

# Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach

6

### Tagungsbericht Mathematische Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie

17.4. bis 24.4.1966

Unter der Leitung von Herrn Prof. D. MORGENSTERN fand nach beinahe zwei Jahren in Oberwolfach wieder eine Tagung über mathematische
Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie statt. Das Interesse an dieser
Tagung war sehr groß, es fanden sich 62 Teilnehmer (davon 21 aus dem
Ausland) ein. Im einzelnen waren dies:

#### Teilnehmer:

Andersen, E.S., Prof. H.C. Öisted Institut., Kopenhagen, Universitetsparken 5
Barndorff-Nielsen, O. Prof., Aarhus, Universitet, Matematisk Institut
Baumann, V. Dr., Math. Inst. 5 Köln-Lindenthal, Albertus-Magnus-Platz 1
Beinhauer, R. Dr., Fa. Thyssen-Röhrenwerke, 41 Duisburg-Huckingen
Wildunger Str. 14

Bell, C.B. Prof., Inst. de Stat., Paris V, 9, Quai St. Bernard Bierlein, D. Prof., Inst. Math. Stat. 75 Karlsruhe, Hertzstr. 16 Bock, H.H., Dipl. Math., Inst. Math. Stat. 78 Freiburg, Hebelstr. 27 Borges, R.Dr., Inst. Math. Stat. Univ., Hamburg -13, Rothembaumchaussee 67/69 Christel, H.L., Mediz. Hochschule, 3 Hannover Dietz, K. Dipl. Math., Inst.f. med. Stat., 78 Freiburg, Eisenbahnstr. 2 Dinges, H. Prof., Univ. 6 Frankfurt a.M., Im Sachsenlager 12 Doksum, K. z. Zt. Inst. de Stat., Paris, 9, Quai St. Bernard Fieger, W., Dr., Inst. Math. Stat., 75 Karlsruhe, Hertzstr. 16 Gebhardt, F., Dr., Dtsch. Rechenzentrum, 61 Darmstadt, Rheinstr.75 Gottschewski, J., Dipl. Math., Bundesgesundheitsamt, 1 Berlin 45, Geranien-Hans, O. Prof., Inst. f. Inform. Theor. u. Autom., Praha 2, Vyšehreadska 49 Heinhold, J., Prof., Inst. Ang. Math. TH, 8 München 2, Arcisstr. 21 Hering, F. Dipl. Math., 53 Bonn, Burgweg 50 Hinkelmann, K., Dr., Inst. med. Stat., 78 Freiburg, Eisenbahnstr. 2 Hock, D., Dipl. Math., Math. Inst. TH, 3 Hannover Huber, P.J., Prof., Math. Inst. ETH, 8006 Zürich Jacobs, K., Prof., Math. Inst., 852 Erlangen, Bismarckstr. 1 1/2



Cogungabertebr

Watherstiser, Statistis of American ankeiteracorie

Para . A. A. Bird . A. T.

Unter der Leitung von Ferrn Prof. D. WOR 28 M. Mand dach beinahe zwei Jahren in Ober wolfach wirder eine Trag über marsematische
Statistik und ahnge Mulichkeitstheorie etw. Inferesse an dieser
Tagung war sehe gen mulichen sich 6. 17 mm (davor 21 aus dem Juanung) ein. Im ein han waren dies:

#### Teilnehmer:

Anderson, E.S., Prof. H.C. Öisted Institut. Anderson, Universitetsparken Francischt-Holsen, O. Prof., Annus, Universität Amatisk Institut
saumenn, V. Dr., Math. Inst. & Köln-Linderthal, Albertus-Magnus-Platz 1
Esinbauer, C.Dr., Fa. Thysian-Röhrenwerke, D. A. burg-Huckingen
unger Str. 14

Sell, C.B. F. W. Inst. de Stet., Paris V. S. Cull F. Bernard Pierlein, D. ed., Just. Math. Stat. 75 Marlsruhe, Egrizsin. 16

Bock, M. F., Dipl. Meth., Inst. Math. Stat. 78 Fredderg, Hobelstr. 7

Borged, B. Du., Just. Math. Univ., Hamburg - C. Cobenmchaussee 67/69

Christel, R. L., W. Hig. Hochochule, 3 Fannovac

Distz, K. Dipl. Hatt., Inst. Luned. Stat., 7% Freiburg, Eisenbehnstr. 2

Dinges, E. Prof., Univ. 6 Frankfurt a. M., Im Sachsenlager 12 ... Doksum, K. z. it. Inct. ds Stat., Paric, 9, Quai It. Bernard

The state of the s

Fig. 1, v(., Dr., Inst. Math. Stat., 75 Karlsruhy, Wertzstruk

Schardt, F., Dr., Disch. Rechenzentrum, 61 Der mstadt, Rheinstr. 75
Leitzelf wekt. d., Diel, Math., Bundesresundheiment, 1 Berlin 45, Gerani

Lottschlyski, J., Dipl. Math., Bundesgesundheiment, 1 Berlin 45, Geranienstr. 3

Hanl, (. cof. blut. f. Inform. Theor. u. Autom., Fraha 2, Vysehreadska 49

Beimbrid, J., Pof., Inst. ang. Math. TH, 8 Minchen 2, Arciestr. 21

Hering, F. Lipi. Math., 33 Bonn, Burgwag 50

Himbylmann, N., Dr., Inst. and. Stat., 78 Freiburg. Eisenbahmetr. 2

Hock, J., Sipl. Math., Math. Inst. TH, 3 Hannover

Hubar, P. J., Prof., Figth, Inst. UTH, 8006 Zurich

Jacobs, K., Prof., Moth. Unct., 252 Erlangen, Bismarckstr. 11/2 .

Jirina, M., Dr., Akad, d, Wiss., Praha 1, Zitna 25 Kellerer, H., Prof., Math. Inst., 463 Bochum Friederikastr. 11 Klinger, H., Prof., Univ, Düsseld., 34 Göttingen, Bürgerstr. 32 Kloppenburg, J., Dipl. Math., Math. Inst. d. Univ., 74 Tübingen Kneser, H., Prof., Math. Inst. d. Univ., 74 Tübingen, Ochsenweide 6 Koutsky, Z.D., Dr., Inst. f. Inf. theor. u. Aut., Praha 2, Vyssehradská 49 Krafft, O., Dr., Inst. Math. Stat., 44 Münster, Schloßplatz 2 Krönig, D., Dipl. Math., Math. Sem. d. Univ., 6 Frankfurt, Robert-Mayer-Str. 6-8 Kurotschka, V., Dipl. Math., Inst. Math. Stat., 78 Freiburg, Hebelstr. 27 Lorenz, R.J., Dipl. Math., Bund. Forsch. Anst. f. Viruskrankh. d. Tiere, 74 Tübingen, Postfach 329 Lukacs, Prof., Inst. de Stat., Paris 5, 9, Quai St. Bernard Lyttkens, E., Univ. Stat. Inst., Uppsala, Sturegatan 2 Mammitzsch, V., Math. Inst. d. Univ., 8 München, Schellingstr. 2-8 Martin-Löf, P., Dr., Stockholm Ö, Grevgatan 13 Morgenstern, D., Prof., Inst. Math. Stat., 78 Freiburg, Hebelstr. 27 Nedoma, J., Dr., Inst. Inf. theor. d. Akad. d. Wiss., Praha 2, Vyšehradská 49 Nölle, G., Dipl. Math., Inst. Math. Stat., 44 Münster, Schloßplatz 2 Peter, R., Bayer. Akad. d. Wiss., 8 München 2, Richard-Wagner-Str. 18 Plachky, D., Inst. Math. Stat., 44 Münster, Nordstr. 5 Prékopa, A., Dr., Math. Inst., Budapest V, Realtanoda u. 13-15 Rényi, A., Prof., Akad. d. Wiss., Budapest, Benczur utca 28 Révész, P., Prof., Budapest, Realtanoda u. 13-15 Richter, H., Prof., Math. Inst. d. Univ., 8 München 22, Lerchenfeldstr. 8 Rost, H., Math. Inst. d. Univ., 8 München 13, Schellingstr. 2-8 Schmetterer, L., Prof., Math. Inst. d. Univ., 1090 Wien, Strudlhofgasse 4 Schmitz, N., Inst. Math. Stat., 44 Münster, Schloßplatz 2 Schneeberger, H., Dr., Inst. Ang. Math. d. TH, 8 München, Arcisstr. 21 Schneider, B., Prof., Med. Akad., 3 Hannover, Bischofsholer Damm 15 Schrage, G., Inst. Ang. Math. Univ., 53 Bonn, Bonner Talweg 8 Schützenberger, M.P., Prof., Antony (Seine), 74 Rue Velpeau (Frankr.) Störmer, H., Dr., Fa. Siemens, 8035 Buchendorf, Post Gauting 2, Münchener Str. 41 Uhlmann, W., Prof., Inst. f. Stat., 87 Würzburg, Plattnerstr. 3 Urbanik, K., Professor, Wrocław 12 (Polen), ul. Stefczyka 8 Vincze, I.Prof., z. Zt. Math. Inst. d. Univ., X 69 Jena, Helmholtzweg 1 Vogel, W., Prof., Inst. Ang. Math., 53 Bonn, Bonner Talweg 8

Jirina, M., Dr., Akad. d. 192., Praha 1. Zitná 25 Kellerer, H., Jerof., A. H. 1838, 463 Bochum Friederikastr. 11 Klinger, H., Poof., Univ. Bassold., 34 Göttingen, Bürgerstr. 32 Kloppenburg, J., Dipl. Math., Math. Inst. d. Univ., 74 Tübingen Kneucr, ..., Prof., Math. Inst. d. Univ., 74 Tübingen, Ochsenweide 6 Soutsky, A. M., Dr., Inst.f. Inf. theor. u. Aut., Praha 2, Vyssehradská 49 Krafft, O., Dr., Inst. Math. Stat., 44 Münster, Schloßplatz 2 Krönig, D., Dipl. Math., M. th. Sem.d. Univ., 6 Frankfurt, Robert-Mayor-Str. 6-8 Kurotschka, V., Dipl. Math., inct. Math. Stat., 78 Freshberg, Spelstr. 27 Lorenz, R. J., Dipl. Math., Fund. Forsch. Anst. f. Virus reald. d. Tiere, Lukacs, Prof., last. do Stat., Parts 5, 9, Oual St. Bernard Lyttkens. E., Univ. Stat. last., Uppsale, Sturegerun & Commissed, V., Madi. Inst. d. Univ., 8 Manchen. Schellingstr. 3. 3 Mertin-Löf, P., Dr., Stockholm Ö, Grevgatan 1.1 Morgenstern, D., Frof., Inst. Math. Stat., 78 Freiburg, Hebelstr. 27 Nedoma, J., Dr., Inst. Inf. theor. d. Akad. d. Wiss., Preha 2, Vyšehradská 49 Nolle, C., Dipl. Math., Inst. Math. Stat., 44 Münster, Schloßplatz 3. Feter, R., Bayer, Akad. d. Wiss., 8 Munchen 2, Richard-Wagner-Str. 18 Plachky, D., Enst. Math. Stat., 44 Münster, Nordstr. 5 Prekopa, A., Iv., Math. Inst., Budapest V. Rositanode : 13-15 Panyl. P. . Prof. Akad. d. Wiss., Budapest, Dencaur utca 28 Richter, H., Prof., Math. (nst. d. Univ., 8 München 22, Lerchenfeldstr. 8 Révész, P., Prof., Sudapest, Refiltanoda u. 13-15 Rost, M., Math. Inst. d. Univ., & Wünchen 13, Schellingetr. 2-8 Schmetterer, L., Prof., Meth. Dat. d. Univ., 1990 Wien, Strudlhofgasse 4 Cobmitz, M., Inst. Mart. Stat., 44 Munster, Schlosplatz ? Schneeberger, H., Dr., It., Ang. Math. d. TH, 8 München, Arcisstr. 21 Cohneider, B., Prof., Med. Akad., 3 Hannover, Bischofsholer Damm 15 Schrage, C., Inst. Ang. Math. Univ., 53 Bonn, Bonner Talweg 3 Cohützenberger, M. P., Prof., Antony (Seine), 74 Rue Velpeau (Frankr.) Stermer, H., Dr., Pa. Siemens, 8035 Buchendorf, Post Cauting 2, Münchene Unimagen, W., Prof., Last. 1. Stat., 87 Würzburg, Plastnerstr. 3 Wrockaw 12 (Polen), ul. Stefosyka B Vinces, 1. picel., z. Zt. Math. Inst. d. Univ., X 69 Jana, Halmholtzweg 1 . Pennelogs, .2 Amoday. Voget, ..., Prof., Inst. Ang. Math., 53 Bonn, Bonner Tolweg 8



Waldenfels, W.von, Dr., Math. Inst. d. Univ., 66 Saarbrücken
Walter, E., Prof., Inst. med. Stat. u. Dok., 78 Freiburg, Eisenbahnstr. 2
Wendel, J.G., Prof., Dep. of Math. Univ. of Michigan, Ann Arbor, Mich. USA
Winkelbauer, K., Prof., Inst. f. Inf. theor. u. Aut., Praha 2, Vyšehradská 49
Witting, H., Prof., Inst. Math. Stat., 44 Münster, Schloßplatz 2

In 38 Vorträgen wurden die folgenden Problemkreise angeschnitten:

- 1. Wahrscheinlichkeitstheorie
- 2. Allgemeine Gesichtspunkte der Statistik
- 3. Spezielle Test- und Schätzverfahren
- 4. Nichtparametrische Methoden
- 5. Informationstheorie
- 6. Spezielle Themen

Die Fülle der behandelten Themen spiegelte die Vielfalt der Problemstellungen innerhalb der Wahrscheinlichkeitstheorie und ihrer Anwendungen und vermittelte einen erfreulichen Überblick über die derzeit laufenden Forschungen. Die Vorträge gaben im einzelnen nicht nur die (bisher unbekannte) Lösung von bekannten Problemen an, sondern enthielten oft überraschende Lösungsansätze für neuere Problemstellungen (z.B. bezüglich des Zusammenhangs von Zufall, Information und Statistik).

Die jeweils anschließende Diskussion war der Ausgangspunkt für weiterführende Gespräche zwischen den Tagungsteilnehmern, und die zwanglose
Atmosphäre des Forschungsinstituts erlaubte einen regen wissenschaftlichen und privaten Gedankenaustausch.

Die folgenden Zusammenfassungen beruhen auf - teilweise gekürzten - Berichten der Vortragenden.

#### 1. WAHRSCHEINLICHKEITSTHEORIE

ANDERSEN, E.S.: Fluctuations of Sums of Randem Variables

Let  $X_1$ ,  $X_2$ ,...,  $X_n$  be independ, r.v. and let  $S_k = X_1 + \dots + X_k$ ,  $k = 0, 1, \dots, n$ . The order statistics of  $S_0$ ,  $S_1$ ,...,  $S_m$   $(0 \le m \le n)$  are denoted by  $R_{m,k}$ ,  $k = 0, 1, \dots, m$ , and the index of the sum  $S_j$  which equals  $R_{m,k}$  is denoted by  $L_{m,k}$ . (In case two or more sums  $S_j$  are equal then it is still possible to define  $L_{m,k}$  uniquely).

It is known, see e.g. Sidney Post, J. Math. Anal. Appl. 6 (1963) that the joint distribution of  $(R_{n,k}, L_{n,k}, S_n)$  is the convolution of the joint distributions of  $(R_{k,k}, L_{k,k}, S_k)$  and of  $(R_{n-k,0}, L_{n-k}, 0, S_{n-k})$  We have obtained, using an idea of Achi Brandt, Math. Scand. 9 (1961) a





Valdenfels, e.von, Dr., Math. Inst. d. Univ., '66 Saarbrück as every wafter. E., Prof., Inst. med. Stat. u. Dok., 78 Freiburg, Eisenbahmete. Sundel, J. C., Frof., Dep. of Math. Univ. of Michigan, ann Arbor, Mich. of Michigan, and Arbor. Wisehradska 48 (time, E., Frof., Inst. Law. Stat., 44 Münster, Schlobpletz

In 32 Verträgen wurder ha folgenden Problemkraise angeschnitten:

- 1. (durschalef. hastheerie
- . Allgemeins Centrispünkte der Statistike
  - 8. Sparielle 3004- und Schätzverfahren
    - 4. Michigana and the Methoden
      - 6. Informationed orie
        - (. Specialist This on

Direction der bendelten Themen spiegelte die Vielticht der Problemstellungen istaaghalb der ahrscheinlichkeitstheerie and ihrer Anwendangen und verhittelte sinen erfreulichen Überblick über die derweit lagienden Derschungen. Die Verträge gaben im eiezelnen nicht nur die (bieher underskungen) Edsauer von bekannten Problemen an, sondern enthielten oft übertrassel ande Desammen und Statistiken in berählich des Zusammen hieren Zufall, Information und Statistik).

Dis journile anschließende Diskussion war der Ausgangspunkt für veiterrühmante Geopräche zwischen den Tagungsteilnehmarn, und die zwanglose
rühmente des Forechungsinstituts erlaubte einem regen were nschaftlich in und anivaten Gedankenaustausch.

Die felgeöden Zunammenfassungen beruhen auf - toilweise gekürzten - Bericht a der Vortraganden.

#### i PAREJORAN LLERESTUTEROSEE

ANDERSEN, E.S.: Fluctuations of Surns of Kandem Variables





proof based on a combinatorial lemma. This lemma allows extension of the result to symmetrically dependent r.v. and also other extensions.

FLIEGER, W.: Die Anzahl der Niveaudurchgänge von Gaußschen Prozessen

Ausgehend von einer für den Erwartungswert von ordinären Zählprozessen geltenden Formel läßt sich der Erwartungswert der Anzahl der Nullniveaudurchgänge eines stochastischen Prozesses berechnen. Für einen Gaußschen Prozeß x(t) (mit Ex(t) = 0 und var x(t) = 1 für alle t des Definitionsbereichs) erhält man auf diesem Weg mit Hilfe des Burkill-Integrals notwendige und hinreichende Bedingungen dafür, daß der Erwartungswert der Anzahl der Durchgänge durch das Niveau a und der Erwartungswert der Anzahl der Schnittpunkte von x(t) mit einer Kurve f(t) endlich sind. Verallgemeinert man den Begriff des Niveaudurchgangs entsprechend, so gelten die Ergebnisse auch für (unstetige) separable Prozesse.

MAMMITZSCH, V.: Zur Existenz von gemischten Momenten bei vorgegebenen Momenten höherer Ordnung

Es sei a(w) ein n-dimensionaler zufälliger Vektor,  $x = (x_1, ..., x_n) \in \mathbb{R}^n$ ;  $E a^x := E \prod_{i=1}^n a_i^{x_i}$  bezeichne das "Moment der Ordnung x",

 $K_a := \{x \in \mathbb{R}^n : E a^x < \infty\}$  den "Existenzbereich von a". Dann gilt:

- 1)  $0 \in K_a$ ;  $K_a$  ist konvex und ein  $F_{\sigma}$ .
- 2) Sei KcR<sup>n</sup> beschränkt, abgeschlossen, konvex, sowohl ein  $F_{\sigma}$  wie ein  $G_{\delta}$ ,  $0 \in K$ ; dann existiert ein Zufallsvektor a, der K zum Existenzbereich hat.
- 3) Es sei Ea<sup>r</sup> < ∞ für ein 0≤r∈R<sup>n</sup>. Man sucht notwendige und hinreichende Bedingungen, damit Ea<sup>s</sup> < ∞ für alle s aus W:= {s:0≤s≤r}. Lösung: Man muß die Existenz aller Ea<sup>e</sup> fordern, wo 0 ≠ e ≠ r Eckpunkt von W ist. Diese Bedingung läßt sich nicht dahingehend abschwächen, daß andere als die angegebenen Momente mit Ordnungen aus W existieren sollen.

RÉVÉSZ, P.: On a zero-one Law (Ergebnis unter Mitarbeit von P.Bártfai)  $X_1$ ,  $X_2$ ,... seien zufällige Größen,  $B_n^N$  die kleinste von  $X_n$ ,...,  $X_N$  erzeugte  $\sigma$ -Algebra.

Def.: Die Folge  $X_1$ ,  $X_2$ ,..., heißt  $\delta$ -mischend (mit  $0<\delta<1$ ), wenn eine Folge  $a_n\to\infty$  existiert, so daß (für genügend große n)





percellered on a combinatorial lemma. This lemma ellows outbunder of

# MedialTZSCE, V.: Zur Existenz von gemischten Momonten is i vongage. benen Momenten höheurer Onlinus

which with aim n-dimensionaler zufälliger V wips,  $x = (x_1, \dots, x_p) \in \mathbb{R}^n$  for the  $\mathbb{R}^n$  is  $\mathbb{R}^n$  in  $\mathbb{R}^n$  bezeichne her "Woom at the Dedruck  $\mathbb{R}^n$ ,"

(1996) E. H. : Ea way) die Existententeleviel von a. Dannellt:

3) For action of the single o

RÉVÉSZ, F.: On a sero-on law (Ergebnis unter Witchbolt von P. Bártfai)  $X_1$ ,  $X_2$ , ... neien zufölligt Trößen,  $\frac{N}{n}$  die kleinste von  $X_n$ , ...,  $X_N$  erzeugte o-Algabra.

Def.: Die Folge  $X_1$ ,  $X_2$ ,..., edat 5-mischend (mit  $0 < \delta < 1$ ), wenn eine Folge  $a_n \Rightarrow \pi$  sectiont, so dat (für genügend große n)





$$|P(A | B_1^n) - P(A)| \le \delta$$
 für alle  $A \in B_{n+a_n}^{\infty}$ .

SATZ: Ist  $X_1, X_2, \dots$   $\delta$ -mischend, so gilt:

$$P(C) \ge 1 - \delta$$
 für alle  $C \in T = \bigcap_{n=1}^{\infty} B_n^{\infty}$ .

FOLGERUNG: Wenn  $\delta < \frac{n-1}{n}$ , dann ist T eine atomare  $\sigma$ -Algebra mit höchstens n-1 Elementen (d.i. Verallgemeinerung eines Satzes von H. Cohn). Dieses Ergebnis ist in folgender Weise optimal: Man kann für jedes n und  $\delta = \frac{n-1}{n}$   $\delta$ -mischende Folgen  $X_1, X_2, \ldots$  konstruieren derart, daß T n Atome enthält.

### SCHMETTERER, L.: Summen Markov'scher Ketten auf endlichen Halbgruppen

Sei S eine endliche Halbgruppe und  $(\xi_i, i \ge 1)$  ein stationärer Markov' scher Prozeß mit Zustandsraum S. Der Prozeß  $s_n^+ = \xi_1 \xi_2 \dots \xi_n$  (oder  $s_n^- = \xi_n \xi_{n-1} \dots \xi_1$ ),  $n \ge 1$ , ist im allgemeinen kein Markov-Prozeß, wohl aber ist der Prozeß  $(s_n^+, \xi_n)$  mit dem Zustandsraum S x S ein solcher. Das Verhalten des Prozesses  $s_n^+$  für  $n \to \infty$  kann studiert werden, wenn die Klassifikation der Zustände von  $(s_n^+, \xi_n)$  bekannt ist.

Mit Hilfe des zweiseitigen Minimalideals  $H_n$  in S werden die rekurrenten Zustände von  $(\xi_i)$  und  $(s_n^+,\xi_n)$  und die Periodizitätsverhältnisse in  $(s_n^+,\xi_n^-)$  beschrieben.

Ist S eine Gruppe, so erhält man folgende Charakterisierung:  $\lim_{n\to\infty} P(s_n^+ \mid (s,e)) \text{ ist genau dann das Haarsche Maß auf S, wenn S die } n\to\infty$  Invarianzgruppe ist.

### STÖRMER, H.: Überlagerung nichtstationärer Erneuerungsprozesse

Gegeben sei eine Folge von nichtstationären Erneuerungsprozessen (Ursprungsprozessen). Durch Überlagerung der jeweils n ersten Prozesse entsteht eine neue Folge von Prozessen, die im allgemeinen keine Erneuerungsprozesse sind. Es wird ein Grenzwertsatz bewiesen, der zeigt, wie sich das lokale Verhalten der Überlagerungsprozesse unter recht allgemeinen Voraussetzungen dem eines Poissonprozesses nähert. Dieser Satz ist ein Analogon zu dem Grenzwertsatz von Khintchine für Folgen von Folgen stationärer Erneuerungsprozesse.





 $\|F(A\|_1^n) - F(A)\| \le \delta, \quad \text{für alle} \ A \in \mathbb{B}_{n+\alpha,n}^n.$  The X<sub>1</sub>, X<sub>2</sub>,... \$-mischend, so give

 $P(C) \ge 1 - \epsilon$  when  $P(C) \ge 1 - \epsilon$ 

POLGERUNG: Wen  $\leq \frac{n-1}{n}$ , danc is. This etomate we begin mit blockers n-1 Glorus ten (d.i. Veralishminorung eines Sautienven F. Cohn). Dieses Ergebnic ist in folgender Weish optimal: Mondon benn für jedes nurd  $\delta = \frac{n-1}{n} \delta$ -misch tab wolgen S, S, S, ... konstruieren derert. daß Ten Atome enthalle.

SCHWETTHRIER, L.: Suranten Mar ov's cher Matten buf endlichen Halb-

Set S. i. address in Degree und (S., 121) sin ancionanter hardow cher decret are set in the Property of the control of the con

let das Suppe, so erhält man krigense Charakter eterung: lim F(st / (s, )) ist genau deen dar Kaareche Maß auf 4, v. .: S die .- » frynriam suppe ist.

## COLMER, E.: Courlegorung michtstationärer Erneuerungsprozum

Jen soi ine foly von nichtstationär a Erneuerungsprozessa (Francessansengsprozessa). Evec Überlagerung ar jaweils in Arsten Prozessa egitteht ind neue Folga von Arezadan, die im allgemeinen keine Erneuffungsprozessa still. A wird ein Oranswartsab bewiesen, der zeigt, wie eich des lokale Valuellan das für Arabayerungsprozessa unter recht allgeraeitar Verdussetzung das Gines Folgenungsprozessa nähert. Dieser satz ist in Arabayen zu dam Orenzwertsab von Khintchine für Folgen von Folgen dationärer Erneuerungsprozessa.



and the rise ( )? ( )?



# WENDEL, J.G.: The exact Hausdorff Measure of the zero set of a stable process

- (1) Let X(t) be a (sufficiently regular version of a) stable process of index  $\alpha \in (1,2)$  and let  $Z = \{t: X(t) = 0\}$ . For  $\beta = 1 \alpha^{-1}$  put  $\varphi(h) = h^{\beta}$ . (log  $|\log h|$ )  $|1-\beta|$ ,  $0 < h < h_0$ , and let  $\varphi = m(\cdot)$  denote the Hausdorff-measure induced by  $\varphi$ . Then  $0 < \varphi m(Z \cap [0,t]) := f(t) < \infty$  for all t > 0, almost surely (a.s.).
- (2) Let A(t) be the local time of X(t) at zero, in the sense of Beylan (III. J. Math., 1964). There exists a possitive finite constant c such that f(t) = c A(t) for all t, a.s. As shown by Stone (III. J. Math., 1963) the function  $A^{-1}(t)$  inverse to A(t) is an increasing stable process of index B. Then (1) und (2) are corollaries of
- (3) Let  $\tau(t)$  be an increasing stable process of index  $\Omega \in (0,1)$ , and let  $\Omega$  be its range. Then  $\varphi$  m( $\Omega \cap [0,\tau(t)]$ ) = ct for all t > 0, a.s.

#### ALLGEMEINE GESICHTSPUNKTE DER STATISTIK

BAUMANN, V.: Dualisierung eines durch einen Test gegebenen linearen Programms

Es wird das Problem betrachtet, eine zusammengesetzte Hypothese H gegen eine einfache Alternative v mit gegebener Sicherheitsschranke  $\alpha$  trennscharf zu testen. Das Problem kann als ein lineares Programm über dem Banach-Raum  $\oplus$  der meßbaren beschränkten Funktionen  $\phi$  betrachtet werden. Das zu diesem Programm duale ist: Man minimiere  $\alpha y_1^*(1) + y_2^*(1)$  unter den Nebenbedingungen  $y_1^* \geq 0$ ,  $y_2^* \geq 0$ ,  $y_1^*(E,\phi) + y_2^*(\phi) \geq E_{V}^*(G)$  (für alle  $\phi \in G$ ,  $\phi \geq 0$ ). Dabei ist  $E \cdot \phi \in C(H)$ , dem Raum der über H stetigen und beschränkten Funktionen,  $y_1^*$  stetiges lineares Funktional über G(H),  $g_2^*$  stetiges lineares Funktional über G(H). Mit einer Verallgemeinerung des Motzkin'schen Transpositionssatzes kann gezeigt werden, daß die (schwache) Lösbarkeit des Testproblems mit der (schwachen) des Dualproblems äquivalent ist. Es kann jedoch keine statistische Interpretation des Dualprogramms gegeben werden.





- V. : DHI, J.G.: The ext of Mauedorff Washer's Stable part wit generalized to the process
  - (ii) Let X(t) be a (sufficiently require resident A and A and A and A and let  $Z = \{1: X(t)\}$  and A and let  $A = \{1: X(t)\}$  and A are A are A and A are A are A are A and A are A are A are A and A are A.
- (all of AA) so the local time of X(t) argero, is the repositive algorithm. Specific (all of A(t)) are 11 t, s.s. As she also also also (11.7. and 11.63) the respection A (t) are 12 are to A(t) is a success of also also (a) such (a) and (a) are described process of all of them (b) such (a) are described so are considered.
  - (4) for r(t) be an t exactnot stable process of t(t) or  $R_t E_t(x, t)$ , and let  $t \in \mathbb{R}^{n}$  then  $t \in \mathbb{R}^{n}$  of  $t \in \mathbb{R}^{n}$  or r(t))  $t \in \mathbb{R}^{n}$  denote the  $t \in \mathbb{R}^{n}$  and  $t \in \mathbb{R}^{n}$  denote the  $t \in \mathbb{R}^{n}$  of  $t \in \mathbb{R}^{n}$  and  $t \in \mathbb{R}^{n}$  denote the  $t \in \mathbb{R}^{n}$  of  $t \in \mathbb{R}^{n}$  and  $t \in \mathbb{R}^{n}$  and  $t \in \mathbb{R}^{n}$  denote the  $t \in \mathbb{R}^{n}$  and  $t \in \mathbb{R}^{n}$  denote the  $t \in \mathbb{R}^{n}$  and  $t \in \mathbb{R}^{n}$  denote the  $t \in \mathbb{R}^{n}$  and  $t \in \mathbb{R}^{n}$  denote the  $t \in \mathbb{R}^{n}$  denotes the  $t \in$

### ALLE-PMEINE GERRERERERE DES STATISTES

## BAUMANN, V.: Dualisterung eines dut et anen Tott ge Jebenen linserren Programms

To wind dot if roblem betrachter, eine zuschmening skurde if spodu at Eggen and inflache Alternative valit gegeb new Sichere itssehrankt a gegen and inflace. Alternative valit gegeb new Sichere itssehrankt a tremschingen auch new bereichten beschränkter in linkares Programm ther in der raeßbaren beschränkter in unkriende e betrachtet vorden. Der zu diesem Programm duch ist ihn minimit. The vorden in des mit den Nebenbedingungen  $y_1^n \in \mathbb{N}$  is  $y_1^n \in \mathbb{N}$  in  $y_2^n (1) : y_2^n (1) : y_2^n (1)$  unter den Nebenbedingungen  $y_1^n \in \mathbb{N}$  is  $y_1^n \in \mathbb{N}$  in the inunder Ger über Hastrigen end Unschränkten Funktionen,  $y_1^n$  striges lineares Funktional über in kilt einer Funktional über in kilt einer Vereilgem inerung des Netzkinfaren Trenspositionspatzes kann gezeigt werden, daß die (selwache) Lösbar eit des Teatproblems mit der (schweden) des Dualproblems äquivalent ist. Verbang iedoch keine stelistische den Geban der Dualproblems gegeben werden.





#### BIERLEIN, D.: Über die Effektivität prästatistischer Informationen

In das WALD'sche Modell eines statistischen Entscheidungsproblems wird die Gesamtheit  $\Phi$  derjenigen W Maße auf einem hinreichend großen  $\sigma$ -Ring über dem Parameterbereich X einbezogen, die mit dem prästatistischen Wissen des Statistikers verträglich sind. Eine prästatistische "Information"  $\Phi$  wird "effektiv" genannt, wenn das MM Risiko bezogen auf  $\Phi$  kleiner ist als das MM Risiko im Fall fehlenden Vorwissens. Kriterien für die Effektivität von  $\Phi$  werden mit Hilfe einer spieltheoretischen Interpretation hergeleitet und auf den Fall der Punktschätzung einer Wahrscheinlichkeit x spezialisiert. Wird  $\Phi$  durch die "vage" Vorkenntnis  $\Phi(x \le \tau) = \vartheta$  erzeugt, so sind die Wertepaare  $(\tau, \vartheta)$  mit effektivem  $\Phi$  einer graphischen Darstellung zu entnehmen. Die Vorgabe der Gleichverteilung über X entspricht nicht einem völligen Nichtwissen, sondern der effektiven prästatistischen Information  $\Phi = \{L \mid B\}$ , deren Effektivität - in naheliegender Weise quantitativ erfaßt - allerdings auch von der vager Vorkenntnisse übertroffen werden kann,

### HUBER, P.I.: Strikte Effizienz und Supereffizienz

Sei  $(P_{\vartheta})_{\vartheta} \in U \subset R$  eine einparametrige Familie von Wahrscheinlichkeitsmaßen, welche Dichten  $p_{\vartheta}$  in Bezug auf ein  $\sigma$ -endliches Maß besitzen.

ANNAHME:  $\frac{p_{\vartheta + \Delta} - p_{\vartheta}}{p_{\vartheta} \cdot \Delta}$  hat einen  $L_2(p_{\vartheta})$ -Limes  $\frac{p_{\vartheta}}{p_{\vartheta}}$  für  $\Delta \to 0$ , und

 $I(\vartheta) = \int \left(\frac{p_{\vartheta}'}{p_{\vartheta}}\right)^2 dP_{\vartheta} \text{ ist stetig und } \neq 0 \text{ in } \vartheta_o. \text{ Sei } x_1, x_2, \dots \text{ eine}$  Folge von unabhängigen Zufallsgrößen mit Verteilung  $P_{\vartheta}$ .

SATZ: Wenn eine Folge von Schätzungen  $T_n = T_n(x_1, ..., x_n)$  von  $\vartheta$  in  $\vartheta$  strikt effizient ist, d.h. wenn für ein c > 0

$$\lim_{k\to\infty} \limsup_{n\to\infty} \sup_{|\vartheta-\vartheta_0| \leq \frac{ck}{\sqrt{n}}} I(\vartheta) \, \mathbb{E}_{\vartheta} \{ \min[n(T_n-\vartheta)^2, \, k^2] \} \leq 1 \, ,$$

dann gilt

$$\lim_{k\to\infty} \lim_{n\to\infty} I(\vartheta_0) \, \mathbb{E}_{\vartheta_0} \{ \min[n(T_n - \vartheta_0)^2, k^2] \} = 1,$$

und  $\mathfrak{Q}(\sqrt{n}(T_n-\vartheta_0)) \longrightarrow \mathbb{N}(0,\frac{1}{I(\vartheta_0)})$ . Insbesondere kann  $T_n$  in  $\vartheta_0$  nicht supereffizient sein.





## BIERLEIN, D.: Über die Effektivität prästatistischer Informationen

in the later of the Modell sines statistischen Entscheidungsproblems wird der entscheidt. Garfanigen W Maße auf einem hinreichert großen 2- iter aber den tere Fenna tereteit der der eine den eine Tenna tereteit der er entscheiden der eine State prochtische der der eine Maße auf den eine Fenna den eine State prochtische der der eine den eine State begode om Taleiche begode om Taleiche int der Gebrichter der Verwisnent. Nest eine für Eine Late Late Late der Gebrichter der der eine Gebrichter der der Gebrichter de

# HUBE , .1.: Strilte Efficienz and Superefficienz

Sci  $(P_s) \ni \in \mathcal{G} \subset \mathbb{R}$  wine cinpersmetrige Familie von Wahrscheinlichkeitstaßen, welche Dienton  $p_s$  in Fazug auf ein  $\sigma$ -endliches Maß besitzen.

. ANNAHME: 
$$\frac{p_{\phi}+\Delta^{-1}p_{\phi}}{p_{\phi}+\sqrt{1-p_{\phi}}}$$
 het einen  $p_{\phi}$ -Line  $p_{\phi}$  für  $\Delta\to 0$ , und

$$I(y) = \frac{2}{3} \left(\frac{2}{3}\right)^3 dP_g$$
 ist stetig and  $\neq 2$  in  $P_g$ . S.i.  $N_1, N_2, \dots$  ein. Folgs you amphibility a Zufallsgrößen mit Vertallung.

of the state of the following the state of the state of

$$\lim_{k\to\infty} |\log \log p| \sup_{|z|=\frac{1}{2}} |2(0)| \mathbb{E}_{y} \{\min \{n(\mathbb{T}_{p}-z)\}, k^{\frac{1}{2}}\} \le 1.$$

$$\lim_{n\to\infty}\lim_{n\to\infty}\mathbb{I}(\mathcal{E}_{0})\triangleq_{0}\mathbb{I}(\operatorname{sin}[\mathbb{I}(\mathbb{T}_{n}-\mathbb{F}_{0})^{2},\mathbb{R}^{2}])=1.$$

and  $\mathbb{P}(\sqrt{n} \ (T_n - S_n)) \Longrightarrow \mathbb{P}(0, \frac{1}{(D_n)})$ . Insbasionders kenn  $T_n$  in  $S_n$ 





### KRAFFT, O.: Eine symmetrische Behandlung des Testproblems

Das Testen zweier Hypothesen H und K über den Parameter  $\vartheta$  einer dominierten Klasse  $\mathfrak{B} = \{w_{\vartheta}, \vartheta \in \theta\}$  (wobei  $\theta = \theta_H + \theta_K$ ) von Wahrscheinlichkeitsverteilungen über einem Stichprobenraum  $(X, \mathfrak{B})$  läßt sich mit Hilfe eines Optimalitätskriteriums behandeln, welches die Fehlerwahrscheinlichkeiten 1. und 2. Art symmetrisch berücksichtigt. Strukturaussagen für auf diesem Kriterium beruhende Tests lassen sich aufgrund von Dualitätsbetrachtungen gewinnen. Hierzu reduziert man das Problem durch Mittelbildung über die zu  $\theta_H$  und  $\theta_K$  gehörenden Dichten und Minimierung des in der  $\mathfrak{L}_1$ -Norm gemessenen Abstandes der gemittelten Dichten.

LUKACS,E.: Anwendung der charakteristischen Funktionen in der Statistik

# MARTIN-LÖF, P.: Must a statistician specify the test he will use without looking at the observations?

In order that it be permissible to apply a statistical test it is currently required that it must have been decided upon without looking at the observations. This important non mathematical clause is related to and just as vague as von Mises' "Auswahl ohne Benutzung der Merkmalunterschiede der auszuwählenden Elemente". In practice statisticians actually look at their observations to find out whether they have some very improbable property in which case the hypothesis is rejected. To remove this gap between theory and practice it is proposed to consider all tests which can be effectively defined, each test being weighted with the number of bits which are required to define it. The notion of effectiveness is made precise by means of recursive function theory.

### NÖLLE, G.: Zur Theorie der bedingten Tests

Zur Konstruktion eines gleichmäßig besten Tests (im Sinne von Neyman and Pearson) für zwei zusammengesetzte Hypothesen ermittelt man häufig zunächst einen für  $\mathbb{B} = \{w_g : \vartheta \in \theta\}$  (mit geeignetem  $\theta$ ) ähnlichen, gegen eine einfache Alternative  $w_g$  besten Test zum Niveau  $\alpha$ . Ist T eine für 0 vollständige suffiziente Statistik und bezeichnet  $\frac{\pi}{\alpha}$  die Mange der Tests mit Neyman-Struktur für  $\mathbb{B}$  bezüglich T, so genügt es, einen Test





#### KR. J. F. . O.: Eine symmetrische Schandlung des Testpfeblams

Das Testen zweier Hypothesen H und K über den Persimeter  $\beta$  einer dominierten Klasse  $\mathbb{S}=\{w_g, \phi\in\beta\}$  (wobei  $\theta=\theta_H+\theta_K$ ) und Virigitationalischen Kieserte ungen über einem Stichprobenraum  $(X, \psi)$  läßt äth ich beit Hilfe eines iptimal vitsimitoriums behandeln, wold se die Fiblishwohn. Hilfe eines iptimal vitsimitoriums behandeln, wold se die Fiblishwohn. schreinlicht (x,y) is a symmetrie (x,y) of the object in the sprungens (x,y) is a single surface of the surface (x,y) in the bruhende (x,y) in the object of the object in the ob

LEKACSJE, : Anwigndung der charakteristischen Euphtionen in der Statistik

# We we fill-Late, the Mayer a statistician specify the test he will use without the late of the Late of

The section of the product of the continuent to the continuent of the continuents. The continuent non-mathematical characteristic policies as the absential continuents of the continuents.

### NÖLLE, C.: Zur ib eris der bedingt en Tests

Zur bestruktion has givielmäßig besten Tests (im Sinne von Teyron and Fearson) für ewei greenengesetzte Hypothegen ermittelt nein häufig gunächst einen für  $\mathbb{R} = \{w_{\varphi}: \vartheta \in \mathfrak{S}\}$  (mit geeignetem 3) ähnlichen, gegen eine einferen Ale rantive  $w_{\vartheta}$  besten Test zum Miveau  $\alpha$ . Ist T eine für eine zurfachte Ale rantive  $w_{\vartheta}$  besten Test zum Miveau  $\alpha$ . Ist T eine für  $\alpha$  vollestadige suffiziente Statistik und bezeichnet  $\alpha$  die Mange der Test mit Neyresen-Struktur für D bezüglich T, so genügt au, einen Test





 $\phi^* \in \Phi_{\alpha} \text{ zu bestimmen mit } E_{\vartheta_0}(\phi^*|t) \geq E_{\vartheta_0}(\phi|t) [w_{\vartheta_0}^T] \nabla \phi \in \Phi_{\alpha}. \text{ Es wird}$  gezeigt, daß ein solcher Test stets existiert, falls \$\mathbb{B}\$ dominiert ist. 
Existieren bedingte Verteilungen  $w_{\cdot}^{X/t}$  bzw.  $w_{\vartheta_0}^{X/t}$  von  $w_{\vartheta_0}$ ,  $\vartheta \in \theta$ , bzw.  $w_{\vartheta_0}$ , so geht man zur Bestimmung von  $\phi^*$  im allgemeinen so vor, daß für jedes t ein bester Test  $\phi_t^*$  für  $w_{\cdot}^{X/t}$  gegen  $w_{\vartheta_0}^{X/t}$  ermittelt wird. 
Lassen sich dann die "bedingten Tests"  $\phi_t^*$  zu einer meßbaren Funktion zusammensetzen, so erhält man bekanntlich einen Test  $\phi^*$  mit den obengenannten Eigenschaften. Diese Konstruktion soll für dominiertes \$\mathbb{B}\$ allgemein durchgeführt werden. Mit Hilfe einer einfachen Darstellung für  $\phi^*$  kann man die Meßbarkeit nachweisen.

Die entsprechende Fragestellung für nicht-dominiertes W kann nur unvollkommen beantwortet werden.

#### PLACHKY, D.: Zur schwachen Konvergenz von Testfunktionen

Es seien  $\mu$  ein  $\sigma$ -finites Maß und  $\tilde{\Phi}$  die Menge der Testfunktionen über  $(X, \mathfrak{B})$ , wobei zwei Testfunktionen, die  $\mu$ -fast überall übereinstimmen, identifiziert werden. Ist  $\mathfrak{B}$  ein separabler  $\sigma$ -Körper, so gilt bekanntlich:  $(\tilde{\Phi}, \mathfrak{T})$  ist ein folgenkompakter Hausdorff-Raum, wobei  $\mathfrak{T}$  die Topologie der schwachen Konvergenz von Testfunktionen ist.

Es wird gezeigt, daß diese Aussage auch ohne diese Separabilitätsannahme richtig ist. Ist jedoch  $\mathfrak B$  separabel, so gilt sogar, daß  $(\Phi,\mathfrak X)$  ein folgenkompakter Hausdorff-Raum mit einer abzühlbaren Basis ist. Die Existenz einer abzählbaren Basis wiederum ist äquivalent damit, daß  $(\Phi,\mathfrak X)$  ein metrischer Raum ist. Hieraus folgt:  $(\Phi,\mathfrak X)$  ist genau dann metrisierbar, wenn die schwache Konvergenz von Testfunktionen durch abzählbar viele  $f_i\in\mathfrak B_1(X,\mathfrak B,\mu)$  bestimmt ist. Schließlich werden für das Problem, wann die schwache Konvergenz mit der starken Konvergenz von Testfunktionen übereinstimmt, eine maßtheoretische und eine topologische Charakterisierung angegeben.

#### SCHMITZ, N.: Zur Lösung eines Mehrentscheidungsproblems

Es werden (für festen Stichprobenumfang) Aussagen über Existenz und \_\_\_\_\_\_\_ Gestalt optimaler Entscheidungsfunktionen bei einem k-Entscheidungs-





where  $\mathbb{E}_{g}$  is nearther that  $\mathbb{E}_{g}$  ( $\mathbb{C}^{*}|t$ )  $\geq \mathbb{E}_{g}$  ( $\mathbb{C}|t$ )[ $\mathbb{W}_{g}^{*}$ ]  $\mathbb{V}$  ( $\mathbb{C}^{*}$ )  $\mathbb{E}_{g}$ . Es wird goesige dat ein chain fest stets existient, fails 3 dominient interpretation by the set of the  $\mathbb{E}_{g}$  of  $\mathbb{E}_{g}$  and  $\mathbb{E}_{g}$  is a continuation of  $\mathbb{E}_{g}$  and  $\mathbb{E}_{g}$  and  $\mathbb{E}_{g}$  are given that we set of the set of  $\mathbb{E}_{g}$  is a single continuation of the set of  $\mathbb{E}_{g}$  and  $\mathbb{E}_{g}$  is a single continuation of the set of  $\mathbb{E}_{g}$  and the set of  $\mathbb{E}_{g}$  are single continuation of the single continuation of the set of  $\mathbb{E}_{g}$  and  $\mathbb{E}_{g}$  are the set of  $\mathbb{E}_{g}$  and  $\mathbb{E}_{g}$  are single continuation of the single continuation of the set of  $\mathbb{E}_{g}$  and  $\mathbb{E}_{g}$  are single continuation of the single continuation of the set of  $\mathbb{E}_{g}$  and  $\mathbb{E}_{g}$  are single continuation of the single continuation of  $\mathbb{E}_{g}$  and  $\mathbb{E}_{g}$  are single continuation of the single continuation of  $\mathbb{E}_{g}$  and  $\mathbb{E}_{g}$  are single continuation.

District the enterior because it went the richt-dominanter of kann har unveilkommen beer ameiet went a.

## PILVOILKY, D.: Mar charges, no sonvergence total serionkisemen

Estaden usein prefinites Massand of distribute Legislationen über (X, F), wobel www. Certianktionen, distribute headilitiet verdies for a substitution of the substitu

Es vird gezzigt, des distribusage auch ohne eist Separabilitätsannhar richtig ist, ist jedech Treeparabel, so gilt sogar, daß (%%) ein
iderricompolaer linusderff-leder mit einer abzühlberfor Sasia ist. Die
fixi wett einer ebeihbert an Besir wiederum ist äquivalent daß
fixi wett einer beihbert in den besir wiederum ist äquivalent dam
fixi per einer die velet die den die delett (%%) ist genau dam
ebzühlber vir einer die velet eine Konvergenz von Teatfunktionen durch
abzühlber vir einer die sehen eine Konvergenz mit der gtanken Konvergenz
das Erchlere, weren die sehen eine Konvergenz mit der gtanken Konvergenz
von Teatfunktionen übereinstellent. Sin emaßtheoretasche und eine topologische Charakentsieren engegeben.

#### SCHMITZ, H.: Zur Laur, lines Mahrentecheidungsprobleus

: werden (für festen Stichprobenumfang) Aussagen über Existent und atalt optimeler Entschuldung unktionen bei ein au E-Entschuldungs-





problem gemacht, das aufgrund gleichartiger Berücksichtigung aller Hypothesen symmetrisch ist. Allerdings werden die Hypothesen bei der Optimierung je nach der Bedeutung von Fehlentscheidungen verschieden stark bewertet. Dabei ergibt sich eine Äquivalenz mit einem Minimax-Problem. Unter Verwendung der von WITTING und KRAFFT für die Testtheorie entwickelten Methoden aus dem Gebiet der linearen Programme lassen sich mit Hilfe dualer Variabler notwendige und hinreichende Bedingungen für die Optimalität von k-Entscheidungsverfahren angeben. Daraus folgen dann auch leichter zu verifizierende Bedingungen, die jedoch nur notwendig bzw. nur hinreichend sind.

Aus der Äquivalenz mit einem asymmetrischen Problem ergeben sich auch für die Testtheorie einige neue Aspekte.

#### 3. SPEZIELLE TEST - UND SCHÄTZVERFAHREN

GEBHARDT, F.: Verteilung des 3. und 4. Stichprobenmoments bei Gaußvariablen

 $X_1, \ldots, X_n$  seien unabhängig normal verteilt,  $S^2 := \frac{1}{n} \Sigma (X_i - \bar{X})^2$ ,  $\sqrt{b_1} = \frac{1}{n} \Sigma (X_i - \bar{X})^3 / S^3$ ,  $b_2 = \frac{1}{n} \Sigma (X_i - \bar{X})^4 / S^4$ . Besprochen wird die Approximation der Signifikanzschranken für  $\sqrt{b_1}$  und  $b_2$  durch:

- a) Berechnung der ersten vier Momente von  $\sqrt{b_1}$  und  $b_2$  mittels k-Statistiken, Approximation durch Pearson-Verteilungen ( $n \ge 100$  bei  $b_2$  und  $n \ge 50$  bei  $\sqrt{b_1}$  ist ausreichend)
- b) Monte-Carlo-Verfahren: Simulation durch Stichproben der Größenordnung 100 000. Erzeugung der Zufallszahlen durch "Mischen" von Pseudozufallszahlengeneratoren, da die für gut gehaltenen Kongruenzmethoden, wie  $a_{n+1} = (2^{18} + 3) a_n + 5 \mod 2^{35}$ , starke Korrelationen bewirken  $(a_{n+2} = 6 a_{n+1} 9 a_n + const.)$

Veröffentlichung demnächst in der Biometrischen Zeitschrift.

JIRINA, M.: Ein Problem der weitliegenden Beobachtungen

Bei der statistischen Qualitätskontrolle mögen die zufälligen, unabhän-





proble to examinate and a configuration of the subject to supplie the symmetrisch in the supplied of the subject of the subjec

Aus der Anglierflag 2013 das te apparmetrischen Ferend in ergeben sich euch für die Gebore in der Aspekte.

#### 3. SF PERLE FORU- OND COMÄTZVERFARUL

# GBBH 1987, F. 19 1 Hungeley 3. und 4. Stebyreiteranoments beite entropied being bein

 $\mathbf{X}_{i,j}$ , ..., i.e. the decimal normal normal,  $\mathbf{x}_{i,j}$ ,  $\mathbf{X}_$ 

- a) Buruchnung der im ten ist indominist von efficient is mittels  $\text{leftiatike}, \ \text{Approximation derival subscieby withlungen } (n \geq 100)$  but by and  $n \geq 50$  bit  $\sqrt{o_1}$  ist aussetchmen
- b) Norte-Orde-Vorfabres, Singleties carch Standard der Ordenstelle, ung 10000, Stadengrig, in Zufallsrahlen durch Wischer" vor im genore H. Seister, which is a foren, do die für gut gehaltenen Kongruenktellswies, with  $\frac{1}{2}$  (  $\frac{1}{2}$  + 3)  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$  mod 2  $\frac{35}{2}$ , stark: Korrelationen stiffer ( $\frac{1}{2}$  +  $\frac{1}{2}$ )  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$

Variation and a state of the st

:IRINA. M.: Ein Problem or weitlingenden beobachburgen

's fer sintistischer et all theoremle mögen dit zufälliger, unabhän-





gigen, nach  $\Re(m,\sigma^2)$  verteilten Größen  $X_1,\ldots,X_n$  beobachtet werden. Annahme der Partie für  $\bar{x}=\frac{1}{n}\sum X_i < A$ , sonst Ablehnung. Ausnahmsweise kommen "grobe" Fehler vor: Man beobachtet  $X_i + d$  statt  $X_i$  (d eine Konstante) und könnte deshalb eine schlechte Lieferung annehmen.

DEFINITION:  $\epsilon_1$  (klein,  $\leq$  0,05),  $\epsilon_2$  (nicht zu klein,  $\geq$  0,5) seien fest vorgegebene Zahlenwerte; die Abweichung den heißt grob, wenn

$$P(\bar{x} < A/d = 0) = \epsilon_1$$
 und  $P(\bar{x} < A/d = d_0) = \epsilon_2$ .

Hieraus folgt d als Funktion von  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$ .

Sei  $K = \sum (X_i - \bar{X})^2$  die Testgröße zur Elimination von "verdächtigen" Beobachtungen, so erlauben die Gleichungen:

$$P(K \le k_0 | d = 0) = 1 - \eta_1 \text{ und } P(K > k_0 | d = d_0) = \eta_2$$

mit festen  $\eta_1$  ,  $\eta_2$  die Bestimmung einer vernünftigen Signifikanzschranke  $\mathbf{k}_0$  .

# LYTTKENS, E.: Über die bedingte Verteilung der zufälligen Fehler für gegebene beobachtete Werte

Unter Voraussetzung Gauß' scher Fehlerfunktion und Unabhängigkeit zwischen dem zufälligen Fehler und dem wahren Wert haben K.G. Malmquist und A.S. Eddington Formeln des bedingten Mittelwertes und Streuung des zufälligen Fehlers für einen gegebenen Beobachtungswert hergeleitet. Die entsprechenden Formeln in dem mehrdimensionalen Falle sind hier mit Hilfe der bedingten charakteristischen Funktion der zufälligen Fehler für gegebene Beobachtungswerte abgeleitet in Übereinstimmung mit meinen Ergebnissen in den vierziger Jahren. Diese Ergebnisse sind dann auf die Faktoranalyse verwendet. Dabei erreicht man die entsprechenden Resultate für die bedingte Verteilung der Faktoren für gegebene Beobachtungswerte (Teste).

#### SCHNEEBERGER, H.: Optimierung von Stichproben

Es wird eine Lösung des Problems angegeben, bei geschichteter Zufallsauswahl, die Schichtungspunkte so zu bestimmen, daß bei optimaler bzw. proportionaler Aufteilung des Stichprobenumfanges n die Streuung o $\frac{2}{x}$  ein Minimum wird. Das Verfahren ist auf ein- und mehrdimensionale,





signs, and find the ratelless Größen  $X_1,\ldots,\infty$  respect to the characteristic variety for  $\bar{x}=\frac{1}{r}\; \nabla\; X_i \leq A_i$  country the cross of the constant of th

vor in the Zahlenwert in the element of the survey of the

 $\mathbf{P}(\widetilde{\mathbf{x}}_{N}) = (1 + 1)^{n} + (1 + 1)^{n} + (1 + 1)^{n} + (1 + 1)^{n}$ 

The state of the s

Set  $(\mathbb{R}^{n} \setminus \{1, 1+\widetilde{\mathbb{R}}\}^{\widetilde{n}})$  discretely by the liminary confidentiger

Problem in the confinibulation of the entire

for |C| = |C| |d = 0

 $\mathbf{n}(\mathbb{N})$  can  $\eta_1$  ,  $\eta_2$  as a final constant of vermunity and

acin men

LY: 7.1 S. I.: Ubu, 1.1 inpt Noruli order suffilligen Pehl of I.:

Unity the mass the the second of the substitution and United Responsible to the second of the second

Beck - Warte (Tustum.

### SOL WELLE . . . . . . Optimicrung von Stichprobus.





auf stetige und diskrete Merkmale anwendbar. Speziell ergibt sich im eindimensionalen Fall:

- 1. Die optimale Aufteilung nach Neyman-Tscheprow (bei festen Schichtungspunkten)
- 2. Die optimale Bestimmung der Schichtungspunkte bei proportionaler Aufteilung auf die einzelnen Schichten.
- 3. Die optimale Bestimmung der Schichtungspunkte bei optimaler Aufteilung nach Neyman-Tschuprow auf die einzelnen Schichten.

# UHLMANN, W.: Auswirkung der Endlichkeit der Grundgesamtheit auf die Gütefunktion

In einer Partie von Waren (N Stück) seien pN schlechte Stücke vorhanden. Eine Stichprobe vom Umfang n habe x schlechte Stücke ergeben. Die Partie wird genau dann angenommen, wenn  $x \le c$  (= Annahmezahl). Es sei  $L_{N,n,c}(p)$  die Operations-Charakteristik (= Wahrscheinlichkeit für die Annahme der Partie) beim Ziehen ohne Zurücklegen (hypergeometrische Verteilung), und es sei  $L_{n,c}(p)$  die Operations-Charakteristik beim Ziehen mit Zurücklegen (Binomial-Verteilung). Es wird untersucht, für welche p die Konvergenz von  $L_{N,n,c}(p)$  gegen  $L_{n,c}(p)$  für  $N \to \infty$  monoton ist. Damit wird gezeigt:

$$L_{N, n, c}(p) > L_{n, c}(p)$$
 für  $0$ 

$$L_{N, n, c}(p) < L_{n, c}(p)$$
 für  $\frac{c}{n-1} + \frac{n-c-1}{(n-1)(N+1)} \le p < 1$ .

Diese Aussage ist wichtig für den Fall, daß man n und c durch die Vorgabe zweier Punkte der Operations-Charakteristik bestimmt (vgl. Metrika, Heft 2, 1966).

#### 4. NICHTPARAMETRISCHE METHODEN

#### BELL, C.B.: Randomisierte Nicht-parametrische Testfunktionen

For the 2-sample, k-sample, randomness and independence hypotheses, let (a)  $\mathfrak{F}$  represent the sample; (b)  $\mathfrak{F} = \{A_i\}$  an arbitrary distribution . (c)  $\xi$ , a random sample independent of  $\mathfrak{F}$  and having distribution H,





all vielge en sign electronals anwendbar, Speak in excitation in

- \* The epithon of Audio Commission of Country of Colorege (but the Colorege of the Conference a)
- nul maitre a magliud de ma**ga**parte dont magaparte de politica de la fina de la filipa de la filipa de la filipa A la filipa de la fili
- ". Die optimale beschammen die beidenersspunkt, bei opsimalen af. : t Wang nach Weiter-Washt ps. wans die sinzaln a Schieden.

# Titling of the production of the contract destrumble accounted the contract and con

In word of the very constant of the state of schlechte Stücke verhanden. Zim Richter with the constant of the

$$L_{\rm M,\,c.,\,c}(p) < L_{\rm i..\,c}(p) \quad \text{for } \quad \frac{n-c-t}{(n-t)\sqrt{t-t}} \leq n < 1 \ . \label{eq:LM_constraint}$$

Dieso Aussage ist wichtig für den alle ist man mande aderch die Feugabe zweier Punkte der appendiene- anakteristek bestimme (vgl. Matrika, Heft 2, 1966).

#### 4. MINTPARAM VISHES WETTODES

#### BELL, J. E.: Der bei beit Micht-parametrische Terfunktionen

For the first approximate, rendomness and independence hypotheses, let (c)  $g^{-1}$  give stress ample; (b)  $g^{-2}$  [A] an arbitrary distribution (c)  $G_{ij}$  stress and series dependent of g and having distribution (H,





where h and H are such that  $P\{h(\xi) \le t \mid H\} = G(t)$  for all t. Further, let  $L = \{\gamma\}$  be the maximal permutation group over which the  $H_0$ -distribution of  $\gamma$  is invariant;  $\gamma_{\gamma}$ , such that  $\gamma_{\gamma}$  ( $\xi$ )  $\in A_1$  whenever  $\in A_1$ ; and  $L(\gamma) = \{\gamma(\gamma)\}$ , the  $\gamma$ -orbit.

DEFINITION: (I) W is a B-Pitman function if v assumes s = L different values on a.e. orbit:

(II) the B-Pitman statistic is  $T(v(z)) = \sum_{\gamma \in L} \varepsilon\{v(z) - v(\gamma(z))\},$  where  $\varepsilon$  is the degenerate distribution.

LEMMA: For every maximal similar partition, there exists a B-Pitman function such that  $A_i = \{T(v(x)) = i\}$  for  $1 \le i \le s = \bar{L}$ .

THEOREM: W = h( $\gamma_{\gamma}$ ( $\xi$ )) is NP; has H<sub>0</sub>-distribution C; and  $\gamma$  preserves the P-partition information Let  $\phi$  = 1, $\delta$ ,0 according as T(v)>, = , or < k<sub> $\gamma$ </sub>; ans H such that  $\phi$ (T(v), W)  $\rightarrow$  1.

Theorem: With sufficient regularity, one has (i) A(T(v), W) = 1; and (ii) if T(v) is MP or locally MP, then W is locally most powerful.

#### DOKSUM, K.: Asymptotically minimax non-parametric methods

 $X_1,\ldots,X_m$  and  $Y_1,\ldots,Y_n$  are independent random samples with distributions F and G, where F is continuous. F and G are unknown. One tests F=G against the alternative G< F. Let G be a class of (F,G) with G< F and let J be a class of level  $\alpha$  tests; then one define  $\phi\in J$  to be minimax over J and G if

 $\inf \left\{ \mathfrak{G}_{\phi}\left(F,G\right) : (F,G) \in \Omega \right\} \geq \inf \left\{ \mathfrak{G}_{\psi}\left(F,G\right) : (F,G) \in \Omega \right\} \ \, \text{for all } \psi \in J \\ \text{where } \mathfrak{G}_{\psi}\left(F,G\right) = E_{\left(F,G\right)}\psi. \ \, \text{It turns out that the Wilcoxon test is} \\ \text{asymptotically minimax over the class } \widehat{J} \ \, \text{of tests condidered by Chernoff} \\ \text{and Savage (1958, IMS) and the class } \Omega(\Delta_N) \ \, (N=m+n) \ \, \text{of } (F,G) \ \, \text{such} \\ \text{that } G < F \ \, \text{and } \sup_t [F(t) - G(t)] \geq \Delta_N \ \, , \ \, \Delta_N \to 0 \ \, \text{as } N \to \infty. \ \, \text{Similarly,} \\ \text{the Fisher-Yates (normal acores) test is asymptotically minimax over} \\ \text{the class } J^* \ \, \text{of all level } \alpha \ \, \text{tests and the class } \Omega^*(\gamma; \Delta_N) \ \, \text{of } (F,G) \\ \text{such that } F \ \, \text{has a density and a variance } \sigma^2_F \leq \gamma \ \, \text{and } G(t) \leq F(t-\Delta_N), \\ \Delta_N \to 0 \ \, \text{as } N \to \infty. \\ \end{array}$ 

VINCZE, I.: Über einige Fragen der nichtparametrischen Zweistichprobenteste.

Ausgegangen von seinen früheren Arbeiten kommt der Verfasser (Vor-





two sections of the control of the property of the property of the control of the

DEFINITION: (i) Was a negative of the continuous states of the different value of the orbit;

while is the constant similar position, which is a spanish smooth cosmol (  $A_{ij} = \{T(v(j)) = i\} \text{ for } i \leq i \text{ for } i \leq i \text{ for } i \leq i \text{ for } i \in \{T(v(j)) = i\}$ 

First plants of the state of t

To allow this sufficiences of stip, we have (i) as a line to the hind (ii) as T(vi is allowed as the property of the stip of t

greathan aire anneachas ann anntaine dhe liaigean a tùr d'EXIVE

Approximation of the state of the condition of the state of the state

where  $A_{ij}(\theta, \theta)$  is the property  $A_{ij}(\theta, \theta)$  is the state of  $A_{ij}(\theta, \theta)$  and the state of the stat

Ausgegangen von seiner irüheren Arbeit aukemmt der Verfansur (Vor-



VINCENT, I. : User Stage Prage under michtparametrischen Zweistichprobbntete.

tragender) zu dem folgenden Problemkreis, der mit Ergebnissen von Uzawa (1960), Savage (1956), Savage-Sobel-Woodworth (1966) zusammenhängt:

Zwischen der Nullhypothese  $H_o: \psi(Y) \equiv Y$ ,  $(0 \le Y \le 1)$  und Alternative  $H_{\psi}: \psi(Y) \not\equiv Y$  oder  $H_{\psi}^+: \psi(Y) \le Y$ ,  $\psi(Y) \not\equiv Y$ 

soll mit Hilfe von Rangtesten entschieden werden. - Für zwei Stichproben mit Umfangen m und n sei Z =  $(Z_1, \ldots, Z_{n+m})$  die Folge von den Zahlen 0 oder 1, je nachdem in den vereinigten und gemeinsam geordneten Stichproben aus der i-ten Stelle ein Element aus der ersten Stichprobe oder zweiten Stichprobe ist  $\binom{n+m}{i}$   $Z_i$  = n). Es bezeichne  $Z^{(1)}$ ,  $Z^{(2)}$ ,...,  $Z^{(N)}$  die möglichen Folgen mit N =  $\binom{m+n}{n}$ ). Der N-dimensionale Vektor  $\{P(Z^{(i)}|H_{\psi}), i=1,2,\ldots,N\}$  gibt eine Abbildung der Menge der Alternativen  $\psi$  =  $\{\psi\}$  auf einen Teilbereich des N-dimensionalen Einheitssimplex ab. Jeder Punkt bestimmt den besten Test für die dort abgebildeten Alternativen. Es erheben sich verschiedene Fragen, die teilweise oder in speziellen Fällen bei den obenerwähnten Autoren behandelt sind: Wie weit ist das Einheits-simplex ausgefüllt, wie weit können die  $\psi$ -Funktionen, die zu denselben Punkten gehören, voneinander abweichen, wie kann man diese Mengen anschaulicherweise charakterisieren, insbesondere die Menge

$$\Psi_{o} = \{ \psi_{o} : P(Z^{(i)} | H_{\psi_{o}}) = \frac{1}{\binom{m+n}{n}}, i = 1, 2, ..., \binom{m+n}{n} \},$$

was ist notwendig und hinreichend für die Existenz einer Alternative, für welche die vorgegebene Reihenfolge  $(Z^{1},\ldots,Z^{n})$  einen besten kritischen Bereich mit dem Fehler erster Art  $\alpha$  = k( $\frac{n+m}{n}$ ) ausfällt.

WALTER, E.: Die asymptotische Effizienz einiger einfacher Prüfmaße zur Prüfung der Symmetrie bezüglich Null

Viele Prüfmaße zur Prüfung der Symmetrie bezüglich Null haben die Form  $t_n = \sum \delta_{in} a_{in}$ , wobei  $a_{in}$  vorgegebene Zahlen und  $\delta_{in}$  das Vorzeichen der dem Betrage nach i-tgrößten Beobachtung bedeutet.  $t_n$  ist unter entsprechenden Regularitätsbedingungen asymptotisch normalverteilt. Daraus lassen sich allgemeine Formeln für die asymptotische





the epider) zu dem folgenderer voblemkreis, der mit Ergeenisset von Bay war (1960). Savage (1960), the volge-Sobel-Woodworth (1966) verstannen-Tagt:

Evidence der Nullhypothes.  $H_0: \mathcal{H}_1: \mathcal{H}_1 \to \mathbb{R}$ . Let  $Y \leq 1$  that  $\text{Alternative} \qquad \mathbb{H}_1: \mathcal{H}(Y) \neq \mathbb{R}$  where

soll mit Hills von inngissten antsource of the control of the min und in set  $Z = (1, \dots, h_{nert})$  with Tolga van derman and in the verticity and probable and the few fittings of the f

$$P_0 = \{ p_0 : F(Z^{(0)}) \}, \dots, \{ p_{n-1} : 1 = 1, 2, \dots, (p_{n-1}) \} \}$$

what is convendig that the model and analysis and the short Alternava, the convending the second and the convendence of the con

# 24 FE (, E.: Die asymptotische Misienz chalger einkeher Schimake zur Prübing der Symmetrie bezüglich Mali

Viola Prüfmaße zur Frühung der Symanatria bezüglich Mull haben die Form  $t_n = {}^\infty \delta$ ,  $\delta$ ,  $\delta$ ,  $\delta$ , weight when Zahlen und  $\delta$  das Vorzeichen der dem Betrig nuch istignößten Beschung bedautt, t ist notic entsprechender the plantifierbedingungen asymptotisch normalverralt. Daraus lassen deh ellgerieine Formula für die asymptotische





Effizienz und die lokale asymptotische Dffizienz angeben. Ausführlich wird die Effizienz einfacher Prüfmaße der Form  $a_{in} = i^k$  und

$$a_{in} = \begin{cases} 0 & \text{für } i < n(1-\gamma) \\ 1 & \text{für } i > n(1-\gamma) \end{cases}$$

betrachtet.

#### 5. INFORMATIONSTHEORIE

RÉNYI, A.: Eine Ungleichung zwischen der Irrtumswahrscheinlichkeit und der fehlenden Information

Sei 5 ein Zufallsvektor, 3 eine diskrete Zufallsgröße mit den Werten

$$\vartheta_1, \vartheta_2, \dots, \vartheta_r$$
,  $I := E[H(\vartheta|\xi)] = E[\sum_{i=1}^r (\vartheta = \vartheta_i|\xi) \log \frac{1}{P(\vartheta = \vartheta_i|\xi)}]$ 

die fehlende Information über & nach Beobachtung von 5.

Die Standardentscheidung  $D(\xi)$  sei definiert durch  $D(\xi) = \vartheta_j$  für  $P(\vartheta = \vartheta_j/\xi) = \max_i P(\vartheta = \vartheta_i/\xi)$  (wobei bei mehreren Lösungen  $\vartheta_j$  randomisiert werden soll proportional zu den zugehörigen a-priori-Wahrscheinlichkeiten). Für die Irrtumswahrscheinlichkeit der Standard-Entscheidung  $\Delta := P(D(\xi) \neq \vartheta)$  ist leicht zu zeigen:  $\Delta \leq \frac{1}{2}$  und die Standardentscheidung besitzt gegenüber allen anderen Entscheidungen die kleinste Irrtumswahrscheinlichkeit (Bayes' sche Form des Neyman-Pearson Lemma).

Für  $\Delta$  und I wird die Ungleichung  $\log \frac{1}{1-\Delta} \le I$  und im Fall r=2 sogar die etwas stärkere  $2\Delta < I$  bewiesen.

#### URBANIK, K.: Szegö's Theorem and Information Theory

Let  $\tilde{f}$  be a Young function, X - a compact topological space and  $L_{\tilde{f}}$  - the Orlicz space of complex-valued functions f on X with the norm  $\|f\|_{\tilde{f}} = \inf_{R > 0} \{\frac{1}{R}; \chi \int \tilde{f}(R|f(x)|) d\lambda \}$ , where  $\lambda$  is a probability Borel-measure on X. Let K be the class of bounded Borel Measurable functions on X such that

 $1^{\circ}$  if  $f \in K$  and  $\alpha > 0$ , then  $\alpha f \in K$ .  $2^{\circ}$  the closure (in uniform topology) of the set





Efficient and die lokelt easy en aller et de eee e den. Tasku epok wird die Effizienz einflichen Jage et des et eeg e eingele in e

.eartearted

#### 5. INFORMATIONSTHEORY

REMYI, A.: Eine bestebbase zwische bester wahrscheinlichkeit und der estles ninformed est

Set a sin Zufallan atom, a dine distrate Zufallsgröß, mit dan wermen

$$\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_r$$
, the object of  $\sum_{i=1}^{r} (e^{-i\epsilon_i}|\xi) \log \frac{1}{P(e^{-i\epsilon_i}|\xi)}$ 

distibliend information über is nach Beebreeiung von S.

Die Standardentscheidung D() sie definiert durch D(§) =  $\theta_j$  für  $P(\theta=\theta_j/\xi)$  =  $M_{\rm ax}$   $P(\theta=\theta_j/\xi)$  (wobei bei mehreren Lösungen  $\theta_j$  randomiziert werden soll proportional zu den zugehörigen a-priori-Wahrwehein-lichkeiten). Für die Irrtumswahrscheinlichkeit der Standard-Entscheidung  $\Delta:=P(D(\xi)\neq\theta)$  ist leicht zu zeigen:  $\Delta\le\frac12$  und die Standardentscheidung besitzt gegenüber allen anderen Entscheidungen die kleinste Irrtumswahrscheinlichkeit (Bayes' sche Form des Neyman-Pearson in amme).

Für A and I wind die Ungleichung  $\log\frac{1}{1-\Delta}\leq I$  und im Wall n=2 so gen die etwas stärkers  $2\Delta < I$  bewiesen.

## URB/ NIL, K.: 'sky 10's Theorem and Information Theory

if if  $\ell > 0$  and  $\alpha > 0$ , then  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

The closure (in uniform topology) of the set





 $\{\log |f|: f \in K\}$  contains all real-valued continuous functions on . Suppose that  $\tilde{\phi}'$  is a continuous function. Then the function  $u \, \tilde{\phi}'(u)$  has an inverse function  $\Omega(u) \ (u \geq 0)$ . Morever, for any integrable function  $h \not\equiv 0$ , there exists a number  $\alpha_h$  such that  $\int \tilde{\phi}(\Omega(\alpha_h|h|))\alpha\lambda = 1$ . From simple inequalities in information theory we get the following Theorem, which contains the classical Szegö's Theorem:

If  $\mu$  is a probability measure on , then

of if 
$$\mu$$
 is not abs. cont. with respect to  $\lambda$  inf  $\| f \|_{\frac{\pi}{2}} = \begin{cases} \exp{(-\int \log \Omega (\alpha_0 \, \frac{d\mu}{d\lambda}))} \, d\mu \text{ in the oppos. case} \end{cases}$  where  $\alpha_0 = \alpha_0 \, \frac{d\mu}{d\lambda}$ .

WINKELBAUER, K.: Transmission of Information for Metric Weight
Functions

The asymptotic behaviour of the n-dimensional Bayes risk is studied for the class of all possible metric weight functions (p arbitrarily fixed):

$$w_{n}(z,z') = (\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} [\rho(z_{i},z_{i})]^{p}) \frac{1}{p}; z,z' \in A^{n}, 1 \leq p \leq \infty$$

associated with a distance function  $\rho$  in the alphabet A of a given stationary discrete information source.

Let H be the essential supremum of the entropy rates of the ergodic sources composing the given stationary source and C the capacity of any stationary discrete channel. Then for:

- H < C: The n-dimensional Bayes risk  $r_n$  associated with the weight  $w_n$  can be made arbitrarily small (by using n-dimensional block-codes) for sufficiently large n.
- H > C: There exists  $\epsilon_0 = \epsilon_0(\rho) > 0$  such that  $r_n \ge \epsilon_0$  for all n simultaneously.





 $\{\log |f|: f \in \mathbb{K}\}$  conjugate in the continuous dimetions on

Suppose that  $\mathbb{S}'$  is a second second. The substitute x of (u) cases a function of y of the second substitute x of x of that x is a set an ampber x such that  $x \in \mathbb{S}(\mathbb{S}(x_h|h|))$  in From simple inequalifies in information theory we get the following Theorem, which contains as classical Szegő's Theorem:

We have probability consumed to the three

of if  $\mu$  is not abs. For with n spect to  $\lambda$  is a cycle for  $\frac{du}{dk}$  ) in the opposition of where  $\alpha_0 = \frac{du}{dk}$  .

NINKELBAUER, K.: Transmission of Information for a stric deight.

Functions

The asymptotic behaviour of the n-dimensional Bayes; risk is studied for the class of all possible matric weight functions (p arbitrarily fixed):

$$\mathbf{w_n}(\mathbf{z},\mathbf{z}') = (\frac{1}{2},\frac{1}{2$$

associated with a distance function of a circumstantionary discrete information source.

Let H be the essential apprentua of the entropy rates of the ergodic sources composing the given stationary source and C the capacity of any stationary discrete channel. Then for:

H < C: The n-directional Boyes cick in associated with the weight we can be understifted and (by using n-dimensional block-odes) for sufficiently large n.

the C: There exists  $s_0 = s_0(s) > 0$  such that  $n \ge s_0$  for all n simultaneously.

#### 6. SPEZIELLE THEMEN

#### BORGES, R.: Ecken des Wertebereichs von Vektorintegralen

Es wird die folgende Verallgemeinerung eines Satzes von H. Richter (1963) bewiesen, wobei ausdrücklich zugelassen wird, daß die allgemeinen Maße Sprünge haben.

Gegeben seien n allgemeine Maße  $\mu_1 \mid \Re$ ,... $\mu_n \mid \Re$  über der Grundmenge M und zu jedem  $x \in M$  eine beschränkte eckenabgeschlossene Menge  $S(x) \subseteq \mathbb{R}^n$ , deren Stützfunktion G(u,x) für jedes  $u \in \mathbb{R}^n$   $\Re$ -meßbar sei. Man bilde die Menge  $\mathscr E$  aller Funktionen  $s \mid M$  mit  $s(x) \in S(x)$ , deren Komponenten  $s_i$  eigentlich  $\mu_i$  integrabel sind, und zu jedem  $s \in \mathscr E$  den Integralvektor  $\int s \circ d\mu$  mit den Komponenten  $\int s_i d\mu_i$ . Dann ist die Menge  $E = \{\int s \circ d\mu : s \in \mathscr E\}$  eckenabgeschlossen.

#### DINGES, H.: Ein Risikoproblem

Auf  $\Omega$ , der Menge der Krankheitsstände w, sei ein zeitlich invariantes, ergodisches Maß P definiert. Aus dem Stand w entstehen der Versicherung zur Zeit 1 Kosten f(w), entsprechend sind die Kosten des Standes w zur Zeit 2 - bezeichnet durch Zeitverschiebung T(w) - gleich f(Tw).

Die Summe der Kosten bis zum Zeitpunkt k sind dann

$$s_k(w) := f(w) + f(Tw) + ... + f(T^{k-1}w)$$

$$D_n(w) := \inf_{k=1,2,\ldots,n} s_k^-$$
 heißt Dauerprofit bis zur Zeit n.

Für  $k_n(w) := (s_n(w) - \sup_{k=0,...,n} s_k(w))^+$ , den Kredit, den die Versicherung zur Zeit n aufnehmen muß, um die Kosten zu decken, gilt

$$\int D_{n}(w) dP + \int f(w) dP = \int k_{n}(w) dP$$
.

Wenn  $\int f(w) dP < 0$ , dann gilt

$$\int D_{\mathbf{n}}(e) dP \searrow \int D_{\infty}(w) dP = -\int f(w) dP.$$

## HANE, O.: On a Process Control Problem

A plant characterized by conditional probability densities





#### G. SPEZIELLE USFUEN

"OBBES, B.: Moken der ertebersichs was Vektorintsgralen er

Es wird die folgunde Vereillieffe, instrume, inse Setzen von d. Sieher (1963) bewiesen, wobei aundrüghtlich zugelassen wird, den die alfgebreiner viele-Sprünge heben.

Type we see a sile of the Mines  $\{i_1,\dots,i_n\}$  with a der Coundre of and zu jedem  $x\in \mathbb{N}$  site is a charanter chambgeschlossene Mar for  $\mathbb{R}^n$ , deren Stützfunt film  $\mathbb{N}(u,x)$  for  $\{i_0,i_0\}$  at  $x\in \mathbb{R}^n$   $\mathbb{R}^n$  and the method is  $x\in \mathbb{R}^n$  and  $x\in \mathbb{R}^n$   $\mathbb{R}^n$  and  $x\in \mathbb{R}^n$  in the first one  $x\in \mathbb{R}^n$  and  $x\in \mathbb{R}^n$   $\mathbb{R}^n$  and  $x\in \mathbb{R}^n$   $\mathbb{R}^n$  and  $x\in \mathbb{R}^n$   $\mathbb{R}^n$  and  $x\in \mathbb{R}^n$   $\mathbb{R}^n$  and  $x\in \mathbb{R}^n$  in the first one  $x\in \mathbb{R}^n$  and  $x\in \mathbb{R}^n$   $\mathbb{R}^n$   $\mathbb{R}^n$  and  $\mathbb{R}^n$   $\mathbb{R$ 

#### DEFORD, A.: Ein Risikoproblem

is a comment of the ram Scienaria kesing is no

$$(\mathbf{w}^{1\rightarrow 0}\nabla \mathbf{H} + \ldots + (\mathbf{w}^{m})) + (\mathbf{w})^{m} + (\mathbf{w})^{m} + (\mathbf{w})^{m}$$

 $\mathfrak{D}_n(\sigma): \sigma$  inf  $\sigma_n$  halfs Dauerprofit bis sur Zeit n.

Für  $k_n(w)$ :  $\tau \in (V) = [\sup_{v \in V} s_n(w)]$ . Aun Mesdit, den die Versichen zu  $\tau \in \{0, \dots, n\}$  rung zur Zeit er rubsohnen muß, um die Mosten zu decken, gilt

$$\left( D_{\Omega}(x) \otimes \mathbb{P} + \left( f(w) \right) \right) \mathbb{P} = \int \mathbf{k}_{\Omega}(w) \, \mathrm{d} \, \mathbb{P}.$$

ans ( No) die e d, denn edt

### No. : On a Process Control Problem





<sup>\*</sup> plant characterized by corditional probability densities

It can be shown that the optimum controller is always deterministic, i.e.  $g_n(u/y_1,\ldots,y_{n-1};u_1^*,\ldots,u_{n-1}^*)=\delta(u-u_n^*), n=1,2,\ldots,N$ , where  $\delta$  is the dirac function.

The optimum control is compared with the statistical quality control in three simple cases:

a) 
$$y_n = x_n + v + u_n$$
;

$$y_n = x_n + nv + u_n;$$

c) 
$$y_n = x_n + ax_{n+1} + v + u_n$$
;

 $x_1, x_2, \dots$  are independent random variables  $N(0, \sigma^2)$ , v is a random variable independent of x's with distribution N(m, s), a  $\neq 0$ ,

$$w = \sum_{n=1}^{N} y_n^2$$
) and the results are discussed.

# HERING, F.: Eine Schranke für die Anzahl der Iterationsschritte beim Simplex-Verfahren

Für die Anzahl der Iterationsschritte beim Simplexverfahren ist die Eckenzahl e(k) des Polyeders  $\Re = \{x \in \mathbb{R}^{h-1} : Ax = b\}$  eine obere Schranke. Es wird eine Abschätzung w(h, m) für e(k) gewonnen, die nur von der Dimension h und der Spaltenzahl in der Matrix A abhängt. Der Zusammenhang zu einem geometrisch-kombinatorischen Problem wird hergestellt und w(h, m) = w(h-1, m-1) + w(h, m-2) gezeigt. (Randbedingungen: w(1, m) = m, w(k, k) = 1, w(k, k+1) = 2). Man erhält:

w(h, m) = 
$$\binom{m - [\frac{h+1}{2}]}{m - k} + \binom{m - [\frac{h+2}{2}]}{m - k}$$

Die erhaltene Schranke ist scharf; es wird angegeben, für welche Polyeder e(k) = w(h, m) ist.





ontrollar even certain a condition of the controlled by a controllar even certain and the condition of the conditions of the c

If can be shown that the optimum controller is always deterministic, i.e.,  $\frac{1}{n}(x/x_1,\dots,x_{n-1}) = x(x_n,x_n)$ , as  $1,2,\dots,x_n$ .

There is in E. Circe function.

tract cannot be start in compared with the start literal quality compared to tract

$$y = x + nx + nx + n$$

$$y = x + ax + nx + c$$

 $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots$  are independent random variables  $\mathbb{N}(0, \sigma^2)$  , and the result is variable before  $\mathbb{N}(n, s)$ , and  $\mathbf{y}$ ,

# 275 for Min Schreen W. dis Assent dy Torretionsschritte beim Stapleze-Varietie

The second der Iteral or charte bein himplexentahren ist die nedermacht (k) der Chyologic et al. (k) in a chore the seate. As wird die der bittenag w(h, m) für e(k) gewonnen, die ner see der Dim naim bevonder bevonder in der Matrix A abhängt. Der Sasammenhade et viewe geometrischen anbingtorischen Problem der hergestellt auf (k, e) w w(h-i, m-1) + w(h, m-2) gezeigt. (Randbedingung m: w(h, e) = w(h, k) + j, w(k, k+1) = C). Este arhält:

$$m = \left(\frac{n+1}{2}\right) + \left(\frac{n+2}{3}\right)$$

Distributent obranke ist scharf; as died asgagaben, für welche Polysia (k) early m) ist.





HINKELMANN, K.: Eine spezielle Klasse teilweise ausgewogener unvollständiger Blockversuchspläne

Gegeben seien v Behandlungen  $\mathfrak{b}=\{1,2,\ldots,v\}$ , die zweistufig auf eine Versuchseinheit angewendet werden, und zwar zwei Verfahren i, j in der ersten Stufe und ein drittes Verfahren k in der zweiten Stufe ( $\mathfrak{i}\neq\mathfrak{j}\neq k$ ). Die Anzahl aller möglichen Tripel ( $\mathfrak{i}\mathfrak{j}$ ) k beträgt  $\mathfrak{n}=3(\frac{v}{3})$ . Es soll hier die für praktische Zwecke wichtige Konstruktion sog. unvollständiger Tripelsysteme (UTS) vom Umfang  $\mathfrak{n}'<\mathfrak{n}$  betrachtet werden, die eine gewisse Ausgewogenheit zeigen. Dazu werden die Assoziierungsschemata teilweiser ausgewogener unvollständiger Blockversuchspläne in einer verallgemeinerten Form benutzt. Für eine spezielle Klasse solcher Pläne, die zirkularen UTS, werden notwendige und hinreichende Bedingungen für deren Existenz angegeben.

KOUTSKY, Z.D.: Anwendung geregelter Markoffscher Ketten in der Statistischen Cualitätskontrolle

Für die Bestimmung des besten Kontrollintervalles und des besten Stichprobenplanes für Kontrollkarten wird als mathematisches Modell eines Fertigungsprozesses zuerst eine Markoff-Kette mit zwei Zuständen angenommen, und zwar ist der Fertigungsprozess im guten Zustand, falls die Wahrscheinlichkeit für Ausschuß p<sub>1</sub> ist, im schlechten, falls sie p<sub>2</sub> ist. In Bezug auf verschiedene Risikofunktionen wird noch ein verallgemeinertes Modell zum Vergleich verschiedener Kontrollkarten benutzt, das im Zusammenhang mit der Theorie der geregelten Markoff-Ketten steht, über deren Verhalten allerdings keine vollständige Information vorausgesetzt wird.

NEDOMA, J.: Optimale Algorithmen für Aufsuchen fehlerhafter Elemente in komplizierten Systemen

Für das Auffinden von f falschen aus n linear angeordneten Elementen wird ein optimaler Algorithmus (Probenplan) gesucht, unter der Bedingung, daß man nur feststellen kann, ob sich in der Gruppe der ersten i Elemente (i = 1, 2, ...) mindestens ein falsches Element befindet oder nicht. Als Optimalitätsforderung wird die Minimierung von  $\bar{1} = \Sigma$  1(F)P(F)





# : ANN, K.: Eine spezielle Klasse teilweise ausgewogener unvollsfandiger Blockversachspläne

show its Behandjust was in the aveidness was aveidenen i, i in the stand of the stand and the stand of the standard of the

### KOVTSKY, 2.D.: Anwendung Congular derbadlicher William der Statingeren Gauntdiskortrolic

Fur deeper stimming des bette controllistervalles und de te dan Stichproductiones für Kontrollisten wire els mathematicches landell eines

ett ungeprozesse nuerst sing Markoff-Katt mit zwei Zustinden angeett und zwar ist der Fortigasgsprozes in guten Zustand, falls

ett engelnsinlichkeit für Ausschuß p<sub>1</sub> irt, im schlenten, fells sie

ett en flegug auf verschiedene Richkofteskeinen wird noch ein verett en inerigg Modell zum Vergleich verschiedener Kontrollkarten betweet, des im Zustumenberg mit der Theoree der gerogelten Markofff:

"teen steht, über deren Verhalten allerdings beine vollständige Införmation vorausgestet wird.

## DCMr, J.: Stimple Algorithmen für Aufenchen fehlerheiter Elemente in komplizierten Systeman

print due spinarior in vor f valuation and a linear angeordaeth Elementon wird and optimal of it welder as (Probablan) gesucht, until der Bedinderen des auch der sonn mur forweitlen kann, ob sich in der "regge der ersten i silement. (i + 1, 1, 1, 1, 1) until etens ein falsches Element befindet oder nicht, de C. Co. Verenfelderung wird die Minimierung von I = No 1(F)P(F)





vorgeschlagen (Kubit, Ullrich; Kybernetika 1965), wobei 3 das System aller Teilmengen der n Elemente ist, P(F) die Wahrscheinlichkeit, daß gerade die Elemente aus F falsch sind und 1(F) die Anzahl der Proben bis zum Auffinden aller Elemente aus F ist, sodaß 1 die "mittlere Probenanzahl" definiert.

Für ein System  $\tilde{\mathfrak{d}}$  von nur einelementigen Untermengen der n Elemente (d.h. f = 1) läßt sich der Algorithmus einem alphabetischen Kode zuordnen, dessen Kodeworte gerade die Länge 1(F) haben. Der schnellste Algorithmus entspriche dann dem kürzesten alphabetischen Kode, wobei gilt:  $H \leq \tilde{1}_{min} \leq H + 2$ .

Einfach ist noch der Spezialfall  $P(F) = \frac{\pi}{E} \cdot \frac{P_E}{E \notin F} \cdot \frac{\pi}{E} \cdot \frac{(1-P_E)}{E \notin F}$  mit  $P_E$  als Wahrscheinlichkeit, daß das Element E falsch ist (insbesondere also  $f \geq 1$ ). Hier wird der Algorithmus zerlegt in das Auffinden des ersten falschen Elementes, dann des zweiten u.s.w., sodaß sich auch hier eine Abschätzung der mittleren Probenanzahl ergibt.

PRÉKOPA, A.: Einige Probleme der stochastischen Optimierung Unter der Bedingung Ax = b und  $x \ge o$  soll  $\mu = c'x$  maximiert werden, wobei die Elemente der Matrix A und der Vektoren b und c zum Teil oder alle Zufallsgrößen sind.

Während es nicht gelingt, eine exakte Wahrscheinlichkeitsverteilung für  $\mu^*$  = Max  $\mu$  anzugeben, wurden unter schwachen Voraussetzungen nach der Methode von Cramer Grenzwertsätze bewiesen, die eine asymptotische Normalverteilung mit angebbarem Mittelwert und Varianz für  $\mu^*$  sichern und somit die Konstruktion von Konfidenzintervallen für  $\mu^*$  erlauben.

SCHUTZENBERGER, M.P.: Produits des matrices non-négatives

WALDENFELS, v.W.: Das statistische Modell eines unendlich ausgedehnten Gases

Sei X ein lokal kompakter, nicht kompakter, im Unendlichen abzählbarer Hausdorff-Raum, M der Raum aller positiven Radonmaße über X





THE THE REAL PROPERTY OF THE PROPERTY OF THE

mittlere Probenanzan anditiona

ist noch der Spezuffill p(F) (I-F) mit is ahrscheinlichkeit, daß des Element is ist (insbesondere also 2-1): Hier wird der Algorithmus zerlegt in das Auffinden des serten valetanten u.s.w., sodaß sich auch ist ine

# Sinig Design of the description of the sector of the Optimier ung

Unter der Bedingung by this x > o satt p = o'x maximiert werden, wobei die Elemente d by between bund & zum Teil öder elle Zufallsgrößen eind:

washend es nicht gelligt, ihr exakte wastecheinschliche vertriken ür pet 19 mar u anzügen in wieden inter schriuchen Vorsen bereichte nicht der ab über ab über der ab über der ab über der interversiehen wirdt der ab über der interversiehen wirdt der ab über der interversiehen wirden zu bei über der interversiehen.

FISTONE ELS: V. :: Das statistische Mydell einer uns den ausge-

barran in the state of the completion of the positives in the case about the consumation of the consumption of the construction of the

mit geeigneter Topologie.

Als statistisches Modell eines unendlichen ausgedehnten Gases der mittleren Dichte N bzgl.  $\lambda(\cdot)$  (= festes Maß aus  $\mathfrak{T}$ , nicht beschränkt) wird das Paar ( $\mathfrak{T}$ ,  $\mathfrak{T}$ ) angesehen:  $\mathfrak{T}$  ergibt sich als (schwacher) Grenzwert gleichmäßig straffer Maße für endliche Modelle, ist straffes Maß auf X und eindeutig durch die Bedingung festgelegt:

$$\langle \mathfrak{P}, f_{\psi} \rangle = f(\mathfrak{D}) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{N^{k}}{k!} \cdot e^{-N\lambda (\operatorname{Tr}_{\psi})} \cdot \int_{\operatorname{Tr}_{\psi}}^{(k)} \int_{\operatorname{Tr}_{\psi}}^{(k)} f_{\psi} \left( \sum_{i=1}^{k} \delta x_{i} \right) \lambda (dx_{1}) \dots \lambda (dx_{k})$$

wobei f eine beliebige, stetige und beschränkte Funktion auf  $\mathfrak{M}$ ,  $\psi \geq 0$  stetig mit kompaktem Träger,  $f_{\psi}(\mu) = f(\mu\psi)$  und  $\langle \mu\psi, \phi \rangle = \langle \mu, \psi = \phi \rangle$  ist. Ist  $A \in X$  bezüglich  $\lambda$  integrierbar, dann ist  $\mu \rightarrow \mu(A)$  meßbar und Poisson-verteilt zum Parameter  $N \cdot \lambda(A)$ . Sind  $A_1, \ldots, A_k \subset X$  integrierbar und  $\lambda(A_i \cap A_j) = 0$  für  $i \neq j$ , dann sind die  $\mu \rightarrow \mu(A_i)$  für  $i = 1 \ldots k$  unabhängig.

. igologoT retem it the

in the individuation of Modellin in the and Modelline as gedennter Course during the control of the control of the faster Modelline T, the books that ) with the Course (T, T) and the control of the con

$$\langle \langle \langle , 1 \rangle \rangle = i \langle \langle \rangle + \frac{\pi}{1} \cdot \frac{\pi}{1}$$

wobei f oine beliebige, statige und beschrönkte Funktion auf  $\mathbb{T}, \ \psi \geq 0$  statig mit kompakter Träger,  $\mathbb{T}_g(u) = \mathbb{T}(u \psi)$  and  $\forall u \psi, \psi \rangle = \langle \mu, \psi \rangle$  ist. Let  $\mathbb{A} \in \mathbb{X}$  bezüglich  $\mathbb{A}$  integrierbar, the fat of  $y = \mu(\mathbb{A})$  meßbar und Poisson-verteilt zum Faramèter  $\mathbb{M} \cdot \mathbb{A}(\mathbb{F})$ . And  $\mathbb{A}_1, \ldots, \mathbb{A}_k \subseteq \mathbb{X}$  istragrierbar und  $\mathbb{A}(\mathbb{A}_1 \cap \mathbb{A}_j) = 0$  für if j, dann sind die  $\mu = \mu(\mathbb{A}_1)$  für  $i = 1 \ldots k$  unabhängig.