Mathematisches Forschungsinstitut
Oberwolfach

Tagungsbericht

Topologie

26. August bis 3. September 1964

Nachdem im letzten Jahr unter Leitung von A. DOLD (Heidelberg), D. PUPPE (Saarbrücken) und H. SCHUBERT (Kiel) zum ersten Male seit längerer Zeit wieder eine Tagung über Topologie stattgefunden hatte, wurde die diesjährige Tagung, da A. DOLD einer Einladung nach Mexico gefolgt war, von D. PUPPE und H. SCHUBERT geleitet. Die Tagungsleiter erklärten sich auf vielfachen Wunsch hin bereit, eine solche Tagung auch in den nächsten Jahren stattfinden zu lassen. Für 1965 ist als Termin die Zeit vom 20. bis 30. September 1965 in Aussicht genommen.

Neben den Vorträgen und anschließenden Diskussionen bietet sich in Oberwolfach durch das Zusammenleben der Tagungsteilnehmer auf dem Lorenzenhof eine besonders gute Gelegenheit zu Unterhaltungen auch über die in den Vorträgen behandelten Dinge hinaus. Einige der später vorgetragenen Ergebnisse wurden daher auch erst während der Tagung in privater Unterhaltung und im Anschluß an frühere Vorträge erzielt.

Leider konnte in diesem Jahr nur einer der aus Osteuropa eingeladenen Mathematiker nach Oberwolfach kommen. Es folgt eine Liste der Tagungsteilnehmer und eine Zusammenstellung der von den Vortragenden eingereichten Vortragsauszüge.. Die Reihenfolge der Vortragsauszüge entspricht der chronologischen Folge der Vorträge. Tagungsteilnehmer:

ADAMS, J.F.	Manchester/Engl.	FREI, A.	Zürich/Schweiz
ARKOWITZ, M.	Princeton/USA	GRAY, J.W.	Urbana/Schweiz
BAUER, F.W.	Frankfurt a.M.	HANNER, C.	Solna
BOS, W.	Heidelberg	HOLMANN, H.	Münster
BRINKMANN, H.-B.	Saarbrücken	IBISCH, H.	Paris/Frankr.
BROWN, E.	Waltham	ILLUSIE, L.	Paris/Frnkr.
CARTAN, H.	Paris/Frankr.	JÄNICH, K.	Bonn
CURJEL, C.R.	Princeton/USA	KAMBER, F.	Zürich/Schweiz
DIECK, T. tom	Saarbrücken	KRISTENSEN, L.	Aarhus/Dänemark
DYER, E.	Chicago/Houston	LAMOTKE, K.	Bonn
EILENBERG, S.	New York/USA	MARDEŠIĆ, S.	Zagreb/Jugosl.
EPSTEIN, D.B.A.	Coventry/Engl.	MASSEY, W.S.	New Haven/USA

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

MAYER, K.H.	Bonn	SCHWARZENBERGER,R.L.	Liverpool/Engl.
MROWKA,M.	Frankfurt a.M.	THOMEIER,S.	Frankfurt a.M.
NGUY..NDINH NGOG	Paris	ULMER,F.	Zürich/Schweiz
PUPPE, D.	Saarbrücken	WALDHAUSEN,F.	Bonn
ROBERTSON,St.A.	Liverpool/Engl.	WEBER,C.	Genf/Schweiz
SCHUBERT, H.	Kiel	ZIESCHANG,H.	Frankfurt a.M.

HANNER,O.: The associative law for reduced join of topological spaces.

Toda has defined the reduced join $X \# Y$ of two topological spaces and stated that the natural one-one map between $(X\#Y)\#Z$ and $X\#(Y\#Z)$ is a homeomorphism. An example shows that this is not true in general. It can be shown to be true if one of the following conditions is satisfied

a) X and Y are compact

b) Y and Z are compact

c) X and Z are locally compact.

NGUYÊÑĐINH NGOG: Darstellbarkeit von Faserbündeln.

A. Definition. Strenger Homotopietyp: $X \approx Y \Leftrightarrow$ 1) X und Y sind vom gleichen Homotopietyp, 2) die Halbgruppen aller Homotopieäquivalenzen $A_h(X)$ und $A_h(Y)$ sind äquivalent im Sinne von MILNOR. Vermutung: Sind X und Y zwei endliche CW-Komplexe und vom gleichen Homotopietyp, dann sind sie auch vom gleichen strengen Homotopietyp. Definition: Ein HUREWICZ'sches Faserbündel ist ein HUREWICZ'scher Faserraum, wo alle Fasern vom gleichen strengen Homotopietyp sind. Satz 1: Die HUREWICZ'schen Faserbündel sind klassifizierbar. Satz 2: Es sei $\mathcal{E} = (F, B, E)$ ein regulär schiefes kartesisches Produkt, das eine Strukturhalbgruppe H zuläßt, und es sei $\pi_0(H)$ eine Gruppe. Dann ist die geometrische Realisierung von $p: E \to B$ ein HUREWICZ'sches Faserbündel. B. Seien (a) $\begin{tikzcd} & B \arrow[d, "g"] \\ A \arrow[ur, dashed, "f"] \arrow[r, "h"'] & C \end{tikzcd}$ und (b) $\begin{tikzcd} & B \arrow[d, "g"] \\ A \arrow[ur, "f"] \arrow[r, "h"'] & C \end{tikzcd}$, gesucht sind die notwendigen und hinreichen Bedingungen, so daß $[h] = [g] \cdot [f]$ wenn h bekannt ist und (a) g bekannt, (b) f bekannt. Spezielle Fälle: (a) $(G, \emptyset)$-Darstellbarkeit, (b) (f, Y)-Darstellbarkeit von Faserbündeln (s. NGUYENDINH NGOG: Sur les espaces fibres et les prolongements, Cahiers du Seminaire EHRESMANN, Paris, 1963).

WEBER, C.: Plongements de polyèdres dans le domaine métastable.

Soit E un espace topologique. Soit $\Delta_E \subset E \times E$ la diagonale. Soit $\breve{E} = E \times E \setminus \Delta_E$. Une application $F : \breve{E} \to R^m$ (ou S^{m-1}) est dite équivariante si $F(g,x) = -F(x,y)$. Deux applications équivariantes $F_0 . F_1 : E \to S^{m-1}$, sM existe une homotopie h_t les reliant, serant dites homotopes de façon équivariante si de plus h_t est equivariante $\forall_t \in I$. Soit K^n un polyèdre de dim.n. Soit $f: K \to \mathbb{R}^m$ un plongement linéaire par morceaux. L'application $\breve{f}: \breve{K} \to S^{m-1}$ définie par $f(x, g) = \frac{f(x) \times f(y)}{\|f(x) - f(y)\|}$ est équivariante.

<u>Théorème</u>: Soit $m \geq \frac{3}{2}(n+1)$ (domaine métastable). Supposons qu'il existe une application équivariante $F: \breve{K} \to S^{m-1}$. Alors, il existe un plongement linéaire par morceaux $f : K \to \mathbb{R}^m$ tel que $\breve{f}$ soit équivariantement homotope à F.

ROBERTSON, S.A.: Transnormal Manifolds in R^n.

Let ν be a smooth n-manifold in R^{n+m}. ν is <u>transnormal</u> if every m-plane λ meeting ν orthogonally at some point meets ν orthogonally at all points common to λ and ν. The number ρ of points in $\lambda \cap \nu$ is then independent of λ, and ν is called ρ-transnormal. Among our main results are the following:

1) If ν is compact, then $\rho \neq 1, 3$
2) If $\rho = 2$, then ν is homeomorphic to $S^j x R^{n-j}$, for some $0 < j \leq n$
3) If $\rho = 2^k$, then $\exists$ open and closed manifolds (of dimension $\geq k + 1$, $\geq k$ respectively) that are ρ-transnormal.
4) If $m = 1$, then $\rho = 2$.

ADAMS, J.F. A note on the Application of K-theory to Homotopy theory.

In Annals of Math. 75 (1962) pp 602 - 632 K-cohomology is used to obtain results on the non-co-reducibility of projective spaces. With the object of streamlining proofs by avoiding the use of S-duality, ATIYAH has asked for functors which yield (directly) results on the non-reducibility of projective spaces and certain similar problems. It is shown that K-cohomology with coefficients is a suitable functor for this purpose.

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

BROWN, E.H.: The Kervaire Invariant of 8K + 2 - Manifolds.

Kervaire has defined the so called ARF invariant $\Phi(M)$ of an $n-1$-connected, closed, $2n$-manifold M for n odd and $n \neq 1, 3, 7$. We show that $\Phi(M) = o$ if $n = 4k + 1$.

The writer has defined $\Phi(M)$ when M is a closed, 1-connected $2n$ manifold such that $W_2(M) = 0$ and $n = 4k + 1$. For each k we construct a manifold M such that $\Phi_M = 1$.

SCHWARZENBERGER, R.L.E.: Stability Properties of Vector Bundles in the Non-Stable Range.

Let P_n denote n-dimensional real projective space and regard P_m as a linear subspace of P_m for $m < n$. Let E be a k-dimensional real vector bundle over P_n. Then $E|P_m$ is stably equivalent to a sum of k line bundles provided $m < n - \alpha(k,n)$. Here $\alpha(k_o, n)$ is an integer which depends on the dyadic expansion of k and n. For example if $k = 2$ or 3 then $\alpha(k, n) = 0, 0, 0, 1, 0, 1, 2$ or 3 according as $n \equiv 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ or $7 \pmod 8$ respectively.

MASSEY, W.S.: The Cohomology of certain fiber spaces.

It is well known that it is sometimes possible to compute the additive structures of the cohomology with coefficients in a field of a fibre space in terms of the cohomology of the base space and fibre by means of the spectral sequence (e.g. if the fibre is totally non-homologous to 0, or the cohomology ring of the fibre is generated by transgressive elements). It is also well-known that in such cases the spectral sequence does not always suffice to determine the ring structure or Steenrod powers in the cohomology of the total space; often these seem to depend on higher order characteristic classes. In this lecture, these "known facts" are put into their proper algebraic setting and precise theorems are announced which greatly clarify the entire situation.

MARDEŠIĆ, S.: Continuous images of ordered compacta

An ordered compact K is a compact space K provided with such a total ordering $<$ that its topology is the induced order topology. If in addition K is connected, then we speak of an ordered continuum C. Trying to extend some classical theorems of point set

topology beyond the metric case, the following results were obtained:

1) $I = [0,1]$ is the only C which can be mapped on to CxC (Mardešić)

2) If $X \times Y = f(C)$, X, Y non-degenerate, then X and Y are metric (Mardešić-Papić).

3) If $X \times Y = f(K)$, X,Y infinite, then X and Y are metric (Ward, Treybig).

4) If $X = f(K)$, X locally connected, then the weight $w(X)$ equals the degree of separability $s(X)$ (least cardinal of a set dense in X) (Mardešić-Papić).

5) If $X=f(K)$, X connected, then $w(X) = s(X)$ (Treybig).

6) If $X = f(K)$, then either X can be disconnected by removing at most two points, or X is metric (Treybig). New proofs were given for 3. and 5.

EPSTEIN, D.B.A.: 2-dimensional manifolds

The following theorem is proved:
Let M and N be closed orientable manifolds of dimension 2. Let $f : M \to N$ be a map of non-zero degree. Then there exists a map $g : M \to N$ and a point $x \in N$ such that g is homotopic to f and gives a covering map $g^{-1}(N-x) \to N-x$ and such hat $g^{-1}x$ is a (not necessarily connected) 2-dimensional submanifold of M with boundary. $N = S^2$ is an exceptional case in which the above theorem does not apply.

ZIESCHANG, H.: Über die Automorphismen ebener Gruppen

Eine ebene diskontinuierliche Gruppe G mit kompaktem Fundamentalbereich besitzt Erzeugende $S_1, \dots, S_m, T_1, U_1, \dots, T_g, U_g$ und definierende Relationen $S_i^{k_i} = S_1 \dots S_m \prod [T_i, U_i] = 1$. Man kann zeigen, daß jeder Automorphismus dieser Gruppe von einem Automorphismus der von den Erzeugenden frei erzeugten Gruppe induziert wird. Das ist äquivalent dazu, daß jeder Automorphismus von einem Homöomorphismus der Ebene auf sich induziert wird, der die Äquivalenzklassen (unter G) von Punkten erhält. Im Falle $m = 0$ ist es ein bekanntes Resultat von NIELSEN.

GRAY, J.W.: Categorial Čech Cohomology

The category $\mathcal{F}$ of functors is a ring object in the category of

Gefördert durch
Deutsche Forschungsgemeinschaft

bifibred categories over the category $\mathcal{C}$ of small categories and the category of systems of coefficients is a module over $\mathcal{F}$; cohomology is defined on an appropriate subcategory of $\mathcal{S}$ and leads to the notion of the cohomology of a category with coefficients in a system of coefficients (or a functor if the category has a product). This cohomology generalizes the notion of cohomology of a covering with coefficients in a presheaf; in particular, it frequently vanishes. To remedy this, we copy ČECH theory and construct "ČECH cohomology" of an object in a category with coefficients in a system of coefficients. As a special case one gets ČECH cohomology of a space with coefficients in a sheaf with values in an abelian category $\mathcal{A}$. As an example, we show, that with the usual restrictions on the space and with suitable restrictions on $\mathcal{A}$, this gives rise to a cohomology theory on the category of $\mathcal{A}$ -valued sheaves.

ARKOWITZ, M.: Commutative products on topological groups (joint work with C.R. CURJEL).

Let G be a topological group of the homotopy type of a finite CW-complex. We call a homotopy class μ of a map from G x G to G a homotopy-commutative (hc.) product if $\mu\theta=\mu$ where Θ is the switching map $G \times G \to G \times G$. We call μ commutative (c) if it factors through the symmetric square of G. A c. or hc. product μ is said to be of type N (N an integer) if μ restricted to either factor of G x G is the homotopy class of the map $g \to g^N$, $g \in G$.

Theorem 1. There exist positive integers $N_c(G)$ and $N_{hc}(G)$ such that
(i) there exists a c. product of type N $\Leftrightarrow$ N is a multiple of $N_c(G)$
(ii) " " hd. " " " " " " " " $N_{hc}(G)$

Theorem 2: The following three assertions are equivalent:
(i) There exists an infinite number of distinct c. products of type N for N any multiple of $N_c(G)$. (ii) idem with hc. and $N_{hc}(G)$ instead of c. and $N_c(G)$. (iii) $(1/2\, B_m(G\times G) - B_m(G) \cdot \operatorname{rank} \pi_m(G) \neq 0$ for some m, where β_m denotes the m-th Betti number.

Theorem 3: A suitable multiple of a hc. product is c. - The proofs depend on certain formulas for the rank of - not necessarily abelian - groups of homotopy classes.

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

IBISCH, H.: Über Faserräume mit der schwachen Homotopie-Überdeckungseigenschaft.

Man betrachtet folgende Faserbündelkategorie: Objekte seien stetige Abbildungen (auf) $p: E \to X$ mit der schwachen Homotopieüberdeckungseigenschaft, wobei X, $p^{-1}(x)$ ($\forall x \in X$) endliche CW-Komplexe sind. E sei lokalkompakt. Morphismen seien stetige Faserabbildungen über X. Dann gelten folgende Konstruktionssätze:

Satz 1: Sei $\pi : B(X) \to X$ ein Kugelbündel über X mit der Faser D^n, $\dot\pi : S(X) \to X$ das berandende Sphärenbündel, $p : E \to X$ eine Faserung aus der Kategorie. Ferner sei $f : S(X) \to E$ eine attachierende Faserabbildung. Dann ist $q : E \cup_f B(X) \to X$, versehen mit der Identifizierungstopologie, eine Faserung der Kategorie, wobei q in natürlicher Weise von p und π erzeugt wird.

Satz 2: Seien $p : E \to X$, $q : F \to X$ Faserungen. $\alpha: E \to F$ sei eine (in jeder Faser) zellulare Faserhomotopie-Äquivalenz. $f: S(X) \to E$, $g : S(X) \to F$ seien attachierende Abbildungen mit $\alpha \circ f \simeq_X g$. Dann kann man α stetig setzen zu $E \cup_f B(X) \simeq_X F \cup_g B(X)$.

KRISTENSEN, L.: A Cartan formula for secondary cohomology operations, with applications.

Let Θ denote the set of homogenous natural transformations $C^* \to C^*$, where C^* denotes the normalized cochain functor (mod 2) on the category of css.-complexes, then Θ is a graded module over Z_2 and it has a boundary operator $\Delta : \Theta \to \Theta$ defined by $\Delta\,\theta = \delta\,\theta + \theta\,\delta$. Let $Z(\Theta)$ denote the Δ-cycles then there is a mapping $\varepsilon: Z(\Theta) \to A$, A the Steenrod algebra (mod 2).

Theorem 1: $\Theta \xrightarrow{\Delta} Z(\Theta) \xrightarrow{\varepsilon} A \to 0$ is exact.

In a similar way let Q denote the set of cochain operations $H(-,-)$ in two variables satisfying 1) $\deg H(x,y) = \deg(x)+\deg(y)+\deg H$ 2) $H(x, y) =$ if $x = 0$ or $y = 0$. There is a boundary operator $\nabla : Q \to Q$ defined by $(\nabla H)(x,y) = \delta H(x,y) + H(\delta x,y) + H(x, \delta y)$ and a mapping $\varepsilon: Z(Q) \to A \otimes A$.

Theorem 2: $Q \xrightarrow{\nabla} Z(Q) \xrightarrow{\varepsilon} A \otimes A \to 0$ is exact.

These theorems are used to give definitions of secondary operations associated with relations in A and operations associated with Cartan formulas $a(xy) = \Sigma a'(x)a''(y)$ where $a \in A$ and $\psi(a) = \Sigma a' \otimes a''$,

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

$\psi : A \to A \otimes A$ is the diagonal mapping in A. Finally a CARTAN formula for sec.opr.assoc. with a rel. in A is derived from theorem 2.

BOS, W.: Zur Einbettung einer C^k-Mannigfaltigkeit in den euklidischen Raum.

Es handelt sich um einen einfachen Beweis dafür, daß sich jede C^k-Mannigfaltigkeit M^n, $k = 0, 1, 2, \ldots$, in den $R^{(n+1)^2}$ einbetten läßt. Daraus erhält man 1) mit Hilfe des BAIREschen Satzes eine C^k-(1 - 1) - Einlagerungin R^{2n+1}, $k \neq 0$, oder 2) mit Hilfe des Reduktionsverfahrens nach DE RHAM eine C^k-Einbettung in R^{2n+1}, $k \neq 0$, die eine gegebene eigentliche C^k-Abbildung $M^n \to R^{2n+1}$ approximiert.

BRINKMANN, H.-B.: Exact Couples and Spectral Sequences.

Starting from an exact couple
$$\begin{tikzcd} A \arrow[dr, "j"'] & & A \arrow[ll, "i"'] \\ & B \arrow[ur, "k"'] & \end{tikzcd}$$
in a graded abelian categorie one obtains a spectral sequence (MASSEY) which should be embedded in the following diagram:

$$\begin{tikzcd}
0 \arrow[r] & \mathrm{Coki} \cap \mathrm{Coimi} \arrow[r] \arrow[d] & B_1 \arrow[r] & \mathrm{Keri} \cap \mathrm{Imi} \arrow[r] & 0 \\
0 \arrow[r] & \mathrm{Coki} \cap \mathrm{Coimi}^2 \arrow[r] \arrow[d, dashed] & B_2 \arrow[r] & \mathrm{Keri} \cap \mathrm{Imi}^2 \arrow[r] \arrow[u] & 0 \\
0 \arrow[r] & \mathrm{Coci} \cap \mathrm{Coimi}^s \arrow[r] \arrow[d, dashed] & B_s \arrow[r] & \mathrm{Keri} \cap \mathrm{Imi}^s \arrow[r] \arrow[u, dashed] & 0 \\
0 \arrow[r] & \mathrm{Coci} \cap \mathrm{Coimi}^\infty \arrow[r] \arrow[d] & B_\infty \arrow[r] & \mathrm{Keri} \cap \mathrm{Imi}^\infty \arrow[r] \arrow[u, dashed] & 0 \\
& \mathrm{DirAssi} & & \mathrm{InvAssi} \arrow[u] &
\end{tikzcd}$$

with exact rows. B_1 is the E_2-term in the usual language. The diagram is functorial on exact couples and invariant under a weak kind of homotopy occuring p.e. constructing the Adams spectral sequence. The diagram contains the information usually desired. DirAssi is the "graded associated" defined by the filtration of the direct limit of i (see CARTAN-EILENBERG, Homological Algebra), InvAssi is the dual thing. The constructions and proofs are given by embedding the graded abelian category in a graded category of additive relations (PUPPE).

JÄNICH, K.: Vektorraumbündel und der Raum der Fredholm-Operatoren.

Sei H der komplexe separable Hilbertraum. Die stetigen linearen Operatoren in H, die endlichdimensionalen Kern und Cokern haben,

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

heißen FREDHOLM-Operatoren. Im Raum $\mathcal{F}$ dieser Operatoren (Norm-Topologie) führen wir zwei Verknüpfungen ein, die für kompaktes X in $[X,\mathcal{F}]$ die Struktur eines kommutativen Ringes mit 1 induzieren. $[..,\mathcal{F}]$ wird zu einem Funktor zwischen den entsprechenden Kategorien. Ist $f: K \to \mathcal{F}$ stetig und ist auch dimKernf(x) stetig von x abhängig, dann sind die Vektorräume Kernf(x) und Cokernf(x) in kanonischer Weise die Fasern zweier komplexer Vektorraumbündel. Die Differenz dieser beiden Bündel im Sinne der K-Theorie hängt nur von der Homotopieklasse von f ab. Diese Konstruktion induziert eine natürliche Transformation $[...,\mathcal{F}] \to K$. Es gilt der Satz: Diese natürliche Transformation ist ein Isomorphismus. Ein entsprechendes Resultat gilt auch für den rellen und den quaternionalen Fall.

THOMEIER, S.: Über Homotopiegruppen von Sphären.

Inhalt des Vortrags sind einige Aussagen über Homotopiegruppen von Sphären, insbesondere über Zusammenhänge zwischen den stabilen und den letzten unstabilen Homotopiegruppen eines Stammes. Die Art des Zusammenhanges zwischen diesen Gruppen hängt dabei lediglich von der Restklasse des Stammes modulo 8 ab, wiederholt sich also periodisch. Dieser Zusammenhang wird in gewissen Fällen explizit angegeben und liefert in diesen Fällen sofort die Struktur der letzten unstabilen Homotopiegruppen, sofern man die stabile Gruppe kennt. (So sind beispielsweise die letzten 7 unstabilen Gruppen im (8k + 4) - Stamm der Reihe nach

$$A,\ A,\ A,\ A+Z_{12},\ A+Z_2,\ A+Z_2+Z_2,\ A+Z_2,$$

wenn A die stabile Gruppe dieses Stammes bezeichnet.) Diese und verwandte Überlegungen führen zu Folgerungen über das Nichtverschwinden gewisser (stabiler und unstabiler) Homotopiegruppen von Sphären.

DIECK, T.tom: Inverser Limes von Homotopiemengen und K-Theorie.

K(X) = Ring der Vektorbündel über X. K liefert Kohomologietheorie auf endl. CW-Komplexen. $k(X) = [X, Z \times B_U]$ einzige repräsentierbare Erweiterung auf unendliche CW-Komplexe. k^* bleibt multiplikativ. Das folgt daraus, dass B_U, B_O Homotopie-Ringe sind. Die natürliche Transformation $K(X) \to k(X)$ ist ein Ringhomomorphismus. Kohomologie-Operationen für k^* = Koh.-Op. für K^*.

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

KÜNNETH-Formel für unendliche CW-Komplexe.
Seien $H^1 \subset H^2 \subset \ldots$, $H = \bigcup H^i$ CW-Komplexe. H^i i-Gerüst von H.
H heisse limesfreundlich (= lf) bezüglich V, falls die kanonische Abbildung $[X, V] \to \lim[H^i, V]$ bijektiv ist. X, Y lf. bezüglich k^*U und k^*X^i, k^*Y^i endlich erzeugt $\Rightarrow$ X x Y lf. bezüglich k^*U.
Sei $H^*(X, Z)$ endlich erzeugt; X lf. bezüglich $k^*U \Leftrightarrow$ X lf bzgl. k^*O. Beispiel eines Raumes, der nicht lf.: Für jedes $n \geq 3$ hefte man vermöge einer Abbildung f_n, deren Klasse $\pi_{2n}(B_U)$ erzeugt, eine $(2n + 1)$ - Zelle an B_U.

MAYER, K.H.: Sätze über Nichtimmersierbarkeit und Nichteinbettbarkeit.

Mit Hilfe der Indexformel von ATIYAH-SINGER für elliptische Differentialoperatoren auf kompaten Mannigfaltigkeiten erhält man für kompakte 2n-dimensionale orientierte differenzierbare Mannigfaltigkeit X ohne Rand: Ist η ein komplexes Vektorraumbündel über X und läßt sich X in $R^{2n + k}$ (k=2s oder k=2s+1) immersieren, so ist $2^{n+1}\{ch(\eta)^{(1/2)}\hat{\mathfrak{A}}(X)\}[X]$ eine ganze Zahl. Läßt sich X in $R^{2n + 2s}$ einbetten, dann ist diese Zahl gerade. Gelten zusätzliche Voraussetzungen für n, s und η, so lassen sich die Aussagen verbessern. Man erhält Verbesserungen der Ergebnisse von ATIYAH-HIRZEBRUCH (Bull. Soc. Math. de France, 87 (1959) 393-396) und SANDERSON-SCHWARZENBERGER (Proc. Cambr. Phil. Soc. 59 (1963) 319-322).

KAMBER, F.: Erweiterungen von Gruppen mit Operatoren.

Sei π eine Gruppe, G eine π-Gruppe und A ein $Z(G \times \pi)$ - Modul ($G \times \pi$ = semi-direktes Produkt). Der Cohomologiefunktor $H^*_\pi(G,A) = \mathrm{Ext}^*_{Z(G\times\pi)}(I_G, A)$ ($I_G = \ker(Z(G) \xrightarrow{\varepsilon} Z)$) hat bezüglich der π-Gruppe G ähnliche Eigenschaften wie der Funktor $H^*(H, A) = \mathrm{Ext}^*_{Z(H)}Z(A)$ bezüglich der Gruppe H (ohne Operator):
1) $\mathrm{Ext}^1_{Z(G\times\pi)}(I_G, A)$ klassifiziert die Äquivalenzklassen π-invarianter Extensionen $0 \to A \to E \to G \to 0$ von G durch den $Z(G\times\pi)$-Modul A.
2) $\mathrm{Ext}^2_{Z(G\times\pi)}(I_G,A)$ klassifiziert die Obstruktionen π-invarianter abstrakter G-Kerne (H,ψ), $\psi \in \mathrm{Hom}_\pi(G, \mathrm{Out}\, H)$ mit Zentrum $Z_H=A$.
Die kontravariante Koeffizientensequenz der kurzen exakten Folge $0 \to I_G \to Z(G) \xrightarrow{\varepsilon} Z \to 0$ liefert eine in A natürliche exakte Sequenz,

welche die Funktoren $H^*(\pi, A)$, $H^*(G_\pi, A)$ und $H^*_\pi(G,A)$ verknüpft. Die Faktorisierung $H^0_\pi(G,A,) = \mathrm{Hom}_{Z(\pi)}(Z, \mathrm{Hom}_{Z(G)}(I_G, A))$ liefert einen Spektralfunktor $E_2^{p,q}(A) = H^p(\pi, \mathrm{Ext}^q_{Z(G)}(I_G, A)) \Rightarrow E^n(A) = H^n_\pi(G, A)$. Dies gestattet, Resultate aus der Cohomologietheorie von Gruppen auf π-Gruppen zu übertragen. Die obigen Konstruktionen lassen sich verallgemeinern auf Algebren über HOPF-Algebren (Beispiel: Z(G) ist eine Algebra über der HOPF-Algebra $Z(\pi)$).

Satellites and derived functors without using projectives or injectives, ULMER.

Sei $t : \mathcal{A} \to \mathcal{L}$ ein covarianter additiver Funktor zwischen abelschen Kategorien; in $\mathcal{A}$ existiere eine Klasse von injektiven Morphismen Π_t mit den folgenden Eigenschaften:

1) zu $A \in \mathcal{A}$ existiert ein $\pi \in \Pi_t$, sodaß $d\pi = A$. (d: Definitionsbereich)

2) Falls $\pi, \pi' \in \Pi_t$, so auch $\pi \oplus \pi' \in \Pi_t$

3) Sei $\pi \in \Pi_t$ und α eine Monomorphismus. Falls $\pi.\alpha$ Definiert ist, dann ist $\pi.\alpha \in \Pi_t$

4) Zu $\pi, \pi'' \in \Pi_t$, $d\pi = d\pi'' = A$ existiert eine Folge von exakten Diagrammen $0 \to \tilde{A}_{j-1} \xrightarrow{\tilde{\pi}_{j-1}} \tilde{W}_j \xrightarrow{\tilde{\varrho}_j} \tilde{B}_j \longrightarrow 0$, $(j = 0, 1, \ldots)$ wobei $\tilde{A}_{j-1}, \tilde{W}_j, \tilde{B}_j$ kurze exakte Folgen sind, derart, daß die $\tilde{W}_j$ zerfallen, die Folge $\tilde{A}_{-1}$ mit $0 \to 0 \to A = A \to 0$ identisch ist, $\tilde{A}_j = \tilde{B}_j$, $\pi'_{j-1}, \pi_{j-1}, \pi''_{j-1} \in \Pi_t$ $[\tilde{\pi}_{j-1} = (\pi'_{j-1}, \pi_{j-1}, \pi''_{j-1})]$, $\tilde{\pi}_{-1} = (o(\pi, \pi'')\pi'')$

Satz 1: Falls t auf allen Folgen $\tilde{A}_j$ von 4) rechtsexakt ist, $j = 0, 1, 2 \ldots$, dann existieren die Rechtssatelliten $(S^j t)_{j \in \pi_+}$ von t. Ist t außerdem halbexakt, dann ist die Folge $(S^j t)_{j \in \pi_+}$ exakt zusammenhängend.

Satz 2: Sind alle Folgen coker $t(\tilde{\pi}_j \tilde{\varrho}_j)$ von 4) kurz exakt, $j = -1, 0, 1 \ldots$, dann existieren die Rechtsderivierten von t und sie bilden eine exakt zusammenhängende Folge.

(Für $\tilde{\pi}_{-1}$ $\tilde{\varrho}_{-1}$ ist $\tilde{\pi}_{-1}$ zu setzen.)

Bemerkung: Die Satelliten bzw. die Derivierten werden durch universelle Eigenschaften definiert.

H.-B. Brinkmann, Saarbrücken

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft