Mathematisches Forschungsinstitut
Oberwolfach

Tagungsbericht

Arbeitstagung unter Leitung von Prof. Dr. R. Baer

vom 6. bis 13. Juni 66

im Mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach.

Außer den Frankfurter Mitarbeitern und Schülern nahmen folgende Gäste aus dem In- und Ausland teil:

Prof. Dr. H. Osborn (Univ. Illinois, Urbana)
Prof. Dr. H. Simon (Univ. Miami, Florida)
Dr. B. Wehrfritz (Univ. London)
Dr. J. Cofmann (Univ. London)
Dr. H. Mäurer (TH Darmstadt)
Dr. W. Felscher (Univ. Freiburg)

Die Frankfurter Teilnehmer waren:

Prof. Dr. R. Baer
B. Amberg
H. Bender
H. J. Birkenstock
Frl. R. Blödner
Y. Chen
R. Göbel
P. Gräbe
J. Groh
P. Grosse
K. D. Günther
H. Heineken
Chr. Hering
A. Jackson
O. H. Kegel
H. Kurzweil
J. MacDonald
G. Michler
M. Newell
P. Plaumann
C. M. Ringel
H. Salzmann
A. Schlette
R. Schmidt
U. Schoenwaelder
K. Strambach

Die Vorträge befaßten sich mit Fragen aus den im Frankfurter Seminar gepflegten Gebieten der Grundlagen der Geometrie, der topologischen und abstrakten Gruppen, der Kategorien und der Ringtheorie. Daß hierbei zahlreiche Überlappungen auftraten, zeigen die folgenden Kurzberichte, die von den Vortragenden jeweils selbst verfaßt wurden.

Vortragsauszüge:

BENDER, H.: Eine Bemerkung über endliche Gruppen

Sei U eine Untergruppe der endlichen Gruppe G und $\mathfrak{v}$ die Gesamtheit aller Vertretersysteme der Partitionen $G = Ux_1 \cup x_2 \cup \ldots \cup Ux_n$. Dann ist $|\mathfrak{v}| = |U|^n$ und G wird durch $g : V \to Vg$ als Permutationsgruppe von $\mathfrak{v}$ dargestellt. Ist p eine Primzahl und $(p, |U|) = 1$, so

Mathematisches Forschungsinstitut
Oberwolfach

T a g u n g s b e r i c h t

Arbeitstagung unter Leitung von Prof. Dr. R. Baer

vom 6. bis 13. Juni 66

im Mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach.

Außer den Frankfurter Mitarbeitern und Schülern nahmen folgende Gäste aus dem In- und Ausland teil:

Prof. Dr. H. Gabor (Univ. Illinois, Urbana)
Prof. Dr. H. Simon (Univ. Miami, Florida)
Dr. B. Wehrfritz (Univ. London)
Dr. J. Coffman (Univ. London)
Dr. H. Mäurer (TH Darmstadt)
Dr. W. Felscher (Univ. Freiburg)

Die Frankfurter Teilnehmer waren:

Prof. Dr. R. Baer	A. Jackson
B. Amberg	O.H. Kegel
H. Bender	H. Kurzweil
H.J. Birkenstock	J. MacDermid
Frl. M. Blidner	G. Michler
T. Chen	M. Newell
H. Göbel	P. Plaumann
F. Grebe	C.M. Ringel
J. Groh	H. Salzmann
F. Grosse	A. Schleiermacher
K.D. Günther	R. Schmidt
H. Heineken	U. Schoenwaelder
Chr. Hering	K. Strambach

Die Vorträge befaßten sich mit Fragen aus den im Frankfurter Seminar gepflegten Gebieten der Grundlagen der Geometrie, der topologischen und abstrakten Gruppen, der Kategorien und der Ringtheorie. Daß hierbei zahlreiche Überlappungen auftreten, zeigen die folgenden Kurzberichte, die von den Vortragenden jeweils selbst verfaßt wurden.

Vortragsauszüge:

BENDER, H.: Eine Bemerkung über endliche Gruppen

Sei U eine Untergruppe der endlichen Gruppe G und Ω die Gesamtheit aller Vertretersysteme der Partition $G = Ux_1 \cup Ux_2 \cup \ldots \cup Ux_n$. Dann ist $|\Omega| = |U|^n$ und G wird durch $g: V \to Vg$ als Permutationsgruppe von Ω dargestellt. Ist p eine Primzahl und $(p, |U|) = 1$, so gibt es ein $V \in \mathfrak{v}$ mit $|G|_p \,/\, |G_V|$. Dies gibt eine weitere Möglichkeit, den Satz über die Existenz der p-Sylowuntergruppen herzuleiten. Im Falle $(p, |U|) = 1$ haben wir:

Es gibt ein Rechtsvertretersystem von U, das aus vollen Linksrestklassen einer geeigneten p-Sylowuntergruppe von G besteht.

BRUNGS, H.H.: Lokalisation nach irreduziblen Elementen

SATZ 1: Ist R ein Ring mit eindeutiger Faktorzerlegung, S ein multiplikatives System mit L-Orebedingung, so ist $S^{-1}R$ ein Ring mit eindeutiger Faktorzerlegung.

R Linkshauptidealring mit Maximalbedingung für Hauptrechtsideale, nullteilerfrei.

$0 \neq a \in R$, $1_p(a)$ = Zahl der Faktoren in einer Zerlegung von a, die ähnlich zu dem irreduziblen Element $p \in R$.

$S_p = \{r \in R,\ 1_p(r) = 0\}$, $R_p = S_p^{-1}R$

SATZ 2: Für ein irreduzibles Element $p \in R$ sind folgende Bedingungen gleichwertig:

(i) 1_p ist eine Bewertung, (ii) R_p ist lokal, (iii) aus $R/Rp \cong R/Rp'$ folgt: $Rp = Rp'$.

COFMAN, J.: Eine Kennzeichnung der Semitranslationsebenen

Sei $\mathfrak{A}$ eine affine Ebene der Ordnung n^2 mit einer Kollineationsgruppe Δ. Sei S ein Transitivitätsgebiet von Δ, bestehend aus n^2 nichtkollinearen Punkten. Wenn Δ auf den nichtkollinearen Punkttripeln von S transitiv wirkt, dann enthält $\mathfrak{A}$ eine affine Unterebene der Ordnung n. Im Falle, daß Δ keine planaren Involutionen besitzt, ist $\mathfrak{A}$ eine strikte Semitranslationsebene in dem Sinne von OSTROM und die Elemente aus S sind die Punkte einer desarguesschen affinen Unterebene der Ordnung n.

FELSCHER, W.: Rational Equivalences

A short proof of MALCEV's theorem is given that a functional equivalence from $\underline{B}$ onto $\underline{C}$ is rational, provided $\underline{B}$ as well as $\underline{C}$ contain free algebras with sufficiently many generators; here $\underline{B}$ and $\underline{C}$ are classes of abstract algebras. Further, it is shown that any rational equivalence from $\underline{B}$ onto $\underline{C}$ can be extended to a rational equivalence between the equational closures of $\underline{B}$ and $\underline{C}$. Thus if $\underline{B}$ is equationally definable, then so is $\underline{C}$.

GÖBEL, R.: Hyper-μ-Gruppen und Varietäten

Definition: Ist μ eine gruppentheoretische Eigenschaft, so ist G eine Hyper-μ-Gruppe, wenn jedes von 1 verschiedene epimorphe Bild von G einen von 1 verschiedenen μ-Normalteiler besitzt.

SATZ: Ist μ eine faktorenvererbliche, gruppentheoretische Eigenschaft und sind kartesische Produkte von Hyper-μ-Gruppen wieder Hyper-μ-Gruppen, so ist μ die triviale oder die universelle Gruppenklasse.

SATZ: Sei μ eine faktorenvererbliche, gruppentheoretische Eigenschaft und $\mu^{ß}$ die Klasse aller Gruppen mit aufsteigender μ-Reihe der Länge $\leq ß$. Sind dann kartesische Produkte von $\mu^{ß}$-Gruppen wieder $\mu^{ß}$-Gruppen, so ist ß eine natürliche Zahl oder μ die triviale oder die universelle Gruppenklasse.

GROSSE, P.: Homomorphismen endlicher Ordnung

Im allgemeinen kennt man für zwei beliebige abelsche Gruppen A und W nicht genügend Invarianten, um die Gruppe Hom(A,W) aller Homomorphismen von A in W zu charakterisieren. Wohl aber ist das möglich für die Torsionsuntergruppe $\mathfrak{T}$Hom(A,W) aller Homomorphismen endlicher Ordnung. Offenbar braucht man das Problem nur für jede Primärkomponente $\mathrm{Hom}(A,W)_p$ zu lösen. Es sei W_p die p-Komponente von W und $W[p^n]$, $n = 1, 2, \ldots$ die Untergruppe von W_p der Elemente mit p^n teilender Ordnung. Man erhält dann $\mathrm{Hom}(A,W)_p$ als p-Komponente einer cartesischen Summe der Gruppen W_p, $W[p]$, $W[p^2], \ldots, W[p^n], \ldots$, wobei die Anzahl, über die jeweils summiert wird, durch die Faktorgruppen $A/(\mathfrak{T}A + pA)$, A/pA, $A/p^2A, \ldots A/p^nA, \ldots$

FELSCHER, W.: Rational Equivalence

A short proof of MALCEV's theorem is given, that a functional equivalence from $\underline{B}$ onto $\underline{C}$ is rational, provided $\underline{B}$ as well as $\underline{C}$ contain free algebras with sufficiently many generators; here $\underline{B}$ and $\underline{C}$ are classes of abstract algebras. Further, it is shown that any rational equivalence from $\underline{B}$ onto $\underline{C}$ can be extended to a rational equivalence between the equational closures of $\underline{B}$ and $\underline{C}$. Thus if $\underline{B}$ is equationally definable, then so is $\underline{C}$.

[illegible], [illegible]: Hyper-μ-Gruppen und Varietäten

Definition: Ist μ eine gruppentheoretische Eigenschaft, so ist G eine Hyper-μ-Gruppe, wenn jedes von 1 verschiedene epimorphe Bild von G einen von 1 verschiedenen μ-Normalteiler besitzt.

SATZ: Ist μ eine faktorenvererbliche, gruppentheoretische Eigenschaft und sind kartesische Produkte von Hyper-μ-Gruppen wieder Hyper-μ-Gruppen, so ist μ die triviale oder die universelle Gruppenklasse.

SATZ: Ist μ eine faktorenvererbliche, gruppentheoretische Eigenschaft und μ^{δ} die Klasse aller Gruppen mit aufsteigender μ-Reihe der Länge $\leq \delta$. Sind dann cartesische Produkte von μ^{δ}-Gruppen wieder μ^{δ}-Gruppen, so ist δ eine natürliche Zahl oder μ die triviale oder die universelle Gruppenklasse.

[illegible], [illegible]: Homomorphismen endlicher Ordnung

Im allgemeinen kennt man für zwei beliebige abelsche Gruppen A und W nicht genügend Invarianten, um die Gruppe Hom(A,W) aller Homomorphismen von A in W zu charakterisieren. Wohl aber ist das möglich für die Torsionsuntergruppe Hom(A,W)$_t$ aller Homomorphismen endlicher Ordnung. Offenbar braucht man das Problem nur für jede Primärkomponente Hom(A,W)$_p$ zu lösen. Es sei W_p die p-Komponente von W und $W[p^n]$, $n = 1,2,\ldots$ die Untergruppe von W_p der Elemente mit p^n teilender Ordnung. Man erhält dann Hom(A,W)$_p$ als p-Komponente einer cartesischen Summe der Gruppen W_p, $W[p]$, $W[p^2]$, ..., $W[p^n]$, ..., wobei die Anzahl, über die jeweils summiert wird, durch die Faktorgruppen $A/(A + pA)$, A/pA, A/p^2A, ..., A/p^nA, ...

bestimmt ist.

Außerdem gilt:

$$\mathfrak{T}\mathrm{Hom}(A, W) \cong \mathfrak{T}\mathrm{Hom}(A/\mathfrak{T}A, W) \oplus \mathfrak{T}\mathrm{Hom}(\mathfrak{T}A, W).$$

GÜNTHER, K.-D.: Über den Untergruppenverband artinscher, fastabelscher Gruppen.

Die Klasse aller fastabelschen Gruppen mit Minimalbedingung für Untergruppen wird auf mehrere Arten durch rein verbandstheoretisch formulierbare Eigenschaften des Untergruppenverbandes dieser Gruppen charakterisiert.

MacDONALD, J.L.: Relatively Derived Functors

Let (δ, ϵ, ST) be the cotriple in $\mathfrak{A}$ associated with adjoint functors S, T where $T: \mathfrak{A} \to \mathfrak{M}$. Assume that $\mathfrak{A}$ is preadditive with kernels. Let

$$CA = \ldots \to STK^2A \to STKA \to STA \to A \to 0$$

be the associated canonical $\mathfrak{G}$ projective resolution of Eilenberg-Moore. If $F: \mathfrak{A} \to \mathfrak{C}$ is additive with $\mathfrak{C}$ abelian, then the obvious canonical definition of derivad functors is given by $L_n^{\mathfrak{G}}FA = H_nF(CA)$.

Let $\mathfrak{A}$ and $\mathfrak{M}$ be abelian and T additive, exact, and faithful. If T is applied to CA, then the resulting sequence in $\mathfrak{M}$ has a contracting homotopy of square 0. There is an isomorphism $\mathfrak{F}$ between the complex CA and the categorical bar resolution such that $T\mathfrak{F}$ commutes with contracting homotopies.

MÄURER, H.: Eine Axionatik der nicht ebenen Möbius-Geometrie

Ist $\mathbb{R}$ ein mindestens 4-dimensionaler projektiver Raum, so heißt eine nicht leere Punktmenge $\mathfrak{P}$ von $\mathbb{R}$ eine "schwach konvexe Semifläche" falls für jeden Punkt $P \in \mathfrak{P}$ die Menge der Geraden g mit $g \cap \mathfrak{P} = \{P\}$ eine Hyperebene ausfüllen. $\mathfrak{K}$ sei die Menge der Teilmengen k von $\mathfrak{P}$, zu denen es Hyperebene h von $\mathbb{R}$ mit $k = \mathfrak{P} \cap h$ und $|k| \geq 2$ gibt.

Für die Möbiusgeometrie $(\mathfrak{P}, \mathfrak{K}, \in)$ wurde ein axiomatischer Aufbau angegeben.

bestimmt ist.

Außerdem gilt:

$$\mathrm{Hom}(A,W) \cong \Sigma\,\mathrm{Hom}(A/M, V) \oplus \Sigma\,\mathrm{Hom}(M, W).$$

GÜNTHER, K.-D.: Über den Untergruppenverband [illegible] fast-abelscher Gruppen.

Die Klasse aller fastabelschen Gruppen mit Minimalbedingung für Untergruppen wird auf mehrere Arten durch verbandstheoretisch formulierbare Eigenschaften ihrer Untergruppenverbände [illegible] charakterisiert.

MacDONALD, J. L.: Relatively Dominant Functors

Let $(S, \varepsilon, S\eta T)$ be the cotriple [illegible] associated with adjoint functors S, T where [illegible]. Assume that [illegible] is additive with kernels. Let

$$CA = \ldots \to ST^2A \to STTA \to STA \to A \to 0$$

be the associated canonical [illegible] projective resolution of Hilton-Rees-Moore. If F [illegible] is additive with [illegible] abelian, then the obvious canonical definition of derived functors is given by [illegible] $FA = H_n F(CA)$.

Let [illegible] and [illegible] be abelian and T additive, exact, and faithful. If [illegible] applied to CA, then the resulting sequence [illegible] has a contracting homotopy of square 0. There is an isomorphism [illegible] between the complex CA and the categorical bar resolution such that [illegible] commutes with contracting homotopies.

MÄURER, H.: Eine Axiomatik der [illegible] Möbius-Geometrie

Ist E ein mindestens 4-dimensionaler projektiver Raum, [illegible] eine nicht leere Punktmenge [illegible] von E, eine "schwach konvexe Kunstfläche" falls [illegible] jede [illegible] die Menge der Geraden g mit [illegible] $= \{P\}$ [illegible] die Menge der Teilmengen k von [illegible], zu denen es [illegible] von E mit $k =$ [illegible] und $|k|$ [illegible] gibt.

Für die Möbiusgeometrie [illegible] wurde ein axiomatischer Aufbau angegeben.

NEWELL, M.: A Structure Theorem for Semi-torsionfree Radical Groups

A group G is called "semi-torsionfree" if G contains no non trivial characteristic torsion-subgroup. The group G is "radical" (in the Plotkin sense) if every non trivial epimorphic image of G contains a non trivial locally nilpotent normal subgroup. We prove the

THEOREM: If G is a semi-torsionfree radical group and if every torsionfree abelian subgroup of G has finite rank, then G contains a finite set of normal subgroups N_i such that

$$N_o = 1, \quad N_{i-1} \leq N_i, \quad N_{s+1} = G,$$

N_i / N_{i-1} is torsionfree abelian of finite rank, for $i = 1, \ldots, s$, and G/N_s is a finite soluble group.

COROLLARY: If the torsionfree abelian subgroups of G have rank ≤ 2, then each of the torsionfree abelian factors N_i / N_{i-1} has rank ≤ 2, for $i = 1, \ldots, s$.

OSBORN, H.: Remarks on Kähler modules

Let A be a commutative algebra with 1 over an integral domain k, J the kernel of $A \leftarrow A_{D_q} \otimes A$, $E_q(A)$ the q^{th} Kähler module J/J^{q+1}, and $E_q(A) \leftarrow A$ the q^{th} order derivation $D_q a = (1 \otimes a - a \otimes 1) + J^{q+1}$.

REMARK 1: If A is an algebra of k-valued functions (on Spec A in the Zariski topology) and A_I its restriction to the open set Spec $A \sim \{P \mid PI = 0\}$ for non-void $I \subset A$, then if a family $\mathfrak{b}$ of such open sets covers Spec A, $E_q(a)$ is a submodule of $\Pi_{I \in \mathfrak{b}} E_q(A_I)$.

REMARK 2: Consider the first order derivations $\mathfrak{D}$ of the symmetric algebra $\mathcal{S} E_1(A)$ $(= \Sigma\, \mathcal{S}^p E_1(A))$ into itself such that

i) $\mathfrak{D}\, \mathcal{S}^p E_1(A) \subset \mathcal{S}^{p+1} E_1(A)$ and ii) the restriction of $\mathfrak{D}$ to $\mathcal{S}^o E_1(A)$ is $E_1(A) \xleftarrow{D_1} A$; there is a 1 : 1 correspondence between such derivations and the splittings of $0 \leftarrow E_1(A) \leftarrow E_2(A) \leftarrow \mathcal{S}^2 E_1(A) \leftarrow 0$.

REMARK 3: If A is the real algebra of all C^∞ functions on the real line then $D_1 a \neq \frac{da}{dx} D_1 x$ for all $a \in A$ exept when a is rational in x.

NEWELL, M.: A Structure Theorem for Semi-torsionfree Radical Groups

A group G is called "semi-torsionfree" if G contains no non trivial characteristic torsion-subgroup. The group G is "radical" (in the Plotkin sense) if every non trivial epimorphic image of G contains a non trivial locally nilpotent normal subgroup. We prove the

THEOREM: If G is a semi-torsionfree radical group and if every torsionfree abelian subgroup of G has finite rank, then G contains a finite set of normal subgroups N_i such that

$$N_0 = 1, \ldots, N_{i-1} \leq N_i, \ldots, N_{s+1} = G,$$

N_i / N_{i-1} is torsionfree abelian of finite rank, for $i = 1, \ldots, s$, and G/N_s is a finite soluble group.

COROLLARY: If the torsionfree abelian subgroups of G have rank ≤ 2, then each of the torsionfree abelian factors N_i / N_{i-1} has rank ≤ 2, for $i = 1, \ldots, s$.

[illegible], [illegible]: Remarks on Kähler modules

Let A be a commutative algebra with 1 over an integral domain R, I the kernel of $A \otimes_R A \to A$, $\Omega^q_R(A)$ the q^{th} Kähler module I^q/I^{q+1}, and $D_p(A)$ the q^{th} [illegible] derivations $D_q = (I/I^{q} \otimes A) + I^{q+1}$.

REMARK 1: If A is an algebra of K-valued functions (on Spec A in the Zariski topology) then the restriction to the open set Spec A $\{P \mid f = 0\}$ for [illegible] $f \in A$, then if a family [illegible] open sets covers [illegible], [illegible] in a submodule of [illegible] (Ω_1).

REMARK 2: Consider the first order derivations of the symmetric algebra $S_R(A)$ ([illegible] $E_1(A)$) into itself such that

i) [illegible] I^{q+1} and [illegible] the restriction of [illegible] to $E_1(A)$ is $E_1(A) \to$ [illegible]; there is a 1:1 correspondence between such derivations and the splitting of $0 \to E_1(A) \to E_2(A) \to E_1^2(A) \to 0$.

REMARK 3: If A is the real algebra of all C^∞ functions on the real line then $D_1 a \neq$ [illegible] for all [illegible] except when [illegible] is rational in x.

PLAUMANN, P.: Eine Klasse zusammenhängender Gruppen

Wir betrachten Klassen $\mathfrak{G}$ lokal kompakter, zusammenhängender Gruppen mit Eigenschaften folgender Art:

(a) Mit G enthält $\mathfrak{G}$ alle zusammenhängenden abgeschlossenen Untergruppen von G und alle stetigen und offenen epimorphen Bilder von G.

(b) Alle einfach zusammenhängenden, auflösbaren Gruppen aus $\mathfrak{G}$ sind abelsch.

(c) Alle auflösbaren Gruppen aus $\mathfrak{G}$ sind nilpotent.

(d) Alle auflösbaren Gruppen aus $\mathfrak{G}$ sind abelsch.

SATZ: Die Klasse $\mathfrak{G}$ erfüllt (a), (b) und (c) genau dann, wenn sie eine Unterklasse der Klasse der Gruppen mit kompakter gruppe ist; sie erfüllt (a) und (d) genau dann, wenn sie eine Unterklasse der Gruppen mit kompakter Zentrumsfaktorgruppe ist.

RINGEL, C.M.: Ringe mit hausdorffschen Strukturräumen

SATZ: Sei R Ring mit 1.
Sei der Strukturraum M(R) der maximalen Ideale von R hausdorffsch; dann ist $\bar{R}$ biregulär, wobei $\bar{R} = R / G(R)$, G(R) Brown-McCoy-Radikal. Ist der Strukturraum K(R) der korpoidalen Ideale von R hausdorffsch, so ist $\bar{R} = R / T(R)$ stark regelär, T(R) Thierrensches Radikal.
Beweis: garbentheoretisch mit Hilfe des Lemmas: Ist (S, p, X) ("flabby") Garbe von einfachen Ringen mit Eins über einem zusammenhängenden Raum X, so ist die Garbe trivial.

SCHMIDT, R.: Verbandshomomorphismen endlicher Gruppen

Ein Verbandshomomorphismus von G in H (G, H Gruppen) ist eine eindeutige Abbildung σ des Untergruppenverbandes V(G) von G in den von H mit
(1) σ ist Abbildung auf $V(G\sigma)$, (2) $(U \cup V)\sigma = U\sigma \cup V\sigma$, $U, V \in V(G)$,
(3) ist $U\sigma = V\sigma$, dann existieren $U', V' \subseteq G$ mit $U'\sigma = V'\sigma = 1$ und $U \cup U' = V \cup V'$.
Der Kern $K(\sigma)$ von σ ist die Vereinigung aller $U \in V(G)$ mit $U\sigma = 1$.

Es wurden u.a. folgende Sätze bewiesen:

σ sei Verbandshomomorphismus der endlichen Gruppe G auf $G\sigma$, $K = K(\sigma)$ sei quasinormal in G (d.h. mit allen $U \in V(G)$ vertauschbar). Dann gilt:

1.: Ist $o(G\sigma) = p^n$ und $[G:K] \neq p^n$, so ist $G\sigma$ zyklisch oder elementarabelsch.

2.: Sei K_1 der maximale in K enthaltene Normalteiler von G. Dann gilt:

(a) G/K_1 perfekt $\Longrightarrow$ $G\sigma$ perfekt, (b) $G\sigma$ perfekt $\Rightarrow$ $K_1 = K$ und G/K perfekt, (c) G/K_1 auflösbar $\Longleftrightarrow$ $G\sigma$ auflösbar.

Zum Beweis wurde die Suzukische Theorie der nicht indexerhaltenden Verbandsisomorphismen auf Verbandshomomorphismen mit quasinormalem Kern verallgemeinert.

SCHOENWAELDER, U.: Normale Komplemente nilpotenter Hall-Untergruppen

Definitionen: $\underline{Z}_i(H)$ = i-tes Glied der aufsteigenden Zentralreihe der Gruppe H; $\underline{J}(P)$ = Erzeugnis aller abelschen Untergruppen maximalen Ranges der primären Gruppe P; $\underline{J}(H)$ = Erzeugnis (direktes Produkt) der $\underline{J}(P)$, P Primärkomponente der nilpotenten Gruppe H; $\underline{J}_i(H) / \underline{Z}_i(H) = \underline{J}(H/\underline{Z}_i(H))$ für nilpotente Gruppen H.

SATZ: Die endliche Gruppe G ist π'-abgeschlossen mit nilpotenter Faktorgruppe $G/G_{\pi'}$, wenn sie eine nilpotente π-Hall-Untergruppe H besitzt, so daß eine der folgenden drei Bedingungen erfüllt ist:

(A) $2 \notin \pi$, und $\underline{NJ}(H)$ und $\underline{CJ}(H)$ sind π'-abgeschlossen.

(B) $2 \notin \pi$, und die Normalisatoren $\underline{NJ}_i(H)$ sind π'-abgeschlossen für alle $i \geq 0$.

(C) Der Normalisator $\underline{N}(H)$ ist π'-abgeschlossen, und für jeden Primteiler p von $|H|$ gilt eine der Bedingungen:

(a) Die p-Sylow-Gruppe $\underline{H}_p$ von G ist regulär.

(b) $p \neq 2$; die elementar-abelschen Faktoren der p-Sylow-Gruppe H_p von G haben höchstens den Rang 2.

(c) G ist p'-abgeschlossen.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

SIMON, H.: Auflösbare Gruppen gerader Ordnung

Sei G eine endliche Gruppe, $\mathfrak{S}$ eine Menge von Untergruppen von G, T eine weitere Untergruppe von G; $F(G)$ = Fittingsche Untergruppe von G.

Definition: "$\mathfrak{S}$ induziert eine Partition π auf T", d.h. entweder $X \cap T = 1$ oder $X \cap T = T$ oder $1 \neq X \cap T \neq T$; und alle $1 \neq X \cap T \neq T$ bilden eine Partition π von T. - Gedanke: $\mathfrak{S}$ induziere eine nicht-triviale Partition π auf T; was kann man jetzt über die Struktur von G aussagen? - Realisierung: Die nicht-einfache Gruppe G (gerader Ordnung) ist auflösbar, falls gilt:

(a) Es gibt eine maximale Untergruppe M von G, die eine 2-Sylowgruppe $\neq 1$ von G echt enthält.

(b) $M' \neq M''$ wenn $M' \neq 1$; aus $1 \neq F(M) \neq M$ folgt $(|F|; [M:F]) \neq 1$.

(c) Es gibt eine normale Untergruppenmenge $\mathfrak{S}$ von G, die eine nicht-triviale Partition π auf M induziert und M enthält, und aus $1 \neq X \cap M$ maximal $< M$ folgt X maximal in G ($X \in \mathfrak{S}$).

STRAMBACH, K.: Gruppe der Projektivitäten in nichtgeschlossenen Ebenen

Es wurde die Gruppe der Projektivitäten einer Geraden auf sich in nichtgeschlossenen Ebenen untersucht, das sind solche Ebenen, in denen es einen Punkt gibt, der in keiner geschlossenen Konfiguration liegt.

WEHRFRITZ, B.A.F.: Conjugacy Criteria for Locally Finite Groups

We are interestad in extending to locally finite groups four conjugacy theorems for finite groups, which are basic building bricks in finite group theory. The four theorems are:

a) the Sylow p-subgroup Theorem,
b) P. Hall's Maximal π-subgroup Theorem for soluble groups,
c) the Schur-Zassenhaus Theorem, and
d) Cunihin's π-separability Theorem.

We are able to give three general conjugacy criteria which enable one to give an affirmative answer to the above four questions in the class

of all locally finite groups with minimal condition on subgroups, and in the class of all periodic linear groups. Examples exist to show that for locally finite groups in general these conjectures are false. The general conjugacy criteria also enable one to give partial answers in the class of all homomorphic images of periodic linear groups, and in the class of locally finite CZ-groups.

G. Michler

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft