

Tagungsbericht

G e o m e t r i e

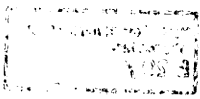
4. bis 10. Oktober 1964

Wiederum unter der Leitung von Herrn Professor Dr. K.H. WEISE (Kiel) fand die diesjährige Tagung für Geometrie in Oberwolfach statt. Bei der Eröffnung begrüßte der Tagungsleiter insbesondere die ausländischen Gäste. Anschließend sprach Herr Professor Dr. H. Lenz einen Nachruf auf Frank Löbell (1893 - 1964); er gab einen Überblick über Löbells Leben und seine wissenschaftlichen Arbeiten, die er den Teilnehmern fast vollständig als Sonderdrucke vorlegen konnte. Neben den allgemeinen Arbeiten zur Nichteuklidischen Geometrie hob er insbesondere die Arbeiten Löbells über die Clifford-Kleinschen Flächen hervor. In der Differentialgeometrie erwähnte er speziell die Arbeiten über Flächenabbildungen. Insgesamt veröffentlichte Frank Löbell etwa 80 Arbeiten zur Geometrie. Ein Nachruf von O. Baier und H. Lenz wird in den Jahresberichten der DMV erscheinen.

Am ersten Abend würdigte Herr Weise in einer kurzen Ansprache die langjährigen Verdienste von Herrn Professor Dr. K. Strubecker (Karlsruhe) um die Oberwolfacher Geometrie-Tagung. Anlaß dazu war der 60. Geburtstag von Herrn Strubecker am 8.8.1964. Allen Teilnehmern war es eine Freude, in diesem Kreis den Jubilar feiern zu können.

An der Tagung nahmen die folgenden Herren teil:

M. BARNER, Freiburg	O. HAUPT, Erlangen
H. BIERI, Bern	E. HEIL, Darmstadt
St. BILINSKI, Zagreb	K. JUSTEN, Karlsruhe
W. BÖHM, Berlin	F. KARTESZI, Budapest
W. BURAU, Hamburg	H. KUNLE, Karlsruhe
W. DEGEN, Karlsruhe	D. LAUGWITZ, Darmstadt
P. DOMBROWSKI, Bonn	H. LEHMANN, Freiburg
H. EGGS, Freiburg	K. LEICHTWEIß, Berlin
G. EWALD, Mainz	J. LENZ, München
L. GODEAUX, Liège	R. LINGENBERG, Darmstadt
S. GOLAB, Krakow	H. MÜNZNER, Berlin
W. GRIMM, Karlsruhe	I. REIMAN, Budapest
G. HAJOS, Budapest	G. RINGEL, Berlin



...

...

...

Main body of text, first paragraph, containing several lines of faint, illegible text.

Main body of text, second paragraph, containing several lines of faint, illegible text.

Main body of text, third paragraph, containing several lines of faint, illegible text.



D. ROETHER, Berlin	W. VOGEL, Karlsruhe
G. SCHROETER, Darmstadt	O. VOLK, Würzburg
U. SIMON, Karlsruhe	R. WAGNER, Karlsruhe
W. STAHL, Karlsruhe	R. WALTER, Freiburg
N. STEPHANIDIS, Berlin	K.H. WEISE, Kiel
K. STRUBECKER, Karlsruhe	

Es folgen die Vortragsauszüge der Referenten:

O. Haupt: Einige Eigenschaften gewisser ebener Kurvensysteme.

Der Grundraum, in dem sich alles abspielt, sei eine abgeschlossene Kreisscheibe  $G$ . In  $G$  ist gegeben ein System  $\mathcal{K}$  von einfachen Bogen  $K = B$  oder (und) Kurven  $K = C$  derart, daß  $B$  genau seine Endpunkte mit  $(G-\underline{G})$  gemeinsam hat, während  $C \cap (G-\underline{G})$  höchstens einpunktig ist. Gefordert wird: (I.) Es gibt eine natürliche Zahl  $k \geq 1$  derart, daß jedes  $K \in \mathcal{K}$  durch  $k$  seiner Punkte, etwa durch  $x_1, \dots, x_k$ , eindeutig bestimmt ist. Ist  $x'_\alpha$  hinreichend benachbart zu  $x_\alpha$ , so existiert auch  $K' \in \mathcal{K}$  mit  $x'_\alpha \in K'$ ,  $\alpha = 1, \dots, k$ . (II.) Mit den  $x'_\alpha$  ändert sich  $K'$  stetig (im Sinne der Topologie des Raumes der Kompakta von  $G$ ). (III.) Mit  $K'$  ändern sich auch die Teilbogen von  $K'$  stetig.

In Verallgemeinerung eines Satzes von Tornheim (Trans.Amer.Math.Soc. 69(1950)) gilt: Ein System  $\mathcal{K}$  mit  $k \geq 2$ , das neben (I) auch (II') und (III') (vergl. weiter unten) genügt, erfüllt auch (II).

Dabei fordert: (II'). Entspricht die Reihenfolge  $x_1, \dots, x_k \in K$  auf  $K$  einer Orientierung von  $K$ , so gilt dies auch für  $x'_1, \dots, x'_k$  auf  $K' = K'(x'_1, \dots, x'_k)$ , wenn  $x'_\alpha$  hinreichend benachbart zu  $x_\alpha$  ist. (III'). Ist  $K \in \mathcal{K}$  gegeben;  $T$  Teilbogen von  $K$ ;  $y_1, \dots, y_{k-1} \in K-T$  und  $Z \in K$ , so gibt es  $K'$  derart, daß  $Z$  und  $T$  auf verschiedenen Seiten von  $K'$  liegen, wobei  $y_1, \dots, y_{k-1} \in K'$  und  $q' \in K'$  mit zu einem  $q \in K - \{y_1\} - \dots - \{y_{k-1}\}$  beliebig benachbarten  $q'$ . Es wird gezeigt: (I), (II) ist gleichwertig mit (I) (II') (III') und (III) ist Folge von (I) und (II). Für  $k=1$  sind Einschränkungen bezüglich  $\mathcal{K}$  erforderlich.

R. Walter: Zur affinen Differentialgeometrie der 2-dimensionalen Flächen im 4-dimensionalen Raum.

Die 2-dimensionalen Flächen  $F_2$  des 4-dimensionalen Raumes, die weder Torsen sind noch in einer festen Hyperebene liegen, tragen entweder ein eindeutig bestimmtes konjugiertes Netz (a) oder eine eindeutig bestimmte Schar von Asymptotenlinien (b). Der Fall (a) wurde von verschiedenen Autoren behandelt, z.B. von C.C.Hsiung (1947),

*[The page contains extremely faint, illegible text, likely bleed-through from the reverse side of the paper. The text is too light to transcribe accurately.]*



W.Klingenberg (1951) und M. Barner (1952). Für die Nichtregel­flächen des Falles (b) wird hier eine zweite affin­invariante Kurvenschar auf  $F_2$  so angegeben, daß das ausgezeichnete Netz auf  $F_2$  dem Netz der Asymptotenlinien der von den Schmiegtangenten im Fernraum ausge­ schnittenen Fläche entspricht. Mit Hilfe des Bolschen Kalküls der halbinvarianten Ableitung können weiter ein affin­invariantes be­ gleitendes Vierbein und insbesondere gewisse Affinnormalen ausgezeich­ net werden. Der darauf aufgebaute Formelapparat wird dann zur Unter­ suchung der Schmiequadriken und spezieller Flächen wie Sphären, abwickelbare Flächen und Bewegungsflächen herangezogen. Eine ent­ sprechende Theorie für den projektiven Raum scheint nicht bekannt zu sein.

E. Heil: Zur affinen Differentialgeometrie der Eilinen.

1. Mit Hilfe der zentralaffinen Kurventheorie wird gezeigt, daß der von Landsberg und der von Bliss in der Variationsrechnung einge­ führte Winkel genau dann gleich ist, wenn ein Riemannscher Raum vorliegt.
2. Bei einer Eilinie bezeichnet  $U_s$  den scherungsinvarianten und  $U_{ZA}$  den zentralaffinen Umfang.  $F$  sei die Fläche und  $F^*$  die der polaren Eilinie. Drei von Blaschke und Radon stammende Ungleichun­ gen lassen sich in eine Kette bringen:

$$\frac{U_s^3}{2F} \leq U_{ZA}^2 \leq 4FF^* \leq 4\pi^2.$$

Daraus ergibt sich vielleicht eine einfachere Möglichkeit, diese Ungleichungen zu beweisen.

H. Bieri: Lösung des Reinhardschen Problems für  $n=6$ .

Dieses elementargeometrische Problem lautet: "Unter allen konvexen  $n$ -Ecken mit vorgeschriebenem Durchmesser  $d=1$  ist dasjenige mit größtem Flächeninhalt  $F$  anzugeben und der Wert dieses Maximums zu be­ rechnen". Seit langem ist die Ungleichung  $F \leq \frac{n}{2} \cos \frac{\pi}{n} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{2n}$ , ( $n \geq 3$ ), be­ kannt, wobei das Gleichheitszeichen dann gilt, wenn  $n$  ungerade und das  $n$ -Eck regulär ist.

Für gerades  $n$  liegen die Verhältnisse viel komplizierter, Schon der niedrige Fall  $n=4$  zeigt eine Besonderheit, indem es eine 2-paramete­ trige Schar von Extremfiguren gibt, welche das Quadrat enthält. Für gerades  $n > 4$  ist das reguläre  $n$ -Eck nur noch in der Teilklasse der zentralsymmetrischen Polygone extremal, während es, wie I.Schaeffer, Montevideo, bewies, seine Extremaleigenschaft in der umfassenden



Klasse aller Polygone einbüßt. An die Stelle der früheren Ungleichung tritt jetzt  $\frac{n}{8} \sin \frac{2\pi}{n} < F_n < \frac{n}{2} \cos \frac{\pi}{n} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{n \cdot 2}$ .

Es ist nun gelungen, den nächst höheren Fall  $n=6$  zu erledigen. Das extremale 6-Eck zählt 6 Durchmesser, also die Maximalzahl, und es gehört einer einparametrischen 6-Eckschar mit derselben Durchmesserkonfiguration an. Irgend eine besondere geometrische Eigenschaft weist es nicht auf. (Außer der Achsensymmetrie, wobei ein Durchmesser auf dieser Achse liegt.) Sein Flächeninhalt  $F$  beträgt  $F_6=0,67498\dots$  (reg. Sechseck:  $F_{\text{reg}}=0,64952\dots$ ).

G. Ewald: Reihenentwicklungen konvexer Körper.

Wir geben einen Beitrag zu dem Problem, beliebige konvexe Körper aus einfachen Bausteinen durch Minkowskische Reihenentwicklung bzw. einer Verallgemeinerung hiervon zusammensetzen. Eine Schwierigkeit besteht darin, daß hinsichtlich Minkowskischer Addition die Menge aller konv. Körper des  $\mathbb{R}^n$  nur eine Halbgruppe bildet. Rechnet man aber mit gewissen Äquivalenzklassen konvexer Körper statt mit den Körpern selbst, so kann man Hilberträume aufbauen und in diesen Reihenentwicklungen nach Orthogonalbasen vornehmen. Äquivalente Körper unterscheiden sich dabei durch Summanden, die einen vorgegebenen  $r$ -dimensionalen Unterraum des  $\mathbb{R}^n$  ( $0 \leq r \leq n-1$ ) als Symmetrieachse besitzen. Systeme von Hilberträumen, die man hierbei erhält, lassen sich als Halme in Garben <sup>mit</sup> einer Graßmann-Mannigfaltigkeit als Basisraum auffassen.

G. Hajos: Über den Durchschnitt eines Kreises und eines  $n$ -Ecks.

Es wird der Satz bewiesen, daß in einer Ebene konstanter Krümmung ein vorgegebener Kreis und ein  $n$ -Eck vorgegebenen Inhaltes dann einen Durchschnitt maximalen Inhaltes besitzen, wenn das  $n$ -Eck regulär ist und konzentrisch liegt.

L. Godeaux: Surfaces associées à une suite de Laplace terminée.

On démontre l'existence de surfaces associées à une suite de Laplace terminée dans l'espace à cinq dimensions en utilisant la théorie des congruences  $W$ . On obtient en particulier des surfaces dont les asymptotiques d'un mode appartiennent à des complexes linéaires (on retrouve les résultats de Terracini) et les surfaces dont les réglées asymptotiques gauches d'un mode appartiennent à des complexes linéaires. (Mémoires de l'Acad. roy. de Belgique, 1964).

1. Einleitung

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Analyse der Auswirkungen der Digitalisierung auf den Arbeitsmarkt. In den letzten Jahren hat die Digitalisierung einen rapiden Aufschwung erlebt, was zu erheblichen Veränderungen in der Arbeitswelt geführt hat. Diese Veränderungen betreffen sowohl die Art der Tätigkeiten als auch die Anforderungen an die Arbeitskräfte. In diesem Kontext ist es wichtig, die Auswirkungen der Digitalisierung auf den Arbeitsmarkt zu untersuchen, um die Chancen und Risiken zu verstehen und entsprechende Maßnahmen zu ergreifen.

Die Digitalisierung hat zu einer Verschiebung der Nachfrage nach Arbeitskräften in Richtung höherqualifizierter Tätigkeiten geführt. Dies hat zu einer Zunahme der Nachfrage nach Hochschulabschulung und Weiterbildung geführt. Gleichzeitig ist die Nachfrage nach niedrigqualifizierten Tätigkeiten zurückgegangen, was zu einer Zunahme der Arbeitslosigkeit in diesem Bereich geführt hat. Diese Veränderungen haben zu einer Polarisierung des Arbeitsmarktes geführt, bei der die Löhne für hochqualifizierte Tätigkeiten stark ansteigen, während die Löhne für niedrigqualifizierte Tätigkeiten stagnieren oder sinken. Dies hat zu einer Zunahme der Einkommensungleichheit geführt, was ein wichtiges Thema für die Politik ist. Um die Auswirkungen der Digitalisierung auf den Arbeitsmarkt zu verstehen, ist es notwendig, die Veränderungen in der Nachfrage nach Arbeitskräften, den Anforderungen an die Arbeitskräfte und den Löhnen zu untersuchen. In diesem Zusammenhang ist es wichtig, die Rolle der Bildung und Weiterbildung zu betrachten, da diese entscheidend für die Anpassung der Arbeitskräfte an die Anforderungen der Digitalisierung sind. Die Politik sollte Maßnahmen ergreifen, um die Chancen der Digitalisierung zu nutzen und die Risiken zu mindern, um einen fairen und nachhaltigen Arbeitsmarkt zu schaffen.

Die Digitalisierung hat zu einer Verschiebung der Nachfrage nach Arbeitskräften in Richtung höherqualifizierter Tätigkeiten geführt. Dies hat zu einer Zunahme der Nachfrage nach Hochschulabschulung und Weiterbildung geführt. Gleichzeitig ist die Nachfrage nach niedrigqualifizierten Tätigkeiten zurückgegangen, was zu einer Zunahme der Arbeitslosigkeit in diesem Bereich geführt hat. Diese Veränderungen haben zu einer Polarisierung des Arbeitsmarktes geführt, bei der die Löhne für hochqualifizierte Tätigkeiten stark ansteigen, während die Löhne für niedrigqualifizierte Tätigkeiten stagnieren oder sinken. Dies hat zu einer Zunahme der Einkommensungleichheit geführt, was ein wichtiges Thema für die Politik ist. Um die Auswirkungen der Digitalisierung auf den Arbeitsmarkt zu verstehen, ist es notwendig, die Veränderungen in der Nachfrage nach Arbeitskräften, den Anforderungen an die Arbeitskräfte und den Löhnen zu untersuchen. In diesem Zusammenhang ist es wichtig, die Rolle der Bildung und Weiterbildung zu betrachten, da diese entscheidend für die Anpassung der Arbeitskräfte an die Anforderungen der Digitalisierung sind. Die Politik sollte Maßnahmen ergreifen, um die Chancen der Digitalisierung zu nutzen und die Risiken zu mindern, um einen fairen und nachhaltigen Arbeitsmarkt zu schaffen.

Die Digitalisierung hat zu einer Verschiebung der Nachfrage nach Arbeitskräften in Richtung höherqualifizierter Tätigkeiten geführt. Dies hat zu einer Zunahme der Nachfrage nach Hochschulabschulung und Weiterbildung geführt. Gleichzeitig ist die Nachfrage nach niedrigqualifizierten Tätigkeiten zurückgegangen, was zu einer Zunahme der Arbeitslosigkeit in diesem Bereich geführt hat. Diese Veränderungen haben zu einer Polarisierung des Arbeitsmarktes geführt, bei der die Löhne für hochqualifizierte Tätigkeiten stark ansteigen, während die Löhne für niedrigqualifizierte Tätigkeiten stagnieren oder sinken. Dies hat zu einer Zunahme der Einkommensungleichheit geführt, was ein wichtiges Thema für die Politik ist. Um die Auswirkungen der Digitalisierung auf den Arbeitsmarkt zu verstehen, ist es notwendig, die Veränderungen in der Nachfrage nach Arbeitskräften, den Anforderungen an die Arbeitskräfte und den Löhnen zu untersuchen. In diesem Zusammenhang ist es wichtig, die Rolle der Bildung und Weiterbildung zu betrachten, da diese entscheidend für die Anpassung der Arbeitskräfte an die Anforderungen der Digitalisierung sind. Die Politik sollte Maßnahmen ergreifen, um die Chancen der Digitalisierung zu nutzen und die Risiken zu mindern, um einen fairen und nachhaltigen Arbeitsmarkt zu schaffen.



D. Roether: Zur Projektiven Differentialgeometrie der Geradenkomplexe.

In Analogie zur Geometrie im Tangentenbüschel der klassischen Flächentheorie (vgl. HAACK, Lehrbuch der Differentialgeometrie, § 25) findet man einen einfachen Zugang zur Geometrie der Umgebung zweiter Ordnung von Geradenkomplexen im  $P_3$ . Die Theorie der linearen Kegelschnittssysteme wird zum roten Faden der differentialgeometrischen Untersuchungen. Durch geeignete Wahl des Bezugssystems kann man dieselben Methoden auch zur Untersuchung von T-Paaren von Komplexen (eine Verallgemeinerung der verschränkten Kongruenzpaare) heranziehen.

W. Burau: Kongruenzen von rationalen Normkurven und zugehörige algebraische Mannigfaltigkeiten.

Unter einer Kongruenz wird die Menge aller  $\infty^{n-1}$  durch  $n+2$  feste Punkte gehenden rationalen Normkurven  $V_1^n$  des  $P_n$  verstanden. Es werden geometrische Konstruktionen angegeben für die einfachsten alg. Mannigfaltigkeiten  $M_{n-1}$ , deren Punkte den Kurven einer solchen Kongruenz eineindeutig entsprechen. Bemerkenswert ist, daß diese  $M_{n-1}$  bei geradem  $n$  durch  $n+2$  Scharen von Geraden und bei ungeradem  $n$  durch  $n+2$  Scharen von Kegelschnitten gefasert sind. Diese Scharen spannen jeweils zu je zweien Flächen auf. Es werden die einfachsten Fälle angegeben. Bei  $n=3$  ist die  $M_2$  eine Fläche 5. Grades des  $P_5$  mit 5 Kegelschnittscharen eines von Bol angegebenen Ausnahmetyps, der somit verallgemeinert wird.

S. Golab: Über Differentialkomitanten erster Ordnung von gewissen Objektfeldern.

Ist ein Objektfeld  $\Omega(x)$  gegeben, wo die Funktionen  $\Omega$  mit ersten stetigen Ableitungen ausgestattet sind und ist außerdem eine Funktion  $\Psi(\Omega, \partial\Omega)$  gegeben, so kann es vorkommen, daß  $\Omega^* = \Psi(\Omega, \partial\Omega)$  ein geometrisches Objekt darstellt. In diesem Fall nennen wir es eine Differentialkomitante erster Ordnung des Feldes  $\Omega$ . Es werden kurz Methoden skizziert, die zur Bildung solcher Komitanten führen, falls  $\Omega$  ein ziemlich einfaches Objekt erster Klasse ist und der Typus von  $\Omega^*$  vorgeschrieben ist.

G. Ringel: Neuere Ergebnisse in der relativen Graphentheorie.

Der vollständige Graph  $V_n$  mit  $n$  Knotenpunkten besteht aus  $n$  Knotenpunkten, die untereinander jeder mit jedem durch eine Kante verbunden sind. Der vollständige paare Graph  $V_{p,q}$  besteht aus  $p$  "roten" und  $q$  "blauen" Knotenpunkten und jeder rote ist mit jedem blauen



durch eine Kante verbunden. Unter dem Geschlecht  $\gamma(G)$  eines Graphen  $G$  versteht man das kleinstmögliche Geschlecht einer orientierbaren Fläche, auf der sich der Graph  $G$  ohne Überschneidung der Kanten einzeichnen läßt. Während  $\gamma(V_n)$  bis jetzt nur für  $n \equiv 0, 1, 3, 4, 7, 10 \pmod{12}$  bekannt ist (Gustin, Ringel, Terry, Welch, Youngs), gelang es 1964  $\gamma(V_{p,q})$  für alle Paare  $p, q$  zu bestimmen. Es ist

$$\gamma(V_{p,q}) = \left\{ \frac{(p-2)(q-2)}{4} \right\}, \quad \text{Hierbei bedeutet } \{x\} \text{ die kleinste ganze Zahl } \geq x.$$

F. Karteszi: Einige gelöste und ungelöste Probleme zur Inzidenzgeometrie (Kombinatorische Extremalaufgaben).

Es wurden drei elementare Probleme behandelt. Das erste bezog sich auf die Anzahl der Dreiecke, die durch eine endliche Punktmenge aufgespannt sind und einen gemeinsamen inneren Punkt besitzen. - Das zweite war die Untersuchung der Inzidenzstruktur jener regelmäßigen  $n$ -Ecke, die aus einem ausgehend durch die Diagonalen gleicher Länge erzeugt sind. - Endlich das dritte bestand darin, Schranken der Anzahl jener Geraden anzugeben, die aus einer Menge von  $n$  Punkten genau  $k$  Punkte enthalten.

I. Reiman: Extremalaufgabe bezüglich endlicher projektiver Räume.

Man bezeichnet die Anzahl der Punkte eines  $n$ -dimensionalen endlichen projektiven Raumes mit  $p$ , die Anzahl seiner  $t$ -dimensionalen Unterräume mit  $s$  und die Anzahl jener  $t$ -dimensionalen Unterräume, die zwei festgesetzte Punkte enthalten, mit  $k$ . Man betrachtet eine Menge  $R$  von beliebigen  $p$  Elementen, ferner  $s$  Teilmengen  $U_1, U_2, \dots, U_s$  und definiert die Funktion

$$F(r, U_i) = \begin{cases} 1, & \text{für } r \in U_i \\ 0, & \text{für } r \notin U_i \end{cases}$$

Es wird gefragt: höchstens wie oft kann die Funktion  $F(r, U_i)$  den Wert 1 annehmen, wenn wir die Bedingung stellen, daß ein beliebiges Elementenpaar in höchstens  $k$  Teilmengen vorkommen darf; ferner: in welchen Fällen kommt diese maximale Anzahl vor. Man kann beweisen, daß die Struktur der die Extremalbedingungen befriedigenden Menge und ihre Teilmengen der Struktur eines endlichen projektiven Raumes von entsprechender Punktezahl sehr ähnlich ist, und im Falle  $n=2, t=1$  eine Isomorphie zu einer projektiven Ebene vorliegt.

P. Dombrowski: Über die GAUSS-KRONECKERSche Krümmung.

Es wird eine Formel zur Berechnung der GAUSS-KRONECKERSchen Krümmung

1. Einmalige Kosten für die Anschaffung von Grundstücken und Gebäuden sind in der Bilanz als immaterielle Vermögensgegenstände zu erfassen. Die Abschreibung erfolgt linear über die Nutzungsdauer.

2. Die Abschreibung von immateriellen Vermögensgegenständen erfolgt linear über die Nutzungsdauer. Die Nutzungsdauer ist die Zeitdauer, in der der Vermögensgegenstand voraussichtlich wirtschaftlich genutzt werden wird.

3. Die Abschreibung von immateriellen Vermögensgegenständen erfolgt linear über die Nutzungsdauer. Die Nutzungsdauer ist die Zeitdauer, in der der Vermögensgegenstand voraussichtlich wirtschaftlich genutzt werden wird.

4. Die Abschreibung von immateriellen Vermögensgegenständen erfolgt linear über die Nutzungsdauer. Die Nutzungsdauer ist die Zeitdauer, in der der Vermögensgegenstand voraussichtlich wirtschaftlich genutzt werden wird.

5. Die Abschreibung von immateriellen Vermögensgegenständen erfolgt linear über die Nutzungsdauer. Die Nutzungsdauer ist die Zeitdauer, in der der Vermögensgegenstand voraussichtlich wirtschaftlich genutzt werden wird.

K einer Hyperfläche F in einer n-dim. orientierten Riemannschen  $C^\infty$ -Mannigfaltigk.  $(M, \langle \dots, \dots \rangle)$  angegeben, wenn F Nullstellenmenge einer reellwertigen  $C^\infty$ -Funktion  $\varphi$  auf M ist mit  $(d\varphi)_p \neq 0$  für alle  $p \in F$ . Dazu folgendes: Def.1: Ist V ein n-dim. Vektorraum über dem kommutativen Körper k, ist  $T \in \text{End}(V)$  und bezeichnet  $\chi_T(X) = \det(X \cdot I - T) \in k[X]$  das charakteristische Polynom von T, ( $I := \text{Id}_V, X$  Unbestimmte über k), so gibt es offenbar  $\varphi_T(X) \in k[X]$  mit  $X \cdot \varphi_T(X) = \det(T) - (-1)^n \chi_T(X)$  und wir setzen  $T^V := \varphi_T(T) \in \text{End}(V)$ . - Def.2: Ist V ein n-dim. Vektorraum über R und  $\langle \dots, \dots \rangle$  eine nicht-entartete Bilinearform auf V, so gibt es zu jeder Bilinearform h auf V genau ein  $H \in \text{End}(V)$  mit  $h(x, y) = \langle H(x), y \rangle$  für alle  $x, y \in V$ . Dann definieren wir die Bilinearform  $h^V$  (bzgl.  $\langle \dots, \dots \rangle$ ) durch  $h^V(x, y) := \langle H^V(x), y \rangle$  für alle  $x, y \in V$ , (vgl. Def.1). - Def.3: Der Funktion  $\varphi$  (s.o.) ist das Gradientenvektorfeld  $\nabla_\varphi$  und die HESSEsche Bilinearform  $h_\varphi$ , (ein Tensorfeld vom Typ  $(2, 0)$ ), zugeordnet, charakterisiert durch  $\langle \nabla_\varphi, X \rangle = X \cdot \varphi$  bzw.  $h_\varphi(X, Y) = X \cdot Y \cdot \varphi - (\nabla_X Y) \cdot \varphi$  für je zwei  $C^\infty$ -Vektorfelder X, Y auf M. - Satz: Vor.: Siehe oben. Beh.:  $K(p) = (\|\nabla_\varphi\|^{-(n+1)} h^V(\varphi, \nabla_\varphi))|_p$

für  $p \in F$ .

St. Bilinski: Eine analytische Begründung der hyperbolischen Geometrie.

Es ist bekannt, daß man in der Geometrie der hyperbolischen Ebene die Gleichung des Punktes in Enden ausdrücken kann, und daß jede Isometrie der hyperbolischen Ebene durch eine gebrochen lineare Transformation der Enden dieser Ebene darstellbar ist. Aber auch ganz allgemein hat jedes Ereignis im Endlichen der hyperbolischen Ebene sein Gegenstück in der Menge der Enden dieser Ebene. Es erhebt sich also die Frage, auf welche Weise man aus Betrachtungen auf dem algebraischen Körper der Enden alle Vorgänge im Endlichen der hyperbolischen Ebene rekonstruieren könnte. Als Antwort auf diese Frage wird eine Interpretation der Geometrie der hyperbolischen Ebene in der Geometrie der projektiven Geraden gegeben, denn die geordnete Menge der Enden, organisiert als algebraischer Körper im Sinne der Hilbertschen Endenrechnung, hat die wesentlichen Kennzeichen der projektiven Geraden. Als geeigneter analytischer Apparat für diese Untersuchungen erwies sich der lineare Raum  $L_3$ , der auf gewisse Weise metrisiert wurde.

W. Vogel: Zur Geometrie des singulären Riemannschen Raumes.

In einem singulären Riemannschen Raum werden drei Tensoren, sog. BORTO/LOTTI-Tensoren, eingeführt und ihre Eigenschaften untersucht.



Danach wird an 3 Problemen gezeigt, wie sich diese Tensoren in der Theorie des singulären Raumes mit Vorteil verwenden lassen:

1. Normalkoordinaten. Durch die BORT. Tensoren läßt sich die isotrope Struktur des singulären Raumes beschreiben.
2. Lineare Zusammenhänge. In einem singulären Raum gibt es genau dann metrische, symmetrische Zusammenhänge, wenn er absolut reduzibel ist.
3. Geodätische und Autoparallelen. Bestimmung der geodätischen Zusammenhänge, bei denen jede Autoparallele eine Geodätische ist.

W. Degen: Zur projektiven Kinematik gewisser einparametriger Hyperquadrikscharen.

Mit Hilfe von Methoden der projektiven Kinematik gelingt die Verallgemeinerung der wichtigsten Sätze von BLUTEL, THOMSEN und GAMBIER über Flächen des dreidimensionalen projektiven Raumes, die von Kegelschnitten erzeugt und von Kegeln eingehüllt werden, auf Hyperflächen des  $n$ -dimensionalen Raumes, die von  $(n-2)$ -dimensionalen Quadriken erzeugt und von den entsprechenden dualen Quadriken eingehüllt werden. Es wird insbesondere gezeigt, daß sie paarweise als zueinander duale Hüllflächen einer Hyperquadrikschar  $(Q_t)$  erzeugt werden können, wobei die Hyperquadriken  $Q_t$  durch Mitführen einer festen Hyperquadrik in einer projektiven Zielbewegung entstehen. Diese werden im einzelnen näher untersucht (Bestimmung ihrer Singularitäten und Berührstellen 2. Ordnung mit  $Q_t$ ; Charakterisierung der Projektivkanalflächen).

R. Wagner: Automorphismen von projektiven Bewegungsgruppen.

Für Unterräume  $L, M$  des  $n$ -dim. Vektorraumes  $V$ , d.h. im  $(n-1)$ -dim. projektiven Raum  $P$  mit euklidisch angeordnetem Koordinatenkörper  $K$  wird durch Vorgabe einer Unterraumkette  $V=K_0 \supset \dots \supset K_\sigma \supset \dots \supset K_{t+1}=0$  und symmetrischer Bilinearformen  $\omega_\sigma(x,y)$  auf  $K_\sigma$  mit Kern  $K_{\sigma+1}$  eine Orthogonalitätsrelation definiert:  $L \perp M$  bedeutet  $\omega_\sigma(x,y) = 0$  für alle  $x \in L \cap K_\sigma$  und  $\sigma=0, \dots, t$ . Gewisse hiernach zulässige Involutionen in  $P$  erzeugen die Gruppe  $PO_n(K; \omega_0, \dots, \omega_t)$  als natürliche Verallgemeinerung der klassischen projektiv-orthogonalen Gruppen. - Zur Gewinnung aller Automorphismen von  $PO_n(\dots)$  werden für die endlich vielen Klassen konjugierter Involutionen gruppentheoretische Unterscheidungsmerkmale bestimmt; z.B. haben allein die Klassen der Involutionen mit einem  $K_\sigma$  als Eigenraum die Eigenschaft, mit je drei Elementen auch dessen Produkt zu enthalten. Für die bei Automorphismen eintretenden Permutationen der Klassen bleiben dann - wenigstens im Mo-





dellfall durchweg semidefiniter  $\phi_\sigma$  - nur zwei einfache Möglichkeiten.  
Wie bei den klassischen Gruppen ergibt sich, daß alle Automorphismen  $a \rightarrow \phi(a)$  von  $PO_n(\dots)$  geometrischen Ursprungs sind: Zu jedem  $\phi$  existiert eine zulässige Kollineation  $f$  in  $P$  so, daß  $\phi(a) = f^{-1}af$  oder aber - falls die Orthogonalitätsstruktur bei einer Korrelation  $w$  in sich übergeht -  $\phi(a) = f^{-1}(w^{-1}aw)f$  gilt.

H. Münzner: Über die isolierten Nullstellen des dreistufigen Fundamentaltensors der zentroaffinen Flächentheorie.

Es sei  $= A_{i_1 \dots i_n} du^{i_1} \dots du^{i_n}$  ein stetiges Feld binärer Formen auf einer zweidimensionalen differenzierbaren Mannigfaltigkeit mit nur reellen Nullrichtungen. Einer isolierten Nullstelle  $P$  des Tensors  $A_{i_1 \dots i_n}$  läßt sich ein Poincaréindex zuordnen. In Analogie zu bekannten<sup>n</sup> Ergebnissen über Asymptoten- und Krümmungslinien wird gezeigt: Ist  $\Psi$  speziell die kubische Grundform der zentro-affinen Flächentheorie, und besitzt  $\Psi$  in jedem Punkt außer  $P$  drei paarweise linear unabhängige Nullrichtungen, so ist der Index von  $\Psi$  in  $P$  nicht positiv.

U. Simon (Karlsruhe)

