Mathematisches Forschungsinstitut
Oberwolfach

Bericht

Arbeitstagung Professor Baer
vom 3. bis 6. Januar 1965

In dieser Tagung wurden vor allem ringtheoretische, gruppentheoretische, geometrische und dazu benachbarte Fragen behandelt. Nach den einzelnen Vorträgen fanden rege Diskussionen statt. Besondere Anregungen verdanken wir Herrn Professor R.W. Carter, Newcastle, und Herrn Professor T.A. Springer, Utrecht. In den Vorträgen wurde zum Teil das Gespräch früherer Tagungen fortgesetzt; zum Beispiel erweiterte H. Mäurer ein Ergebnis von H. Karzel, das auf der Tagung "Grundlagen der Geometrie" (20. - 24. 4. 1964) vorgetragen wurde, und P. Dembowski behandelte ein Problem weiter, das von D.R. Hughes auf der Tagung "Die Geometrie der Gruppen und die Gruppen der Geometrie" (18.- 23. 5. 1964) aufgegriffen wurde.

Anwesend waren:
Professor R.W. Carter, Newcastle
Dr. J. Cofman, Novi Sad (z.Zt. Frankfurt)
Professor K.M. Kronstein, Notre Dame, Ind. (z.Zt. Frankfurt)
Dr. H. Lüneburg, Mainz
als Gäste, ferner aus Frankfurt

B. Amberg
Professor Dr. R. Baer
H.J. Birkenstock
Y. Chen
Dr. P. Dembowski
Dr. B. Fischer
R. Göbel
H.J. Groh
D. Grosse
K.D. Günther
Dr. H. Heineken
Dr. D. Held
Dr. O.H. Kegel
W. Leißner
W. Liebert
Dr. H. Mäurer
G. Michler
M. Newell
P. Plaumann
Dr. H. Salzmann
A. Schlette
U. Schoenwaelder
R. Schmidt
K. Strambach
J. Walbaum
H. Walter
I. Weidig
J. Wiederhold

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

R. Wille
D. Wölk

R. Zirpel

R.W. CARTER: Die 2-Sylowgruppen der endlichen klassischen Gruppen.

Es wurde ein Bericht über eine gemeinsame Arbeit von R.W. Carter und Paul Fong gegeben, in der die 2-Sylowgruppen der endlichen klassischen Gruppen $GL_n(q)$, $Sp_{2n}(q)$, $U_n(q)$, $O^{+}_{2n+1}(q)$, $O_{2n}(q)$ mit $= \pm$ bestimmt wurden für ungerades q. Sie sind lauter direkte Produkte von Gruppen des Typs $W \wr C_2 \wr C_2 \wr \ldots \wr C_2$, wobei W eine Sylowgruppe der klassischen Gruppe der Dimension 2 ist. - Die Normalisatoren der 2-Sylowgruppen wurden auch bestimmt. Sei $n = 2^{r_1}+2^{r_2}+2^{r_3}+\ldots+2^{r_t}$ mit $r_1<r_2<r_3<\ldots<r_t$. Dann gilt:

$N(S) = S \times C_k \times C_k \times C_k \ldots \times C_k$ für $GL_n(q)$, wobei $q-1 = 2^{*}k$

ebenso für $U_n(q)$, wenn $q+1 = 2^{*}k$

$N(S) = S$ für $Sp_{2n}(q)$ mit $q \equiv \pm 1 \mod 8$

$[N(S) : S] = 3^t$ für $Sp_{2n}(q)$ mit $q \equiv \pm 3 \mod 8$

$N(S) = S$ für $O^{+}_{2n+1}(q)$, $O^{+}_{2n}(q,q)$

(R.W. Carter und P. Fong: Journal of Algebra, Vol. 1 No. 2 (1964) 139-151)

J. COFMAN: Kennzeichnung endlicher desarguesscher Ebenen.

Sei π eine projektive Ebene vom Lenz-Barlotti-Typ III_1, das heißt, es gibt ein nicht-inzidentes Punkt-Geradenpaar P, g in π derart, daß π (Q, PQ)-transitiv für alle Punkte Q von g ist. Dann ist π desarguessch, falls die Ordnung n der Ebene eine Primzahl ist, oder von der Form $n \equiv 5 \mod 8$.

P. DEMBOWSKI: Nichtexistenz von transitiven Erweiterungen der endlichen affinen Gruppen.

Beweis des folgenden Satzes: Es Sei $A = A_n(q)$ der n-dimensionale affine Raum über GF(q) und Γ eine Kollineationsgruppe von A, die alle Scherungen enthält, d.h. alle Elationen mit eigentlicher Achse. Dann besitzt Γ, aufgefaßt als Permutationsgruppe der Punkte von A, genau dann eine transitive Erweiterung, wenn n=q=2 ist.

B. FISCHER: Kennzeichnung der symmetrischen Gruppen vom Grade 4 und 5.

Satz: Sei G eine endliche Gruppe, die von einer Klasse D konjugierter Involutionen erzeugt wird mit den Eigenschaften

o) das Produkt von nicht vertauschbaren Elementen von D hat die Ordnung p für eine feste Primzahl p,

b) drei paarweise verschiedene Elemente von D erzeugen keine 2-Gruppe,

c) ist d ein Element von D, so ist $C_D(d) = d$. Dann ist G zur symmetrischen Gruppe vom Grade 4 oder 5 isomorph.

H. LÜNEBURG: Über die Struktursätze der projektiven Geometrie.

Für die beiden folgenden Sätze werden neue Beweise angegeben:
Satz 1: Ist Γ ein desarguesscher projektiver Raum vom Range größer oder gleich 3, so gibt es einen und bis auf umkehrbare semilineare Abbildungen nur einen Rechtsvektorraum V, so daß der Unterraumverband L_Γ von Γ und der Verband L_V der linearen Unterräume von V isomorph sind.
Satz 2: Sind Γ und Γ^* zwei desarguessche projektive Räume vom Range größer oder gleich 3 und ist σ ein Isomorphismus von Γ auf Γ^*, so gibt es eine semilineare Abbildung des Γ zugrunde liegenden Vektorraumes auf den Γ^* zugrunde liegenden Vektorraum, durch die σ induziert wird.

H. MÄURER: Eine Bemerkung über abelsche Inzidenzgruppen.

H. Karzel hat in [1] und [2] gezeigt, daß eine desarguessche Inzidenzgruppe G mit $2 \leq \dim G < \infty$ genau dann abelsch ist, wenn der zugehörige normale Fastkörper ein kommutativer Körper ist (Zur Definition der Begriffe "Inzidenzgruppe" und "normaler Fastkörper" siehe [1] und [2].)
Es wurde gezeigt, daß dieses Ergebnis auch für unendlich dimensionale Inzidenzgruppen richtig ist. Der Beweis verwendet wesentlich die Gültigkeit des Satzes für ebene Inzidenzgruppen.
Inzwischen habe ich erfahren, daß Herr Karzel einen anderen Beweis gefunden hat, der nicht die Gültigkeit des Satzes für ebene Inzidenzgruppen benötigt.

Literatur: [1] H. Karzel: Kommutative Inzidenzgruppen Arch. d. Math. 13, 6. (1962)

[2] H. Karzel: Ebene Inzidenzgruppen Arch. d. Math. 15, 1. (1964)

G. MICHLER: Primideale und Radikale in Ringen.

Sei f ein vollständiges und erbliches Radikal über einer Klasse von Ringen, die mit einem Ring R alle Ideale (zweiseitige) und alle epimorphen Bilder von R enthält. Für jeden Ring $R \in \vartheta$ sei

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

$\mathfrak{J}(R\,\mathfrak{f})$ die Menge aller Primideale P von R mit f(R/P) = 0, dann ist $\mathfrak{J}(R\setminus\mathfrak{f})$ ein topologischer Raum. Es gilt folgender Satz:
Ist f ein erbliches und vollständiges Radikal über $\mathfrak{S}$, und $R\in\mathfrak{S}$ ein Ring, für den in R/fR die Maximalbedingung für zweiseitige Ideale gilt, dann sind folgende Aussagen äquivalent:

1) $$\mathfrak{f}R = \bigcap_{P\in\mathfrak{J}(R/\mathfrak{f})} P$$

2) R/fR ist eine endliche subdirekte Summe von Primringen P_i mit $fP_i = 0$

3) Für jedes Ideal $\mathfrak{J}$ von R mit $\mathfrak{J}\neq f\mathfrak{J}$ ist die Abbildung φ: $P\to P\cap\mathfrak{J}$ mit $P\in\mathfrak{P}(\mathfrak{J}) = \{P\in\mathfrak{J}(R\setminus\mathfrak{f})\setminus P\not\supseteq\mathfrak{J}\}$ ein Homöomorphismus von $\mathfrak{J}(\mathfrak{J}/\mathfrak{f})$ auf $\mathfrak{P}(\mathfrak{J})$.

T.A. SPRINGER: Bericht über die Klassifikation der einfachen algebraischen Gruppen.

Es wird eine Übersicht gegeben über die Ergebnisse, die jetzt über die Klassifikation gefunden sind.

K.M. KRONSTEIN: Die Charaktere der p-Gruppen.

G sei eine Gruppe mit zyklischem normalen p-Komplement, und χ ein irreduzibler Charakter von G. Dann gibt es Untergruppen W mit einem Charakter χ derart, daß

a) $\psi^G = \chi$

b) $Q(\psi) = Q(\chi)$, ($Q(\psi)$, $Q(\chi)$ sind Charakterkörper)

c) $m(\psi) = m(\chi)$, ($m(\psi)$, $m(\chi)$ sind die Schurschen Indizes)

d) In W/ker ψ ist jeder abelsche Normalteiler zyklisch.

Wenn G eine p-Gruppe ist, sind die Gruppen, welche als W/ker ψ in Frage kommen, bekannt : Sie sind entweder zyklisch oder 2-Gruppe mit zyklischer maximaler Untergruppe (P. Roquette, Arch. d. Math.2, 241 - 250)

D. HELD: Nilautomorphismen.

Der Automorphismus α der Gruppe G heißt beschränkter Nilautomorphismus von G, wenn α ein beschränkt engelsches Element von $G\{\alpha\}$ ist.- $\mathfrak{C}$ ist die Klasse aller Gruppen mit folgender Eigenschaft: Ist ψ ein residuell endlich nilpotentes epimorphes Bild von $\emptyset$, so ist ψ eine Torsionsgruppe. Es gilt folgender Satz:
Ist G eine Gruppe mit lauter artinschen abelschen Untergruppen und $\emptyset\in\mathfrak{C}$ eine Gruppe beschränkter Nilautomorphismen von G, so ist $\emptyset$ nilpotent und endliche Erweiterung einer Gruppe der Nilpotenz-

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

klasse 3.

K. STRAMBACH: Transitive Untergruppen der nichteuklidischen Bewegungsgruppen.

Es wurden folgende transitive Untergruppen der nichteuklidischen Bewegungsgruppen bestimmt:
Sei K ein kommutativer Körper. Sei U eine auf dem absoluten Gebilde zweifach transitive Untergruppe der $PGL_2(K)$. Dann gilt $PSL_2(K) \leq U$.
Im folgenden sei K ein angeordneter kommutativer und euklidischer Körper.
Sei Ω eine auf den Punkten innerhalb des absoluten Gebildes transitive Untergruppe der Gruppe $PGL_2(K)$. Dann gilt:
$\Omega = PSL_2(K)$ oder $\Omega = PGL_2(K)$ oder Ω ist eine Standuntergruppe der Gruppe $PSL_2(K)$ bzw. $PGL_2(K)$ auf dem absoluten Gebilde.
Sei $\widetilde{\Omega}$ eine auf den Geraden innerhalb des absoluten Gebildes transitive Untergruppe der Gruppe $PGL_2(K)$. Dann gilt:
$\widetilde{\Omega} = PSL_2(K)$ oder $\widetilde{\Omega} = PGL_2(K)$.
Sei $\emptyset$ eine auf dem absoluten Gebilde scharf einfach transitive Untergruppe der Gruppe $PSL_2(K)$ bzw. $PGL_2(K)$. Dann gilt: $\emptyset \cong SO_2$
Sei Λ eine punkttransitive (geradentransitive) Untergruppe der Gruppe $O_3^+(K, f)$, f nullteilig. Dann gilt: $\Lambda = O_3^+(K,f)$.

I. WEIDIG: Verallgemeinerte t-Gruppen.

Die von Gaschütz ("Crelle" 1957) behandelten t-Gruppen werden wie folgt verallgemeinert: Eine Gruppe heiße t-Gruppe, wenn

$$(t) \quad \text{Aus } Y \lhd X' \quad \text{folgt } Y \lhd X$$

für alle i-ten Kommutatorgruppen von G gilt, sie heiße t'-Gruppe, wenn (t) für alle Untergruppen von G gilt. Es wurde unter anderem gezeigt:

1) Jede auflösbare t-Gruppe und jede endliche t'-Gruppe ist überauflösbar; die Nilpotenzklasse von G' ist höchstens 2
2) Für metabelsche Gruppen G ist äquivalent: (a) G ist t-Gruppe (b) G ist t'Gruppe, (c) Die Elemente von G operieren als Potenzautomorphismen auf G'.
3) Ist $o(G')$ der endlichen t'-Gruppe G durch n verschiedene Primzahlen teilbar, so ist die abelsche Gruppe G/F(G) von höchstens n Elementen erzeugbar (F(G) = Fittinguntergruppe)
4) Jede endliche t'-Gruppe ist die Erweiterung einer F(G) umfassenden metabelschen Gruppe durch eine elementarabelsche 2-Gruppe der Ordnung höchstens 2^n, wobei n die minimale Erzeugendenzahl der 2-Sylowgruppe von G/F(G) ist. Die Abschätzung in 3) und 4) ist optimal.

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

R. WILLE: Halb- und fastkomplementäre Verbände.

Der Filterverband F(V) eines komplementären Verbandes V ist im allgemeinen nicht komplementär. Folgende verallgemeinerte Eigenschaften übertragen sich dagegen von V auf F(V).

Def.: Ein Verband V heißt halbkomplementär, wenn zu jedem $\alpha \in V$, $\alpha = 1$ (falls $1 \in V$) ein $x \neq 0$ existiert mit $\alpha \cap x = 0$ (szàsz). V heiße fastkomplementär, wenn zu jedem $\alpha \in V$ ein α' existiert mit $\alpha \cup \alpha' = 1$ und $\alpha' = \bigcup x$ für gewisse x mit $\alpha \cap x = 0$.

Es ergibt sich die logische Folge: komplementär $\rightarrow$ fastkomplementär $\rightarrow$ halbkomplementär. Über halb- und fastkomplementäre Verbände lassen sich folgende Sätze beweisen.

Satz 1: Ist V halbkomplementär, dann ist F(V) fastkomplementär; ist V boolesch, dann ist F(V) abschnittsfastkomplementär.

Satz 2: (Wallmann) Mann kann die atomaren vollständigen distributiven abschnittshalbkomplementären (abschnittsfastkomplentären) Verbände mit dem T_1-Räumen identifizieren. (über die abgeschlossenen Mengen).

Def.: Ein projektives Raum R heiße linear topologisch, wenn folgendes gilt: a) R ist ein T_1-Raum (mit A,B ist auch A B ein abgeschlossener linearer Teilraum c) jede abgeschlossene Menge ist Vereinigung von endlich vielen abgeschlossenen linearen Teilräumen.

Satz 3: Man kann die atomaren vollständigen modularen abschnittshalbkomplementären (abschnittsfastkomplementären) Verbände mit den linear topologischen projektiven Räumen identifizieren (über die abgeschlossenen linearen Teilräume).

H. Heineken