Mathematisches Forschungsinstitut
Oberwolfach

Tagungsbericht

Mathematische Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie

17.4. bis 24.4.1966

Unter der Leitung von Herrn Prof. D. MORGENSTERN fand nach beinahe zwei Jahren in Oberwolfach wieder eine Tagung über mathematische Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie statt. Das Interesse an dieser Tagung war sehr groß, es fanden sich 62 Teilnehmer (davon 21 aus dem Ausland) ein. Im einzelnen waren dies:

Teilnehmer:

Andersen, E.S., Prof. H.C. Öisted Institut, Kopenhagen, Universitetsparken 5

Barndorff-Nielsen, O. Prof., Aarhus, Universitet, Matematisk Institut

Baumann, V. Dr., Math. Inst. 5 Köln-Lindenthal, Albertus-Magnus-Platz 1

Beinhauer, R. Dr., Fa. Thyssen-Röhrenwerke, 41 Duisburg-Huckingen Wildunger Str. 14

Bell, C.B. Prof., Inst. de Stat., Paris V, 9, Quai St. Bernard

Bierlein, D. Prof., Inst. Math. Stat. 75 Karlsruhe, Hertzstr. 16

Bock, H.H., Dipl. Math., Inst. Math. Stat. 78 Freiburg, Hebelstr. 27

Borges, R. Dr., Inst. Math. Stat. Univ., Hamburg -13, Rothembaumchaussee 67/69

Christel, H.L., Mediz. Hochschule, 3 Hannover

Dietz, K. Dipl. Math., Inst. f. med. Stat., 78 Freiburg, Eisenbahnstr. 2

Dinges, H. Prof., Univ. 6 Frankfurt a.M., Im Sachsenlager 12

Doksum, K. z.Zt. Inst. de Stat., Paris, 9, Quai St. Bernard

Fieger, W., Dr., Inst. Math. Stat., 75 Karlsruhe, Hertzstr. 16

Gebhardt, F., Dr., Dtsch. Rechenzentrum, 61 Darmstadt, Rheinstr. 75

Gottschewski, J., Dipl. Math., Bundesgesundheitsamt, 1 Berlin 45, Geranienstr. 3

Hanš, O. Prof., Inst. f. Inform. Theor. u. Autom., Praha 2, Vyšehreadská 49

Heinhold, J., Prof., Inst. Ang. Math. TH, 8 München 2, Arcisstr. 21

Hering, F. Dipl. Math., 53 Bonn, Burgweg 50

Hinkelmann, K., Dr., Inst. med. Stat., 78 Freiburg, Eisenbahnstr. 2

Hock, D., Dipl. Math., Math. Inst. TH, 3 Hannover

Huber, P.J., Prof., Math. Inst. ETH, 8006 Zürich

Jacobs, K., Prof., Math. Inst., 852 Erlangen, Bismarckstr. 1 1/2

Jiřina, M., Dr., Akad. d. Wiss., Praha 1, Žitná 25

Kellerer, H., Prof., Math. Inst., 463 Bochum Friederikastr. 11

Klinger, H., Prof., Univ. Düsseld., 34 Göttingen, Bürgerstr. 32

Kloppenburg, J., Dipl. Math., Math. Inst. d. Univ., 74 Tübingen

Kneser, H., Prof., Math. Inst. d. Univ., 74 Tübingen, Ochsenweide 6

Koutsky, Z. D., Dr., Inst. f. Inf. theor. u. Aut., Praha 2, Vyšsehradská 49

Krafft, O., Dr., Inst. Math. Stat., 44 Münster, Schloßplatz 2

Krönig, D., Dipl. Math., Math. Sem. d. Univ., 6 Frankfurt, Robert-Mayer-Str. 6-8

Kurotschka, V., Dipl. Math., Inst. Math. Stat., 78 Freiburg, Hebelstr. 27

Lorenz, R. J., Dipl. Math., Bund. Forsch. Anst. f. Viruskrankh. d. Tiere,
74 Tübingen, Postfach 329

Lukacs, Prof., Inst. de Stat., Paris 5, 9, Quai St. Bernard

Lyttkens, E., Univ. Stat. Inst., Uppsala, Sturegatan 2

Mammitzsch, V., Math. Inst. d. Univ., 8 München, Schellingstr. 2-8

Martin-Löf, P., Dr., Stockholm Ö, Grevgatan 13

Morgenstern, D., Prof., Inst. Math. Stat., 78 Freiburg, Hebelstr. 27

Nedoma, J., Dr., Inst. Inf. theor. d. Akad. d. Wiss., Praha 2, Vyšehradská 49

Nölle, G., Dipl. Math., Inst. Math. Stat., 44 Münster, Schloßplatz 2

Peter, R., Bayer. Akad. d. Wiss., 8 München 2, Richard-Wagner-Str. 18

Plachky, D., Inst. Math. Stat., 44 Münster, Nordstr. 5

Prékopa, A., Dr., Math. Inst., Budapest V, Reáltanoda u. 13-15

Rényi, A., Prof., Akad. d. Wiss., Budapest, Benczur utca 28

Révész, P., Prof., Budapest, Reáltanoda u. 13-15

Richter, H., Prof., Math. Inst. d. Univ., 8 München 22, Lerchenfeldstr. 8^I

Rost, H., Math. Inst. d. Univ., 8 München 13, Schellingstr. 2-8

Schmetterer, L., Prof., Math. Inst. d. Univ., 1090 Wien, Strudlhofgasse 4

Schmitz, N., Inst. Math. Stat., 44 Münster, Schloßplatz 2

Schneeberger, H., Dr., Inst. Ang. Math. d. TH, 8 München, Arcisstr. 21

Schneider, B., Prof., Med. Akad., 3 Hannover, Bischofsholer Damm 15

Schrage, G., Inst. Ang. Math. Univ., 53 Bonn, Bonner Talweg 8

Schützenberger, M. P., Prof., Antony (Seine), 74 Rue Velpeau (Frankr.)

Störmer, H., Dr., Fa. Siemens, 8035 Buchendorf, Post Gauting 2, Münchener
Str. 41

Uhlmann, W., Prof., Inst. f. Stat., 87 Würzburg, Plattnerstr. 3

Urbanik, K., Professor, Wrocław 12 (Polen), ul. Stefczyka 8

Vincze, I. Prof., z. Zt. Math. Inst. d. Univ., X 69 Jena, Helmholtzweg 1

Vogel, W., Prof., Inst. Ang. Math., 53 Bonn, Bonner Talweg 8

Jiřina, M., Dr., Akad. d. [illegible], Praha 1, Žitná 25

Kellerer, H., Prof., [illegible] Inst., 463 Bochum Friederikastr. 11

Klinger, H., Prof., Univ. Bielefeld., 34 Göttingen, Bürgerstr. 32

Kloppenburg, J., Dipl.Math., Math.Inst.d.Univ., 74 Tübingen

Kneser, H., Prof., Math.Inst.d.Univ., 74 Tübingen, Ochsenweide 6

Koutský, Z., Dr., Inst.f.Inf.theor.u.Aut., Praha 2, Vyšehradská 49

Krafft, O., Dr., Inst.Math.Stat., 44 Münster, Schloßplatz 2

Krönig, D., Dipl.Math., Math.Sem.d.Univ., 6 Frankfurt, Robert-Mayer-Str. 6-8

Kurotschka, V., Dipl.Math., Inst.Math.Stat., 78 Freiburg, Hebelstr. 27

Lorenz, R.J., Dipl.Math., Bund.Forsch.Anst.f.Viruskrankh.d.Tiere, 74 Tübingen, Postfach 520

Lukacs, Prof., Inst. de Stat., Paris 5, 9, Quai St.Bernard

Lyttkens, E., Univ.Stat.Inst., Uppsala, Sturegatan 2

Mammitzsch, V., Math.Inst.d.Univ., 8 München, Schellingstr. 2-8

Martin-Löf, P., Dr., Stockholm Ö, Grevgatan 11

Morgenstern, D., Prof., Inst.Math.Stat., 78 Freiburg, Hebelstr. 27

Nedoma, J., Dr., Inst.Inf.theor.d.Akad.d.Wiss., Praha 2, Vyšehradská 49

Nölle, G., Dipl.Math., Inst.Math.Stat., 44 Münster, Schloßplatz 2

Peter, R., Bayer.Akad.d.Wiss., 8 München 2, Richard-Wagner-Str. 18

Plachky, D., Inst.Math.Stat., 44 Münster, Nordstr. 5

Prékopa, A., Dr., Math.Inst., Budapest V, Reáltanoda u. 13-15

Rényi, A., Prof., Akad.d.Wiss., Budapest, Bencur utca 28

Révész, P., Prof., Budapest, Reáltanoda u. 13-15

Richter, H., Prof., Math.Inst.d.Univ., 8 München 22, Lerchenfeldstr. 8/I

Rost, H., Math.Inst.d.Univ., 8 München 13, Schellingstr. 2-8

Schmetterer, L., Prof., Math.Inst.d.Univ., 1090 Wien, Strudlhofgasse 4

Schmitz, N., Inst.Math.Stat., 44 Münster, Schloßplatz 2

Schneeberger, H., Dr., Inst.Ang.Math.d.TH, 8 München, Arcisstr. 21

Schneider, B., Prof., Med.Akad., 3 Hannover, Bischofsholer Damm 15

Schrage, G., Inst.Ang.Math.Univ., 53 Bonn, Bonner Talweg 8

Schützenberger, M.P., Prof., Antony (Seine), 74 Rue Velpeau (Frankr.)

Störmer, H., Dr., Fa.Siemens, 8035 Buchendorf, Post Gauting 2, Münchener Str. 41

Uhlmann, W., Prof., Inst.f.Stat., 87 Würzburg, Plattnerstr. 8

Urbanik, K., Professor, Wrocław 12 (Polen), ul. Stefczyka 8

Vincze, I., Prof., z.Zt. Math.Inst.d.Univ., X 69 Jena, Helmholtzweg 1

Vogel, W., Prof., Inst.Ang.Math., 53 Bonn, Bonner Talweg 8

Waldenfels, W. von, Dr., Math. Inst. d. Univ., 66 Saarbrücken

Walter, E., Prof., Inst. med. Stat. u. Dok., 78 Freiburg, Eisenbahnstr. 2

Wendel, J. G., Prof., Dep. of Math. Univ. of Michigan, Ann Arbor, Mich. USA

Winkelbauer, K., Prof., Inst. f. Inf. theor. u. Aut., Praha 2, Vyšehradská 49

Witting, H., Prof., Inst. Math. Stat., 44 Münster, Schloßplatz 2

In 38 Vorträgen wurden die folgenden Problemkreise angeschnitten:

1. Wahrscheinlichkeitstheorie
2. Allgemeine Gesichtspunkte der Statistik
3. Spezielle Test- und Schätzverfahren
4. Nichtparametrische Methoden
5. Informationstheorie
6. Spezielle Themen

Die Fülle der behandelten Themen spiegelte die Vielfalt der Problemstellungen innerhalb der Wahrscheinlichkeitstheorie und ihrer Anwendungen und vermittelte einen erfreulichen Überblick über die derzeit laufenden Forschungen. Die Vorträge gaben im einzelnen nicht nur die (bisher unbekannte) Lösung von bekannten Problemen an, sondern enthielten oft überraschende Lösungsansätze für neuere Problemstellungen (z.B. bezüglich des Zusammenhangs von Zufall, Information und Statistik).

Die jeweils anschließende Diskussion war der Ausgangspunkt für weiterführende Gespräche zwischen den Tagungsteilnehmern, und die zwanglose Atmosphäre des Forschungsinstituts erlaubte einen regen wissenschaftlichen und privaten Gedankenaustausch.

Die folgenden Zusammenfassungen beruhen auf - teilweise gekürzten - Berichten der Vortragenden.

1. WAHRSCHEINLICHKEITSTHEORIE

ANDERSEN, E.S.: Fluctuations of Sums of Random Variables

Let $X_1, X_2, \ldots, X_n$ be independ. r.v. and let $S_k = X_1 + \ldots + X_k$, $k = 0, 1, \ldots, n$. The order statistics of $S_0, S_1, \ldots, S_m$ $(0 \leq m \leq n)$ are denoted by $R_{m,k}$, $k = 0, 1, \ldots, m$, and the index of the sum S_j which equals $R_{m,k}$ is denoted by $L_{m,k}$. (In case two or more sums S_j are equal then it is still possible to define $L_{m,k}$ uniquely).
It is known, see e.g. Sidney Post, J. Math. Anal. Appl. 6 (1963) that the joint distribution of $(R_{n,k}, L_{n,k}, S_n)$ is the convolution of the joint distributions of $(R_{k,k}, L_{k,k}, S_k)$ and of $(R_{n-k,0}, L_{n-k,0}, S_{n-k})$
We have obtained, using an idea of Achi Brandt, Math. Scand. 9 (1961) a

Waldenfels, W. von, Dr., Math.Inst.d.Univ., 66 Saarbrücken
Walter, E., Prof., Inst.med.Stat.u.Dok., 78 Freiburg, Eisenbahnstr.
Wendel, J.G., Prof., Dep.of Math. Univ.of Michigan, Ann Arbor, Mich. USA
Winkelbauer, K., Prof., Inst.f.Inf.theor.u.Aut., Praha 8, Vyšehradská 49
Witting, H., Prof., Inst.f.Math.Stat., 44 Münster, Schloßplatz

In 38 Vorträgen wurden die folgenden Problemkreise angeschnitten:

1. Wahrscheinlichkeitstheorie
2. Allgemeine Gesichtspunkte der Statistik
3. Spezielle Test- und Schätzverfahren
4. Nichtparametrische Methoden
5. Informationstheorie
6. Spezielle Themen

Die Fülle der behandelten Themen spiegelte die Vielfalt der Problemstellungen innerhalb der Wahrscheinlichkeitstheorie und ihrer Anwendungen und vermittelte einen erfreulichen Überblick über die derzeit laufenden Forschungen. Die Vorträge gaben im einzelnen nicht nur die (bisher unbekannte) Lösung von bekannten Problemen an, sondern enthielten oft überraschende Lösungsansätze für neuere Problemstellungen (z.B. bezüglich des Zusammenhangs von Zufall, Information und Statistik).

Die jeweils anschließende Diskussion war der Ausgangspunkt für weiterführende Gespräche zwischen den Tagungsteilnehmern, und die zwanglose Atmosphäre des Forschungsinstituts erlaubte einen regen wissenschaftlichen und privaten Gedankenaustausch.

Die folgenden Zusammenfassungen beruhen auf - teilweise gekürzten - Berichten der Vortragenden.

1. WAHRSCHEINLICHKEITSTHEORIE

ANDERSEN, E.S.: Fluctuations of Sums of Random Variables

Let $X_1, X_2, \ldots, X_n$ be independ. r.v. and let $S_k = X_1 + \ldots + X_k$, $k = 0, 1, \ldots, n$. The order statistics of $S_0, S_1, \ldots, S_m$ $(0 \le m \le n)$ are denoted by $R_{m,k}$, $k = 0, 1, \ldots, m$, and the index of the sum S_j which equals $R_{m,k}$ is denoted by $L_{m,k}$. (In case two or more sums S_j are equal then it is still possible to define $L_{m,k}$ uniquely).

It is known, see e.g. Sidney Port, J. Math. Anal. Appl. 6 (1963) that the joint distribution of $(R_{n,k}, L_{n,k}, S_n)$ is the convolution of the joint distributions of $(R_{k,k}, L_{k,k}, S_k)$ and of $(R_{n-k,0}, L_{n-k,0}, S_{n-k})$

We have obtained, using an idea of Achi Brandt, Math. Scand. 9 (1961) a proof based on a combinatorial lemma. This lemma allows extension of the result to symmetrically dependent r.v. and also other extensions.

FLIEGER, W.: Die Anzahl der Niveaudurchgänge von Gaußschen Prozessen

Ausgehend von einer für den Erwartungswert von ordinären Zählprozessen geltenden Formel läßt sich der Erwartungswert der Anzahl der Nullniveaudurchgänge eines stochastischen Prozesses berechnen. Für einen Gaußschen Prozeß $x(t)$ (mit $E\,x(t) = 0$ und $\operatorname{var} x(t) = 1$ für alle t des Definitionsbereichs) erhält man auf diesem Weg mit Hilfe des Burkill-Integrals notwendige und hinreichende Bedingungen dafür, daß der Erwartungswert der Anzahl der Durchgänge durch das Niveau a und der Erwartungswert der Anzahl der Schnittpunkte von $x(t)$ mit einer Kurve $f(t)$ endlich sind. Verallgemeinert man den Begriff des Niveaudurchgangs entsprechend, so gelten die Ergebnisse auch für (unstetige) separable Prozesse.

MAMMITZSCH, V.: Zur Existenz von gemischten Momenten bei vorgegebenen Momenten höherer Ordnung

Es sei $a(\omega)$ ein n-dimensionaler zufälliger Vektor, $x = (x_1, \dots, x_n) \in R^n$; $E\,a^x := E \prod_1^n a_i^{x_i}$ bezeichne das "Moment der Ordnung x",
$K_a := \{x \in R^n : E\,a^x < \infty\}$ den "Existenzbereich von a". Dann gilt:

1) $0 \in K_a$; K_a ist konvex und ein F_σ.
2) Sei $K \subset R^n$ beschränkt, abgeschlossen, konvex, sowohl ein F_σ wie ein G_δ, $0 \in K$; dann existiert ein Zufallsvektor a, der K zum Existenzbereich hat.
3) Es sei $Ea^r < \infty$ für ein $0 \leq r \in R^n$. Man sucht notwendige und hinreichende Bedingungen, damit $Ea^s < \infty$ für alle s aus $W := \{s : 0 \leq s \leq r\}$. Lösung: Man muß die Existenz aller Ea^e fordern, wo $0 \neq e \neq r$ Eckpunkt von W ist. Diese Bedingung läßt sich nicht dahingehend abschwächen, daß andere als die angegebenen Momente mit Ordnungen aus W existieren sollen.

RÉVÉSZ, P.: On a zero-one Law (Ergebnis unter Mitarbeit von P. Bártfai)
$X_1, X_2, \dots$ seien zufällige Größen, B_n^N die kleinste von $X_n, \dots, X_N$ erzeugte σ-Algebra.

Def.: Die Folge $X_1, X_2, \dots,$ heißt δ-mischend (mit $0 < \delta < 1$), wenn eine Folge $a_n \to \infty$ existiert, so daß (für genügend große n) proof is based on a combinatorial lemma. This lemma allows extension of the result to symmetrically dependent r.v. [illegible] other extension.

FL[illegible], W.: Die Anzahl der Niveaudurchgänge von [illegible] Prozessen

[illegible] die Anzahl der [illegible] Zählprozessen [illegible] Erwartungswert [illegible] Nullniveau-durchgänge [illegible] Prozesses [illegible] x(t) [illegible] $= 0$ und $\mathrm{var}\, x(t) = 1$ für alle [illegible] mit Hilfe des [illegible]-Integrals [illegible] Bedingungen dafür, daß der Erwartungswert der Anzahl der Durchgänge durch das Niveau a und der Erwartungswert der Anzahl der Schnittpunkte von x(t) mit einer Kurve f(t) endlich sind. Verallgemeinert man den Begriff des Niveaudurchgangs entsprechend, so gelten die Ergebnisse auch für (unstetige) [illegible] Prozesse.

[illegible]TZSCH, [illegible]: Zur Existenz von gemischten Momenten bei vorgegebenen Momenten höherer Ordnung

[illegible] ein n-dimensionaler zufälliger Vektor, $x = (x_1, \ldots, x_n)$ [illegible] bezeichne den Moment der Ordnung [illegible].

[illegible] R^n : $E a^x$ [illegible] den Existenzbereich von a. Dann gilt:

1) [illegible] ; K_a ist konvex [illegible].

2) [illegible] R^n beschränkt, [illegible], sowohl ein E wie ein [illegible] ; dann existiert ein Zufallsvektor a, der K zum Existenzbereich hat.

3) [illegible] $< \infty$ für ein [illegible]. Man macht nebenstehende Bedingungen, damit [illegible] für alle a aus [illegible] $0 \leq a \leq r$ [illegible].

Lösung: Man muß die Existenz aller Ea^s fordern, [illegible] Eckpunkt von [illegible] ist. Diese Bedingung läßt sich nicht [illegible], [illegible] andere als die angegebenen Momente mit Ordnungen [illegible] existieren sollen.

RÉVÉSZ, P.: On a zero-one Law (Ergebnis unter Mitarbeit von P. Bártfai)

$X_1, X_2, \ldots$ seien zufällige Größen, [illegible] die [illegible] von $X_n, \ldots, X_N$ erzeugte σ-Algebra.

Def.: Die Folge $X_1, X_2, \ldots$ heißt δ-mischend (mit $0 < \delta < 1$), wenn eine Folge $a_n \to \infty$ [illegible], so daß (für genügend große n)

$$|P(A \mid B_1^n) - P(A)| \leq \delta \quad \text{für alle } A \in B_{n+a_n}^{\infty} .$$

SATZ: Ist $X_1, X_2, \ldots$ δ-mischend, so gilt:

$$P(C) \geq 1 - \delta \quad \text{für alle } C \in T = \bigcap_{n=1}^{\infty} B_n^{\infty} .$$

FOLGERUNG: Wenn $\delta < \frac{n-1}{n}$, dann ist T eine atomare σ-Algebra mit höchstens $n-1$ Elementen (d.i. Verallgemeinerung eines Satzes von H. Cohn). Dieses Ergebnis ist in folgender Weise optimal: Man kann für jedes n und $\delta = \frac{n-1}{n}$ δ-mischende Folgen $X_1, X_2, \ldots$ konstruieren derart, daß T n Atome enthält.

SCHMETTERER, L.: Summen Markov'scher Ketten auf endlichen Halbgruppen

Sei S eine endliche Halbgruppe und $(\xi_i, \ i \geq 1)$ ein stationärer Markov'scher Prozeß mit Zustandsraum S. Der Prozeß $s_n^+ = \xi_1 \xi_2 \ldots \xi_n$ (oder $s_n^- = \xi_n \xi_{n-1} \ldots \xi_1$), $n \geq 1$, ist im allgemeinen kein Markov-Prozeß, wohl aber ist der Prozeß (s_n^+, ξ_n) mit dem Zustandsraum $S \times S$ ein solcher. Das Verhalten des Prozesses s_n^+ für $n \to \infty$ kann studiert werden, wenn die Klassifikation der Zustände von (s_n^+, ξ_n) bekannt ist.

Mit Hilfe des zweiseitigen Minimalideals H_n in S werden die rekurrenten Zustände von (ξ_i) und (s_n^+, ξ_n) und die Periodizitätsverhältnisse in (s_n^+, ξ_n) beschrieben.

Ist S eine Gruppe, so erhält man folgende Charakterisierung:
$\lim_{n \to \infty} P(s_n^+ \mid (s, e))$ ist genau dann das Haarsche Maß auf S, wenn S die Invarianzgruppe ist.

STÖRMER, H.: Überlagerung nichtstationärer Erneuerungsprozesse

Gegeben sei eine Folge von nichtstationären Erneuerungsprozessen (Ursprungsprozessen). Durch Überlagerung der jeweils n ersten Prozesse entsteht eine neue Folge von Prozessen, die im allgemeinen keine Erneuerungsprozesse sind. Es wird ein Grenzwertsatz bewiesen, der zeigt, wie sich das lokale Verhalten der Überlagerungsprozesse unter recht allgemeinen Voraussetzungen dem eines Poissonprozesses nähert. Dieser Satz ist ein Analogon zu dem Grenzwertsatz von Khintchine für Folgen von Folgen stationärer Erneuerungsprozesse.

$$| P(A \mid \xi_1^n) - P(A) | \leq \delta \quad \text{für alle } A \in E_{n+a}^{\infty} .$$

SATZ: Ist $X_1, X_2, \dots$ δ-mischend, so gilt:

$$P(C) \geq 1 - \delta \quad \text{für alle } C \in T = [illegible] .$$

FOLGERUNG: Wenn $\delta < \frac{n-1}{n}$, dann ist T eine atomare σ-Algebra mit höchstens $n-1$ Elementen (d.h. Verallgemeinerung eines Satzes von [illegible] Cohn). Dieses Ergebnis ist in folgender Weise optimal: Man kann für jedes n und $\delta = \frac{n-1}{n}$ δ-mischende Folgen $X_1, X_2, \dots$ konstruieren derart, daß T n Atome enthält.

SCHMETTERER, L.: Summen Markoff'scher Ketten auf endlichen Halbgruppen

Sei S eine endliche Halbgruppe und $(\xi_i, i \geq 1)$ ein stationärer Markoff'scher Prozeß mit Zustandsraum S. Der Prozeß $\xi_n^+ = \xi_1 \xi_2 \dots \xi_n$ (wobei $\xi_n^+ = \xi_{n-1}^+ \xi_n$ [illegible]), $n \geq 1$, ist im allgemeinen kein Markov-Prozeß, wohl aber ist der Prozeß (ξ_n, ξ_n^+) mit dem Zustandsraum $S \times S$ ein solcher. Das Verhalten des Prozesses ξ_n^+ für $n \to \infty$ kann studiert werden, wenn die Klassifikation der Zustände von (ξ_n, ξ_n^+) bekannt ist. Mit Hilfe des [illegible] Minimalideals K [illegible], dem die [illegible] Zustände von (ξ_n, ξ_n^+) und die Periodizitätsverhältnisse [illegible] (ξ_n, ξ_n^+) beschreiben.

Ist S eine Gruppe, so erhält man folgende Charakterisierung: $\lim_{n \to \infty} P(\xi_n^+ \mid (\xi_1 [illegible]))$ ist genau dann das Haarsche Maß auf S, wenn S die Invariantengruppe ist.

[illegible]MER, [illegible]: Überlagerung nichtstationärer Erneuerungsprozesse

[illegible] eine Folge von nichtstationären Erneuerungsprozessen (Erneuerungsprozessen). Durch Überlagerung der jeweils n ersten Prozesse entsteht eine neue Folge von Prozessen, die im allgemeinen keine Erneuerungsprozesse sind. Es wird ein Grenzwertsatz bewiesen, der zeigt, wie sich das lokale Verhalten der Überlagerungsprozesse unter recht allgemeinen Voraussetzungen dem eines Poissonprozesses nähert. Dieser Satz ist ein Analogon zu dem Grenzwertsatz von Khintchine für Folgen von stationärer Erneuerungsprozesse.

WENDEL, J.G.: The exact Hausdorff Measure of the zero set of a stable process

(1) Let $X(t)$ be a (sufficiently regular version of a) stable process of index $\alpha \in (1,2)$ and let $Z = \{t : X(t) = 0\}$. For $\beta = 1 - \alpha^{-1}$ put $\varphi(h) = h^{\beta} \cdot (\log|\log h|)^{1-\beta}$, $o < h \leq h_o$, and let $\varphi - m(\cdot)$ denote the Hausdorff-measure induced by φ. Then $0 < \varphi\text{-}m(Z \cap [0,t]) := f(t) < \infty$ for all $t > 0$, almost surely (a.s.).

(2) Let $A(t)$ be the local time of $X(t)$ at zero, in the sense of Beylan (Ill. J. Math., 1964). There exists a possitive finite constant c such that $f(t) = c\,A(t)$ for all t, a.s. As shown by Stone (Ill. J. Math., 1963) the function $A^{-1}(t)$ inverse to $A(t)$ is an increasing stable process of index β. Then (1) und (2) are corollaries of

(3) Let $\tau(t)$ be an increasing stable process of index $\beta \in (0,1)$, and let $\mathcal{C}$ be its range. Then $\varphi - m(\mathcal{C} \cap [o, \tau(t)]) = ct$ for all $t > 0$, a.s.

ALLGEMEINE GESICHTSPUNKTE DER STATISTIK

BAUMANN, V.: Dualisierung eines durch einen Test gegebenen linearen Programms

Es wird das Problem betrachtet, eine zusammengesetzte Hypothese H gegen eine einfache Alternative v mit gegebener Sicherheitsschranke α trennscharf zu testen. Das Problem kann als ein lineares Programm über dem Banach-Raum $\mathfrak{F}$ der meßbaren beschränkten Funktionen φ betrachtet werden. Das zu diesem Programm duale ist: Man minimiere $\alpha y_1^*(1) + y_2^*(1)$ unter den Nebenbedingungen $y_1^* \geq 0$, $y_2^* \geq 0$, $y_1^*(E, \varphi) + y_2^*(\varphi) \geq E_v\varphi$ (für alle $\varphi \in \mathfrak{F}$, $\varphi \geq 0$). Dabei ist $E \cdot \varphi \in C(H)$, dem Raum der über H stetigen und beschränkten Funktionen, y_1^* stetiges lineares Funktional über $C(H)$, y_2^* stetiges lineares Funktional über $\mathfrak{F}$. Mit einer Verallgemeinerung des Motzkin'schen Transpositionssatzes kann gezeigt werden, daß die (schwache) Lösbarkeit des Testproblems mit der (schwachen) des Dualproblems äquivalent ist. Es kann jedoch keine statistische Interpretation des Dualprogramms gegeben werden.

[illegible]DEL, J.G.: The exact Hausdorff Measure of the zero set of a stable process

(1) Let $X(t)$ be a (sufficiently regular) [illegible] stable process of index $\alpha \in (1,2)$ and let $Z = \{t : X(t) = 0\}$, [illegible] put $\varphi(h) = h^{\beta} (\log|\log h|)^{1-\beta}$, [illegible] and let $\varphi - m(\cdot)$ denote the Hausdorff-measure induced by φ. Then $0 < \varphi - m(Z \cap [0,t]) = f(t)$ [illegible], almost surely (a.s.).

(2) Let $A(t)$ be the local time of $X(t)$ at zero, in the sense of Boylan (Ill. J. Math., 1964). There exists a positive finite constant c such that $f(t) = c\,A(t)$ for all t, a.s. As shown by [illegible] (Ill. J. Math., 1963) the function A^{-1}, the inverse to $A(t)$ is a [illegible] stable process of index [illegible]. Then (1) and (2) are corollaries of [illegible]

(3) Let [illegible] be an [illegible] stable process of index [illegible], and let [illegible] range [illegible] $[0, r(t)]$ [illegible]

ALLGEMEINE GESICHTSPUNKTE DER STATISTIK

BAUMANN, V.: Dualisierung eines aus einem Test gegebenen linearen Programms

Es wird das Problem betrachtet, eine zusammengesetzte Hypothese H gegen eine einfache Alternative v mit gegebener Sicherheitsschranke zu testen [illegible]. Das Problem kann als ein lineares Programm über dem Raum der meßbaren beschränkten Funktionen betrachtet werden. Das zu diesem Programm duale ist: Man minimiere $y_1^*(1) + y_2^*(1)$ unter den Nebenbedingungen $y_1^* \geq 0$, $y_2^* \geq 0$, $y_1^*(1, v) + y_2^*(\varphi) \geq E_v \varphi$ (für alle φ [illegible]). Dabei ist [illegible] der Raum der über H stetigen und beschränkten Funktionen, y_1^* stetiges lineares Funktional über [illegible], y_2^* stetiges lineares Funktional über [illegible]. Mit einer Verallgemeinerung des [illegible] Transpositionssatzes kann gezeigt werden, daß die (schwache) Lösbarkeit des Testproblems mit der (schwachen) des Dualproblems äquivalent ist. Es kann jedoch keine statistische Interpretation des Dualproblems angegeben werden.

BIERLEIN, D.: Über die Effektivität prästatistischer Informationen

In das WALD'sche Modell eines statistischen Entscheidungsproblems wird die Gesamtheit $\mathfrak{P}$ derjenigen W Maße auf einem hinreichend großen σ-Ring über dem Parameterbereich X einbezogen, die mit dem prästatistischen Wissen des Statistikers verträglich sind. Eine prästatistische "Information" $\mathfrak{P}$ wird "effektiv" genannt, wenn das MMRisiko bezogen auf $\mathfrak{P}$ kleiner ist als das MMRisiko im Fall fehlenden Vorwissens. Kriterien für die Effektivität von $\mathfrak{P}$ werden mit Hilfe einer spieltheoretischen Interpretation hergeleitet und auf den Fall der Punktschätzung einer Wahrscheinlichkeit x spezialisiert. Wird $\mathfrak{P}$ durch die "vage" Vorkenntnis $\varphi(x \leq \tau) = \vartheta$ erzeugt, so sind die Wertepaare (τ, ϑ) mit effektivem $\mathfrak{P}$ einer graphischen Darstellung zu entnehmen. Die Vorgabe der Gleichverteilung über X entspricht nicht einem völligen Nichtwissen, sondern der effektiven prästatistischen Information $\mathfrak{P} = \{L|\mathfrak{B}\}$, deren Effektivität - in naheliegender Weise quantitativ erfaßt - allerdings auch von der vager Vorkenntnisse übertroffen werden kann.

HUBER, P.I.: Strikte Effizienz und Supereffizienz

Sei $(P_\vartheta)_{\vartheta \in U \subset R}$ eine einparametrige Familie von Wahrscheinlichkeitsmaßen, welche Dichten p_ϑ in Bezug auf ein σ-endliches Maß besitzen.

ANNAHME: $\dfrac{p_{\vartheta+\Delta} - p_\vartheta}{p_\vartheta \cdot \Delta}$ hat einen $L_2(p_\vartheta)$-Limes $\dfrac{p_\vartheta'}{p_\vartheta}$ für $\Delta \to 0$, und

$I(\vartheta) = \int \left(\dfrac{p_\vartheta'}{p_\vartheta}\right)^2 d\,P_\vartheta$ ist stetig und $\neq 0$ in ϑ_o. Sei $x_1, x_2, \ldots$ eine Folge von unabhängigen Zufallsgrößen mit Verteilung P_ϑ.

SATZ: Wenn eine Folge von Schätzungen $T_n = T_n(x_1, \ldots, x_n)$ von ϑ in ϑ_o strikt effizient ist, d.h. wenn für ein $c > 0$

$$\lim_{k\to\infty}\ \limsup_{n\to\infty}\ \sup_{|\vartheta - \vartheta_o| \leq \frac{ck}{\sqrt{n}}} I(\vartheta)\, E_\vartheta\{\min[n(T_n - \vartheta)^2, k^2]\} \leq 1,$$

dann gilt

$$\lim_{k\to\infty}\ \lim_{n\to\infty}\ I(\vartheta_o)\, E_{\vartheta_o}\{\min[n(T_n - \vartheta_o)^2, k^2]\} = 1,$$

und $\mathfrak{L}(\sqrt{n}\,(T_n - \vartheta_o)) \longrightarrow N(0, \dfrac{1}{I(\vartheta_o)})$. Insbesondere kann T_n in ϑ_o nicht supereffizient sein.

BIERLEIN, D.: Über die Effektivität prästatistischer Informationen

[illegible] D.'sche Modell eines statistischen Entscheidungsproblems wird [illegible] derjenigen W-Maße auf einem hinreichend großen [illegible] über dem [illegible] eingegangen, die [illegible] möglich sind. Eine [illegible] Information [illegible] dann, wenn [illegible] kleiner ist [illegible] Vorwissen [illegible] für die Effektivität [illegible] Interpretation [illegible] Wahrscheinlichkeit [illegible] Möglichkeit [illegible] gezeigt, [illegible] Die Vorgabe [illegible] entspricht nicht einem [illegible] Nichtwissen, sondern der [illegible] prästatistischen Information [illegible]}, deren Effektivität - [illegible] quantitativ erfaßt - allerdings auch von der vager Vorkenntnisse [illegible] werden kann.

HUBER, [illegible]: Strikte Effizienz und Supereffizienz

Sei $(P_\vartheta)_{\vartheta \in \Theta \subset R}$ eine einparametrige Familie von Wahrscheinlichkeitsmaßen, welche Dichten p_ϑ in Bezug auf ein σ-endliches Maß besitzen.

ANNAHME: $\frac{p_{\vartheta+\Delta} - p_\vartheta}{\Delta \cdot p_\vartheta}$ hat einen [illegible](P_ϑ)-Lim. [illegible] für $\Delta \to 0$, und

$I(\vartheta) = \int \left(\frac{\dot p}{p}\right)^2 dP_\vartheta$ ist stetig und $\neq 0$ in [illegible]. $x_1, x_2, \ldots$ ein Folge von unabhängigen Zufallsgrößen mit Verteilung [illegible].

[illegible] eine Folge von Schätzungen $T_n = T_n(x_1, \ldots, x_n)$ von ϑ in ϑ_0 strikt effizient ist, d.h. wenn für [illegible]

$$\lim_{k\to\infty} \limsup_{n\to\infty} \sup_{|\vartheta-\vartheta_0| \leq \frac{ck}{\sqrt{n}}} I(\vartheta) E_\vartheta\{\min[n(T_n - \vartheta)^2, k^2]\} \leq 1 ,$$

dann gilt

$$\lim_{k\to\infty} \lim_{n\to\infty} I(\vartheta_0) E_{\vartheta_0}\{\min[n(T_n - \vartheta_0)^2, k^2]\} = 1 ,$$

und [illegible]$(\sqrt{n}(T_n - \vartheta_0)) \longrightarrow$ [illegible]$(0, \frac{1}{I(\vartheta_0)})$. Insbesondere kann T_n in [illegible] nicht supereffizient sein.

KRAFFT, O.: Eine symmetrische Behandlung des Testproblems

Das Testen zweier Hypothesen H und K über den Parameter ϑ einer dominierten Klasse $\mathfrak{W} = \{w_\vartheta, \vartheta \in \theta\}$ (wobei $\theta = \theta_H + \theta_K$) von Wahrscheinlichkeitsverteilungen über einem Stichprobenraum $(X, \mathfrak{B})$ läßt sich mit Hilfe eines Optimalitätskriteriums behandeln, welches die Fehlerwahrscheinlichkeiten 1. und 2. Art symmetrisch berücksichtigt. Strukturaussagen für auf diesem Kriterium beruhende Tests lassen sich aufgrund von Dualitätsbetrachtungen gewinnen. Hierzu reduziert man das Problem durch Mittelbildung über die zu θ_H und θ_K gehörenden Dichten und Minimierung des in der $\mathfrak{L}_1$-Norm gemessenen Abstandes der gemittelten Dichten.

LUKACS,E.: Anwendung der charakteristischen Funktionen in der Statistik

MARTIN-LÖF, P.: Must a statistician specify the test he will use without looking at the observations?

In order that it be permissible to apply a statistical test it is currently required that it must have been decided upon without looking at the observations. This important non mathematical clause is related to and just as vague as von Mises' "Auswahl ohne Benutzung der Merkmalunterschiede der auszuwählenden Elemente". In practice statisticians actually look at their observations to find out whether they have some very improbable property in which case the hypothesis is rejected. To remove this gap between theory and practice it is proposed to consider all tests which can be effectively defined, each test being weighted with the number of bits which are required to define it. The notion of effectiveness is made precise by means of recursive function theory.

NÖLLE, G.: Zur Theorie der bedingten Tests

Zur Konstruktion eines gleichmäßig besten Tests (im Sinne von Neyman and Pearson) für zwei zusammengesetzte Hypothesen ermittelt man häufig zunächst einen für $\mathfrak{W} = \{w_\vartheta : \vartheta \in \theta\}$ (mit geeignetem θ) ähnlichen, gegen eine einfache Alternative w_{ϑ_0} besten Test zum Niveau α. Ist T eine für $\mathfrak{W}$ vollständige suffiziente Statistik und bezeichnet $\mathfrak{F}_\alpha$ die Mange der Tests mit Neyman-Struktur für $\mathfrak{W}$ bezüglich T, so genügt es, einen Test

KRAFT, O.: Eine symmetrische Behandlung des Testproblems

Das Testen zweier Hypothesen H und K über den Parameter ϑ einer dominierten Klasse $\mathfrak{W} = \{w_\vartheta, \vartheta \in \Theta\}$ (wobei $\Theta = \Theta_H + \Theta_K$) von Wahrscheinlichkeitsverteilungen über einem Stichprobenraum $(X, \ldots)$ läßt sich mit Hilfe eines [illegible] behandeln, welches die Fehlerwahrscheinlichkeiten [illegible] symmetrisch [illegible] [illegible] diesem [illegible] beruhende [illegible] Hieraus reduziert man das Problem [illegible] die zu Θ_H und Θ_K gehörenden [illegible] Abstandes [illegible]

ELKAN, [illegible]: Anwendung der charakteristischen Funktionen in der Statistik

[illegible]: [illegible] a statistician specify the test he will use without looking at the observations?

[illegible] statistical test it is [illegible] required [illegible] decided upon without looking at the observations. This important non mathematical [illegible] is related to [illegible] vague [illegible] von Mises' "Auswahl ohne [illegible] der Merkmalunterschiede der auszuwählenden Elemente". In practice statisticians actually look at their observations to find out whether they have some very improbable property in which case the hypothesis is rejected. To remove this gap between theory and practice it is proposed to consider all tests which can be effectively defined, each test being weighted with the number of bits which are required to define it. The notion of effectiveness is made precise by means of recursive function theory.

NÖLLE, G.: Zur Theorie der bedingten Tests

Zur Konstruktion [illegible] gleichmäßig besten Tests (im Sinne von Neyman and Pearson) für zwei zusammengesetzte Hypothesen ermittelt man häufig zunächst einen für $\mathfrak{W} = \{w_\vartheta : \vartheta \in \Theta\}$ (mit geeignetem ϑ) ähnlichen, gegen eine [illegible] Alternative w_{ϑ_0} besten Test zum Niveau α. Ist T eine für $\mathfrak{W}$ vollständige suffiziente Statistik und bezeichnet Φ_α die Menge der Tests mit Neyman-Struktur für $\mathfrak{W}$ bezüglich T, so genügt es, einen Test

$\varphi^* \in \Phi_\alpha$ zu bestimmen mit $E_{\vartheta_o}(\varphi^*|t) \geq E_{\vartheta_o}(\varphi|t)[w_{\vartheta_o}^T]\ \forall\, \varphi \in \Phi_\alpha$. Es wird gezeigt, daß ein solcher Test stets existiert, falls $\mathfrak{W}$ dominiert ist. Existieren bedingte Verteilungen $w_\cdot^{X/t}$ bzw. $w_{\vartheta_o}^{X/t}$ von w_ϑ, $\vartheta \in \theta$, bzw. w_{ϑ_o}, so geht man zur Bestimmung von φ^* im allgemeinen so vor, daß für jedes t ein bester Test φ_t^* für $w_\cdot^{X/t}$ gegen $w_{\vartheta_o}^{X/t}$ ermittelt wird. Lassen sich dann die "bedingten Tests" φ_t^* zu einer meßbaren Funktion zusammensetzen, so erhält man bekanntlich einen Test φ^* mit den obengenannten Eigenschaften. Diese Konstruktion soll für dominiertes $\mathfrak{W}$ allgemein durchgeführt werden. Mit Hilfe einer einfachen Darstellung für φ^* kann man die Meßbarkeit nachweisen.

Die entsprechende Fragestellung für nicht-dominiertes $\mathfrak{W}$ kann nur unvollkommen beantwortet werden.

PLACHKY, D.: Zur schwachen Konvergenz von Testfunktionen

Es seien μ ein σ-finites Maß und Φ die Menge der Testfunktionen über $(X, \mathfrak{B})$, wobei zwei Testfunktionen, die μ-fast überall übereinstimmen, identifiziert werden. Ist $\mathfrak{B}$ ein separabler σ-Körper, so gilt bekanntlich: $(\Phi, \mathfrak{T})$ ist ein folgenkompakter Hausdorff-Raum, wobei $\mathfrak{T}$ die Topologie der schwachen Konvergenz von Testfunktionen ist.

Es wird gezeigt, daß diese Aussage auch ohne diese Separabilitätsannahme richtig ist. Ist jedoch $\mathfrak{B}$ separabel, so gilt sogar, daß $(\Phi, \mathfrak{T})$ ein folgenkompakter Hausdorff-Raum mit einer abzählbaren Basis ist. Die Existenz einer abzählbaren Basis wiederum ist äquivalent damit, daß $(\Phi, \mathfrak{T})$ ein metrischer Raum ist. Hieraus folgt: $(\Phi, \mathfrak{T})$ ist genau dann metrisierbar, wenn die schwache Konvergenz von Testfunktionen durch abzählbar viele $f_i \in \mathfrak{M}_1(X, \mathfrak{B}, \mu)$ bestimmt ist. Schließlich werden für das Problem, wann die schwache Konvergenz mit der starken Konvergenz von Testfunktionen übereinstimmt, eine maßtheoretische und eine topologische Charakterisierung angegeben.

SCHMITZ, N.: Zur Lösung eines Mehrentscheidungsproblems

Es werden (für festen Stichprobenumfang) Aussagen über Existenz und Gestalt optimaler Entscheidungsfunktionen bei einem k-Entscheidungs-

problem gemacht, das aufgrund gleichartiger Berücksichtigung aller Hypothesen symmetrisch ist. Allerdings werden die Hypothesen bei der Optimierung je nach der Bedeutung von Fehlentscheidungen verschieden stark bewertet. Dabei ergibt sich eine Äquivalenz mit einem Minimax-Problem. Unter Verwendung der von WITTING und KRAFFT für die Testtheorie entwickelten Methoden aus dem Gebiet der linearen Programme lassen sich mit Hilfe dualer Variabler notwendige und hinreichende Bedingungen für die Optimalität von k-Entscheidungsverfahren angeben. Daraus folgen dann auch leichter zu verifizierende Bedingungen, die jedoch nur notwendig bzw. nur hinreichend sind.

Aus der Äquivalenz mit einem asymmetrischen Problem ergeben sich auch für die Testtheorie einige neue Aspekte.

3. SPEZIELLE TEST- UND SCHÄTZVERFAHREN

GEBHARDT, F.: Verteilung des 3. und 4. Stichprobenmoments bei Gaußvariablen

$X_1, \ldots, X_n$ seien unabhängig normal verteilt, $S^2 := \frac{1}{n}\Sigma(X_i - \bar{X})^2$, $\sqrt{b_1} = \frac{1}{n}\Sigma(X_i - \bar{X})^3/S^3$, $b_2 = \frac{1}{n}\Sigma(X_i - \bar{X})^4/S^4$. Besprochen wird die Approximation der Signifikanzschranken für $\sqrt{b_1}$ und b_2 durch:

a) Berechnung der ersten vier Momente von $\sqrt{b_1}$ und b_2 mittels k-Statistiken, Approximation durch Pearson-Verteilungen ($n \geq 100$ bei b_2 und $n \geq 50$ bei $\sqrt{b_1}$ ist ausreichend)

b) Monte-Carlo-Verfahren: Simulation durch Stichproben der Größenordnung 100 000. Erzeugung der Zufallszahlen durch "Mischen" von Pseudozufallszahlengeneratoren, da die für gut gehaltenen Kongruenzmethoden, wie $a_{n+1} = (2^{18} + 3)\, a_n + 5 \mod 2^{35}$, starke Korrelationen bewirken ($a_{n+2} = 6a_{n+1} - 9a_n + \text{const.}$)

Veröffentlichung demnächst in der Biometrischen Zeitschrift.

JIŘINA, M.: Ein Problem der weitliegenden Beobachtungen

Bei der statistischen Qualitätskontrolle mögen die zufälligen, unabhänproble[illegible] macht, daß aufg[illegible] [illegible]lehrtiger [illegible] [illegible] Hypoth[illegible] symmetrisch [illegible] es [illegible] Optimal[illegible] nach der [illegible] von Fehlentscheidungen [illegible] stark [illegible]. Dabei ergibt sich eine Äquivalenz mit [illegible] Problem [illegible] Anwendung der von WITTING und [illegible] für die Testth[illegible] entwickelten Methoden aus dem Gebiet der linearen Programme [illegible] Hilfe [illegible] Behandlung der [illegible] Optimalität [illegible] k-Entscheidungsprobleme [illegible] ben. Dem [illegible] verifizieren [illegible], die jedoch [illegible] nicht ausreichend sind.

Aus der [illegible] symmetrischen [illegible] ergeben sich auch für [illegible] neue Aspekte.

3. SF[illegible] SCHÄTZVERFAHREN

GEBH[illegible] 3. und 4. Stichprobenmoments bei [illegible]

$X_1, \ldots$ [illegible] normal [illegible] $(X_i - \bar{X})$ [illegible]

[illegible] berechnen wird di[illegible]

[illegible] durch:

a) Berechnung [illegible] mittels [illegible]statistik, Approximation [illegible] Verteilungen ($n \geq 100$ bei b_1 und $n \geq 50$ [illegible]) ist ausreichend.

b) Monte-Carlo-Verfahren: Simulation durch Mischen der [illegible] [illegible] 100 000 [illegible] Zufallszahlen durch „Mischen“ von [illegible], da die für gut gehaltenen Kongruenz[illegible] [illegible] $+ 3)$ [illegible] mod 2^{35}, starke Korrelationen [illegible] $- 3x_n + \text{const.})$

[illegible] zunächst in der Biometrischen Zeitschrift.

[illegible], M.: Ein Prob[illegible] wertliegenden Beobachtungen

[illegible] der statistischen [illegible]kontrolle mögen die zufälligen, unabhängigen, nach $\mathfrak{N}(m, \sigma^2)$ verteilten Größen $X_1, \ldots, X_n$ beobachtet werden: Annahme der Partie für $\bar{x} = \frac{1}{n} \Sigma X_i < A$, sonst Ablehnung. Ausnahmsweise kommen "grobe" Fehler vor: Man beobachtet $X_i + d$ statt X_i (d eine Konstante) und könnte deshalb eine schlechte Lieferung annehmen.

DEFINITION: ϵ_1 (klein, $\leq 0{,}05$), ϵ_2 (nicht zu klein, $\geq 0{,}5$) seien fest vorgegebene Zahlenwerte; die Abweichung d_o heißt grob, wenn

$$P(\bar{x} < A / d = 0) = \epsilon_1 \quad \text{und} \quad P(\bar{x} < A / d = d_o) = \epsilon_2 .$$

Hieraus folgt d_o als Funktion von ϵ_1, ϵ_2.

Sei $K = \Sigma (X_i - \bar{X})^2$ die Testgröße zur Elimination von "verdächtigen" Beobachtungen, so erlauben die Gleichungen:

$$P(K \leq k_o | d = 0) = 1 - \eta_1 \quad \text{und} \quad P(K > k_o | d = d_o) = \eta_2$$

mit festen η_1, η_2 die Bestimmung einer vernünftigen Signifikanzschranke k_o.

LYTTKENS, E.: Über die bedingte Verteilung der zufälligen Fehler für gegebene beobachtete Werte

Unter Voraussetzung Gauß' scher Fehlerfunktion und Unabhängigkeit zwischen dem zufälligen Fehler und dem wahren Wert haben K.G. Malmquist und A.S. Eddington Formeln des bedingten Mittelwertes und Streuung des zufälligen Fehlers für einen gegebenen Beobachtungswert hergeleitet. Die entsprechenden Formeln in dem mehrdimensionalen Falle sind hier mit Hilfe der bedingten charakteristischen Funktion der zufälligen Fehler für gegebene Beobachtungswerte abgeleitet in Übereinstimmung mit meinen Ergebnissen in den vierziger Jahren. Diese Ergebnisse sind dann auf die Faktoranalyse verwendet. Dabei erreicht man die entsprechenden Resultate für die bedingte Verteilung der Faktoren für gegebene Beobachtungswerte (Teste).

SCHNEEBERGER, H.: Optimierung von Stichproben

Es wird eine Lösung des Problems angegeben, bei geschichteter Zufallsauswahl, die Schichtungspunkte so zu bestimmen, daß bei optimaler bzw. proportionaler Aufteilung des Stichprobenumfanges n die Streuung σ_x^2 ein Minimum wird. Das Verfahren ist auf ein- und mehrdimensionale,

auf stetige und diskrete Merkmale anwendbar. Speziell ergibt sich im eindimensionalen Fall:

1. Die optimale Aufteilung nach Neyman-Tscheprow (bei festen Schichtungspunkten)
2. Die optimale Bestimmung der Schichtungspunkte bei proportionaler Aufteilung auf die einzelnen Schichten.
3. Die optimale Bestimmung der Schichtungspunkte bei optimaler Aufteilung nach Neyman-Tschuprow auf die einzelnen Schichten.

UHLMANN, W.: Auswirkung der Endlichkeit der Grundgesamtheit auf die Gütefunktion

In einer Partie von Waren (N Stück) seien pN schlechte Stücke vorhanden. Eine Stichprobe vom Umfang n habe x schlechte Stücke ergeben. Die Partie wird genau dann angenommen, wenn $x \leq c$ (= Annahmezahl). Es sei $L_{N,n,c}(p)$ die Operations-Charakteristik (= Wahrscheinlichkeit für die Annahme der Partie) beim Ziehen ohne Zurücklegen (hypergeometrische Verteilung), und es sei $L_{n,c}(p)$ die Operations-Charakteristik beim Ziehen mit Zurücklegen (Binomial-Verteilung). Es wird untersucht, für welche p die Konvergenz von $L_{N,n,c}(p)$ gegen $L_{n,c}(p)$ für $N \to \infty$ monoton ist. Damit wird gezeigt:

$$L_{N,n,c}(p) > L_{n,c}(p) \quad \text{für} \quad 0 < p \leq \frac{c}{n-1} - \frac{c}{(n-1)(N+1)}$$

$$L_{N,n,c}(p) < L_{n,c}(p) \quad \text{für} \quad \frac{c}{n-1} + \frac{n-c-1}{(n-1)(N+1)} \leq p < 1 \;.$$

Diese Aussage ist wichtig für den Fall, daß man n und c durch die Vorgabe zweier Punkte der Operations-Charakteristik bestimmt (vgl. Metrika, Heft 2, 1966).

4. NICHTPARAMETRISCHE METHODEN

BELL, C.B.: Randomisierte Nicht-parametrische Testfunktionen

For the 2-sample, k-sample, randomness and independence hypotheses, let (a) $\mathfrak{z}$ represent the sample; (b) $\mathfrak{A} = \{A_i\}$ an arbitrary distribution (c) ξ, a random sample independent of $\mathfrak{z}$ and having distribution H, [illegible] -merkmale anwendbar. Spalt[illegible] ergibt sich im [illegible]

[illegible] (bei Fehlen von Anhaltspunkten)

[illegible] Festlegung der Kontrollgrenzen bei priori[illegible] Aufteilung [illegible]

[illegible] optim[illegible] als Funktion [illegible] Kontrollpunkt bei optimaler Aufteilung nach [illegible] Einzelschritten.

TEIL [illegible]: [illegible] der [illegible] der Grundgesamtheit auf [illegible]

In [illegible] schlechte Stücke vorhanden. [illegible] schlechte Stücke [illegible] Die [illegible] $x \leq c$ (= Annahme[illegible]). [illegible] (= Wahrscheinlichkeit [illegible] Ziehen ohne Zurücklegen (hypergeometrisch) [illegible] $L_{n,c}(p)$, die Operations-Charakteristik [illegible] Ziehen mit Zurücklegen (Binomial-Verteilung). Es wird untersucht, [illegible] Konvergenz von $L_{N,n,c}(p)$ gegen $L_{n,c}(p)$ für $N \to \infty$ monoton [illegible] wird [illegible]

$$L_{N,n,c}(p) \; [illegible] \; L_{n,c}(p) \; [illegible] \; \frac{c}{n-1} \; [illegible]$$

$$L_{N,n,c}(p) < L_{n,c}(p) \; [illegible] \; \frac{n-c-1}{[illegible]} \; [illegible]$$

Diese Aussage ist wichtig für [illegible] man [illegible] durch die Vorgabe zweier Punkte der Operations-Charakteristik bestimmt (vgl. Metrika, Heft 2, 1966).

4. NICHTPARAMETRISCHE METHODEN

BEITRAG [illegible]: [illegible] Nicht-parametrische Testfunktionen

For the [illegible], [illegible]-sample, randomness and independence hypotheses, [illegible] (b) [illegible] sample; $\{A_i\}$ = [illegible] an arbitrary distribution [illegible] (c) [illegible] dependent of ξ and having distribution H, where h and H are such that $P\{h(\xi) \leq t \mid H\} = \mathcal{G}(t)$ for all t. Further, let $L = \{\gamma\}$ be the maximal permutation group over which the H_o-distribution of $\mathfrak{z}$ is invariant; $\gamma_{\mathfrak{z}}$, such that $\gamma_{\mathfrak{z}}(\xi) \in A_i$ whenever $\in A_i$; and $L(\mathfrak{z}) = \{\gamma(\mathfrak{z})\}$, the $\mathfrak{z}$-orbit.

DEFINITION: (I) W is a B-Pitman function if v assumes $s = \overset{=}{L}$ different values on a.e. orbit;

(II) the B-Pitman statistic is $T(v(\mathfrak{z})) = \sum_{\gamma \in L} \epsilon\{v(\mathfrak{z}) - v(\gamma(\mathfrak{z}))\}$, where ϵ is the degenerate distribution.

LEMMA: For every maximal similar partition, there exists a B-Pitman function such that $A_i = \{T(v(\mathfrak{z})) = i\}$ for $1 \leq i \leq s = \overset{=}{L}$.

THEOREM: $W = h(\gamma_{\mathfrak{z}}(\xi))$ is NP; has H_o-distribution $\mathcal{G}$; and γ preserves the P-partition information Let $\varphi = 1, \delta, 0$ according as $T(v) >$, $=$, or $< k_\alpha$; ans H such that $\varphi(T(v), W) \to 1$.

Theorem: With sufficient regularity, one has (i) $A(T(v), W) = 1$; and (ii) if $T(v)$ is MP or locally MP, then W is locally most powerful.

DOKSUM, K.: Asymptotically minimax non-parametric methods

$X_1, \ldots, X_m$ and $Y_1, \ldots, Y_n$ are independent randem samples with distributions F and G, where F is continuous. F and G are unknown. One tests $F = G$ against the alternative $G < F$. Let Ω be a class of (F, G) with $G < F$ and let J be a class of level α tests; then one define $\varphi \in J$ to be minimax over J and Ω if

$$\inf\{\beta_\varphi(F,G) : (F,G) \in \Omega\} \geq \inf\{\beta_\psi(F,G) : (F,G) \in \Omega\} \quad \text{for all } \psi \in J$$

where $\beta_\psi(F,G) = E_{(F,G)}\psi$. It turns out that the Wilcoxon test is asymptotically minimax over the class $\hat{J}$ of tests condidered by Chernoff and Savage (1958, IMS) and the class $\Omega(\Delta_N)$ $(N = m+n)$ of (F,G) such that $G < F$ and $\sup_t[F(t) - G(t)] \geq \Delta_N$, $\Delta_N \to 0$ as $N \to \infty$. Similarly, the Fisher-Yates (normal acores) test is asymptotically minimax over the class J^* of all level α tests and the class $\Omega^*(\gamma; \Delta_N)$ of (F,G) such that F has a density and a variance $\sigma_F^2 \leq \gamma$ and $G(t) \leq F(t-\Delta_N)$, $\Delta_N \to 0$ as $N \to \infty$.

VINCZE, I.: Über einige Fragen der nichtparametrischen Zweistichprobenteste.

Ausgegangen von seinen früheren Arbeiten kommt der Verfasser (Vor-

... group ... the

... oneven

... and ...

DEFINITION: (i) V is ...

different valu... e. orbit;

(ii) ... B-Pitman static ... v(...) - v(...),

... degenerate distributio .

LEMMA: ... maximal similar ...

... such ... $A_1 = \{T(v(\xi)) = 1\}$ ...

... $v(\xi)$ is NP ... information ... (v),

... such that ... $) = 1$.

... sufficient ... (i) ... and

(ii) ... $T(v)$ ... MP ...

$X_1, \ldots, \ldots, \ldots$

distribution ... wn.

... of

... the ... de-

... Φ ...

where Δ_ϕ ...

asymptotically minimax over the ... Chernoff

... (1959, 1960) and ... such

... $E(t) - \ldots$ ... ly,

... normal ... asymptotically minimax over

... level α ... the class $\ldots(V; \Lambda_M)$ in (F, G)

... $\frac{8}{\pi} \geq y$ ... $(t-\Delta_M)$,

... der nichtparametrischen Zweistich-

proben etc.

Ausgangspunkt ... früheren Arbeit ... kommt der Verfasser (Vortragender) zu dem folgenden Problemkreis, der mit Ergebnissen von Uzawa (1960), Savage (1956), Savage-Sobel-Woodworth (1966) zusammenhängt:

Zwischen der Nullhypothese $H_o : \psi(Y) \equiv Y, \quad (0 \leq Y \leq 1)$ und

Alternative $H_\psi : \psi(Y) \not\equiv Y$

oder $H_\psi^+ : \psi(Y) \leq Y, \quad \psi(Y) \not\equiv Y$

soll mit Hilfe von Rangtesten entschieden werden. - Für zwei Stichproben mit Umfangen m und n sei $Z = (Z_1, \ldots, Z_{n+m})$ die Folge von den Zahlen 0 oder 1, je nachdem in den vereinigten und gemeinsam geordneten Stichproben aus der i-ten Stelle ein Element aus der ersten Stichprobe oder zweiten Stichprobe ist $(\sum_i^{n+m} Z_i = n)$. Es bezeichne $Z^{(1)}, Z^{(2)}, \ldots, Z^{(N)}$ die möglichen Folgen mit $N = \binom{m+n}{n}$. Der N-dimensionale Vektor $\{P(Z^{(i)} | H_\psi), \quad i = 1, 2, \ldots, N\}$ gibt eine Abbildung der Menge der Alternativen $\psi = \{\psi\}$ auf einen Teilbereich des N-dimensionalen Einheitssimplex ab. Jeder Punkt bestimmt den besten Test für die dort abgebildeten Alternativen. Es erheben sich verschiedene Fragen, die teilweise oder in speziellen Fällen bei den obenerwähnten Autoren behandelt sind: Wie weit ist das Einheits-simplex ausgefüllt, wie weit können die ψ-Funktionen, die zu denselben Punkten gehören, voneinander abweichen, wie kann man diese Mengen anschaulicherweise charakterisieren, insbesondere die Menge

$$\Psi_o = \{\psi_o : P(Z^{(i)} | H_{\psi_o}) = \frac{1}{\binom{m+n}{n}}, \quad i = 1, 2, \ldots, \binom{m+n}{n}\},$$

was ist notwendig und hinreichend für die Existenz einer Alternative, für welche die vorgegebene Reihenfolge $(Z^{i_1}, \ldots, Z^{i_n})$ einen besten kritischen Bereich mit dem Fehler erster Art $\alpha = k\binom{n+m}{n}$ ausfällt.

WALTER, E.: Die asymptotische Effizienz einiger einfacher Prüfmaße zur Prüfung der Symmetrie bezüglich Null

Viele Prüfmaße zur Prüfung der Symmetrie bezüglich Null haben die Form $t_n = \Sigma\, \delta_{in} a_{in}$, wobei a_{in} vorgegebene Zahlen und δ_{in} das Vorzeichen der dem Betrage nach i-tgrößten Beobachtung bedeutet. t_n ist unter entsprechenden Regularitätsbedingungen asymptotisch normalverteilt. Daraus lassen sich allgemeine Formeln für die asymptotische [illegible]nder) zu dem folgenden Problemkreis, der mit Ergebnissen von Dixon (1960), Savage (1959), Savage-Sobel-Woodworth (1966) zusammenhängt:

Zwischen der Nullhypothese $H_0 : \Phi(Y) = Y$, $0 \leq Y \leq 1$ und

Alternative $H_1 : \Phi(Y) \not\equiv Y$

oder $H_1' : \Phi(Y) \geq Y$, $\Phi(Y) \not\equiv Y$

soll mit Hilfe von Rangtesten entschieden werden. [illegible] Für zwei Stichproben mit Umfängen m und n sei $Z = (Z_1, \dots, Z_{m+n})$ die Folge von den Zahlen 0 oder 1, je nachdem [illegible] meinsam geordneten Stichproben aus der i-ten Stelle ein Element aus der ersten [illegible] probe oder zweiten Stichprobe ist ($\sum_{i}^{m+n} Z_i = n$). [illegible] $Z^{(1)}, Z^{(2)}, \dots, Z^{(N)}$ die möglichen Folgen mit $N = \binom{m+n}{n}$. [illegible] mensionale Vektor $\{P(Z^{(i)} | H_\psi)$, $i = 1, 2, \dots, N\}$ [illegible] der Menge der Alternativen $\psi = \{\psi\}$ auf ein Teil [illegible] dionalen Einheitssimplex [illegible] mit d [illegible] für die dort abgebildeten [illegible] schiedene Fragen, die teilweise oder in [illegible] erwähnten Autoren behandelt sind: Wie weit ist der [illegible] ausgefüllt, wie weit können die ψ-Funktionen, die zu [illegible] Punkten gehören, voneinander abweichen, wie kann man die [illegible] anschaulicherweise charakterisieren, insbesondere die Menge

$$P_0 = \{ \psi : P(Z^{(i)} | H_\psi) = \frac{1}{\binom{m+n}{n}}, \ i = 1, 2, \dots, \binom{m+n}{n} \}$$

[illegible] ist notwendig [illegible] einer Alternative, für welche die vorgegebene [illegible] $(Z^{(1)}, \dots, Z^{(N)})$ einen bestimmten kritischen Bereich mit [illegible] $\binom{m+n}{n}$ ausfällt.

[illegible] E.: Die asymptotische Effizienz einiger einfacher Prüfmaße zur Prüfung der Symmetrie bezüglich Null

Viele Prüfmaße zur Prüfung der Symmetrie bezüglich Null haben die Form $t_n = \sum \delta_{in} \dots$ [illegible] Zahlen und [illegible] das Vorzeichen der dem Betrage nach i-tgrößten Beobachtung bedeutet. t_n ist unter entsprechender Regularitätsbedingungen asymptotisch normalverteilt. Daraus lassen sich allgemeine Formeln für die asymptotische

Effizienz und die lokale asymptotische Dffizienz angeben. Ausführlich wird die Effizienz einfacher Prüfmaße der Form $a_{in} = i^k$ und

$$a_{in} = \begin{cases} 0 & \text{für } i < n(1-\gamma) \\ 1 & \text{für } i > n(1-\gamma) \end{cases}$$

betrachtet.

5. INFORMATIONSTHEORIE

RÉNYI, A.: Eine Ungleichung zwischen der Irrtumswahrscheinlichkeit und der fehlenden Information

Sei ξ ein Zufallsvektor, ϑ eine diskrete **Zufallsgröße** mit den Werten

$\vartheta_1, \vartheta_2, \ldots, \vartheta_r$, $\quad I := E[H(\vartheta|\xi)] = E[\sum_{i=1}^{r} (\vartheta = \vartheta_i|\xi) \log \frac{1}{P(\vartheta = \vartheta_i|\xi)}]$

die fehlende Information über ϑ nach Beobachtung von ξ.

Die Standardentscheidung $D(\xi)$ sei definiert durch $D(\xi) = \vartheta_j$ für $P(\vartheta = \vartheta_j/\xi) = \underset{i}{\mathrm{Max}}\ P(\vartheta = \vartheta_i/\xi)$ (wobei bei mehreren Lösungen ϑ_j randomisiert werden soll proportional zu den zugehörigen a-priori-Wahrscheinlichkeiten). Für die Irrtumswahrscheinlichkeit der Standard-Entscheidung $\Delta := P(D(\xi) \neq \vartheta)$ ist leicht zu zeigen: $\Delta \leq \frac{1}{2}$ und die Standardentscheidung besitzt gegenüber allen anderen Entscheidungen die kleinste Irrtumswahrscheinlichkeit (Bayes' sche Form des Neyman-Pearson Lemma).

Für Δ und I wird die Ungleichung $\log \frac{1}{1-\Delta} \leq I$ und im Fall $r = 2$ sogar die etwas stärkere $2\Delta \leq I$ bewiesen.

URBANIK, K.: Szegö's Theorem and Information Theory

Let Φ be a Young function, X - a compact topological space and L_Φ - the Orlicz space of complex-valued functions f on X with the norm $\|f\|_\Phi = \inf_{\hbar > 0} \{ \frac{1}{\hbar} ; \int_X \Phi(\hbar|f(x)|)\, d\lambda \}$, where λ is a probability Borel measure on X. Let K be the class of bounded Borel Measurable functions on X such that

1° if $f \in K$ and $\alpha > 0$, then $\alpha f \in K$.

2° the closure (in uniform topology) of the set

Effizienz und die lokal [illegible] usw. [illegible]

wird die Effizienz einfacher [illegible] $a_{in} = 1$ [illegible]

$$a_{ii} \quad [illegible]$$

betrachtet.

5. INFORMATIONSTHEORIE

RÉNYI, A.: Eine Beziehung zwischen der Irrtumswahrscheinlichkeit und der [illegible] Information

Sei [illegible] ein Zufalls[illegible] eine diskrete Zufallsgröße mit den Werten

$$\vartheta_1, \vartheta_2, \ldots, \vartheta_r \quad [illegible] \quad E\Big[\sum_{i=1}^{r} P(\vartheta = \vartheta_i \mid \xi) \log \frac{1}{P(\vartheta = \vartheta_i \mid \xi)}\Big]$$

die fehlende Information über ϑ nach Beobachtung von ξ.

Die Standardentscheidung $D(\xi)$ sei definiert durch $D(\xi) = \vartheta_j$ für $P(\vartheta = \vartheta_j / \xi) = \operatorname{Max}_i P(\vartheta = \vartheta_i / \xi)$ (wobei bei mehreren Lösungen ϑ_j randomisiert werden soll proportional zu den zugehörigen a-priori-Wahrscheinlichkeiten). Für die Irrtumswahrscheinlichkeit der Standard-Entscheidung $\Lambda := P(D(\xi) \neq \vartheta)$ ist leicht zu zeigen: $\Lambda \leq \frac{1}{2}$ und die Standardentscheidung besitzt gegenüber allen anderen Entscheidungen die kleinste Irrtumswahrscheinlichkeit (Bayes'sche Form des Neyman-Pearson Lemmas).

Für Λ und I wird die Ungleichung $\log \frac{1}{1-\Lambda} \leq I$ und im Fall $r = 2$ [illegible] etwas stärkere $2\Lambda \leq I$ bewiesen.

URBANIK, K.: [illegible]'s Theorem and Information Theory

Let [illegible] be a Young function, X - a compact topological space and L_{φ} - the Orlicz space of complex-valued functions f on X with the norm $\|f\| = \inf\{\ldots : \int_X \varphi(|f(x)|)\,\mu(dx)\ldots\}$, where [illegible] is a probability Borel measure on X. Let K be the class of bounded Borel Measurable functions on X such that

1) if $f \in K$ and $a > 0$, then $af \in K$.

2) the closure (in uniform topology) of the set

$\{\log|f| : f \in K\}$ contains all real-valued continuous functions on .

Suppose that Φ' is a continuous function. Then the function $u\,\Phi'(u)$ has an inverse function $\Omega(u)$ $(u \geq 0)$. Morever, for any integrable function $h \neq 0$, there exists a number α_h such that $\int \Phi(\Omega(\alpha_h|h|))d\lambda = 1$. From simple inequalities in information theory we get the following Theorem, which contains the classical Szegö's Theorem:

If μ is a probability measure on , then

$$\inf \|f\|_{\Phi} = \begin{cases} 0 & \text{if } \mu \text{ is not abs. cont. with respect to } \lambda \\ \exp\left(-\int \log \Omega\left(\alpha_o \frac{d\mu}{d\lambda}\right) d\mu\right) & \text{in the oppos. case} \end{cases}$$

where $\alpha_o = \alpha_{\frac{d\mu}{d\lambda}}$.

WINKELBAUER, K.: Transmission of Information for Metric Weight Functions

The asymptotic behaviour of the n-dimensional Bayes risk is studied for the class of all possible metric weight functions (p arbitrarily fixed):

$$w_n(z,z') = \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}[\rho(z_i,z_i')]^p\right)^{\frac{1}{p}}; \qquad z,z' \in A^n, \quad 1 \leq p \leq \infty$$

associated with a distance function ρ in the alphabet A of a given stationary discrete information source.

Let H be the essential supremum of the entropy rates of the ergodic sources composing the given stationary source and C the capacity of any stationary discrete channel. Then for:

$H < C$: The n-dimensional Bayes risk r_n associated with the weight w_n can be made arbitrarily small (by using n-dimensional block-codes) for sufficiently large n.

$H > C$: There exists $\epsilon_o = \epsilon_o(\rho) > 0$ such that $r_n \geq \epsilon_o$ for all n simultaneously.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

6. SPEZIELLE THEMEN

BORGES, R.: Ecken des Wertebereichs von Vektorintegralen

Es wird die folgende Verallgemeinerung eines Satzes von H. Richter (1963) bewiesen, wobei ausdrücklich zugelassen wird, daß die allgemeinen Maße Sprünge haben.

Gegeben seien n allgemeine Maße $\mu_1|\mathfrak{R}, \dots \mu_n|\mathfrak{R}$ über der Grundmenge M und zu jedem $x \in M$ eine beschränkte eckenabgeschlossene Menge $S(x) \subset R^n$, deren Stützfunktion $G(u,x)$ für jedes $u \in R^n$ $\mathfrak{R}$-meßbar sei. Man bilde die Menge $\mathfrak{S}$ aller Funktionen $s|M$ mit $s(x) \in S(x)$, deren Komponenten s_i eigentlich μ_i integrabel sind, und zu jedem $s \in \mathfrak{S}$ den Integralvektor $\int s \circ d\mu$ mit den Komponenten $\int s_i d\mu_i$. Dann ist die Menge $E = \{\int s \circ d\mu : s \in \mathfrak{S}\}$ eckenabgeschlossen.

DINGES, H.: Ein Risikoproblem

Auf Ω, der Menge der Krankheitsstände w, sei ein zeitlich invariantes, ergodisches Maß P definiert. Aus dem Stand w entstehen der Versicherung zur Zeit 1 Kosten $f(w)$, entsprechend sind die Kosten des Standes w zur Zeit 2 - bezeichnet durch Zeitverschiebung $T(w)$ - gleich $f(Tw)$.

Die Summe der Kosten bis zum Zeitpunkt k sind dann

$$s_k(w) := f(w) + f(Tw) + \dots + f(T^{k-1}w)$$

$$D_n(w) := \inf_{k=1,2,\dots,n} s_k^- \quad \text{heißt Dauerprofit bis zur Zeit } n.$$

Für $k_n(w) := (s_n(w) - \sup_{k=0,\dots,n} s_k(w))^+$, den Kredit, den die Versicherung zur Zeit n aufnehmen muß, um die Kosten zu decken, gilt

$$\int D_n(w)\,dP + \int f(w)\,dP = \int k_n(w)\,dP.$$

Wenn $\int f(w)\,dP < 0$, dann gilt

$$\int D_n(e)\,dP \searrow \int D_\infty(w)\,dP = -\int f(w)\,dP.$$

HANŠ, O.: On a Process Control Problem

A plant characterized by conditional probability densities

6. SPEZIELLE [illegible]

[illegible], E.: [illegible] von Vektorintegralen

Es wird die folgende Verallgemeinerung eines Satzes von H. Richter (1963) bewiesen, wobei ausdrücklich zugelassen wird, daß die allgemeinen [illegible] Sprünge haben.

Gegeben seien [illegible] über der Grundmenge [illegible] und zu jedem $x \in$ [illegible] eine beschränkte, abgeschlossene Menge [illegible], deren Stützfunktion [illegible] (u, x) für jedes $u \in R^n$ $\mathfrak{F}$-meßbar [illegible] die Menge [illegible] Funktionen [illegible] $(x) \in S(x)$, der [illegible] s_i [illegible] integrierbar sind, und zu jedem $s \in$ [illegible] mit den Komponenten [illegible]. Dann [illegible] $du : s \in$ [illegible] hakenabgeschlossen.

[illegible], A.: Ein Risikoproblem

[illegible] der Menge der Krankheitszustände w, [illegible] zeitlich invariantes, ergodisches [illegible] definiert. Aus dem Stand w [illegible] der Versicherung [illegible] $f(w)$, entsprechend sind die Kosten [illegible] Überschießbar [illegible] $T(w)$ [illegible].

[illegible] Kosten bis zum Zeitpunkt k [illegible]

[illegible] $(w^{1-k}) \ldots$ [illegible]

$Q_n(w) :=$ [illegible] inf [illegible] Dauerprofit bis zur Zeit n.

Für $k_n(w) :=$ [illegible] sup [illegible] den Kredit, den die Versicherung zur Zeit n aufnehmen muß, um die Kosten zu decken, gilt

[illegible]

[illegible]

[illegible], [illegible]: On a Process Control Problem

[illegible] plant characterized by conditional probability [illegible] matrices

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

$f_n(Y/u_1, \ldots, u_n ; y_1, \ldots, y_{n-1})$, $n = 1, 2, \ldots,$ N is controlled by a controller characterized by conditional probability densities $g_n(u/y_1, \ldots, y_{n-1} ; u_1, \ldots, u_{n-1})$, $n = 1, \ldots N$, where $u_1, \ldots, u_n$ are actuating signals and $y_1, \ldots, y_N$ controlled variables. Various controllers are compared among themselves by means of the expected value $\rho(u_1, \ldots, u_N)$ of the weight functions $w(u_1, \ldots u_N ; y_1, \ldots, y_N) \geq o$, the optimum controller being defined as that one minimizing ρ.

It can be shown that the optimum controller is always deterministic, i.e. $g_n(u/y_1, \ldots, y_{n-1} ; u_1^*, \ldots, u_{n-1}^*) = \delta(u-u_n^*)$, $n = 1, 2, \ldots, N$, where δ is the dirac function.

The optimum control is compared with the statistical quality control in three simple cases:

a) $y_n = x_n + v + u_n$;

b) $y_n = x_n + nv + u_n$;

c) $y_n = x_n + ax_{n+1} + v + u_n$;

$x_1, x_2, \ldots$ are independent random variables $N(0, \sigma^2)$, v is a random variable independent of x's with distribution $N(m, s)$, $a \neq 0$, $w = \sum_{n=1}^{N} y_n^2)$ and the results are discussed.

HERING, F.: Eine Schranke für die Anzahl der Iterationsschritte beim Simplex-Verfahren

Für die Anzahl der Iterationsschritte beim Simplexverfahren ist die Eckenzahl $e(k)$ des Polyeders $\mathfrak{K} = \{x \in R^{h-1} : Ax = b\}$ eine obere Schranke. Es wird eine Abschätzung $w(h, m)$ für $e(k)$ gewonnen, die nur von der Dimension h und der Spaltenzahl in der Matrix A abhängt. Der Zusammenhang zu einem geometrisch-kombinatorischen Problem wird hergestellt und $w(h, m) = w(h-1, m-1) + w(h, m-2)$ gezeigt. (Randbedingungen: $w(1, m) = m$, $w(k, k) = 1$, $w(k, k+1) = 2$). Man erhält:

$$w(h, m) = \binom{m - [\frac{h+1}{2}]}{m - k} + \binom{m - [\frac{h+2}{2}]}{m - k}$$

Die erhaltene Schranke ist scharf; es wird angegeben, für welche Polyeder $e(k) = w(h, m)$ ist.

HINKELMANN, K.: Eine spezielle Klasse teilweise ausgewogener unvollständiger Blockversuchspläne

Gegeben seien v Behandlungen $\mathfrak{b} = \{1, 2, \ldots, v\}$, die zweistufig auf eine Versuchseinheit angewendet werden, und zwar zwei Verfahren i, j in der ersten Stufe und ein drittes Verfahren k in der zweiten Stufe $(i \neq j \neq k)$. Die Anzahl aller möglichen Tripel $(i\,j)\,k$ beträgt $n = 3\binom{v}{3}$. Es soll hier die für praktische Zwecke wichtige Konstruktion sog. unvollständiger Tripelsysteme (UTS) vom Umfang $n' < n$ betrachtet werden, die eine gewisse Ausgewogenheit zeigen. Dazu werden die Assoziierungsschemata teilweiser ausgewogener unvollständiger Blockversuchspläne in einer verallgemeinerten Form benutzt. Für eine spezielle Klasse solcher Pläne, die zirkularen UTS, werden notwendige und hinreichende Bedingungen für deren Existenz angegeben.

KOUTSKY, Z.D.: Anwendung geregelter Markoffscher Ketten in der Statistischen Qualitätskontrolle

Für die Bestimmung des besten Kontrollintervalles und des besten Stichprobenplanes für Kontrollkarten wird als mathematisches Modell eines Fertigungsprozesses zuerst eine Markoff-Kette mit zwei Zuständen angenommen, und zwar ist der Fertigungsprozess im guten Zustand, falls die Wahrscheinlichkeit für Ausschuß p_1 ist, im schlechten, falls sie p_2 ist. In Bezug auf verschiedene Risikofunktionen wird noch ein verallgemeinertes Modell zum Vergleich verschiedener Kontrollkarten benutzt, das im Zusammenhang mit der Theorie der geregelten Markoff-Ketten steht, über deren Verhalten allerdings keine vollständige Information vorausgesetzt wird.

NEDOMA, J.: Optimale Algorithmen für Aufsuchen fehlerhafter Elemente in komplizierten Systemen

Für das Auffinden von f falschen aus n linear angeordneten Elementen wird ein optimaler Algorithmus (Probenplan) gesucht, unter der Bedingung, daß man nur feststellen kann, ob sich in der Gruppe der ersten i Elemente $(i = 1, 2, \ldots)$ mindestens ein falsches Element befindet oder nicht. Als Optimalitätsforderung wird die Minimierung von $\bar{l} = \sum_{F \in \mathfrak{F}} l(F)P(F)$

vorgeschlagen (Kubit, Ullrich; Kybernetika 1965), wobei $\mathfrak{F}$ das System aller Teilmengen der n Elemente ist, P(F) die Wahrscheinlichkeit, daß gerade die Elemente aus F falsch sind und l(F) die Anzahl der Proben bis zum Auffinden aller Elemente aus F ist, sodaß $\bar{l}$ die "mittlere Probenanzahl" definiert.

Für ein System $\mathfrak{F}$ von nur einelementigen Untermengen der n Elemente (d.h. f = 1) läßt sich der Algorithmus einem alphabetischen Kode zuordnen, dessen Kodeworte gerade die Länge l(F) haben. Der schnellste Algorithmus entspriche dann dem kürzesten alphabetischen Kode, wobei gilt: $H \leq \bar{l}_{min} \leq H + 2$.

Einfach ist noch der Spezialfall $P(F) = \prod_{E \in F} P_E \cdot \prod_{E \notin F} (1 - P_E)$ mit P_E als Wahrscheinlichkeit, daß das Element E falsch ist (insbesondere also $f \geq 1$). Hier wird der Algorithmus zerlegt in das Auffinden des ersten falschen Elementes, dann des zweiten u.s.w., sodaß sich auch hier eine Abschätzung der mittleren Probenanzahl ergibt.

PRÉKOPA, A.: Einige Probleme der stochastischen Optimierung

Unter der Bedingung $Ax = b$ und $x \geq o$ soll $\mu = c'x$ maximiert werden, wobei die Elemente der Matrix A und der Vektoren b und c zum Teil oder alle Zufallsgrößen sind.

Während es nicht gelingt, eine exakte Wahrscheinlichkeitsverteilung für $\mu^* = \text{Max}\, \mu$ anzugeben, wurden unter schwachen Voraussetzungen nach der Methode von Cramer Grenzwertsätze bewiesen, die eine asymptotische Normalverteilung mit angebbarem Mittelwert und Varianz für μ^* sichern und somit die Konstruktion von Konfidenzintervallen für μ^* erlauben.

SCHÜTZENBERGER, M.P.: Produits des matrices non-négatives

WALDENFELS, v.W.: Das statistische Modell eines unendlich ausgedehnten Gases

Sei X ein lokal kompakter, nicht kompakter, im Unendlichen abzählbarer Hausdorff-Raum, $\mathfrak{M}$ der Raum aller positiven Radonmaße über X

mit geeigneter Topologie.

Als statistisches Modell eines unendlichen ausgedehnten Gases der mittleren Dichte N bzgl. $\lambda(\cdot)$ (= festes Maß aus $\mathfrak{M}$, nicht beschränkt) wird das Paar $(\mathfrak{M}, \mathfrak{P})$ angesehen: $\mathfrak{P}$ ergibt sich als (schwacher) Grenzwert gleichmäßig straffer Maße für endliche Modelle, ist straffes Maß auf X und eindeutig durch die Bedingung festgelegt:

$$\langle \mathfrak{P}, f_\psi \rangle = f(\mathfrak{O}) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{N^k}{k!} \cdot e^{-N\lambda(\mathrm{Tr}\,\psi)} \cdot \int_{\mathrm{Tr}\,\psi} \overset{(k)}{\cdots} \int_{\mathrm{Tr}\,\psi} f_\psi \Big(\sum_{i=1}^{k} \delta\, x_i\Big) \lambda(dx_1) \ldots \lambda(dx_k)$$

wobei f eine beliebige, stetige und beschränkte Funktion auf $\mathfrak{M}$, $\psi \geq 0$ stetig mit kompaktem Träger, $f_\psi(\mu) = f(\mu\psi)$ und $\langle \mu\psi, \varphi \rangle = \langle \mu, \psi \cdot \varphi \rangle$ ist. Ist $A \in X$ bezüglich λ integrierbar, dann ist $\mu \to \mu(A)$ meßbar und Poisson-verteilt zum Parameter $N \cdot \lambda(A)$. Sind $A_1, \ldots, A_k \subset X$ integrierbar und $\lambda(A_i \cap A_j) = 0$ für $i \neq j$, dann sind die $\mu \to \mu(A_i)$ für $i = 1 \ldots k$ unabhängig.