ausreichend, daß ein mathematischer Gegenstand logisch widerspruchsfrei ist - er muß auch in der reinen Anschauung

konstuierbar sein. Erst dadurch wird seine Existenz sicher gestellt und die Widerspruchsfreiheit innerhalb des mathematischen Systems gewährleistet. Das bedeutet, daß die Mathematik nach KANT ihre Ergebnisse nicht aus Begriffen, sondern aus den zugrundeliegenden Anschauungen herleitet. Dabei ist der Raum die Kategorie der äußeren Anschauung, die Zeit diejenige der inneren Anschauung; die letztere manifestiert sich, mathematisch gesehen, in der Zahlenreihe, so daß sich die Geometrie als dem Raum, die Algebra aber als der Zeit zugeordnet erweist. - Wollte man Termini der modernen Philosophie heranziehen, so könnte man etwa sagen, daß die Widerspruchsfreiheit das Kriterium für die Vorhandenheit, die Konstruierbarkeit das Kriterium für die Zuhandenheit abgibt.- Die Untersuchungen von W. PETERS werden in den Kant-Studien ausführlich dargelegt werden.

Auszüge aus der Mathematik- und Astronomiegeschichte in Deutschland boten die Vorträge von Frau M. Reindl, O. Volk und K.-R. Biermann.

Frau MARIA REINDL trug unter dem Titel "Mathematik, Physik und Astronomie an den Universitäten Würzburg und Altdorf bis zum Ende des 17. Jahrhunderts" einen Abschnitt aus ihrer Dissertation vor. Beide Universitäten entstanden gegen Ende des 16. Jahrhunderts aus Gymnasien. Würzburg wurde nach dem Muster von Bologna organisiert und erhielt 1582 das Privileg von Papst und Kaiser. Die akademischen Lehrer wurden vom Jesuitenorden zur Verfügung gestellt. Altdorf entwickelte sich in mehreren Schritten zur Universität der Stadt Nürnberg. An beiden Universitäten waren für die mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächer die einschlägigen Schriften von ARISTOTELES, EUKLID, SACROBOSCO und GLAREANUS vorgeschrieben, dazu traten in Würzburg CLAVIUS und in Altdorf GEMMA FRISIUS.

Die Vortragende verglich dann die wichtigeren Inhaber der mathematischen Lehrstühle an beiden Universitäten, die sie in einer Tabelle einander gegenüber gestellt hatte:

Würzburg		Altdorf	
Petrus Roestius (1562-1642)	1590-1601	Johannes Praetorius (1537-1616)	1576-1616
Adrian van Roomen (1561-1615)	1593-1607		
Thomas Streit (1596-1668)	1627-1629	Petrus Saxonius (1591-1625)	1617-1624

Würzburg		Altdorf	
Athanasius Kircher (16o1-168o)	1629-1631	Daniel Schwenter (1585-1636)	1628-1636
Kaspar Schott (16o8-1688)	1656-1666	Abdias Trew (1597-1669)	1636-1669
Johannes Zahn (1641-17o7)	?(1665-17o3)	Joh.Christoph Sturm (1635-17o3)	1669-17o3

(Die Daten in Klammern geben die Lebenszeit, die anderen die Jahre der Wirksamkeit in Würzburg bzw. Altdorf an.)

Im allgemeinen lief die Entwicklung an beiden Universitäten ziemlich parallel. Durch den häufigen Wechsel der dem Jesuitenorden angehörenden Lehrer in Würzburg wurde dort die Kontinuität der Ausbildung öfters gestört; andererseits trug aber dies auch dazu bei, daß neue Lehren in Würzburg meist etwas früher als in Altdorf Eingang fanden.

O. VOLK gab in seinem Referat über Mathematik und Astronomie an der Universität Königsberg im 19. Jahrhundert einen Überblick über die Blütezeit dieser Wissenschaften an der ostpreussischen Universität, wobei ihm bisher unveröffentlichtes Material zur Verfügung stand. Aus dem berühmten Mathematischen Seminar unter F.W. BESSEl, C.G.J. JACOBI und F.E. NEUMANN gingen im Lauf der Jahre viele große Mathematiker und Astronome hervor, die oft selbst wieder in Königsberg tätig waren. Unter anderem fielen die Namen O. HESSE, A. CLEBSCH, C.G. NEUMANN, F. RICHELOT, G.R. KIRCHOFF, H.v.HELMHOLTZ, K. WEIERSTRASS, H. WEBER. Unter F. LINDEMANN und A. HURWITZ begann das Königsberger Mathematische Kolloquium, in dem außer LINDEMANN und HURWITZ selbst z.B. auch D. HILBERT, H. MINKOWSKI, E. WIECHERT vortrugen. Mit dem Weggang von HURWITZ nach Zürich (1892), von LINDEMANN nach München (1893), MINKOWSKI nach Zürich und P. STAECKEL nach Kiel verlor die Mathematik in Königsberg gegen Ende des 19. Jahrhunderts ihre hervorragende Stellung. - Dieser Überblick wird im Jahresbericht der DMV veröffentlicht werden.

Ebenfalls das 19. Jahrhundert beleuchtete der Vortrag von K.-R. BIERMANN, diesmal jedoch gespiegelt nicht in der Wirksamkeit einer Universität, sondern im Leben eines Einzelnen: des Mathematikers und Astronomen THOMAS CLAUSEN (18o1-1885). Der aus einfachsten Verhältnissen stammende, im dänischen Niederschleswig geborene CLAUSEN kam 1824 zu H.C. SCHUHMACHER, dem Herausgeber der Astrono-

mischen Nachrichten, nach Altona. Nach vierjähriger Tätigkeit, während der er auch mit C.F. GAUSS in Berührung kam, wechselte er nach München an das Optische Institut über, kehrte jedoch 184o nach längerer Krankheit wieder zu SCHUHMACHER zurück. Ab 1842 war er an der Sternwarte in Dorpat tätig, der er zuletzt als Nachfolger von J.H. v. MÄDLER vorstand. Inzwischen hatte er dank einer Empfehlung von F.W. BESSEL die Ehrendoktorwürde empfangen und war 1871 zum Wirklichen Staatsrat, verbunden mit erblichem Adel, erhoben worden. CLAUSEN veröffentlichte zahlreiche mathematische Untersuchungen und Mitteilungen in *Crelles Journal*. Sein Name lebt im "von Staudt-Clausenschen Satz" fort. Von seinen übrigen Arbeiten seien noch die Bestimmung der Bahn des Kometen von 177o, die von BESSEL sehr gelobt wurde, und zahlentheoretische Untersuchungen genannt (darunter die Zerlegung von
$2^{64}+1$ = 274 177 . 67 28o 421 31o 721 und die von $(1o^{17}-1)/9$ =
= 2 o71 723 . 5 363 222 357), die er allerdings nicht publiziert hat. - Der Vortrag, der vorwiegend auf unveröffentlichten Quellen beruht, wird in Crelles *Journal für die reine und angewandte Mathematik* erscheinen.

Der Geschichte der mathematischen Symbole und Bezeichnungsweisen, die bereits in den Vorträgen von H. Oettel und H.L.L. Busard gestreift wurde, waren die Vorträge von Frau Tanner und H. Freudenthal gewidmet.

Frau R.C.H. *TANNER* wies in ihrem Vortrag über die Zeichen der Elementarmathematik einleitend auf die große Bedeutung von Ungleichheitszeichen in der modernen Mathematik hin und verfolgte dann die Geschichte dieser und verwandter Zeichen in der algebraischen Literatur. In W. WARNERs Ausgabe (1631) von Th. HARRIOTTs *Artis analyticae praxis* treten neben dem Gleichheitszeichen $=\!=\!=$, das bereits ROBERT RECORDE in *The Whetstone of Witte* verwendet hatte, die Ungleichheitszeichen $<$ $>$ (alle stark verlängert gegenüber der heutigen Form) auf. Daneben kommen in der Literatur auch andere Zeichen vor für "kleiner" und "größer", z.B. schlug W. OUGHTRED 1647 $\sqsubset$ und $\sqsupset$ vor, S. REYHER 1697 $\dashv$ und $\vdash$, während LEIBNIZ zeitweise $\overline{=}$ für "größer", $\underline{=}$ für "kleiner" verwendete.

Auch das Auftreten des Plus- und Minuszeichens in der frühen deutschen und italienischen Literatur wurde erwähnt. Die Ausführungen von Frau TANNER wurden ergänzt durch eine kleine Ausstellung von

mischen Nachrichten, nach Altona. Nach vierjähriger Tätigkeit, während der er auch mit C.F. GAUSS in Berührung kam, wechselte er nach München an das Optische Institut über, kehrte jedoch 184o nach längerer Krankheit wieder zu SCHUHMACHER zurück. Ab 1842 war er an der Sternwarte in Dorpat tätig, der er zuletzt als Nachfolger von J.H. v. MÄDLER vorstand. Inzwischen hatte er dank einer Empfehlung von F.W. BESSEL die Ehrendoktorwürde empfangen und war 1871 zum Wirklichen Staatsrat, verbunden mit erblichem Adel, erhoben worden. CLAUSEN veröffentlichte zahlreiche mathematische Untersuchungen und Mitteilungen in Crelles Journal. Sein Name lebt im "von Staudt-Clausenschen Satz" fort. Von seinen übrigen Arbeiten seien noch die Bestimmung der Bahn des Kometen von 177o, die von BESSEL sehr gelobt wurde, und zahlentheoretische Untersuchungen genannt (darunter die Zerlegung von
$2^{64}+1 = 274\ 177 \ .\ 67\ 28o\ 421\ 31o\ 721$ und die von $(1o^{17}-1)/9 =$
$= 2\ o71\ 723\ .\ 5\ 363\ 222\ 357$), die er allerdings nicht publiziert hat. - Der Vortrag, der vorwiegend auf unveröffentlichten Quellen beruht, wird in Crelles Journal für die reine und angewandte Mathematik erscheinen.

Der Geschichte der mathematischen Symbole und Bezeichnungsweisen, die bereits in den Vorträgen von H. Oettel und H.L.L. Busard gestreift wurde, waren die Vorträge von Frau Tanner und H. Freudenthal gewidmet.

Frau R.C.H. TANNER wies in ihrem Vortrag über die Zeichen der Elementarmathematik einleitend auf die große Bedeutung von Ungleichheitszeichen in der modernen Mathematik hin und verfolgte dann die Geschichte dieser und verwandter Zeichen in der algebraischen Literatur. In W. WARNERs Ausgabe (1631) von Th. HARRIOTTs Artis analyticae praxis treten neben dem Gleichheitszeichen ═══, das bereits ROBERT RECORDE in The Whetstone of Witte verwendet hatte, die Ungleichheitszeichen $<$ $>$ (alle stark verlängert gegenüber der heutigen Form) auf. Daneben kommen in der Literatur auch andere Zeichen vor für "kleiner" und "größer", z.B. schlug W. OUGHTRED 1647 ⊏ und ⊐ vor, S. REYHER 1697 ⊣ und ⊢, während LEIBNIZ zeitweise ⌐ für "größer", ⌙ für "kleiner" verwendete.

Auch das Auftreten des Plus- und Minuszeichens in der frühen deutschen und italienischen Literatur wurde erwähnt. Die Ausführungen von Frau TANNER wurden ergänzt durch eine kleine Ausstellung von

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

Originalen und Kopien, die die Geschichte der Zeichen der Elementarmathematik illustrierte.

H. FREUDENTHAL betrachtete die verschiedenen im 18. und 19. Jahrhundert auftretenden Index- und Funktionsbezeichnungen. Die Indexbezeichnung tritt mit bestimmten Indices 175o bei G. CRAMER auf, während der entscheidende Schritt, nämlich die Verwendung eines unbestimmten Index n (in der Form A^n) 1759 von LAGRANGE getan wird. LAGRANGE und LAPLACE verwenden beide auch mehrfache bis zu vierfache Indices, EULER benutzt dagegen keine Indices, und auch GAUSS verwendet sie kaum. Am modernsten in der Schreibweise im 19. Jahrh. ist ABEL, der sehr strak mit Indices arbeitet, wogegen sie bei JACOBI seltener auftreten.

Bei der Funktionsbezeichnung hat man darauf zu achten, daß man nicht fälschlich Größenbezeichnungen wie dy/dx als Funktionsbezeichnungen ansieht. Die letzteren werden erst notwendig, wenn eine allgemeine Formel wie die TAYLOR sche Formel aufgeschrieben werden soll. Aber selbst hier vermeidet noch 1797 LACROIX ein Funktionszeichen, indem er, wenn x', y' die Koordinaten eines Punktes und x'+h, y'+k diejenigen eines benachbarten Punktes sind, schreibt:

$$k = \frac{dy'}{dx'} \frac{h}{1} + \frac{d^2y'}{dx'^2} \frac{h^2}{1.2} + \ldots$$

Dagegen findet man bei D'ALEMBERTs Behandlung der schwingenden Saite, wie zu erwarten, ein allgemeines Funktionssymbol; er drückt nämlich die heute meist als $y=f(x+t)+g(x-t)$ gegebene Lösung in der Form

$$p = \frac{\Phi(t+s) + \Delta(t-s)}{2}$$

aus, wo ϕ und Δ allgemeine Funktionen sind. Ähnlich wie bei der Indexbezeichnung ist EULER wiederum sehr konservativ, indem er die Funktionsbezeichnung auf recht umständliche Weise mit Worten umschreibt. LAGRANGE verwendet gelegentlich Funktionszeichen, LAPLACE sehr oft, GAUSS kaum, ABEL dagegen häufig.

Abschließend wies der Vortragende auf die sehr konservative Haltung der heutigen physikalischen Literatur in dieser Hinsicht hin und erwähnte Schwierigkeiten, denen sich der moderne Mathematiker bei der Bezeichnung von Funktionen gegenübergestellt sieht.

J. LOHNE schließlich berührte ein Thema, das bereits auf einer früheren Tagung zur Sprache gekommen war: Aus der Geschichte des Brechungsgesetzes griff er die Zusammenhänge zwischen Regenbogen und Brechzahl heraus und schilderte ihre Entwicklung, wobei der "Glasregenbogen", d.h. der durch eine Glaskugel erzeugte Regenbogen im Vordergrund stand. Ist i der Einfallwinkel, r der Winkel, den der gebrochene Strahl mit dem Lot auf der Kugeloberfläche bildet, dann tritt der an der Rückwand der Kugelreflektierte und beim Austreten abermals gebrochene Strahl unter dem Winkel 4r-2i gegenüber der Einfallsrichtung wieder aus der Kugel aus. Der anguläre Radius des Regenbogens läßt sich als Maximum dieser "Regenbogenfunktion" berechnen, wenn man das wahre Gesetz der Brechung sin i/sin r = 4/3 kennt.

Es wurde berichtet über Untersuchungen von PTOLEMAEUS, ALHAZEN, KAMAL-AL-DIN, DIETRICH VON FREIBERG, MAUROLICO, PORTA, WITELO, HARRIOTT, DESCARTES, HUYGENS und NEWTON. Aus HARRIOTTS Manuskripten geht hervor, daß dieser als erster sowohl die Sinus- wie die Tangensproportion benutzte, als er das Maximum berechnete.

Dieser und der vorausgehende Vortrag werden voraussichtlich im Archive for History of Exact Sciences zum Abdruck kommen.

J. LOHNE dankte zum Schluß im Namen der Teilnehmer Herrn Professor Dr. J.E. HOFMANN und dessen Gattin sowie dem Personal des Instituts dafür, daß durch ihre Arbeit die Tagung so erfolgreich verlaufen konnte.

C.J. Scriba (Oxford)