MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT
OBERWOLFACH

16

Tagungsbericht

Mathematische Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie

2. bis 7. August 1964

Das Thema stieß, wie in vergangenen Jahren, auf starkes Interesse. Die Tagung wurde von Herrn J. PFANZAGL (Köln) geleitet. Es waren 42 Teilnehmer anwesend, davon 8 aus dem Ausland (Großbritannien, Österreich, Polen, Schweiz und USA).

AHLSWEDE, R.	Göttingen	KRICKEBERG, K.	Heidelberg
BAUMANN, V.	Köln	LANDERS, H.	Köln
BEINHAUER, R.	Tübingen	MAMMITZSCH, V.	München
BIERLEIN, D.	Karlsruhe	MORGENSTERN, D.	Freiburg i.Br.
BORDELON, D.J.	London/Großbrit.	PFANZAGL, J.	Köln
BORGES, R.	Köln	PIERLO, W.	Köln
BÜHLMANN, H.	Zürich/Schweiz	PIETSCHMANN, H.	Tübingen
DANIEL, K.	Münster	RENYI, A.	Budapest/Ungarn
DEJON, B.	Darmstadt	SCHMETTERER, L.	Wien/Österreich
EICKER, F.	Freiburg i.Br.	SCHNEEBERGER, H.	München
EIFRIG, B.	Heidelberg	SCHNEEWEISS, H.	Saarbrücken
FELS, E.M.	München	SCHNEIDER, B.	Giessen
FIEGER, W.	Karlsruhe	STÖRMER, H.	München
GUMBEL, E.J.	New York/USA	STRASSEN, V.	Göttingen
HENZE, E.	Ulm	UHLMANN, W.	Braunschweig
HERING, F.	Tübingen	URBANIK, K.	Wroclaw/Polen
HINDERER, K.	Stuttgart	VINCZE, I.	Budapest/Ungarn
HUBER, P.	Zürich/Schweiz	VOGEL, W.	Bonn
KELLERER, H.	München	WALDENFELS, W.v.	Jülich
KLINGER, H.	Göttingen	WALTER, E.	Freiburg i. Br.
KNESER, H.	Tübingen	WÜNSCHE, G.	Berlin

Herr Yu. V. LINNIK (Leningrad) sandte der Tagung einen Bericht über "Neueste Untersuchungen über das Problem von Behrens-Fischer".

In 23 Vorträgen wurden Themen aus der

Maß- und Wahrscheinlichkeitstheorie,
Mathematischen Statistik,
Theorie der stochastischen Prozesse und
Informationstheorie

behandelt. Die breite Streuung der Einzelthemen über das weitverzweigte Gebiet der Wahrscheinlichkeitstheorie und ihrer Anwendungen erlaubte einen begrüßenswerten Überblick. Es zeigte sich - etwa durch den Vorschlag eines neuen Stichprobenvergleichstests durch Herrn I. VINCZE nach dem Vortrag von Herrn H. KELLERER - die wechselseitige Abhängigkeit der Gebiete. Viele Einzelthemen wurden über die offizielle Diskussionszeit hinaus von den jeweils

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

interessierten Teilnehmern lebhaft diskutiert und Anregungen zur Behandlung ungelöster Probleme gegeben - z.B. im Anschluß an Herrn KLINGERs Vortrag über das zweidimensionale "Parkproblem" (SCHMETTERER, RENYI). Die in Oberwolfach gegebene Möglichkeit zu Kontakten und wissenschaftlichen Gesprächen wurde rege genutzt, wobei sich insbesondere die Information über laufende Forschungen als wertvoll erwies.

1. Maß- und Wahrscheinlichkeitstheorie

EIFRIG, B.: Über Faltungsoperationen

Es wurde eine canonische Darstellungsformel für radiale charakteristische Funktionen abgeleitet; mit $L_s(t) = \Gamma(s+1)\, J_s(t)/(\frac{t}{2})^s$ für $s>-\frac{1}{2}$ ergibt sich als Exponent: $-\int_0^\infty \frac{1-L_s(tu)}{1-L_s(u)}\, dG(u)$ mit einer Verteilungsfunktion G auf R^+. Dieser Ausdruck läßt sich als Spezialfall des Choquet'schen Satzes interpretieren. Die Straffheit von Familien von Maßen dG ist äquivalent einer Bedingung über die Wachstumsgeschwindigkeit der entsprechenden Exponenten. Mittels $A_t = \int_0^\infty L_s(tu)\, dP_u$ mit einer Spektralschar $\{P_u\}_{u \geqq 0}$ läßt sich eine Darstellungstheorie entwickeln.

FELS, E.M.: Statistische Modellklassen als modelltheoretische Modellklassen gesehen.

Nach einer Skizze modelltheoretischer Anschauungsweisen und Hauptergebnisse (vgl. etwa A. ROBINSON, Introd. to Model Theory 1963, und A.J. MALZEW, Trudy 4 Wsesojusnogo Mat. S'esda 1, 1963) wird erörtert, inwieweit die Wahrscheinlichkeitsdefinition von J.G. KEMENY (J. Symbolic Logic 18, 1953), nämlich als Quotient von Modellkardinalzahlen, die CARNAPsche Theorie der c-Funktionen verbessert, aber auch, welche modelltheoretischen Einseitigkeiten und Unzulänglichkeiten KEMENYs Theorie noch anhaften. Des weiteren wird vorgeschlagen, für (im MALZEWschen Sinne durch Signaturen) teilweise geordnete Modellfolgen die <u>Differenzen</u> von Modellkardinalzahlen, falls definiert, als Metrik für Modellabstände einzuführen, was dann gestatten würde, der Aussage, ein Modell gelte approximativ, genauen Sinn zu geben. Es wird jedoch auf die

technischen Schwierigkeiten mit einem solchen Modellkonvergenzbegriff aufmerksam gemacht, namentlich im Anschluß an Ergebnisse von A. TARSKI und R.L. VAUGHT (Composito Mathematica 13, 1957).

KELLERER, H.G.: Linearkombinationen zufälliger Größen und ihre gemeinsame Verteilung.

Es sei F die Vf. eines zufälligen Vektors $a \in R^n$, T eine feste Teilmenge des R^n. Gefragt wird nach Bedingungen, unter denen die Vfn. der Skalarprodukte at ($t \in T$) die Vf. F eindeutig bestimmen. Einerseits erweist sich (nach einem Satz von CRAMER-WOLD) als hinreichend, daß T dicht in der n-Sphäre liegt, andererseits zeigen geeignete diskrete Vfn. die Notwendigkeit der Bedingung: T ist nicht durch endlich viele (n-1)-dim. lin. Teilräume überdeckbar. Versucht man die Lücke zu schließen, so zeigen Gegenbeispiele, daß dies nur unter zusätzlichen Voraussetzungen möglich ist: Ist T transzendent, (d.h. es existiert kein homogenes Polygom positiven Grades, das auf T verschwindet) und F regulär (d.h. mit geeignetem $c > 0$ ist $\int dF(x) = O(e^{-ck})$, so bestimmen die Vfn. der at ($t \in T$) die Vf.F eindeutig. Es folgt insbesondere, daß eine reguläre n-dim. Verteilung bereits durch ihre Projektion auf abzählbar viele Hyperebenen festgelegt ist.

KLINGER, H.: Zur Verteilung der maximalen Anzahl von Paaren benachbarter Teilchen.

Werden aus n linear angeordneten Teilchen jeweils zwei benachbarte zufällig derart ausgewählt, daß jedes Teilchen höchstens einmal erfaßt wird, so endet dieser Prozeß, wenn nur noch isolierte Teilchen vorhanden sind, d.h. spätestens nach $[\frac{n}{2}]$ Schritten. Es wird die Verteilung der Anzahl der ausgewählten Paare unter der Annahme, daß bei jedem Schritt alle noch freien Paare die gleiche Wahrscheinlichkeit besitzen, als nächste gewählt zu werden, untersucht.

KRICKEBERG, H.: Mischende Transformationen in Räumen unendlichen Maßes.

Es sei T eine meßbare Abbildung des Maßraumes (X,F,m), wobei m ein Radon-Maß über dem lokalkompakten Raum X ist. T soll "topologisch ergodisch" genannt werden, wenn unter allen semiquadrierbaren Mengen (das sind Mengen, deren Rand das Maß 0 hat) nur $\emptyset$ und X T-invariant

Gefördert durch
Deutsche Forschungsgemeinschaft

sind (modulo Nullmengen). T ist "topologisch schwach mischend", wenn T^* ($T^*(x,y) = (T(x), T(y))$) topologisch ergodisch ist. T heiße "topologisch stark mischend", wenn eine Folge $\{r_n\}$ positiver Zahlen existiert, so daß für alle quadrierbaren Mengen A, B $r_n m(A \cap T^{-n}(B)) \to m(A)m(B)$. Im Falle $m(X)<\infty$ erhält man den alten Begriff "mischend". Unter gewissen Separabilitäts-Forderungen an X lassen sich die Kategoriesätze von HALMOS und ROCHLIN sinngemäß auf den Fall $m(X) = \infty$ übertragen. Daraus folgt insbesondere die Existenz top. schwach, aber nicht stark mischender Transformationen; die Translation $Tn = n+1$ ist eine (top.) ergodische Transformation, die nicht top. schwach mischt. Weiter sind "top. ergodisch", "top. stark mischend", "top. schwach mischend" sukzessive Abschwächungen; aus einem Satz von HAJANI folgt, daß dies für entsprechende Definitionen ohne topologische Einschränkungen nicht zutrifft.

MAMMITZSCH, V.: Maximale Untermengenkörper.

Sind K, L Mengenkörper über einer Menge X, dann heißt L "maximal" bezüglich K, falls L echter Teil von K ist und kein Mengenkörper N existiert, der echt zwischen L und K liegt. Es gelten folgende Existenzsätze:

I) Zu jedem Mengenkörper $K \neq \{\emptyset, X\}$ gibt es maximale Mengenkörper.
II) Sind K, L Mengenkörper, $L \subset K$, und ist $A \in K-L$, dann gibt es einen bezüglich K maximalen Mengenkörper M mit $L \subset M$, $A \notin M$.

Folgerung: Jeder Mengenkörper $L \neq {}^B L$ läßt sich zu einem Mengenkörper M erweitern, so daß a) $M \neq {}^B M = {}^B L$ und b) für alle $A \in {}^B L - M$ die Adjunktion von A zu M ${}^B L$ liefert. L heiße "minimal" bezüglich K, wenn K maximal bezüglich L ist. Dann gilt: Auch falls K nicht der Potenzmengenkörper von X ist, gibt es nicht immer einen minimalen Mengenkörper L bezüglich K, d.h. I) ist nicht umkehrbar.

SCHMETTERER, L.: Über einen Satz von RAIKOV.

Es sei p eine Poisson-Verteilung auf der reellen Geraden und p = ab Faltung der nichttrivialen Verteilungen a,b. Dann sind a,b Poisson-Verteilungen (RAIKOV). Es scheint bisher nicht bekannt gewesen zu sein, daß dieser Satz auf kompakten Abelschen Gruppen nicht mehr gilt. Er ist richtig auf endlichen Gruppen der Ordnung 2. Ist p jedoch Poisson-Verteilung auf einer zyklischen Gruppe G der Ordnung

$q > 2$, so läßt sich p als Faltung folgender Verteilungen a,b darstellen: $a = te + (1-t)h$, $b = t^{-1}p + (1-t^{-1})h$, wobei $t=1-q \min_{i \in G} p_i$, h das HAARsche Maß und e das Maß ist, das die Masse 1 im Einheitselement von G konzentriert.

SCHNEEWEISS, H.: Die Äquivalenz zwischen klassischem und Massé's Dominanzprinzip.

Denkt man sich eine Risikosituation charakterisiert durch die Angabe einer eindimensionalen Wahrscheinlichkeitsverteilung (W.V.) w, dann liefert das folgende klassische Dominanzprinzip eine partielle Ordnung (interpretierbar als Präferenzordnung) auf der Klasse aller W.V.: $w_1 > w_2$, wenn w_1 aus w_2 durch eine monoton zunehmende Transformation hervorgeht. In neuerer Zeit hat MASSE ein duales Prinzip vorgeschlagen: $w_1 > w_2$, wenn $F_1(x) \leqq F_2(x)$ und F_1, F_2 die Verteilungsfunktionen von w_1, w_2 sind. Es wird gezeigt, daß diese Prinzipien auf der Klasse aller der W.V., die eine streng monoton steigende und stetige Verteilungsfunktion haben, äquivalent sind, also dort die gleiche Ordnung induzieren.

STRASSEN, V.: Das Gesetz mit dem iterierten Logarithmus.

Seien X_1 und X_2, ... unabhängig identisch verteilte Zufallsvariablen mit $EX_1 = 0$, $EX_1^2 = 1$. Entsteht die Funktion η_n auf dem abgeschlossenen Enheitsintervall $\langle 0, 1 \rangle$ durch lineares Interpolieren von $(n \operatorname{loglog} n)^{1/2} \sum_{i \leq k} X_i$ an den Stellen $\frac{k}{n}$ $(k = 1, 2, \ldots, n)$, so ist mit Wahrscheinlichkeit 1 die Folge (η_n) als Folge von Vektoren des Banachraumes C der stetigen Funktionen auf $\langle 0,1 \rangle$ relativ normkompakt und die Menge ihrer Norm-Limespunkte besteht aus genau den Funktionen ϵC, die aufgefaßt als Bewegungen einer Einheitsmasse im Zeitraum $\langle o,1 \rangle$ mittlere kinetische Energie $\leqq 1$ besitzen. Dieses Resultat hat viele Anwendungen (die Arbeit soll in der Zeitschrift für Wahrscheinlichkeitstheorie erscheinen).

2. Mathematische Statistik

GUMBEL, E.J.: Statistische Theorie der Extremwerte.

Unter Extremwerten versteht man die größten und kleinsten unter n nach der Größe geordneten Beobachtungen. Die Theorie der Über-

schreitungen solcher Werte ist verteilungsfrei. Die exakte Theorie besteht in der Formel $\phi_n(x) = F^n(x)$, wobei $F(x)$ und $\phi_n(x)$ die Ausgangsverteilung bzw. die Verteilung des größten Wertes bedeuten. Die Asymptotische Theorie führt auf Grund des Stabilitätspostulats zu drei möglichen Formen für $\lim\limits_{n\to\infty} \phi_n(x)$, gültig jeweils für unbeschränkte Verteilungen vom exponentiellen oder Cauchy Typus und beschränkte Verteilungen. Hoch- und Niederwässer und viele extremale Vorgänge in der Meteorologie lassen sich nach diesen Formeln analysieren. Erweiterungen dieser Theorie behandeln die m-ten Extremwerte, die Variationsbreite und den extremalen Quotienten. Ein allgemeiner Ausdruck für mehrdimensionale extremale stabile Verteilungen $\phi(x,y)$ ist bekannt. Aber er enthält eine noch zu bestimmende Funktion von x und y. Zwei Formen dieser Funktionen sind bekannt. Die stochastische Theorie der Extremwerte behandelt u.a. Gauß'sche Prozesse und Prozesse, die nur aus Extremwerten bestehen.

HUBER, P.: Robuste Schätzfunktionen.

Es seien $x_1, \ldots, x_n$ unabhängig nach $F(x-a)$ verteilt, Zu schätzen ist a; F ist nur "ungefähr" bekannt, etwa $F \in C = \{G \mid G = (1-\varepsilon)\phi+\varepsilon H$, H symmetrisch$\}$, wobei $\varepsilon > 0$ fest und ϕ die Normalverteilung ist. T_n minimiere $\sum\limits_{i=1}^{n} r(x_i - T_n(x_1, \ldots, x_n))$, wobei r eine feste reelle Funktion ist. Unter gewissen Voraussetzungen über r ist T_n asymptotisch normalverteilt. Ist $V(r,F)$ die asymptotische Varianz von $n^{\frac{1}{2}}(T_n-a)$, dann ist

$$r_0(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}t^2 & \text{für } |t| \leqq k \\ k|t| - \frac{1}{2}k^2 & \text{sonst} \end{cases}$$

mit geeignetem $k = k(\varepsilon)$ Lösung des Minimaxproblems $\inf\limits_{r} \sup\limits_{F\in C} V(r,F)$. Der zu r_0 gehörige Schätzer T_n ist maximumlikelihood-Schätzer für a für die eindeutig bestimmte ungünstigste Verteilung $F_0 \in C$ mit Dichte $f_0(t) = \text{const } e^{-r_0(t)}$. F_0 kann auch dadurch charakterisiert werden, daß es die Fisher-Information $I(F) = \int (f'/f)^2 f \, dt$ minimiert.

LINNIK, Yu.V.: Neueste Untersuchungen über das Problem von Behrens-Fisher (als Bericht vorgelegt).

Nach einem geschichtlichen Überblick beschreibt der Bericht Untersuchungen über die Existenz bzw. Nichtexistenz von ähnlichen Tests

für das Behrens-Fisher-Problem, die von LINNIK, O V. SCHALAEVSKY, I.L. ROMANOVSKAJA und W.N. SUDAKOW 1963/64 angestellt wurden.

SCHMETTERER, L.: Ein allgemeines Modell der Stichprobenentnahme.

Es sei $Z = \{1, \ldots, N\}$, $S = \bigcup_{n=1}^{\infty} Z^n$, F die Menge der reellen Funktionen f auf Z. Weiter sei eine W-Belegung P von S gegeben, ein "Stichprobenplan". Ist c_j ($j = 1, \ldots, N$) eine reelle Funktion auf S, die für jedes $s \in S$ verschwindet, in dem j nicht als Komponente auftritt, so heißt die stocha stische Variable $s_f = \sum_{j=1}^{N} c_j f(j)$ "lineare Schätzfunktion". Nur im Falle trivialer Stichprobenpläne P existieren erwartungstreue lineare Schätzfunktionen für $d_f = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} f(j)$, die gleichmäßig in f Minimalstreuung besitzen (d.h. für alle $f \in F$ ist $E\, s_f = d_f$ und $E(s_f - d_f)^2$ minimal). P ist "trivial", wenn für alle j ($1 \leq j \leq N$) gilt: M (j,j) ist einelementig oder es ist für alle k $M(j,j) = M(j,k)$; dabei ist $M(j,k) = \{s \in S / P(s)>0$, s enthält j und k als Komponenten$\}$.

SCHNEIDER, B.: Nichtlineare Regression.

Die Parameterschätzung bei nichtlinearer Regression nach der Methode der kleinsten Quadrate und nach anderen Verfahren wird untersucht und miteinander verglichen. Die Effizienz wird mit Hilfe von Zufallsprozessen (Monte Carlo Methode) berechnet.

UHLMANN, W.: Schätzfunktionen bei zirkulären zufälligen Variablen.

Für zirkuläre zufällige Variable, d.h. zufällige Variable, die ihre Werte auf dem Einheitskreis annehmen, werden Mittelwert und Streuung mit Hilfe einer möglichst allgemeinen Verlustfunktion definiert, die die freie Wählbarkeit des Anfangspunktes der Winkelzählung berücksichtigt. Es werden konsistente Schätzfunktionen angegeben. Die Mittelwerte und ihre Schätzfunktionen werden für drei spezielle Verlustfunktionen genauer untersucht.

VINCZE, I.: Über die Gütefunktion der Kolmogoroff'schen und verwandten Tests.

Zur Bestimmung der Gütefunktion von Testverfahren, die auf geordneten Stichproben begründet sind, wurden Untersuchungen hauptsächlich in zwei Richtungen durchgeführt. Die eine Richtung gibt unter

der Annahme der Alternativhypothese die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Anordnungen an, während die andere auf der Abschätzung der asymptotischen Verteilung der Stichprobefunktion beruht. Als Beispiel für die erste Richtung seien die Untersuchungen von HOEFFDING, LEHMANN, I.R. SAVAGE, Z.W. BIRNBAUM, für die andere das Verfahren von MASSEY im Falle des Kolmogoroff-Testes erwähnt; letzteres wurde neulich von J. ROSENBLATT weiterentwickelt. Im Vortrag wird in gewissen Spezialfällen der Alternativhypothese für die Gütefunktion eine exakte Darstellung gegeben. Diese Darstellung gelingt für solche Tests, deren Stichprobenverteilung im Falle der Nullhypothese bekannt ist. Aus der Darstellung ergeben sich manche bekannten Resultate und Verschärfungen.

3. Stochastische Prozesse

BAUMANN, V.: Die Spektralverteilung von Funktionalen stationärer multipler Markoff-Ketten.

Es sei x_n eine stationäre multiple Markoff-Kette mit endlicher Zustandsmenge I, f eine reellwertige Funktion auf I, R(n) die Kovarianzfunktion und F die Spektralverteilung des stationären stochastischen Prozesses $y_n = f(x_n)$, d.h. $R(n) = \int_0^1 e^{2\pi inx} dF(x)$. Dann besitzt die Sprungkomponente von F höchstens Sprünge in Vielfachen von 1/a, wobei a eine geeignete natürliche Zahl ist, die singuläre Komponente verschwindet, und die absolutstetige Komponente besitzt eine in $e^{2\pi inx}$ rationale Dichte. Die Sprungkomponente verschwindet unter Azyklizitätsvoraussetzungen. Dieses Resultat liefert eine gewisse Rechtfertigung dafür, daß in vielen Anwendungen die Annahme rationaler Spektraldichte erlaubt ist und verallgemeinert Ergebnisse von AKAIKE, WEVER, und OKONYO über stationäre Lückenprozesse.

EICKER, F.: Zur Schätzung der Spektraldichte linearer Zufallsfolgen.

Besitzt eine schwach stationäre Zufallsfolge (ZF) eine Spektraldichte, so können die Zufallsvariablen der Folge durch unendliche gleitende Mittelwerte einer orthonormierten ZF linear dargestellt werden. Schätzungen der Spektraldichte sind für viele statistische Fragen und für manche Anwendungen von Interesse. Es wird ein Schema aufgestellt, in das sich die wichtigsten der vielen gebräuchlichen Konsistenzarten für Spektralschätzfunktionen einfach einordnen lassen und das eine systematische Darstellung der zahlreichen bisher bekannten Einzelresultate über konsistente Schätzfunktionen ermöglicht.

[illegible]

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

Einige neue Ergebnisse dieser Art, deren Kennzeichen die Allgemeinheit der benötigten Voraussetzungen ist, werden hergeleitet, wobei die Reduktion der Voraussetzungen hauptsächlich auf die Verwendung schwacher Konsistenzbegriffe zurückzuführen ist. Die angegebenen Sätze liefern zugleich einige Hinweise, die bei der Konstruktion konsistenter Schätzfunktionen zu beachten sind.

FIEGER, W.: Monoton nicht fallende stochastische Prozesse.

Ist $x(t)$ ein monoton nicht fallender stochastischer Prozess mit $x(0) = 0$ und mit stationären Zuwächsen, und existiert $E(x(t))$, so existiert für L fast alle t die partielle Ableitung der charakteristischen Funktion $f(t,s) := E(e^{isx(t)})$ nach t und es gilt

$$(*) \quad \frac{\delta f(t,s)}{\delta t} = E\,(x(1)) \int\limits_{y \geq 0} g(t,s\,y)\, \frac{e^{iys} - 1}{y}\, d\,G(y)$$

$g(t,s\,y)$ ist eine charakteristische Funktion, die sich als charakteristische Funktion von $x(t)$ gebildet unter der Bedingung, daß im ersten Augenblick ein Sprung der Höhe y eintritt, deuten läßt. Insofern ist (*) eine Verallgemeinerung der Formeln von Palm (vgl. Trans. Third Prague Conf.). Sind die Zuwächse von $x(t)$ nicht stationär, so gilt für die bezüglich $m(t) := E(x(t))$ gebildete Ableitung von $f(t,s)$ eine ähnliche Beziehung. Hat $x(t)$ unabhängige, stationäre Zuwächse, so ergibt die Integration von (*) eine Formel vom Typ der Levy-Khintchine-Darstellung der charakteristischen Funktionen von unbeschränkt teilbaren Verteilungsfunktionen.

RENYI, A.: Eine Extremaleigenschaft des Poissonschen Prozesses.

Es wurde folgender Satz bewiesen: unter allen stationären Punktprozessen mit derselben positiven Dichte λ hat der Poissonsche Prozess die größte Entropie in folgendem Sinne: Ist I ein beliebiges Intervall der Länge T und sind $t_1 < t_2 < \dots < t_n$ die Abszissen der Punkte des Prozesses im Intervall I, dann ist die λ T-dimensionale Entropie (siehe A.RENYI, On the dimensions and entropy of probability distributions, Acta Math. Acad. Sci. Hung. 9 (1958), 215-228) des Zufallsvektors $(t_1, t_2, \dots, t_n)$ dann und nur dann maximal, falls der Prozess ein Poissonscher ist.

STÖRMER, H.: Stochastische Wachstumsprozesse.

Für das Anwachsen der Anzahl der Verbraucher (oder Benutzer) von Wirtschaftsgütern in einem Land (Wirtschaftsbereich) wird ein stochastisches Modell angegeben, wie man es auch für die Ausbreitung von Krankheiten benutzt. Für die Anzahl der Verbraucher zur Zeit t wird die Verteilungsfunktion hergeleitet. Es wird untersucht, in welchen Fällen man diesen Prozeß durch die bekannte "logistische Kurve" (tanh-Gesetz) annähern darf, bei deren Herleitung von vornherein ein streng deterministischer Prozeß vorausgesetzt wird.

URBANIK, K.: Prediction Problems for strictly stationary processes.

Es sei $X(t)$ ein streng stationärer Prozeß mit $E|X(t)| < \infty$, Z bzw. Z_o der durch $\{X(t), -\infty < t < +\infty\}$ bzw. $\{X(t), t \geqq 0\}$ aufgespannte abgeschlossene lineare Raum mit Norm $E|\cdot|$. $X(t)$ "läßt eine Extrapolation (prediction) zu", falls ein stetiger linearer Operator A_o $(Z \to Z_o)$ existiert, derart, daß (1) $A_o Z_o = Z_o$, (2) $x - A_o x$ und y stochastisch unabhängig sind für alle $x \in Z$, $y \in Z_o$, (3) $A_o x = Ex$, falls x und y für alle $y \in Z_o$ stochastisch unabhängig sind. Die hier behandelte Extrapolationstheorie unterscheidet sich von der Wiener-Kolmogoroff-Theorie, da die Existenz der Varianzen nicht gefordert wird. $X(t)$ lasse eine Extrapolation A_o zu; $X(t)$ ist "deterministisch", falls $A_o = I$, "vollständig undeterministisch", falls $\lim_{t \to \infty} A_t = E$ punktweise auf Z, wobei $A_t = T_t A_o T_t^{-1}$ und $\{T_t\}$ die durch $X(t)$ induzierte Gruppe von Translations-Transformationen ist. Es gilt ein Analogon des WOLD'schen Zerlegungssatzes in deterministische und vollständig undeterministische Komponenten. Jeder vollständige undeterministische Prozeß ist gleitender Durchschnitt bezüglich eines homogenen Zufallsmaßes mit unabhängigen Werten. Aus einer Verallgemeinerung des Satzes von BERNSTEIN-SKITOWITZSCH folgt die Unzerlegbarkeit jedes vollständigen undeterministischen Prozesses.

WALDENFELS, W.v.: Fast positive Operatoren auf der Geraden.

Sei C der Raum der stetigen Funktionen auf der Geraden versehen mit der Topologie der kompakten Konvergenz, sei C^2 der Raum der zweimal stetig differenzierbaren Funktionen versehen mit der Topologie der kompakten Konvergenz zweiter Ordnung und sei $C_{\parallel}$ der Raum der stetigen, im Unendlichen konvergierenden Funktionen versehen

mit der Topologie der gleichmäßigen Konvergenz. Wir betrachten den Raum $E = C^2 \cap C_{\shortparallel}$ versehen mit der entsprechenden Topologie und einen linearen Operator $A : E \to C$. Der Operator A soll fast positiv sein, d.h. auf $f \in E$, $f \geqq 0$, $f(x) = 0$ folgt $Af(x) \geqq 0$.

Für A gilt die Darstellung:

$$Af(x) = C(x)f(x) + m(x)f'(x) + \langle Q(x), \mathcal{D}_x f\rangle$$

wo $Q(x)$ ein positives, stetiges Funktional auf $C_{\shortparallel}$ und

$$\mathcal{D}_x f = \left(f(y) - f(x) - f'(x)\,\frac{y-x}{1+(y-x)^2}\right)\frac{1+(y-x)^2}{(y-x)^2}$$

ist.

Ist $(A_i)_{i \in I}$ eine Familie fast positiver Operatoren $E \to C$ und ist $H \subset E$ dicht und für jedes feste $f \in E$ die Familie A_i in C beschränkt, so sind A_i gleichgradig stetig.

Die fast positiven Operatoren finden ihre Anwendung bei Markowprozessen.

4. Informationstheorie

AHLSWEDE, R.: Nichstationäre Kanäle.

Es seien $w^t(i, j)$, $t \in T'^{+}$, stochastische Matrizen. Diese Matrizen definieren einen Kanal mit unabhängigen Zeichen. Im stationären Fall ($w^t(i.j) = w^s(i,j)$) für alle (t,s) hat WOLFOWITZ das SHANNONSCHE Coding Theorem und eine starke Umkehrung (im Sinne von WOLFOWITZ) bewiesen. Das Resultat von WOLFOWITZ läßt sich auch für die obigen nichtstationären Kanäle erzielen. Benutzt wird dabei eine Verallgemeinerung einer Methode von KEMPERMAN (Ergebnisbericht von WOLFOWITZ über Coding Theorem). An die Stelle einer konstanten Durchlaßkapazität tritt in den Abschätzungen eine zeitabhängige Kapazitätsfunktion.

V. Baumann (Kiel)