10

Mathematisches Forschungsinstitut
Oberwolfach

Bericht

Arbeitstagung unter der Leitung von Herrn Professor Dr. R. Baer
28.5. bis 1.6.1964.

Im Mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach fand unter der Leitung von Herrn Professor Dr. R. BAER (Frankfurt a.M.) eine Arbeitstagung statt, an der außer seinen Frankfurter Schülern auch die Herren Professoren Dr.M. Suzuki (Urbana / Ill.), Dr.D.G. Higman (Ann Arbor / Mich.), Herr Dr.St.Stonehewer (Cambridge / England), Herr Dr.H. Simon (Montreal / Canada) und Herr Dr.H. Lüneburg (Mainz) teilnahmen. Die vierzehn Vorträge während der Tagung befaßten sich mit Fragen aus der Gruppentheorie, projektiven Geometrie, Ring- und Verbandstheorie.

Besonders fruchtbar waren wieder neben den Vorträgen die Diskussionen im kleinen Kreis. Dabei ergaben sich z.B. aus Anregungen von Higman, Suzuki und Hering die Resultate des Higman'schen Vortrags, in dem eine von Hering gestellte Frage aus dem Gebiet der Permutationsgruppen beantwortet wurde. Herr Dr.H. Lüneburg benutzte für den Beweis seines Hauptsatzes eine Mitteilung von Higman über einen bisher unveröffentlichten Satz von D.Foulser (Chicago) aus dem Gebiet der projektiven Ebenen.

Folgende Damen und Herren waren anwesend:
Aus Frankfurt: R. Baer, H. Bender, H.J. Birkenstock, Y. Chen, B. Fischer, R. Göbel, H.J. Groh, P. Grosse, K.D. Günther, H. Heineken, D. Held, Chr. Hering, W. Liebert, H. Mäurer, H. Mertes, G. Michler, P. Plaumann, Frl. A. Schlette, A. Schleiermacher, R. Schmidt, K. Strambach, J. Walbaum, H. Walter, I. Weidig und Frau Weidig, J. Wiederholt, R. Wille, D. Wölk.

Ferner: D.G. Higman (Ann Arbor), A. Jackson (Ghana), H. Lüneburg (Mainz), H. Simon (Montreal), St. Stonehewer (Cambridge), M. Suzuki (Urbana).

Es folgen die Zusammenfassungen von den gehaltenen Vorträgen, die von den einzelnen Herren selbst verfaßt wurden.

B. FISCHER: Involutorische Automorphismen von p-Gruppen.
Sei G eine endliche Gruppe, die von einer Klasse konjugierter Involutionen erzeugt wird, so daß G' eine p-Gruppe ($p \neq 2$) ist. Dann ist das sechste Glied der Kommutatorreihe von G die Identität.

H. HEINEKEN: Der Verband der Normalteiler nilpotenter Gruppen.
Der folgende Satz wurde bewiesen: Ist G nilpotent und alle Sylowgruppen von G nicht zyklisch (soweit sie von 1 verschieden sind), und ist der Verband n(G) der Normalteiler von G isomorph zum Verband n(H) der Gruppe H, deren Kommutatorgruppe H' nilpotent ist, so ist H nilpotent und $o(G) = o(H)$. Ist G nilpotent der Klasse 2, so genügt es, die Auflösbarkeit von H zu verlangen. Es handelt sich hierbei um Verallgemeinerungen eines Satzes von Curzio, der die Überauflösbarkeit von H verlangte. Daß man die Bedingung über H nicht abschwächen kann in der Weise, daß H Erweiterung einer nilpotenten Gruppe durch eine nilpotente Gruppe ist, wurde an einem Gegenbeispiel klargemacht.

H. HEINEKEN: Ein ringtheoretischer Hilfssatz.
Folgender Satz wird bewiesen: Sei R ein kommutativer Ring mit 1 und U und V zwei multiplikative Halbgruppen aus R mit folgenden Eigenschaften: U ist endlich erzeugt, für jedes Element u aus U gilt $u-1 \in V$; für jedes Element v aus V gilt $v+1 \in U$. Dann gibt es zwei ganze Zahlen m,n derart, daß $mV^n = 0$.
Dieser Hilfssatz wird benötigt bei der Untersuchung von linkskommutatorgeschlossenen Gruppen.

D. HELD: Ein Kriterium für die Obernilpotenz artinscher Gruppen.
Wegen der im folgenden benutzten Begriffsbildungen vergleiche man R. Baer: Gruppen mit Minimalbedingung, Math. Annalen 150, 1-44 (1963).
Satz: Die folgenden Eigenschaften der artinschen Gruppe G (= Gruppe mit Minimalbedingung) sind äquivalent:
(I) G ist obernilpotent.
(II) Jede von zwei Elementen erzeugte Untergruppe von G wird von ihren linksengelschen Elementen erzeugt.
Dieses Resultat beantwortet eine Frage von R. Baer positiv (vgl. Bemerkung 4.2 der oben angeführten Arbeit).

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

D.G. HIGMAN: Gruppen vom Range 3 des Grades $k^2 + 1$.
Unter dem Rang einer Permutationsgruppe G verstehen wir die Anzahl der Bahnen des Stabilisators eines Punktes. Die Längen dieser Bahnen nennen wir die Untergrade von G.
Sei G eine primitive Gruppe des Ranges 3; dann ist für einen gegebenen Untergrad $k \neq 1$ der größte, mögliche Grad: $k^2 + 1$. Wenn der Grad $k^2 + 1$ ist, dann ist G primitiv.
SATZ: Ist G eine transitive Permutationsgruppe des Ranges 3 und des Grades $n = k^2 + 1$, so ist n = 5, 1o oder 325o.
Bemerkung: Es gibt Gruppen des Grades 5 und 1o, aber es ist eine offene Frage, ob es Gruppen vom Grade 325o gibt.
Dieser Satz beantwortet eine Frage von Ch. Hering.

D.K. ABBIW-JACKSON: On the group of collineations Γ_2 of the free projective plane generated by a quadrangle.
It is proved that $\Gamma_2' = \Gamma_2$, where Γ_2' is the commutator-subgroup of Γ_2.

W. LIEBERT: Eine abstrakte Charakterisierung des vollen Endomorphismenringes einer endlichen abelschen p-Gruppe.
E = endlicher p-Ring mit 1 vom Exponenten p^k
$E(i) = \{ \alpha \in E \text{ mit } p^i \alpha = 0 \}$
$\alpha \in E \longrightarrow o(\alpha) = p^{e(\alpha)}$
$S_l(E)$ = Summe aller minimalen Linksideale von E
$S_r(E)$ = Summe aller minimalen Rechtsideale von E
$J \subseteq E \longrightarrow$ PJ bzw. Λ J = Rechts- bzw. Linksannulator von J in E
Satz: Folgende beide Eigenschaften von E sind äquivalent:
I Es existiert eine endliche abelsche p-Gruppe vom Exponenten p^k, so daß E zum vollen Endomorphismenring von A isomorph ist.
IIa) $S_l(E) = P\,E(k-1)$ und die $\Lambda E(i) \cap S_l(E)$ für $i = o,\dots,k-1$ sind die sämtlichen zweiseitigen Ideale von E, welche zugleich in $S_l(E)$ enthalten sind.
b) $S_r(E) = \Lambda E(k-1)$ und die $P\,E(i) \cap S_r(E)$ für $i = o,\dots,k-1$ sind die sämtlichen zweiseitigen Ideale von E, welche zugleich in $S_r(E)$ enthalten sind.
c) $\varsigma E \varsigma \approx I/(p^{e(\varsigma)})$ für alle primitiven Idempotenten ς in E.
I = Ring der ganzen Zahlen.

H. LÜNEBURG: Scharf fahnentransitive endliche affine Ebenen.
Der folgende Satz wurde bewiesen: Ist A eine endliche affine Ebene und besitzt A eine auf den inzidenten Punkt-Geradenpaaren scharf transitive Kollineationsgruppe, so ist A desarguessch, wenn die Standuntergruppe eines Punktes zyklisch ist.

H. MÄURER: <u>Die Automorphismengruppe der Laguerregeometrie</u>.

D sei ein kommutativer lokaler Ring mit einem von 0 verschiedenen größten Ideal V. In D liege ein Körper F mit von 2 verschiedener Charakteristik, derart, daß $D^+ = F^+ \oplus V^+$, $V^2 = 0$ und das Einselement von F auch Einselelement von D ist.

Es wurde die volle Automorphismengruppe A der Laguerregeometrie $\Sigma(F,D)$ bestimmt:

Zu einer semilinearen Abbildung γ (bzgl. des Körperautomorphismus δ) des Vektorraums V auf sich definieren wir den Ringautomorphismus γ' durch $(f+v)\gamma' = f^{\delta} + v^{\gamma}$ für alle f aus F und alle v aus V. S' induziert in $\Sigma(F,D)$ eine Gruppe S von Automorphismen, die zusammen mit der Gruppe PGL(2,D) die volle Automorphismengruppe A erzeugt.

H. MERTES: <u>Verallgemeinerte Lagrange-Halbgruppen</u>.

Die vom Verfasser schon früher (s. Vortrag vom 3.1.1964 in Oberwolfach) eingeführten Lagrange-Halbgruppen erlauben eine Verallgemeinerung. (Eine Lagrange-Halbgruppe ist eine endliche Halbgruppe, in der die Ordnung jeder Unterhalbgruppe die Ordnung der Halbgruppe teilt.)

<u>Definition:</u> Eine periodische Halbgruppe heißt verallgemeinerte Lagrange-Halbgruppe, wenn jede endliche Unterhalbgruppe Lagrange-Halbgruppe ist.

Man kann zeigen, daß jede Lagrange-Halbgruppe auch verallgemeinerte Lagrange-Halbgruppe ist. Übrig bleibt die Bestimmung aller unendlichen verallgemeinerten Lagrange-Halbgruppen. Dies geschieht in dem folgenden <u>Satz</u>: Eine unendliche periodische Halbgruppe ist genau dann verallgemeinerte Lagrange-Halbgruppe, wenn sie sich als Rees'sche Matrixhalbgruppe $M(G,r,s,P_{sr})$ mit $1 \leq r,s \leq 2$ darstellen läßt, wobei G eine periodische unendliche Gruppe ist.

<u>Literatur</u>: A.H.Clifford and G.B.Preston, The algebraic theory of semigroups, vol. 1, Providence 1961.

G. MICHLER: <u>Funktionen in assoziativen Ringen</u>.

Def.: Eine Funktion f ist eine eindeutige Zuordnungsvorschrift, die jedem Ring R ein zweiseitiges Ideal fR zuordnet, derart, daß für jeden Epimorphismus σ von R auf R^{σ} gilt: $(fR)^{\sigma} \subseteq fR^{\sigma}$.

Def.: Sei f eine Funktion, dann ist der Ring R ein f-Ring, wenn R = fR gilt. Ein Ideal I eines Ringes R ist ein f-Ideal, wenn fI = I ist.

<u>SATZ</u>: Für eine Funktion f sind folgende Aussagen äquivalent:

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

(1) $f(R/fR) = 0$, und ein Ideal I eines Ringes R ist d.u.n.d. ein f-Ideal, wenn $I \subseteq fR$

(2) Für jedes Ideal K eines Ringes R gilt: $fK = K \cap fR$, und, wenn σ ein Epimorphismus von R auf R^{σ} ist, derart, daß der Kern von σ in fR enthalten ist, dann gilt: $(fR)^{\sigma} = fR^{\sigma}$.

S.E. STONEHEWER: FC-Groups.

A group G is said to be an FC-group if every class of conjugate elements of G is finite. An automorphism θ of G is called "locally inner" if, for every finite set of elements $g_1, g_2, \ldots, g_n$ of G, there exists an element g of G such that

$$g_i\theta = g^{-1}g_i\, g, \quad i = 1, 2, \ldots, n.$$

Two subgroups X and Y of G are said to be "locally conjugate" in G if there exists a locally inner automorphism of G mapping X onto Y. The following generalization of R.W. Carter's result for finite soluble groups is obtained:

Theorem: Let G be a locally soluble FC-group. Then G possesses self-normalizing ZA-subgroups and any two such subgroups are locally conjugate in G.

M. SUZUKI: A characterization of the simple groups $\mathrm{P\bar{G}U}(3,q)$.

We denote by PGU(3,q) the totality of projective unitary translations in the vector space of three dimensions over the field of q elements. The following characterization of this group is discussed. Let G be a doubly transitive permutation group satisfying the following condition: the subgroup H of the elements fixing one letter contains a normal subgroup Q of order q^3 such that Q is regular on the remaining letters and the factor group H/Q is a cyclic group of order q^2-1. Then G is isomorphic to the group PGU(3,q).

R. WILLE: Über den Topologieverband.

Im Topologieverband ist der Umgebungsfilter einer Durchschnittstopologie $(\bigcap \tau_\iota)p = \bigcap(\tau_\iota p)$ (s.Kowalsky: Topologische Räume). Um auch über Umgebungsfilter von Verbindungstopologien etwas aussagen zu können, soll eine Topologie τ auf einer Grundmenge R als $\cup$-Hüllenoperator des Filterverbandes $\mathfrak{F}(R)$ mit $\tau\mathfrak{A} = \bigcap_{A \in \mathfrak{A}} \tau \dot{A}$ erklärt werden, was zu den üblichen Topologiedefinitionen äquivalent ist. Die Topologien τ_1 und τ_2 sollen "vertauschbar" heißen, wenn $\tau_1\tau_2\mathfrak{A} = \tau_2\tau_1\mathfrak{A}$ für alle $\mathfrak{A} \in \mathfrak{F}(R)$ ist. Es gilt so der Satz

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

<u>Satz</u>: $\tau_1\tau_2$ ist genau dann eine Topologie (und zwar $\tau_1\tau_2 = \tau_1 \cup \tau_2$), wenn τ_1 und τ_2 vertauschbar sind.
Vertauschbar sind z.B. die "Filtertopologien" $\tau_{\mathfrak{A}}$ ($\tau_{\mathfrak{A}}\mathfrak{b} = \mathfrak{A} \cup \mathfrak{b}$ für alle $\mathfrak{b} \neq \mathfrak{O}$). Daraus folgt, daß sich durch $\mathfrak{A} \longrightarrow \tau_{\mathfrak{A}}$ der Filterverband in den Topologieverband $\cap$-vollständig einbetten läßt.

G. Michler (Frankfurt a.M.)

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft