

B E R I C H T

Ergodentheorie

26. bis 31.7.1965

Die in Oberwolfach vom 26.-31.7.1965 abgehaltene Tagung über Ergodentheorie stand unter der Leitung von Herrn Prof. K. Jacobs (Göttingen). Von den insgesamt 35 Teilnehmern kamen 30 aus dem Ausland.

Die Teilnehmer:

Adler, R.L.	Yorktown Heights/USA
Beck, Prof. Dr. A.	Wisconsin/USA
Bentham Jutting, L.S. van	Amsterdam
Billingsley, P.	Kopenhagen
Blum, Prof. Dr. J.R.	New Mexico
Boclé, Prof. Dr. J.	Rennes
Brown, Dr. C.C.	Göttingen
Brown, Prof. Dr. J.R.	Corvallis/USA
Brunel, Prof. Dr. A.	Sceaux/France
Cigler, Prof. Dr. J.	Groningen
Csiszár, I.	Budapest
Dowker, Frau Prof. Dr. Y.N.	London
Hajian, Prof. Dr. A.	Boston
Hanson, D.L.	Columbia/USA
Helmberg, Prof. Dr. G.	Eindhoven
Hérault, Prof. Dr. D.J.	Saint Sulpice de Favières
Hopf, Prof. Dr. E.	Bloomington/USA
Ito, Prof. Dr. Y.	Providence/USA
Jacobs, Prof. Dr. K.	Göttingen
Keane, M.S.	Göttingen
Ornstein, Prof. Dr. M.S.	Stanford/USA
Parry, Prof. Dr. W.	Brighton/England
Post, K.A.	Eindhoven

# Die Lernförderung im Kindergarten

Ergebnisse und Diskussionen

## Ergebnisse

### Methodenwahl

#### Wertung und Rang

Die Ergebnisse der ersten Rangordnung zeigen, dass die Lernförderung im Kindergarten von den Eltern als sehr wichtig und wichtig eingeschätzt wird. Die Ergebnisse der zweiten Rangordnung zeigen, dass die Eltern die Lernförderung im Kindergarten als sehr wichtig und wichtig einschätzen.

### Methodenwahl

#### Auswirkungen auf Kinder

##### Sozialisierung

##### Interaktion

##### Kommunikation

##### Coaching

##### Erziehung

##### Lehrer-Pädagogik

##### Selbstmanagement

##### Neuerungen

##### Sozialisation

##### Sozialisierung

#### Wertung und Rang

##### Wertung und Rang

Rényi, Prof.Dr. A.	Budapest
Révész, Prof.Dr. P.	Budapest
Roussas, Prof.Dr. G.	San José/USA
Ryll-Nardzewski, Prof.Dr.	Wroclaw/Polen
Scheffer, C.L.	Utrecht
Simons, F.I.	Amsterdam
Smit, J.C.	Nijmegen
Stone, D.M.	Rochester/USA
Sucheston, Prof.Dr. L.	Columbus/USA
Urbanik, Prof.Dr. K.	Wroclaw
Waldenfels, Dr. W. von	Jülich
Zieschang, Dr. H.	Frankfurt/M.

Leider ergaben sich einige kurzfristige Absagen; so konnten Frau A. Ionescu-Tulcea (Urbana) und die Herren J.G. Sinai (Moskau), Anosow (Moskau), Novikov (Moskau), Gottschalk Chacon (Columbus) und C. Ionescu-Tulcea (Urbana), mit deren Anwesenheit noch bis kurz vor der Tagung gerechnet worden war, nicht teilnehmen.

Die Tagung war schön und fruchtbar. Die bewährte Institutsatmosphäre von Oberwolfach tat ihre Wirkung. Mathematiker aus den verschiedensten Ländern fanden sich zu gemeinsamer Arbeit und Diskussion und auch zu musikalischen und sportlichen Unternehmungen freundschaftlich zusammen. Insgesamt wurden 22 Vorträge gehalten und eine Reihe von Problemen gestellt. Von verschiedenen Tagungsteilnehmern wurde vorgeschlagen, der gegenwärtigen internationalen Aktivität auf dem Gebiet der Ergodentheorie durch eine jährliche Wiederholung der Tagung Rechnung zu tragen.

Nachstehend sind Auszüge der Vorträge, sowie die von den Teilnehmern aufgeworfenen Probleme zusammengestellt.

#### Vortragsauszüge:

##### R.L. Adler: Entropy of Chebyshev Polynomials.

The notion of entropy of a measure preserving transformation has a topological analogue. It can be defined for a continuous mapping of a compact topological space into itself. In this setting it is a number which is a homeomorphic conjugacy

• 1. Tū. Lang. Eng.  
• 2. Tū. 2. Rādīv  
• 3. Tū. 3. Rādīv  
• 4. Tū. 4. Rādīv  
• 5. Tū. 5. Rādīv  
• 6. Tū. 6. Rādīv  
• 7. Tū. 7. Rādīv  
• 8. Tū. 8. Rādīv  
• 9. Tū. 9. Rādīv  
• 10. Tū. 10. Rādīv  
• 11. Tū. 11. Rādīv  
• 12. Tū. 12. Rādīv  
• 13. Tū. 13. Rādīv  
• 14. Tū. 14. Rādīv  
• 15. Tū. 15. Rādīv  
• 16. Tū. 16. Rādīv  
• 17. Tū. 17. Rādīv  
• 18. Tū. 18. Rādīv  
• 19. Tū. 19. Rādīv  
• 20. Tū. 20. Rādīv  
• 21. Tū. 21. Rādīv  
• 22. Tū. 22. Rādīv  
• 23. Tū. 23. Rādīv  
• 24. Tū. 24. Rādīv  
• 25. Tū. 25. Rādīv  
• 26. Tū. 26. Rādīv  
• 27. Tū. 27. Rādīv  
• 28. Tū. 28. Rādīv  
• 29. Tū. 29. Rādīv  
• 30. Tū. 30. Rādīv  
• 31. Tū. 31. Rādīv  
• 32. Tū. 32. Rādīv  
• 33. Tū. 33. Rādīv  
• 34. Tū. 34. Rādīv  
• 35. Tū. 35. Rādīv  
• 36. Tū. 36. Rādīv  
• 37. Tū. 37. Rādīv  
• 38. Tū. 38. Rādīv  
• 39. Tū. 39. Rādīv  
• 40. Tū. 40. Rādīv  
• 41. Tū. 41. Rādīv  
• 42. Tū. 42. Rādīv  
• 43. Tū. 43. Rādīv  
• 44. Tū. 44. Rādīv  
• 45. Tū. 45. Rādīv  
• 46. Tū. 46. Rādīv  
• 47. Tū. 47. Rādīv  
• 48. Tū. 48. Rādīv  
• 49. Tū. 49. Rādīv  
• 50. Tū. 50. Rādīv  
• 51. Tū. 51. Rādīv  
• 52. Tū. 52. Rādīv  
• 53. Tū. 53. Rādīv  
• 54. Tū. 54. Rādīv  
• 55. Tū. 55. Rādīv  
• 56. Tū. 56. Rādīv  
• 57. Tū. 57. Rādīv  
• 58. Tū. 58. Rādīv  
• 59. Tū. 59. Rādīv  
• 60. Tū. 60. Rādīv  
• 61. Tū. 61. Rādīv  
• 62. Tū. 62. Rādīv  
• 63. Tū. 63. Rādīv  
• 64. Tū. 64. Rādīv  
• 65. Tū. 65. Rādīv  
• 66. Tū. 66. Rādīv  
• 67. Tū. 67. Rādīv  
• 68. Tū. 68. Rādīv  
• 69. Tū. 69. Rādīv  
• 70. Tū. 70. Rādīv  
• 71. Tū. 71. Rādīv  
• 72. Tū. 72. Rādīv  
• 73. Tū. 73. Rādīv  
• 74. Tū. 74. Rādīv  
• 75. Tū. 75. Rādīv  
• 76. Tū. 76. Rādīv  
• 77. Tū. 77. Rādīv  
• 78. Tū. 78. Rādīv  
• 79. Tū. 79. Rādīv  
• 80. Tū. 80. Rādīv  
• 81. Tū. 81. Rādīv  
• 82. Tū. 82. Rādīv  
• 83. Tū. 83. Rādīv  
• 84. Tū. 84. Rādīv  
• 85. Tū. 85. Rādīv  
• 86. Tū. 86. Rādīv  
• 87. Tū. 87. Rādīv  
• 88. Tū. 88. Rādīv  
• 89. Tū. 89. Rādīv  
• 90. Tū. 90. Rādīv  
• 91. Tū. 91. Rādīv  
• 92. Tū. 92. Rādīv  
• 93. Tū. 93. Rādīv  
• 94. Tū. 94. Rādīv  
• 95. Tū. 95. Rādīv  
• 96. Tū. 96. Rādīv  
• 97. Tū. 97. Rādīv  
• 98. Tū. 98. Rādīv  
• 99. Tū. 99. Rādīv  
• 100. Tū. 100. Rādīv

deze voor de langstaande arbeidsgroepen een belangrijke rol speelt. De arbeidsgroepen zijn een vorm van arbeidsvereniging die bestaat uit een aantal arbeiders die op dezelfde manier en met dezelfde arbeidsgroepen werken. De arbeidsgroepen zijn een belangrijke factor in de arbeidsgroepen en worden vaak door arbeiders als een goede manier om te werken en te samen te komen. De arbeidsgroepen zijn een belangrijke factor in de arbeidsgroepen en worden vaak door arbeiders als een goede manier om te werken en te samen te komen.

• It is the responsibility of the teacher to make sure that the students are following the rules.

1948-1950 - 1950-1951 - 1951-1952 - 1952-1953 - 1953-1954 - 1954-1955 - 1955-1956 - 1956-1957 - 1957-1958 - 1958-1959 - 1959-1960 - 1960-1961 - 1961-1962 - 1962-1963 - 1963-1964 - 1964-1965 - 1965-1966 - 1966-1967 - 1967-1968 - 1968-1969 - 1969-1970 - 1970-1971 - 1971-1972 - 1972-1973 - 1973-1974 - 1974-1975 - 1975-1976 - 1976-1977 - 1977-1978 - 1978-1979 - 1979-1980 - 1980-1981 - 1981-1982 - 1982-1983 - 1983-1984 - 1984-1985 - 1985-1986 - 1986-1987 - 1987-1988 - 1988-1989 - 1989-1990 - 1990-1991 - 1991-1992 - 1992-1993 - 1993-1994 - 1994-1995 - 1995-1996 - 1996-1997 - 1997-1998 - 1998-1999 - 1999-2000 - 2000-2001 - 2001-2002 - 2002-2003 - 2003-2004 - 2004-2005 - 2005-2006 - 2006-2007 - 2007-2008 - 2008-2009 - 2009-2010 - 2010-2011 - 2011-2012 - 2012-2013 - 2013-2014 - 2014-2015 - 2015-2016 - 2016-2017 - 2017-2018 - 2018-2019 - 2019-2020 - 2020-2021 - 2021-2022 - 2022-2023 - 2023-2024 - 2024-2025 - 2025-2026 - 2026-2027 - 2027-2028 - 2028-2029 - 2029-2030 - 2030-2031 - 2031-2032 - 2032-2033 - 2033-2034 - 2034-2035 - 2035-2036 - 2036-2037 - 2037-2038 - 2038-2039 - 2039-2040 - 2040-2041 - 2041-2042 - 2042-2043 - 2043-2044 - 2044-2045 - 2045-2046 - 2046-2047 - 2047-2048 - 2048-2049 - 2049-2050 - 2050-2051 - 2051-2052 - 2052-2053 - 2053-2054 - 2054-2055 - 2055-2056 - 2056-2057 - 2057-2058 - 2058-2059 - 2059-2060 - 2060-2061 - 2061-2062 - 2062-2063 - 2063-2064 - 2064-2065 - 2065-2066 - 2066-2067 - 2067-2068 - 2068-2069 - 2069-2070 - 2070-2071 - 2071-2072 - 2072-2073 - 2073-2074 - 2074-2075 - 2075-2076 - 2076-2077 - 2077-2078 - 2078-2079 - 2079-2080 - 2080-2081 - 2081-2082 - 2082-2083 - 2083-2084 - 2084-2085 - 2085-2086 - 2086-2087 - 2087-2088 - 2088-2089 - 2089-2090 - 2090-2091 - 2091-2092 - 2092-2093 - 2093-2094 - 2094-2095 - 2095-2096 - 2096-2097 - 2097-2098 - 2098-2099 - 2099-20100

invariant. In order to compute this number for simple examples the Chebyshev polynomials naturally arise. They are polynomials which map the interval  $[-1, 1]$  onto itself and as a class form a semigroup under composition. The result is that the entropy of the  $n^{\text{th}}$  Chebyshev polynomial is  $\log n$ .

L.S. van Benthem Jutting: A maximal ergodic theorem for non-singular non-invertible transformations.

Dowker's proof of the maximal ergodic theorem for non-singular transformations (Jacobs, Neuere Ergebnisse der Ergodentheorie, p.64) may be applied to non-invertible transformations satisfying the condition  $m(T^{-1}E) = 0 \implies m(E) = 0$  for all  $E \in \mathcal{B}$ .

P. Billingsley: Connections between ergodic theory and Hausdorff dimension.

An account of the connections between ergodic theory (the Shannon-McMillan theorem) and Hausdorff dimension, together with a review of some recent applications to dimensional problems involving continued fractions.

J.R. Blum: On roots of transformations.

Let  $S$  be the class of invertible, measurable, non-singular transformations of the unit interval onto itself. We show 1) that the transformations with roots of every order are dense in  $S$ , 2) that the ergodic transformations with no roots are dense in the antiperiodic transformations, and 3) that the antiperiodic transformations are nowhere dense in  $S$ .

J.R. Brown: Two extreme-point problems in ergodic theory.

The first problem concerns the convex set  $M$  of Markov operators on  $L_{\infty}(X, \mathcal{F}, m)$  that leave the measure  $m$  invariant. Conditions are given under which operators arising from measure-preserving transformations of  $(X, \mathcal{F}, m)$  are dense in  $M$ , and other partial results are given concerning the extreme points of  $M$ . The second problem concerns the extreme points of the convex set  $K$  of invariant probability measures for a fixed Markov operator  $T$  and, more generally, the minimal elements of the

the first time in the history of the world, the people of the United States have been compelled to go to war with their own government.

**Introduction** A significant number of patients with breast cancer have metastatic disease at the time of diagnosis.

and) would receive a limited time opinion and the judge would accept it as a general one based upon the facts ascertained by the trial court.

Appropriated to stock up the fort

the application of a stimulus to a visual receptor. The second is the release of a transmitter substance from a nerve ending. A third is the production of a local change in the membrane potential of a receptor cell.

*Archaeological Survey of India, New Delhi, 1970, Vol. 1, Part 1, pp. 1-10.*

and the other two were in the same condition as the first. The last was a small  
one, about 10 mm. long, with a very thin body and a large head. It had a  
large mouth and a pair of long, thin, pointed mandibles. The body was  
narrow and elongated, with a distinct dorsal fin and a ventral fin near  
the posterior end. The head was large and rounded, with a prominent  
snout and a pair of large, well-defined nostrils. The body was covered  
with numerous small, dark spots, which were more numerous on the head  
and along the posterior part of the body. The fins were also dark,  
but less so than the body. The overall coloration was dark brown or  
blackish-brown, with some lighter areas on the head and along the  
posterior part of the body.

• M. le professeur J. L. DESGRANGES, de l'Institut de la SFTT, a déclara-  
x que, à son avis, il n'est pas possible d'arriver à une conclusion dans l'affair-  
e auquel il a été mêlé, sans faire une analyse approfondie de la cause de la  
mort de l'adolescent.

cone of  $\sigma$ -finite, conservative, invariant measures for  $T$ .  
Connections with the Martin boundary are indicated.

A. Brunel: Exemple d'une transformation pour laquelle il  
n'existe pas de mesure invariante finie ou  $\sigma$ -finie.

Le problème est équivalent au problème suivant:  $\omega$  étant la dérivée de R.N. correspondant à  $T$ , l'équation fonctionnelle  $f(Tx)\omega(x) = f(x)$  a-t-elle une solution  $f \geq 0$ , mesurable et finie, p.p.?

Une application  $T$  de  $[0,1[$  dans  $[0,1[$  est défini par son graphe (fig.). Pour tout  $n$ , on obtient des intervalles

$I_{p_n}, \dots, I_0, \dots, I_{p_n}$  et le tableau suivant donne les nombres

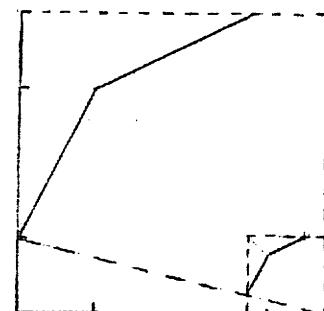
d'intervalles ayant même mesure.

Nb. d'interv.  $C_n^0 2C_n^1 \dots 2^{p_n} C_n^p \dots 2^n$

Mesures  $2^{-n} 2^{-n-1} \dots 2^{-n-p} \dots 2^{-2n}$

On définit pour toute fctn. mes.,

$\geq 0$ ,  $h$ , le nombre  $\alpha(h) = \int_h \{x | h(x) \leq 1\}$



Si  $h_k \uparrow h$ ,  $\alpha(h_k) \rightarrow \alpha(h)$ . Soit  $E_n = \bigcup I_{p_n}$  et  $\gamma_n$  l'indicateur de  $E_n$ .  $G_n$  est l'ensemble des solutions mesurables,  $\geq 0$  de l'équat. approchée:  $[g(Tx)\omega(x) - g(x)] \gamma_n(x) = 0$ . Il suffit de prouver que  $\alpha(G_n) = \sup_{g \in G_n} \alpha(g) \rightarrow 0$ . Ce qui se démontre en évaluant un majorant de  $\alpha(g)$  d'abord pour les fonctions étagées, puis, à l'aide du lemme, pour toute autre fonctions de  $G_n$ .

J. Cigler: Ergodizitätseigenschaften von Folgen.

Für jede Folge  $\omega_0 = \{x_n\}$  in einem kompakten Hausdorffraum  $X$  existiert ein minimaler kompakter Hausdorffraum  $X_{\omega_0}$ , eine stetige Transformation  $T$  auf  $X_{\omega_0}$  und eine stetige Abbildung  $\pi: X_{\omega_0} \rightarrow X$  derart, daß  $x_n = \pi(T^n \omega_0)$  ist. Dabei besteht ein enger Zusammenhang zwischen Verteilungseigenschaften der Folge  $\{x_n\}$  und Eigenschaften von  $X_{\omega_0}$ ,  $T$  und  $I_T(x_{\omega_0})$ , der

• Praktische Anwendung der Methoden und Ergebnisse der Theorie der  
Kontinuumsmechanik im Bereich der Mechanik der Festigkeitslehre

• Effektivierung und Anwendung der Methoden und Ergebnisse der  
Kontinuumsmechanik im Bereich der Mechanik der Strukturmechanik

• Erweiterung des Bereichs der Anwendung der Kontinuumsmechanik  
durch die Anwendung auf die Mechanik der Fluide und die Mechanik  
der Schmelzen sowie die Mechanik der Festkörper

• Erweiterung des Bereichs der Anwendung der Kontinuumsmechanik  
durch die Anwendung auf die Mechanik der technischen Systeme  
und Prozesse

• Erweiterung des Bereichs der Anwendung der Kontinuumsmechanik  
durch die Anwendung auf die Mechanik der technischen Systeme  
und Prozesse

• Erweiterung des Bereichs der Anwendung der Kontinuumsmechanik  
durch die Anwendung auf die Mechanik der technischen Systeme  
und Prozesse

• Erweiterung des Bereichs der Anwendung der Kontinuumsmechanik  
durch die Anwendung auf die Mechanik der technischen Systeme  
und Prozesse

• Erweiterung des Bereichs der Anwendung der Kontinuumsmechanik durch die  
Anwendung auf die Mechanik der technischen Systeme und Prozesse

• Erweiterung des Bereichs der Anwendung der Kontinuumsmechanik durch die  
Anwendung auf die Mechanik der technischen Systeme und Prozesse

• Erweiterung des Bereichs der Anwendung der Kontinuumsmechanik durch die  
Anwendung auf die Mechanik der technischen Systeme und Prozesse

• Erweiterung des Bereichs der Anwendung der Kontinuumsmechanik durch die  
Anwendung auf die Mechanik der technischen Systeme und Prozesse

• Erweiterung des Bereichs der Anwendung der Kontinuumsmechanik durch die  
Anwendung auf die Mechanik der technischen Systeme und Prozesse

Menge aller  $T$ -invarianten Maße. Es erweist sich als zweckmäßig, einen Begriff der "Pseudoergodizität" einzuführen, der für  $X_{\omega_0} = X$  mit dem üblichen Begriff der Ergodizität übereinstimmt.

Dieser Begriff erlaubt u.a. eine ergodentheoretische Charakterisierung gleichmäßig gleichverteilter Folgen sowie eine einfache ergodentheoretische Deutung und Herleitung eines Gleichverteilungssatzes von van der Corput.

Für spezielle Folgen ergeben sich u.a. einfache Beweise bekannter Sätze. Beispiel:  $X = T_1$  (= Gruppe der reellen Zahlen mod 1),  $\omega_0 = \{p(n)\}$ ,  $p(t) = a_0 t^k + \dots + a_k$ ,  $a_0$  irrational, ergibt:

$$X_{\omega_0} = T_k, \quad T(x_1, \dots, x_k) = (x_2, \dots, x_k), \quad \sum_{j=1}^k \binom{k}{j} (-1)^{j-1} x_{k-j+1} + k! a_0,$$
$$I_T(X_{\omega_0}) = m = Haarsches Maß auf \quad T_k \quad (k\text{-dim. Torusgruppe}).$$

Y.N. Dowker: On a mixing problem.

Let  $(X, \mathcal{B}, N)$  be a  $\sigma$ -finite measurable space with the  $\sigma$ -ideal of zero sets  $N$ . Let  $T$  be a 1-1 measurable, non-singular transformation of  $X$  onto  $X$ .  $T$  is called a generalized  $K$ -automorphism if there exists a subalgebra  $\alpha$  of  $\beta$  such that

$$T\alpha \geq \alpha, \quad \bigvee_{i=-\infty}^{\infty} T^i \alpha = \beta, \quad \bigwedge_{i=-\infty}^{\infty} T^i \alpha = \text{trivial algebra}.$$

$T$  is called a generalized mixing if

(1)  $\nu(T^n A) - \mu(T^n A) \xrightarrow{n} 0$  for  $A \in \mathcal{B}$ ,  $\nu$  and  $\mu$  normalized measures on  $(X, \mathcal{B}, N)$ .

Question: If  $T$  is a generalized  $K$ -automorphism is it a generalized mixing?

Partial results: (a) If  $T$  is a generalized  $K$ -automorphism then (1) holds for every  $A \in \bigcup T^i \alpha$

(b) If  $T$  preserves a  $\sigma$ -finite invariant measure  $m$  on  $(X, \mathcal{B}, N)$ ,  $T$  is conservative and  $\alpha$  contains at least one set of finite  $m$ -measure then (1) holds also for every set  $A$  of finite  $m$ -measure.

(c) Under the same condition as in (b)  $0 = \lim ( \nu(T^n A) - \mu(T^n A) )$  for every  $A \in \mathcal{B}$ .

zulässt, so sie diese darunter liegen, so ist es vollauf erlaubt, dass die niedrigste Stufe eines Kettensatzes aus einer einzigen Stufe bestehend, dargestellt werden kann. Ein Beispiel hierfür ist der Kettensatz  $\{A\} \subset \{B\}$ , der aus einer einzigen Stufe besteht, welche die Menge  $A$  als Element enthält. Ein weiteres Beispiel ist der Kettensatz  $\{A\} \subset \{B\} \subset \{C\}$ , der aus zwei Stufen besteht, wobei die Menge  $A$  als Element der Menge  $B$  und die Menge  $B$  wiederum als Element der Menge  $C$  auftritt. Ein drittes Beispiel ist der Kettensatz  $\{A\} \subset \{B\} \subset \{C\} \subset \{D\}$ , der aus drei Stufen besteht, wobei die Menge  $A$  als Element der Menge  $B$ , die Menge  $B$  wiederum als Element der Menge  $C$  und die Menge  $C$  wiederum als Element der Menge  $D$  auftritt.

$$\text{Es ist zu beachten, dass der Kettensatz } \{A\} \subset \{B\} \subset \{C\} \subset \dots \subset \{D\} \text{ nicht mit dem Kettensatz } \{A\} \subset \{B\} \subset \{C\} \subset \{D\} \text{ identisch ist, da in dem ersten Kettensatz } A \text{ ein Element von } C \text{ ist, während in dem zweiten Kettensatz } A \text{ ein Element von } B \text{ ist.}$$

Definition: Ein Kettensatz  $\{A\} \subset \{B\} \subset \{C\} \subset \dots \subset \{D\}$  ist ein Kettensatz, der aus mindestens zwei Stufen besteht, wobei die Menge  $A$  als Element der Menge  $B$ , die Menge  $B$  wiederum als Element der Menge  $C$  und so weiter auftritt. Ein Kettensatz, der aus nur einer Stufe besteht, ist kein Kettensatz.

$$\text{Beispiel: Der Kettensatz } \{A\} \subset \{B\} \subset \{C\} \subset \dots \subset \{D\} \text{ ist ein Kettensatz, da er aus mindestens zwei Stufen besteht.}$$

Definition: Ein Kettensatz  $\{A\} \subset \{B\} \subset \{C\} \subset \dots \subset \{D\}$  ist ein Kettensatz, der aus mindestens zwei Stufen besteht, wobei die Menge  $A$  als Element der Menge  $B$ , die Menge  $B$  wiederum als Element der Menge  $C$  und so weiter auftritt. Ein Kettensatz, der aus nur einer Stufe besteht, ist kein Kettensatz.

Definition: Ein Kettensatz  $\{A\} \subset \{B\} \subset \{C\} \subset \dots \subset \{D\}$  ist ein Kettensatz, der aus mindestens zwei Stufen besteht, wobei die Menge  $A$  als Element der Menge  $B$ , die Menge  $B$  wiederum als Element der Menge  $C$  und so weiter auftritt. Ein Kettensatz, der aus nur einer Stufe besteht, ist kein Kettensatz.

A. Hajian: Transformations of  $\alpha$ -Type.

Let  $\varphi$  be an ergodic measure preserving transformation defined on a  $\sigma$ -finite (infinite) measure space  $(X, \mathcal{B}, m)$ . We assume the measure space is non-atomic.

Definition:  $\varphi$  is a transformation of type  $\alpha$  for some  $\alpha$  with  $0 \leq \alpha \leq 1$  if  $\lim_{n \rightarrow \infty} m(\varphi^n A \cap A) = \alpha m(A)$  for every measurable set  $A$  with positive and finite measure.

We show by construction that for every  $\alpha$  with  $0 \leq \alpha \leq 1$  a transformation of type  $\alpha$  exists which is ergodic and measure preserving with the measure of the whole space infinite.

In general it is easy to show that given any ergodic measure preserving transformation  $\varphi$  defined on an infinite measure space then either  $\varphi$  is of type 0 or of positive type (but not necessarily of a given type  $\alpha$ ). This means that either  $\lim m(\varphi^n A \cap A) > 0$  for all  $A$  with  $m(A) > 0$  or  $\lim m(\varphi^n A \cap A) = 0$  for all  $m(A) < \infty$ . (Details to appear).

D.L. Hanson: Roots of the one-sided N-shift.

A method for obtaining  $p^{\text{th}}$  roots of the one and two-sided N-shift with  $N=k^p$  have been known for some time. A proof is given that in the case of the one-sided N-shift there is no  $p^{\text{th}}$  root unless  $N=k^p$ . The method of proof applies to other  $N$  to one transformations as well. A new method of obtaining  $p^{\text{th}}$  roots for the two-sided  $k^p$ -shift is given.

G. Helmberg: Über konservative Transformationen.

Ornstein und Halmos haben gezeigt, daß eine invertierbare konservative Transformation  $T$  in einem  $\sigma$ -endlichen Maßraum  $(X, \mathcal{R}, \mu)$ , die  $\mu(TE) \leq \mu(E)$  für alle  $E \in \mathcal{R}$  erfüllt, maßtreu ist. Wird die Voraussetzung der Invertierbarkeit weggelassen, dann hat  $\mu^*(TE) \leq \mu(E)$  für alle  $E \in \mathcal{R}$  ( $\mu^*$  = äußeres Maß induziert durch  $\mu$ ) noch stets  $\mu^*(TE) = \mu(E) = \mu(T^{-1}E)$  für alle  $E \in \mathcal{R}$  und "im wesentlichen" Invertierbarkeit von  $T$  zur Folge; jede der Voraussetzungen  $\mu^*(TE) \geq \mu(E)$  für alle  $E \in \mathcal{R}$  bzw.  $\mu(T^{-1}E) \leq \mu(E)$  für alle  $E \in \mathcal{R}$  ist mit der Maßtreue von  $T$  äquivalent, während  $\mu^*(T^{-1}E) \geq \mu(E)$  für alle  $E \in \mathcal{R}$  Maßtreue von  $T$  nicht zur Folge hat. Als Anwendung läßt sich der Zer-



legungssatz von Hopf auch auf maßtreue, nicht invertierbare Transformationen übertragen und die Maßtreue der durch eine konservative maßtreue Transformation induzierte Transformation zeigen. In den Beweisen spielen duale Aussagen zum Wiederkehrssatz für konservative Transformationen eine Rolle.

Y. Ito: Weakly wandering sequences.

Let  $\varphi$  be an invertible, non-singular, measurable transformation on a probability space  $(X, \mathcal{B}, m)$ .

Def. 1  $\{n_i\}$  is called a weakly wandering sequence for  $\varphi$  if there exists a set  $B$  of positive measure such that

$$m(\varphi^{n_i} B \cap \varphi^{n_j} B) = 0 \quad (i \neq j).$$

Def. 2  $\{n_i\}$  is called a recurrent sequence for  $\varphi$  if no infinite subsequence of  $\{n_i\}$  is a weakly wandering sequence. Let us now assume that  $\varphi$  is ergodic and admits an infinite (but  $\sigma$ -finite) invariant measure  $\mu$  equivalent to  $m$ .

Def. 3  $\{n_i\}$  is called a dissipative sequence for  $\varphi$  if for

every  $f \in L^1(\mu)$   $\sum_{i=1}^{\infty} |f|(\varphi^{n_i} x) < \infty$  holds a.e.

Proposition 1. If  $\{n_i\}$  is a weakly wandering sequence for  $\varphi$ , then it is a dissipative sequence for  $\varphi$ , and if  $\{n_i\}$  is a dissipative sequence for  $\varphi$ , then there exists a subsequence  $\{n_j\}$  which is weakly wandering. However it is not true in general that every dissipative sequence for  $\varphi$  is a weakly wandering sequence for  $\varphi$ .

Proposition 2. Let for each pos. integer  $k$ ,  $I_k^+ = \{k i \mid i=0, 1, \dots\}$  and  $I_k^- = \{k i \mid i=-1, -2, \dots\}$ . Let  $\{n_i\}$  be a weakly wandering sequence for  $\varphi$  and let  $N = \{n_i - n_j \mid i=1, 2, \dots; j=1, 2, \dots\}$ . Then for each  $k$ , the set theoretic differences  $I_k^+ - N$  and  $I_k^- - N$  must each contain infinitely many numbers.

Proposition 3. Let  $\{n_i\}$  be a weakly wandering sequence for  $\varphi$ . Then, there exists a positive integer  $k$  such that  $\{n_i\} \cup \{n_i + k\}$  is again weakly wandering for  $\varphi$ . (In fact, there exists infinitely many such  $k$ ).

Proposition 4. Let  $\{n_i\}$  be a weakly wandering sequence for  $\varphi$ . Then the density of  $n_i$  is zero, i.e.  $\lim_{i \rightarrow \infty} \frac{i}{n_i} = 0$ .

...and a pale pink macaroon with a rosewood filling.

RECORDED IN PARISH OF ST. MARY TUESDAY  
TUESDAY 12 NOVEMBER 1941  
RECORDED IN PARISH OF ST. MARY TUESDAY 12 NOVEMBER 1941  
RECORDED IN PARISH OF ST. MARY TUESDAY 12 NOVEMBER 1941

to the total number of inhabitants in the city of Calcutta  
and the number of inhabitants in the city of Madras

Proposition 5.  $\mathcal{Y}$  is a positive type transformation if and only if there exists a recurrent sequence for  $\mathcal{Y}$ .

K. Jacobs: On Poincare's recurrence theorem.

Let  $T$  be a continuous mapping of a polish space  $\Omega = \{\omega, \dots\}$  into itself. For any sequence  $J = t_0, t_1, \dots$  of integers such

that  $0 \leq t_0 < t_1 < \dots$  let  $\Omega(J) = \{\omega \in \Omega \mid \omega T^{t_k} \rightarrow \omega\}$ ,  
 $V(J) = \{m \mid m \text{ prob. meas. in } \Omega, m T^{t_k} \xrightarrow{\text{weakly}} m\}$

Put  $\Omega_{\text{rec}} = \bigcup_J \Omega(J)$ ,  $V_{\text{rec}} = \bigcup_J V(J)$ .

Then the following results hold:

1. Recurrence theorem: If  $m \in V_{\text{rec}}$  then  $m(\Omega_{\text{rec}}) = 1$ .
2. For any  $J$ ,  $V(J)$  is a simplex, but not necessarily weakly compact. The extremal points of  $V(J)$ , if there are any (every mixing  $m \in V(J)$  is extremal), are mutually orthogonal.
3. If  $T$  is 1-1 onto, with a continuous inverse, then it permutes the extremal points of  $V(J)$ .
4. If  $T$  is as in 3., and if  $m$  is an extremal point of  $V(J)$ , then either  $m$  is periodic or  $m$  is wandering:

$$m T^s \perp m T^t \quad (0 \leq s < t)$$

In the latter case no stronger finite invariant measure exists, hence 1. is not in general a corollary of the classical Poincare's theorem.

5. Recurrent Bernoulli, Markov, and Gaussian measures can be constructed by partly intricate methods.

I have a theorem which asserts convergence a.e. of ergodic means of continuous, but not of bounded measurable functions, under assumptions on the measure which imply somewhat more than recurrence, and some independence.

W. Parry: On the coincidence of three invariant o-algebras associated with an affine transformation.

The maximal partitions with zero entropy, quasi-discrete spectrum, and the distal property, associated with an ergodic affine transformation of a compact connected abelian group, coincide.

திருவாறை வெள்ளூரை காலத்திலே நிறைவேண்டிய போதுமான சட்டம் என்று அறியப்படுகிறது.

complex movement patterns which supports our two models of the  
Lion's role in the ecosystem. The primary function of the lion is to  
control the population density of the prey species. This is achieved  
by preying on the weak and diseased individuals, which are  
not able to compete effectively with the healthy individuals.  
This results in a more stable and balanced ecosystem. The  
lion's role is also to maintain the balance between different  
species, as it preys on various animals such as antelopes, zebras,  
giraffes, and elephants. By doing so, it prevents any one species  
from becoming dominant and outcompeting others. This  
leads to a more diverse and stable ecosystem.

and, the different cards to consider are the High, Low, Pair, Two pair and Three of a kind.

Algunas de las más conocidas son: la *lengua de los pájaros*, que se dice que es la que hablan los pájaros; la *lengua de los perros*, que se dice que es la que hablan los perros; y la *lengua de los gatos*, que se dice que es la que hablan los gatos.

P. Révész: Some problems and a few results on mixing transformations.

---

We say that a transformation  $T$  defined on a probability space  $\{X, \mathcal{F}, \mu\}$  mixes the function  $f(x) \in L^2(X, \mu)$  if for any  $g \in L^2$

$$E(f(T^n x)g(x)) \longrightarrow E(f(x))E(g(x)) \quad (n \rightarrow \infty)$$

If  $T$  mixes any element of  $L^2$  then  $T$  is a mixing transformation. The characterization of a mixing transformation is a very complicated question (see for instance the problem of Blum in the Transaction of the New Orleans Symposium). The following type of questions will be studied:

- 1) Can we find an element  $A$  of  $\mathcal{F}$  such that  $T^{-n}A$  is a sequence of independent events if  $T$  is mixing?
- 2) If  $\{n_i\}$  is an arbitrary sequence of integers and  $T$  mixes  $f$ , then is the strong (or the weak) law of large numbers valid for  $\{f(T^{n_i}x)\}$ ? Conversely if the strong (or the weak) law of large numbers is valid for any  $n_k$  and any  $f \in L^2$ , can we state that  $T$  is mixing?
- 3) If we know that  $T$  mixes some  $f \in L^2$ , can we state that  $T$  is mixing?

C. Ryll-Nardzewski: Fixed points of semigroups of endomorphisms in linear spaces.

---

Let  $G$  be a certain semigroup of endomorphisms of a linear, locally convex space  $X$  and  $Q$  a  $G$ -invariant (i.e.  $T(Q) \subseteq Q$  for all  $T \in gG$ ) convex and weakly compact subset of  $X$ .  $G$  is called non-contracting on  $Q$  ( $G \in NC$  on  $Q$ ) if for every pair  $x, y$  of different points the null vector  $0$  does not belong to the closure of the set  $\{Tx - Ty : T \in G\}$ .

Theorem: If  $G \in NC$  on  $Q$ , then there exists a fixed point of  $G$  in  $Q$ . Corollary: There exists an invariant mean value of weakly almost periodic functions on arbitrary groups.

The full text will be published in the Proceedings of the Fifth Berkeley Symposium (1965).

C.L. Scheffer: On the use of martingale convergence theorems in the definition of entropy.

---

Using convergence theorems for martingales indexed on a directed set, it is possible to give an extension of the definition of

Wissenschaftliche Arbeitsergebnisse und deren Anwendung  
in der Praxis im Bereich der Erneuerbaren Energien

unter Beteiligung von Prof. Dr.-Ing. habil. Dr.-Ing. h. c. mult.  
Gerd P. K. Trapp (Leiter des Instituts für Wasser- und Energie-

technik der Universität Regensburg)

sofort eingesetzte praktische Anwendung der Ergebnisse der  
Wissenschaft und Technik zur Verbesserung der Lebensqualität und  
der Nutzung erneuerbarer Energien.

Die Vorträge sind inhaltlich auf die folgenden Themen ausgerichtet:

Erneuerbare Energien: Nutzung und Nutzungspotential, Nutzung  
und Nutzungspotential von Wasserkraft, Nutzung und Nutzungspotential

von Windkraft, Nutzung und Nutzungspotential von Biomasse, Nutzung  
und Nutzungspotential von Sonnenenergie, Nutzung und Nutzungspotential

von Geothermie, Nutzung und Nutzungspotential von Wasserwirtschaft  
und Wasseraufbereitung, Nutzung und Nutzungspotential von Wasser-

gewinnung, Nutzung und Nutzungspotential von Wasserwirtschaft und  
Wassergewinnung, Nutzung und Nutzungspotential von Wasserwirtschaft

und Wassergewinnung, Nutzung und Nutzungspotential von Wasserwirtschaft  
und Wassergewinnung, Nutzung und Nutzungspotential von Wasserwirtschaft

und Wassergewinnung, Nutzung und Nutzungspotential von Wasserwirtschaft  
und Wassergewinnung, Nutzung und Nutzungspotential von Wasserwirtschaft

und Wassergewinnung, Nutzung und Nutzungspotential von Wasserwirtschaft  
und Wassergewinnung, Nutzung und Nutzungspotential von Wasserwirtschaft

und Wassergewinnung, Nutzung und Nutzungspotential von Wasserwirtschaft  
und Wassergewinnung, Nutzung und Nutzungspotential von Wasserwirtschaft

und Wassergewinnung, Nutzung und Nutzungspotential von Wasserwirtschaft  
und Wassergewinnung, Nutzung und Nutzungspotential von Wasserwirtschaft

und Wassergewinnung, Nutzung und Nutzungspotential von Wasserwirtschaft  
und Wassergewinnung, Nutzung und Nutzungspotential von Wasserwirtschaft

und Wassergewinnung, Nutzung und Nutzungspotential von Wasserwirtschaft  
und Wassergewinnung, Nutzung und Nutzungspotential von Wasserwirtschaft

und Wassergewinnung, Nutzung und Nutzungspotential von Wasserwirtschaft  
und Wassergewinnung, Nutzung und Nutzungspotential von Wasserwirtschaft

und Wassergewinnung, Nutzung und Nutzungspotential von Wasserwirtschaft  
und Wassergewinnung, Nutzung und Nutzungspotential von Wasserwirtschaft

und Wassergewinnung, Nutzung und Nutzungspotential von Wasserwirtschaft  
und Wassergewinnung, Nutzung und Nutzungspotential von Wasserwirtschaft

und Wassergewinnung, Nutzung und Nutzungspotential von Wasserwirtschaft  
und Wassergewinnung, Nutzung und Nutzungspotential von Wasserwirtschaft

und Wassergewinnung, Nutzung und Nutzungspotential von Wasserwirtschaft  
und Wassergewinnung, Nutzung und Nutzungspotential von Wasserwirtschaft

und Wassergewinnung, Nutzung und Nutzungspotential von Wasserwirtschaft  
und Wassergewinnung, Nutzung und Nutzungspotential von Wasserwirtschaft

und Wassergewinnung, Nutzung und Nutzungspotential von Wasserwirtschaft  
und Wassergewinnung, Nutzung und Nutzungspotential von Wasserwirtschaft

und Wassergewinnung, Nutzung und Nutzungspotential von Wasserwirtschaft  
und Wassergewinnung, Nutzung und Nutzungspotential von Wasserwirtschaft

und Wassergewinnung, Nutzung und Nutzungspotential von Wasserwirtschaft  
und Wassergewinnung, Nutzung und Nutzungspotential von Wasserwirtschaft

the Kolmogorov-Sinai entropy, which is based on the almost everywhere part of the Shannon-McMillan theorem instead of on the  $L_1$ -part of this theorem. In this way it is possible to prove for a general class of functions  $\varphi$  that the  $\varphi$ -entropy, defined below, satisfies for ergodic automorphisms

$$H^{(\varphi)} = \varphi(H)$$

where  $H$  is the Kolmogorov-Sinai entropy of the system and  $H^{(\varphi)}$  is defined in the same way as  $H$ , but starting from the expressions

$$H_{\varphi} = \sum_{A \in \mathcal{F}} \mu(A) \varphi(\mu(A))$$

instead of

$$H_{\varphi} = \sum_{A \in \mathcal{F}} \mu(A) |\log \mu(A)|$$

This generalizes a recent result of Guseva.

F.H. Simons: Zerlegung meßbarer Transformationen in konservative und dissipative Bestandteile.

Ein weiterer Beweis eines Zerlegungssatzes für meßbare Transformationen, welchen Prof. Helmberg in der Mathematischen Zeitschrift 88 (1965) 358-367, veröffentlicht hat.

Satz: Es sei  $T$  eine meßbare Transformation in einem  $\sigma$ -endlichen Maßraum  $(X, \mathcal{R}, \mu)$ . Dann existiert eine Menge  $Y \in \mathcal{R}$  mit den folgenden Eigenschaften:

- 1.)  $T^{-1}Y \supset Y$
- 2.) Die Beschränkung von  $T$  auf  $Y$  ist konservativ in  $(Y, \mathcal{R}^n Y, \mu)$
- 3.)  $Y' = \bigcup_{k=1}^{\infty} W_k$ ,  $W_k$  wandernde Menge.

$Y$  ist durch 1), 2) und 3) bis auf eine Menge von  $\mu$ -Maß 0 eindeutig bestimmt.

D. Stone: Ergodic orbits.

It is shown that a 1-1 ergodic measure preserving transformation  $T$  on the unit interval  $I$  is determined by the orbit  $\mathcal{J}_x = \{T^n x | n = 1, 2, \dots\}$  of almost any  $x \in I$  in the following sense: A sequence  $\mathcal{J} = \{\mathcal{J}(n) | n = 1, 2, \dots\}$  is a "determining sequence" (D-seq.) if it satisfies 2 (complicated) conditions. Every D-seq.  $\mathcal{J}$  determines (a.e.) a unique transformation  $T_{\mathcal{J}}$  by a generalization of the "continuity rule": If  $\mathcal{J}(n_i) \rightarrow x$ ,

and so far, I do not have time to do much more than just a few words about the first meeting. I will say that it was a very good meeting, and I am very grateful to the organizers for the opportunity to meet with such a large number of people from different fields.

The first meeting was held at the University of California, Berkeley, and it was organized by the Department of Mathematics and the Department of Physics.

The second meeting was held at the University of California, Berkeley, and it was organized by the Department of Mathematics and the Department of Physics.

The third meeting was held at the University of California, Berkeley, and it was organized by the Department of Mathematics and the Department of Physics.

The fourth meeting was held at the University of California, Berkeley, and it was organized by the Department of Mathematics and the Department of Physics.

The fifth meeting was held at the University of California, Berkeley, and it was organized by the Department of Mathematics and the Department of Physics.

The sixth meeting was held at the University of California, Berkeley, and it was organized by the Department of Mathematics and the Department of Physics.

The seventh meeting was held at the University of California, Berkeley, and it was organized by the Department of Mathematics and the Department of Physics.

The eighth meeting was held at the University of California, Berkeley, and it was organized by the Department of Mathematics and the Department of Physics.

The ninth meeting was held at the University of California, Berkeley, and it was organized by the Department of Mathematics and the Department of Physics.

The tenth meeting was held at the University of California, Berkeley, and it was organized by the Department of Mathematics and the Department of Physics.

The eleventh meeting was held at the University of California, Berkeley, and it was organized by the Department of Mathematics and the Department of Physics.

The twelfth meeting was held at the University of California, Berkeley, and it was organized by the Department of Mathematics and the Department of Physics.

The thirteenth meeting was held at the University of California, Berkeley, and it was organized by the Department of Mathematics and the Department of Physics.

The fourteenth meeting was held at the University of California, Berkeley, and it was organized by the Department of Mathematics and the Department of Physics.

The fifteenth meeting was held at the University of California, Berkeley, and it was organized by the Department of Mathematics and the Department of Physics.

then  $\hat{\gamma}(n_i+1) \rightarrow T_{\hat{\gamma}} x$ . If further  $\hat{\gamma}$  is uniformly distributed,  $T_{\hat{\gamma}}$  is measure preserving, but not conversely. An E-sequence is a D-seq. satisfying further (complicated) conditions. Then: Every E-seq. determines an ergodic measure preserving transformation. Conversely, if  $T$  is an ergodic measure preserving transformation, then for almost all  $x$ ,  $\hat{\gamma}_x$  is an E-seq. and the transformation it determines is  $T$  (a.e.). Conditions are also given, in terms of the general orbit, for  $T$  to be weakly strongly mixing.

L. Sucheston: On invariant measures and maximal ergodic theorem for operators.

Theorem 1: Let  $K$  be a set of real-valued functions on  $X$  and assume that  $K$  is a linear space and a lattice under pointwise operations. Let  $V$  be a positive linear operator on  $K$ ,  $N$  be a positive integer and set for  $f \in K$

$$g_N = \max_{1 \leq n \leq N} \sum_{i=0}^{n-1} V^i f, \quad A_n = \{g_N > 0\}.$$

Then (1)  $f \cdot 1_{A_N} \geq h_N - Vh_N$  with  $h_N = \max(0, g_N)$  (includes Hopf's maximal ergodic theorem).

Corollary. Let  $K = L_\infty$ ,  $\|V\| \leq 1$ . Then for each  $x \in X$ ,  $m[U^n(f \cdot 1_{A_N})(x)] \geq 0$  where  $m(x_n) = \min_L L(x_n)$ .

Theorem 2: Let  $T: L_1(X, \alpha, p) \rightarrow L_1$  be a positive linear contraction. The following are equivalent: (0) There exists an  $f \in L$  with  $f > 0$  and  $Tf = f$ . (1)  $p(A) > 0$  implies  $\inf_n \bar{\pi}_n(A) > 0$  with  $\bar{\pi}_n(A) = \int_A T^n 1 dp$ .

(2)  $p(A) > 0$  implies  $M[\bar{\pi}_n(A)] > 0$  with  $M(x_n) = \max_L L(x_n)$ .

(3) All Banach limits on  $\bar{\pi}_n(A)$  agree and  $T$  is conservative.

Theorem 3:  $T$  is conservative if and only if for each

$A, A \subset \{\sum T^* 1_A = \infty\}$ .

K. Urbanik: Entropy in Quantum Mechanics.

Two states  $\mathcal{S}$  and  $\Psi$  of a physical system  $H$  ( $H$  - a hilbert space) are said to be equivalent with respect to the physical

Informationen über die Qualität der Arbeit und die Qualität des Lehrkörpers. Die MA-Auswertungen sind darüber hinaus eine Grundlage für die Qualitätssicherung und Qualitätssentwicklung im Studienbetrieb. Sie werden im Rahmen der Qualitätssicherung und -entwicklung der Hochschule eingesetzt, um die Qualität der Lehre zu erhöhen. Die MA-Auswertungen sind daher ein wichtiger Bestandteil der Hochschulqualitätssicherung und -entwicklung.

Die MA-Auswertungen sind eine wichtige Grundlage für die Qualitätssicherung und -entwicklung der Hochschule.

Die MA-Auswertungen sind eine wichtige Grundlage für die Qualitätssicherung und -entwicklung der Hochschule.

Die MA-Auswertungen sind eine wichtige Grundlage für die Qualitätssicherung und -entwicklung der Hochschule.

Die MA-Auswertungen sind eine wichtige Grundlage für die Qualitätssicherung und -entwicklung der Hochschule.

Die MA-Auswertungen sind eine wichtige Grundlage für die Qualitätssicherung und -entwicklung der Hochschule.

Die MA-Auswertungen sind eine wichtige Grundlage für die Qualitätssicherung und -entwicklung der Hochschule.

Die MA-Auswertungen sind eine wichtige Grundlage für die Qualitätssicherung und -entwicklung der Hochschule.

Die MA-Auswertungen sind eine wichtige Grundlage für die Qualitätssicherung und -entwicklung der Hochschule.

Die MA-Auswertungen sind eine wichtige Grundlage für die Qualitätssicherung und -entwicklung der Hochschule.

Die MA-Auswertungen sind eine wichtige Grundlage für die Qualitätssicherung und -entwicklung der Hochschule.

Die MA-Auswertungen sind eine wichtige Grundlage für die Qualitätssicherung und -entwicklung der Hochschule.

Die MA-Auswertungen sind eine wichtige Grundlage für die Qualitätssicherung und -entwicklung der Hochschule.

Die MA-Auswertungen sind eine wichtige Grundlage für die Qualitätssicherung und -entwicklung der Hochschule.

Die MA-Auswertungen sind eine wichtige Grundlage für die Qualitätssicherung und -entwicklung der Hochschule.

Die MA-Auswertungen sind eine wichtige Grundlage für die Qualitätssicherung und -entwicklung der Hochschule.

Die MA-Auswertungen sind eine wichtige Grundlage für die Qualitätssicherung und -entwicklung der Hochschule.

quantity  $A$  ( $A$  - a self-adjoint operator in  $H$ ), in symbols  $\Psi \underset{A}{\sim} \Psi$ , if  $A$  has the same mean value at both states  $\Psi$  and  $\Psi$ . This relation divides the set of all states into disjoint classes which are called macrostates and will be denoted by capital Greek letters  $\Phi, \Psi, \dots$ . In the quantum macrophysics the concept of macrostates is a substitute for the concept of states (microstates). The mean value  $M_A(\Phi)$  of  $A$  at the macrostate  $\Phi$  is defined as the common value of mean values  $(A\Psi, \Psi)$  for all  $\Psi \in \Phi$ . According to Jaynes principle of maximum uncertainty we define the entropy  $S_A(\Phi)$  as the maximal uncertainty concerning  $A$  when the mean value  $M_A(\Phi)$  is known. One can prove that  $S_A(\Phi)$  is finite at every macrostate  $\Phi$  if the operator  $A$  has discrete spectrum  $\lambda_1, \lambda_2, \dots$  and there exists a real number  $c$  such that

$$\sum_{k=1}^{\infty} e^{c\lambda_k} < \infty. \text{ Each operator } A \text{ satisfying the last conditions}$$

will be called thermodynamically regular. The motion of the system in question is determined by the Hamiltonian  $H$ . The law of the motion is customarily written as the Schrödinger equation  $i\hbar \frac{d}{dt} \Psi = H\Psi$ .

Theorem 1: The relation  $\underset{A}{\sim}$  is invariant under the motion iff the operator  $A$  commutes with the Hamiltonian.

This theorem shows that in general macrostates with respect to operators non-commuting with the Hamiltonian branch out during the motion of the system. Therefore it is necessary to introduce a new concept of entropy at time  $t$ . We define  $S_A^t(\Phi)$  to be the maximal uncertainty at time  $t$  concerning  $A$  when the initial mean value  $M_A(\Phi)$  is known.

Theorem 2: (Principle of increase of entropy)  $S_A^t(\Phi) \geq S_A(\Phi)$  ( $t \geq 0$ ).

Theorem 3: (An analogue of Boltzmann's H-theorem) Suppose that  $A$  has infinite spectrum. Then either  $\lim_{t \rightarrow \infty} S_A^t(\Phi) = \infty$  for all macrostates for which  $M_A(\Phi)$  is different from the least and the greatest eigenvalue of  $A$ , or  $\lim_{t \rightarrow \infty} S_A^t(\Phi) < \infty$  for all  $\Phi$ .

The first case holds whenever  $A$  and  $H$  are strongly non-commuting, i.e. spectral measures of  $A$  and  $H$  do not commute.

and the  $\phi_1$ ,  $\phi_2$  and  $\phi_3$  components of the vector potential are given by

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\phi_2) e^{i\omega t} \quad (1)$$
$$A_x = \frac{1}{2}(\phi_1 - i\phi_2) e^{i\omega t} \quad (2)$$
$$A_y = \frac{1}{2}(-\phi_1 - \phi_3) e^{i\omega t} \quad (3)$$
$$A_z = \frac{1}{2}(-\phi_2 + i\phi_3) e^{i\omega t} \quad (4)$$

and the electric field components are given by

$$E_x = \frac{1}{2}(\phi_1 - i\phi_2) e^{-i\omega t} \quad (5)$$
$$E_y = \frac{1}{2}(-\phi_1 - \phi_3) e^{-i\omega t} \quad (6)$$
$$E_z = \frac{1}{2}(-\phi_2 + i\phi_3) e^{-i\omega t} \quad (7)$$

and the magnetic field components are given by

$$B_x = \frac{1}{2}(-\phi_1 - \phi_3) e^{-i\omega t} \quad (8)$$
$$B_y = \frac{1}{2}(-\phi_2 + i\phi_3) e^{-i\omega t} \quad (9)$$
$$B_z = \frac{1}{2}(\phi_1 - i\phi_2) e^{-i\omega t} \quad (10)$$

and the current density components are given by

$$J_x = \frac{1}{2}(-\phi_1 - \phi_3) e^{-i\omega t} \quad (11)$$
$$J_y = \frac{1}{2}(-\phi_2 + i\phi_3) e^{-i\omega t} \quad (12)$$
$$J_z = \frac{1}{2}(\phi_1 - i\phi_2) e^{-i\omega t} \quad (13)$$

and the energy density is given by

$$E = \frac{1}{2}(\phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_3^2) e^{-2i\omega t} \quad (14)$$

and the energy current density is given by

$$J = (\phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_3^2) e^{-2i\omega t} \quad (15)$$

and the energy loss rate is given by

$$L = \frac{1}{2}(\phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_3^2) e^{-2i\omega t} \quad (16)$$

and the energy loss rate per unit volume is given by

$$L_v = \frac{1}{2}(\phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_3^2) e^{-2i\omega t} \quad (17)$$

W. von Waldenfels: Mathematische Theorie des statistischen Starkeffekts.

Im Jahre 1913 entdeckte Stark die Verschiebung von Spektrallinien durch äußere elektrische Felder. Ist das elektrische Feld nicht zeitlich konstant und fest bestimmt, sondern ein stochastischer Prozess, so erhält man eine Linienverbreitung. Nimmt man an, das leuchtende Atom sei umgeben von einem Gas geladener Teilchen, die Teilchen seien im Raum "rein willkürlich" verteilt und besäßen Geschwindigkeiten "rein willkürlicher" Richtung aber festen Betrages, sei außerdem die mittlere Teilchendichte innerhalb des Weißkopfradius (der charakteristischen Länge des Problems) sehr klein gegen 1, so erhält man die dem Experimentator geläufigen Ergebnisse:

In der Mitte verhält sich das Linienprofil, als sei das Atom Stößen infinitesimaler Teilchen ausgesetzt. Auf den Linienflügeln hat man zu rechnen als sei das elektrische Feld wohl von Zufall abhängig, aber zeitlich konstant.

Problems.

1. Let  $h_\mu(\varphi)$  denote the measure theoretic entropy of  $\varphi$ . Then  $h_\mu(\varphi) \leq h_{top}(\varphi)$ .
2. Let  $X$  be compact metric,  $\varphi$  homeomorphism. Then  $h(\varphi) = \sup$   $h_\mu(\varphi)$  over all regular invariant measures.
3.  $X$  compact topological group,  $\varphi$  continuous automorphism. Then  $h(\varphi) = h_\mu(\varphi)$  where  $\mu$  is Haar measure.
4. Suppose that
  - (1)  $(\Omega, \mathcal{B})$  is a measurable space
  - (2)  $A$  is an algebra of bounded measurable functions on  $(\Omega, \mathcal{B})$  with  $1 \in A$
  - (3)  $\varphi: \Omega \rightarrow \Omega$  is an invertible, bimeasurable mapping
  - (4)  $X$  is a compact Hausdorff space
  - (5) for each  $x \in X$ ,  $\mu_x$  is an invariant probability measure for  $\varphi$ .
  - (6) the mapping  $\mu: X \rightarrow A^*$  given by  $\mu_x(f) = \int f d\mu_x$  is continuous for the weak \* topology in  $A^*$ .

Then for each  $f \in A$ ,  $1 \leq f < \infty$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{\Omega} \left| \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} f(\varphi^k y) - \mu_x(f) \right|^p \mu_x(dy) = 0$$

and the new species will be described. The first is a  
desertdweller and the second is a forest dweller. Both  
are arboreal, feeding on fresh and rotten wood. Both are  
pseudoscorpions, and both are found in the same habitats  
and regions. The first is a small, dark-colored, and  
rather fierce-looking animal, and the second is a smaller,  
more delicate-looking animal, which is also dark-colored.  
The first is about one-half as long as the second, and the  
second is about one-third as long as the first. The first  
is a desertdweller, and the second is a forest dweller.  
Both are pseudoscorpions, and both are found in the same  
habitats and regions. The first is a small, dark-colored,  
and the second is a larger, more delicate-looking animal.  
Both are pseudoscorpions, and both are found in the same  
habitats and regions. The first is a small, dark-colored,  
and the second is a larger, more delicate-looking animal.

Ergonomics

uniformly for  $x \in X$ .

5. Does there exist a p-th root for a 2-sided N-shift such that the p-th root maps a one-dimensional set onto  $\omega_n \times \omega$ -dimensional set?

6. Can one exhibit a p-th root (other than the known ones) in the case of the one-sided  $k^p$ -shift?

7. In a probability space with transformation, what can be said about the rate at which  $|1 - p(\bigcup_1^N T^i A)| \rightarrow 0$  under various sets of conditions?

8. Let  $N(\omega, A, k) = n$  if  $T^n \omega \in A$  and  $T^\alpha \omega \in A$  for exactly  $k$   $\alpha$ 's in the set  $\{1, \dots, n\}$ . What can be said about the regularity of the sequence  $N(\omega, A, k)$  and about its variation from the sequence  $\{k$  expected first return time of a point in  $A$  to  $A\}$ ?

9. Es sei  $(X, \mathcal{R}, \mu)$  ein total  $\sigma$ -endlicher Maßraum,  $T$  messbar,  $M = \{W \in \mathcal{R} | W \cap T^{-n} W = \emptyset \text{ für alle } n \geq 1\}$ .  $T$  heiße rein dissipativ, wenn  $X = \bigcup_{k=1}^{\infty} W_k$ ,  $W_k \in M$ .  $T$  heiße nicht singulär falls

$$\mu(E) = 0 \iff \mu(T^{-1}E) = 0.$$

a)  $T$  sei nicht singulär und rein dissipativ. Existiert ein äquivalentes  $\sigma$ -endliches invariantes Maß? (Die Antwort ist ja, falls  $T$  invertierbar ist).

b) Sei  $T$  rein dissipativ und ergodisch. Muß  $\mu$  rein atomar sein? (Die Antwort ist ja, falls  $T$  invertierbar ist).

c) Existiert ein Beispiel einer konservativen Transformation  $T$  (d.h.  $\mu(W) = 0$  für alle  $W \in M$ ) in einem endlichen Maßraum mit der Eigenschaft  $\mu(T^{-1}E) \geq \mu(E)$  für alle  $E \in \mathcal{R}$ ,  $\mu(T^{-1}E) \neq \mu(E)$  für mindestens ein  $E \in \mathcal{R}$ ? (Für  $\mu(X) = \infty$  ist ein Beispiel bekannt).

d) Es sei  $X$  (lokal) kompakt mit abzählbarer Umgebungsbasis,  $\mathcal{R}$  = Borelmengen,  $T$  stetig. Gilt  $T\mathcal{R} \subset \mathcal{R}$ ?

10. If  $X = [0, 1]$  and  $f(x) = x$ ,  $T$  mixes  $f(x)$ , is it true that  $T$  is mixing?

11. If  $X$  and  $f(x)$  are arbitrary and the smallest  $\sigma$ -algebra with respect to which  $f(x)$  is measurable is equal to  $B(f(x)) = B$ , and  $T$  mixes  $f(x)$ , is it true that  $T$  is mixing?

It is easy to see that if  $T$  mixes  $f(x) \in L^2$  and  $\{n_i\}$  is an arbitrary sequence of integers, then

$$(1) \quad E\left[\left(\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N f(T^{n_k} x)\right)^2\right] \rightarrow 0 \quad (N \rightarrow \infty)$$

and does this + builds up his tools like sticks and wood +  
uses them to get off the ground + he can't do it.

Seu projeto é de grande interesse para o Brasil, que tem muitas similaridades com o Japão em termos de estrutura social e econômica.

Consequently, if  $\lambda$  is a value such that  $\lambda^{\text{OPT}}(\mu) = (\lambda, \lambda, \omega)$  is feasible, then  $\lambda^{\text{OPT}}(\mu) \in \{\lambda, \dots, \bar{\lambda}\}$ . The next lemma shows that

and the "Liberator" was born. The first meeting of the new party took place on 12 May 1945 at the former residence of the German Minister of Finance, Dr. Schröder, in Berlin.

Amphibolite facies ( $\text{Mg} \# < 85$ ) is characterized by the presence of garnet.

activation with subsequent loss and diffusion "dissipation".

and the informed older children were more likely to be able to identify the different types of trees.

... und erwartet die Wiederherstellung der Teilungsfähigkeit des Zygotes, die sich auf die Fortpflanzungsfähigkeit des Organismus auswirkt.

the original porofibra in the air (MB) was used. On the other hand, the (X) and (Y) samples were dried in the oven at 100 °C for 24 h.

Chlorophyll a and chlorophyll b concentration and frequency of light in Lake Kivu (1990-1992)

total power of the sun ( $\sim 10^{26}$  W) and the total energy available for conversion.

differentiate with respect to  $x$  to find  $\frac{dy}{dx}$ , or if  $y = f(x)$  then differentiate with respect to  $x$  to find  $f'(x)$ .

and  $\{x\}$  by  $x^2$  as in  $(x)^2$  gives the result.

$$(\alpha_1, \dots, \alpha_n) \leftarrow \Gamma^{\alpha_1} (\beta^{(n)})^{-1} \frac{\partial}{\partial \beta^{(n)}} \ln \Gamma(\beta) \quad (7)$$

provided that  $E(f(x)) = 0$ . Conversely if for any  $\{n_k\}$  (1) holds, then  $T$  mixes  $f(x)$ .

12. If  $T$  is mixing and  $f(x) \in L^1$  is it true for any  $\{n_k\}$

$$\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N f(T^{n_k}x) \rightarrow 0 \text{ a.e. } (N \rightarrow \infty)$$

(provided that  $E(f(x)) = 0$ )?

13. If  $T$  is ergodic and  $\lim \mu(T^{-n}A \cap A) > 0$  for any  $A$  with  $\mu(A) > 0$ , is it true that  $\lim \mu(T^{-n}A \cap B) > 0$  for any  $A, B$  with  $\mu(A) > 0, \mu(B) > 0$ ?

Die Probleme stammen von R. Adler (1-3), J.R. Brown (4), Hanson (5-8), Helmberg (9) und Révész (10-13).

M. S. Keene

(f),  $\{x\}$  var nog till viss del med. Om  $(x^k)^T$  var belägg  
,  $(x)$  är dock inte enstaka  
 $\{x^k\}$  vars tillstånd till  $\{x\}$  är dock inte enstaka

$$(x \leftarrow \dots) \dots \dots \dots \leftarrow (x^k \dots) \sum_{l=1}^K \frac{1}{l}$$

$\varphi(x = (x^1, \dots, x^K))$  är dock viss del

med  $x^k$  och  $x^l$  där  $k < l$ . Det  
är dock viss del  $\varphi(x = (x^1, \dots, x^K))$  som  
är dock viss del  $\varphi(x = (x^1, \dots, x^K))$  som  
är dock viss del  $\varphi(x = (x^1, \dots, x^K))$  som

är dock viss del  $\varphi(x = (x^1, \dots, x^K))$  som  
är dock viss del  $\varphi(x = (x^1, \dots, x^K))$  som

är dock viss del  $\varphi(x = (x^1, \dots, x^K))$  som