Mathematisches Forschungsinstitut
Oberwolfach

Tagungsbericht

Funktionalanalysis

2. bis 8. Oktober 66

Unter Leitung der Herren Professoren H. König (Saarbrücken), G. Köthe (Frankfurt) und H.G. Tillmann (Mainz) fand in Oberwolfach eine Tagung über Funktionalanalysis statt. Von den 46 Teilnehmern waren 18 aus dem Ausland gekommen. Die 31 gehaltenen Vorträge lösten anregende Diskussionen aus.

Teilnehmer:

Batt, Dr. J., Heidelberg
Beeker, Dr. J., Karlsruhe
Bengel, Dr. G., Frankfurt
Berens, Dr. H., Aachen
Brace, Prof. J., College Park (Md.) USA, z. Zt. Cambridge
Brown, Dr. Cl., z. Zt. Erlangen
Burmann, Dr. H. W., Göttingen
Dankert, FrauDr. G., Köln
Findley, D., Frankfurt
Flum, Dr. J., Barcelona
Gramsch, Dr. B., Mainz
Hackenbrock, W., Saarbrücken
Heuser, Prof. H., Mainz
Hirschfeld, Prof. R. A., Nymegen
Jörgens, Prof. K., Heidelberg
Knapp, Dr. H., Innsbruck
Kölzow, Dr. D., Saarbrücken
König, Prof. H., Saarbrücken
Köthe, Prof. G., Frankfurt
Luxemburg, Prof. W. A. J., Pasadena/USA
Mallios, Dr. A., Athen
Maltese, Prof. G., College Park (Md.) USA, z. Zt. Frankfurt

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

Marinescu, Prof.G., Bukarest

Martineau, Prof.A., Montpellier

Mitrović, Prof.Dr., Zagreb, z.Zt. Mainz

Pantelidis, Dr.G., Bonn

Poulsen, Prof.E., Aarhus/Dänemark

Ptak, Prof.V., Prag

Reiter, Prof.H., Utrecht

Singer, Prof.L., Bukarest

Schaefer, Prof.H., Tübingen

Stummel, Prof.F., Frankfurt

Thoma, Prof.E., Münster

Tippe, Dr.J., Berlin

Tillmann, Prof.H.G., Mainz

Vogt, Dr.D., Mainz

Waelbroeck, Prof.L., Brüssel

v.Waldenfels, Dr.W., Saarbrücken

Walter, Prof.W., Karlsruhe

Weigel, Dipl.Math., Karlsruhe

Wils, Dr., Berlin

Wittstock, G., Berlin

Wloka, Prof.J., Heidelberg

Wolf, Prof.F., Berkeley

Zaanen, Prof.A.C., Leiden/Niederlande

Zelasko, Dr.W., Warschau

Vortragsauszüge:

BATT, J.: Integraldarstellungen linearer Transformationen

Es sei $I = [a,b]$ ein kompaktes Intervall der reellen Zahlengeraden, es seien E, F Banachräume und $C(I,E)$ der Raum der auf I definierten stetigen Funktionen mit Werten in E. Jede lineare beschränkte Transformation T von $C(I,E)$ in F kann dargestellt werden durch ein Stieltjes-Integral vom Gowurin-Typ:

$$Tf = \int_a^b f(t)\, dU(t) \qquad f \in C(I,E)$$

mit einer Funktion U mit Werten in $L(E,F^{**})$ von beschränkter Semi-Variation, aber im allgemeinen nicht mit Werten in $L(E,F)$. Es werden

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

notwendige und hinreichende Bedingungen für T und F angegeben dafür, daß die eindeutig bestimmte linksnormierte erzeugende Funktion U Werte in $L(E,F)$ annimmt. Unabhängig von allen Darstellungsfragen wird der folgende Satz bewiesen:

Es sei F schwach vollständig und E reflexiv. Dann ist jede lineare beschränkte Transformation T von $C(I,E)$ in F schwach kompakt.

Erscheint in Math. Ann.

BENGEL, G.: Zur Theorie der Sato'schen Hyperfunktionen

Sei $P(D)$ ein elliptischer Differentialoperator mit konstanten Koeffizienten, Ω eine offene Menge in $\mathbb{R}^n$. Wir bezeichnen mit $H_p(\Omega)$ den Raum aller Lösungen der Gleichung $P(D)f = 0$; falls $K \subset \mathbb{R}^n$ kompakt ist, setzen wir $H_p(K) = \varinjlim_{\Omega \supset K} H_p(\Omega)$. Die Elemente von $H'_p(K)$ nennen wir P-Funktionale mit kompaktem Träger; ähnlich wie bei Martineau (Sem. Bourbaki 13 (1960/61) 214) definieren wir die P-Funktionale mit beliebigem Träger. Für gewisse $P(D)$ lassen sich die Sato'schen Hyperfunktionen als P-Funktionale darstellen und aus dieser Darstellung erhält man das Weyl'sche Lemma:

Jede Hyperfunktion ψ, die Lösung einer elliptischen Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten $P(D)\psi = 0$ ist, ist eine reell-analytische Funktion.

BERENS, H.: Intermediäre Räume zwischen Banachräumen, erzeugt durch Halbgruppen von Operatoren

X sei ein reeller oder komplexer Banachraum, mit Elementen f und $\{P(t);\ 0 \leq t < \infty\}$ eine gleichmäßig beschränkte Halbgruppe von Operatoren der Klasse (C_0) auf X mit infinitesimalem Erzeuger A. Es werden die Banachräume $X_{\alpha,r,q}$ zwischen $D(A^r)$ $(r = 1,2,\dots)$ und X diskutiert, wobei f zu $X_{\alpha,r,q}$ gehört, falls

$$\|f\|_{\alpha,r;q} = \begin{cases} \|f\| + \left\{ \int_0^\infty \left(t^{-\alpha} \|[P(t)-I]^r f\|\right)^q \frac{dt}{t} \right\}^{\frac{1}{q}} & (0 < \alpha < r, \quad 1 \leq q < \infty) \\ \|f\| + \sup\limits_{0<t<\infty} \left(t^{-\alpha} \|[P(t)-I] f\|\right) & (0 \leq \alpha \leq r, \quad q = \infty) \end{cases}$$

endlich ist. Bei der Untersuchung dieser Räume müssen die Fälle

$0 < \alpha < r$, $1 \leq q \leq \infty$ und $\alpha = r$, $q = \infty$ gesondert behandelt werden. Letzterer Raum ist der sogenannte Saturationsraum.

Es werden einfache Eigenschaften dieser Räume angegeben, zwei Reduktionssätze, sowie äquivalente Charakterisierungen. Schließlich werden noch Fragen vom Plessnerschen Typ behandelt. Diese Ergebnisse sind zum Teil veröffentlicht in einer Arbeit von H. Berens - P.L. Butzer, Math. Ann. 163 (1966).

BRACE, J.W.: Convergence on Filters and Applications

The basic concepts of convergence on filters as presented in the paper Convergence on filters and simple equicontinuity, Illinois Journal of Mathematics, vol. 9, pages 286 to 296, 1965, present a useful technique for topologizing function spaces. For a linear space of scalar valued functions with a locally convex topology the method leads to a representation of the Mackey topology. In the case of a collection of linear operators, a general theory is established concerning their approximation by operators with finite dimensional range and appropriate continuity.

BROWN, C.: Eine Verallgemeinerung der abstrakten Integrationstheorie

Es wird gezeigt, wie durch Begriffe, die zur Theorie der konvexen Kegel gehören, eine Integralerweiterungstheorie ohne Verbandsbegriffe aufgebaut werden kann. Die Anwendung dieser Theorie in der herkömmlichen Theorie der reellen Veränderlichen führt auf natürliche Weise zu der bekannten Integralerweiterung. Ihre Anwendung in der Theorie der Operatoren über einem separablen Hilbertraum, wo die natürliche Halbordnung keine Verbandstruktur induziert, führt auch in diesem Fall zu einer natürlichen Integralerweiterung. Die Theorie ist fähig, vernünftige Antworten auf einige Fragen über die Grundlagen der Quantenwahrscheinlichkeitstheorie zu geben.

BURMANN, H.W.: Der Raum der fastautomorphen Funktionen

In dem Raum Ω der Funktionen, die gegenüber der Modulgruppe Γ "meromorphes Verhalten" zeigen, wird mit Hilfe des induktiven Limes eine lokalkonvexe Topologie eingeführt. Dadurch erhält man eine Darstellung von Γ durch eine Gruppe gleichgradig stetiger, linearer Operatoren in Ω. Eine

Funktion aus $\mathfrak{L}$ heißt fastautomorph, wenn sie ein fastperiodischer Vektor bzgl. dieser Gruppe von Operatoren ist. Um die allgemeine Theorie der fastperiodischen Vektoren anwenden zu können, muß man nachweisen, daß $\mathfrak{L}$ T-vollständig ist, d.h. jede totalbeschränkte Menge in $\mathfrak{L}$ ist bedingt kompakt. Für die doppeltperiodische Gruppe anstelle der Modulgruppe und den entsprechenden Raum der Funktionen meromorphen Verhaltens läßt sich die T-Vollständigkeit beweisen.

DANKERT, G.: Sobolevsche Einbettungssätze bei Orliczräumen

In der Theorie der Orlicz-Räume läßt sich die Höldersche Ungleichung, die zunächst von einem Paar von Funktionen handelt, auf den Fall von endlich vielen Faktoren ausdehnen. Hierzu wird der Begriff der Verbindbarkeit und als Spezialfall davon der Begriff der Komplementarität einer endlichen Familie von Orlicz-Funktionen definiert und eine allgemeine Version der Youngschen Ungleichung bewiesen. Diese zusätzlichen Hilfsmittel genügen, um die allgemeine Form der Hölderschen Ungleichung zu beweisen. Diese Ergebnisse ermöglichen die Übertragung eines in der L^p-Raum-Theorie bekannten Sobolewschen Einbettungssatzes in die Orlicz-Raum-Theorie.

GRAMSCH, B.: Funktionalkalkül mehrerer Veränderlichen in lokalbeschränkten Algebren

Die Konstruktion des Funktionalkalküls für solche Algebren beruht auf der Integration gewisser Funktionen mit Werten in einem p-normierten Raum (Math. Ann. 162, 190-210, 1965). Nicht jede stetige Funktion auf dem Intervall $[0,1]$ mit Werten in einem vollständigen p-normierten Raum ist integrierbar. Andererseits zeigt sich, daß das Integral auf einem durch p-Entwicklungen definierten Raum vektorwertiger Funktionen ein topologischer Homomorphismus ist. Der so gewonnene Raum läßt sich mit dem projektiven Tensorprodukt $E \hat{\otimes}_p C(K)$ des p-Raumes E mit dem Banachraum C(K) der auf der kompakten Menge K stetigen Funktionen identifizieren. Mit diesen Methoden gewinnt man eine Integrationstheorie für Funktionen mit Werten in einem folgen-vollständigen topologischen Vektorraum. Für die eingeführten Differentialformen gilt der Satz von Stokes, der zur Konstruktion des Funktionalkalküls, wie er von L. Waelbroeck für Banachalgebren angegeben wurde (1960), benötigt wird.

(Erscheint in Math. Ann.)

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

HEUSER, H.: Z-symmetrisierbare Rieszsche Operatoren

Von Zaanen wurde der Begriff einer pseudo-selbstadjungierten und pseudo-positiven Abbildung eines Banach-Raumes X definiert und damit die Symmetrisierbarkeit eines Operators auf X erklärt. Zaanen bewies, daß ein Operator A mit einer vollstetigen Potenz genau dann durch eine pseudopositive Abbildung H (voll) - symmetrisierbar ist, wenn A einen Eigenwert $\neq 0$ besitzt, alle Eigenwerte reell sind und die Kettenlänge für die Eigenwerte $\neq 0$ gleich 1 ist. Es wird gezeigt, daß dieser Satz auch für Rieszsche Operatoren gilt, wobei der Beweis erheblich einfacher wird; ein Entwicklungssatz fällt mit ab. Benutzt man kräftigere Hilfsmittel, so kann sogar auf die Beschränktheit von H verzichtet werden.

HIRSCHFELD, R.A.: On hulls of operators and the dirac formalism

Starting from a Hilbert space H, we shall construct a new one, H', such that each self - adjoint operator A in H has a self - adjoint extension, its "hull" A', in H' with a pure point spectrum coinciding with that of A. Any Abelian family of self - adjoint operators with a common dense domain in H possesses, after "hulling", a common orthogonal base of eigenvectors in H'.

This "hull" construction, which resembles Robinson's non-standard analysis, hinges on a suitable equivalence relation for the bounded sequences in H.

JÖRGENS, K.: Zur Spektraltheorie der Schrödinger-Operatoren

Ein Schrödinger-Operator, definiert auf $C_o^\infty(R^m)$ hat die Form $T = \sum_{j=1}^{m} (i\partial_j + b_j)^2 + q$ mit reellen Koeffizienten $b_j \in C^1$.

Genügt q einer weiteren Bedingung (vgl. Ikebe-Kato, Arch. Rat. Mech. Anal. 9, 1962), so ist T wesentlich selbstadjungiert. Es wird eine Klasse symmetrischer Differentialoperatoren A (von erster Ordnung) angegeben, die T-kompakt sind. Daraus folgt, daß T+A auch wesentlich selbstadjungiert ist, und daß die selbstadjungierten Fortsetzungen von T und T+A dasselbe wesentliche Spektrum haben. Der Satz erlaubt zu zeigen, daß der Operator eines Teilchens im homogenen Magnetfeld der Stärke b plus einem Coulomb-elektrischen Feld das wes. Spektrum $[\,|b|, \infty)$ hat.

KÖLZOW, D.: Über das von Neumannsche Lifting

Für einen positiven Maßraum $\mathfrak{M} = (E, \mathfrak{m}, \varphi)$, der gleich seiner Carathédoryschen Erweiterung ist, sind folgende Aussagen äquivalent:

1. Auf $\mathfrak{M}$ existiert ein Lifting, bis auf eine lokale Nullmenge.
2. $\mathfrak{M}$ ist direkte Summe von endlichen Maßräumen, bis auf eine lokale Nullmenge.
3. Auf $\mathfrak{M}$ existiert eine schwache Vitali-Basis, bis auf eine lokale Nullmenge.
4. Auf $\mathfrak{M}$ existiert eine starke Vitali-Basis, bis auf eine lokale Nullmenge.
5. Auf $\mathfrak{M}$ gilt der Satz von Radon-Nikodym monoton: Jedes φ-stetige Maß ψ auf $\mathfrak{M}$ besitzt eine solche Ableitung f_ψ nach φ, daß aus $\psi_1 = \psi_2$ folgt $f_{\psi_1} = f_{\psi_2}$.
6. Auf $\mathfrak{M}$ gilt der Satz von Dunford-Pettis für beliebige Banach-Räume - monoton im Falle des Banach-Raumes der reellen Zahlen.
7. Auf $\mathfrak{M}$ gilt das Segalsche Lokalisationsprinzip für bedingte $\mathfrak{b}$-Ideale meßbarer Mengen endlichen Maßes monoton.

Die Existenz eines Liftings für einen endlichen, vollständigen Maßraum wird allein mit Hilfe des Segalschen Lokalisationsprinzips bewiesen, durch Modifikation des Beweises von Ionescu Tulcea, welcher noch einen Martingalsatz und den Satz von Krein-Milman benutzt.

LUXEMBURG, W.A.J.: A remark on an inequality of Hardy-Littlewood and Pólya concerning convex Functions

Let $x=(x_1, \ldots, x_n)$, $y = (y_1, \ldots, y_n)$ be two real vectors and let $x^* = (x^*_1, \ldots, x^*_n)$, $y^* = (y^*_1, \ldots, y^*_n)$ be the decreasing rearrangements of x and y respectively. We set as usual $x \leq y \iff$

$$\sum_{k=1}^{p} x^*_k \leq \sum_{k=1}^{p} y^*_k \quad (p = 1, \ldots, n-1), \text{ (and) } \sum_{k=1}^{n} x^*_k = \sum_{k=1}^{n} y^*_k .$$

In 1929, Hardy-Littlewood and Polya showed that $x \leq y$ if and only if $\sum_{i=1}^{n} \varphi(x_i) \leq \sum_{i=1}^{n} \varphi(y_i)$ for all real continuous convex functions. The purpose of this talk is to indecate that a similar result for finite measure spaces can be obtained.

MALLIOS, A.: Semi-simplicity of tensor products of topological algebras

The question of semi-simplicity of a tensor product suitably topologized of semi-simple topological algebras seems to have an intimate relation with the kind of topology has to be considered on the tensor product algebra. Thus, the following result holds, for example, true:

THEOREM: Let E, F be complete semi-simple topological algebras; (a rather technical condition is, moreover, required for the algebras to hold). Moreover, let be a topology on $E \otimes F$ compatible with the multiplication and not smaller than the topology of "bi-equicontinuous" convergence. Then the completed algebra $E \hat{\otimes}_{\tau} F$ is semi-simple if and only if τ is α "faithful" topology on $E \otimes F$.

This specializes, for certain particular algebras including Banach algebras, to recent results of several authors as well as to previous extensions of these by the present author.

MALTESE, G.: Extremal positiv definite Funktionen und der Satz von Bochner

Sei Γ eine lokal kompakte abelsche Gruppe, und sei P die Menge der positiv definiten Funktionen definiert auf Γ und mit Norm (in $L^{\infty}(\Gamma)$) höchstens eins. Mit $\mathfrak{M}_{+}$ bezeichnen wir die Menge aller positiven Radonschen Maße, mit Norm höchstens eins, definiert auf der Dualgruppe $\hat{\Gamma}$. Der Satz von Riesz-Bochner-Herglotz besagt, daß die Mengen P und $\mathfrak{M}_{+}$ isometrisch isomorph sind. Wir geben hier einen neuen elementaren Beweis dieses Satzes, in dem wir, ohne Hilfe der Darstellungstheorie, die Extremalpunkte von P direkt identifizieren und dann zum Schluß den Satz von Krein-Milman anwenden.

MARINESCU, G.: Applications des espaces vectoriels pseudotopologiques

Soient E et F deux espaces vectoriels localement-convexes, dont les topologies sont données par les familles A, resp. B de seminormes. L'espace des applications n-linéaires de E dans F est la réunion pseudotopologique (ou la limite inductive dans la catégorie des espaces vectoriels à convergence) d'une famille $\{\mathfrak{L}_{\varphi}(E,F)\}$ d'espaces localement-convexes, où φ sont toutes les applications de B dans A. Cette structure est utilisée pour définir les différentielles d'ordre supérieur, au sens de Fréchet, des applications de E dans F. On en obtient un

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

calcul différentiel convenable pour la définition des variétés différentielles dont les espaces tangents sont localement-convexes ou polinormés.

MARTINEAU, A.: Indicatrices projectives des fonctionnelles analytiques

Si K est un compact holomorphiquement convexe de $\mathbb{C}^N$ et si $H(K) = \varinjlim_{\omega \supset K} H(\omega)$ son dual $H'(K)$ peut être identifié à un groupe de cohomologie défini sur $\complement K$.

Supposons que $\complement K$ soit réunion d'hyperplans complexes, on peut alors remplacer ce groupe de cohomologie par un espace de fontions holomorphes de l'ensemble des hyperplans ne rencontrant pas K. Il y a des difficultés losque K n'est pas convexe. On les lève en introduisant une nouvelle fonction holomorphe définie sur un ouvert d'un espace projectif de dimension infinie.

MITROVIĆ, D.: Les théorèmes de fermeture pour les espaces l_p

En utilisant certaines propriétés de la fonctionnelle linéaire continue et des fontions représentées par les séries de Dirichlet, on démontre quelques conditions suffisantes pour qu'une suite d'éléments de l_p soit totale $(1 \leq p < \infty)$.

THEOREME: Soit $\varphi(z)$ une fonction entière de l'ordre $\rho = 1$ et du type $\tau < \infty$. Soit $\{\lambda_n\}$ une suite strictement croissante vers l'infinie $(0 < \lambda_1 < \ldots < \lambda_k \to \infty,\ k \to \infty)$. Si $\limsup_{k\to\infty} \frac{\log k}{\lambda_k} = 0$ et $\varphi(\lambda_k) \neq 0$, la suite $x_n = \{(-1)^n \lambda_k^n \varphi(\lambda_k) e^{-\lambda_k(\tau+1)}\}_{k=1}^{\infty}$ est totale quel que soit $p \geq 1$.

Références

D. Mitrović: Dense subsets in the spaces l_p, Michigan Math. J. 8, (1961), 61-64.

D. Mitrović: Closure theoremes for the spaces l_p, Glasnik mat. fiz. i ast. 20 (1965), 93-98.

PTAK, V.: Fortsetzung von getrennt stetigen Funktionen und schwache Kompaktheit

Der Erweiterungssatz und seine Anwendungen sind in den folgenden Ar-

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

beiten des Autors enthalten.

1° A combinatorial lemme on the existence of convex means and its application to weak compactness. Proc. Symp. Pure Math. vo. 7 (1963).

2° An Extension Theorem for separately continuous Functions and its Application to Functional Analysis. Czech. Math. Journ. 89 (1964), 562-581.

POULSEN, E.: Eine unendliche-dimensionale Fourier-Transformation

Die Schwartz'schen Räume S^n über $\mathbb{R}^n$ lassen sich charakterisieren als lokalkonvexe Räume, die eine Algebra von Operatoren trägt, die von Operatoren P_j, Q_j mit den kanonischen Vertauschungseigenschaften erzeugt ist. Diese Charakterisierung läßt sich auf den Fall $n = \infty$ auf eine solche Weise erweitern, daß man einen Raum $\mathfrak{S}$ von differenzierbaren Funktionen auf den Realteil Re S von S bekommt, worin eine natürliche Fourier-Transformation existiert.

REITER, R.: Ideale in Funktionenalgebren

Es wird eine abstrakte Darstellung des Wienerschen Satzes und seiner Verallgemeinerung gegeben mit verschiedenen konkreten Beispielen. Die Methode ergibt (i) eine Verallgemeinerung bekannter Ergebnisse, (ii) neue Probleme, (iii) neue Ergebnisse.
Eine gedruckte Darstellung soll in Buchform erscheinen.

SCHAEFER, H.H.: Maximale T-Ideale eines positiven Operators

Sei E ein Banachverband vom Typus C(X) (stetige reell- oder komplexwertige Funktionen auf einem kompakten Raum X). Ist T ein positiver linearer Operator auf E, so führt das Studium des Spektrums von T auf die Frage nach T-invarianten abgeschlossenen Idealen in E, besonders nach maximalen T-Idealen. Man beweist nun, daß es stets maximale (eigentliche) T-Ideale I gibt, und daß jedes solche Ideal sich als absoluter Kern eines positiven Eigenvektors der Transponierten T' dar-

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

stellen läßt.

Ist T Markoffsch (T 1 = 1) und die von T erzeugte Halbgruppe ergodisch, so ist die Struktur der maximalen T-Ideale besonders einfach: Vermöge der angegebenen Beziehung entsprechen die meximalen T-Ideale umkehrbar eindeutig den Extremalpunkten der Menge aller positiven, normierten T-invarianten Maße. (Der Beweis benutzt das Theorem von Choquet-Bishop-de Leeuw.)

SINGER, I.: Best approximation in normed linear spaces

Presentation of the author's book "Best approximation in normed linear spaces by elements of linear subspaces" which is under print (in rumanian) at the Publishing House of the Rumanian Academy of Sciences.

THOMA, E.: Harmonische Analyse auf diskreten Gruppen

Allgemeine Zerlegungssätze für positiv-definite Klassenfunktionen auf einer Gruppe werden dazu benützt, um in Spezialfällen auf einfache Weise alle ergodischen Maße bezüglich einer Gruppe von Homöomorphien eines kompakten Raumes zu bestimmen.

WAELBROECK, L.: Analyticity and holomorphy of functions with values in p-normed spaces

Let (E, ν) be a p-normed vector space, and complete. An E-valued function on a complex domain is analytic if it is locally the sum of a power series in the complex variable. This function is holomorphic if it is r times differentiable, its Taylor expansions depending only on the complex variable (with r large enough, depending on p).

Theorem.
An R-valued analytic function is holomorphic.
This result can be applied to extend the Gelfand theory known to be valid for commutative Banach algebras (Gelfand), for continuous inverse locally convex algebras (the author), and for complete p-normed algebras (B. Gramsch, Math. Ann. 162, 1965) to continuous inverse algebras whose topology is defined by a family of p-norms.

Proceedings of the Summer School on Topological Algebra Theory, Bruges,

1966 (apply to L. Waelbroeck, Univ. de Bruxelles, I.Inst. de Math.) and a publication with Turpin somewhere, sometime.

v. WALDENFELS, W.: Fast positive Funktionale

Sei $\mathfrak{X}$ der Raum aller stetigen, beschränkten Funktionen auf dem $\mathbb{R}^n$, die im Nullpunkt zweimal Taylorsch differenzierbar sind. Ein fast positives straffes Funktional auf dem $\mathbb{R}^n$ ist ein lineares Funktional $A: \mathfrak{X} \to \mathbb{C}$, das die beiden folgenden Bedingungen erfüllt.

(a) $f \in \mathfrak{X}, \quad f \geq 0, \quad f(0) = 0 \Longrightarrow \langle A, f \rangle \geq 0$ (Fastpositivität)

(b) zu jedem $\epsilon > 0$ gibt es ein $\rho > 0$, so daß $|\langle A, f \rangle| \leq \epsilon$ für alle stetigen f mit $|f| \leq 1$, $f(x) = 0$ für $|x| \leq \rho$ (Straffheit).

Das Funktional A besitzt die Darstellung

$$\langle A, f \rangle = a f(0) + \Sigma b_i f'_i(0) + \frac{1}{2} \Sigma c_{ik} f''_{ik}(0) + \int Q(dx) \frac{1+|x|^2}{|x|^2} \left(f(x) - f(0) - \Sigma f'_i(0) \frac{x_i}{1+|x|^2}\right),$$

wo c_{ik} eine positiv semidefinite Matrix und Q ein positives beschränktes Radonmaß mit $Q(\{0\}) = 0$ ist. Es gilt der folgende dem Bochnerschen Satz analoge Satz: Äquivalent sind

(i) Eine Funktionenfamilie $\mathfrak{F}$ auf dem $\mathbb{R}^n$ ist gleichgradig und gleichmäßig stetig im Nullpunkt und erfüllt $\Sigma F(x_i - x_n) z_i z_n^* \geq 0$.

(ii) Jedes $F \in \mathfrak{F}$ ist Fouriertransformierte eines fast positiven straffen Funktionals auf dem $\mathbb{R}^n$ und diese Funktionale sind gleichmäßig straff, das heißt, sie erfüllen (b) gleichmäßig und sind in einer geeigneten Norm gleichmäßig beschränkt.

WITTSTOCK, G.: Über invariante Teilräume zu positiven Transformationen in Räumen mit indefiniter Metrik

Es seien X ein linearer Raum und Q eine nichtausgeartete Hermitesche Bilinearform auf X. (X, Q) heißt ein Raum mit indefiniter Metrik. Es sei $P = \{x | x \in X, \ Q(x) \geq 0\}$. Ein linearer Teilraum Y von X heißt positiv, wenn $Y \subset P$ gilt. Ein positiver Teilraum Y heißt maximal positiv, wenn es in P keinen Teilraum gibt, der Y umfaßt. Es sei A eine lineare Transformation von X, für die $A(P) \subset P$ gilt. Es wird das folgende Problem betrachtet:

Es sei Y_o ein positiver und unter A invarianter Teilraum von X. Gesucht wird ein maximaler positiver Teilraum Y, der Y_o umfaßt und der ebenfalls unter A invariant ist.

WLOKA, J.: Nuklearität der Distributionsräume

Wir betrachten die Hilberträume $A_2(\overset{\mathfrak{G}}{M}) = \{\varphi : \varphi(z)$ holomorph in $\mathfrak{G} \subset \mathbb{C}^r$, $\|\varphi\|^2 = \iint_{\mathfrak{G}} |\varphi(z)|^2 M^2(z)dz < \infty\}$, $K_2^{(1)}(\overset{\Omega}{M}) = \{\varphi : \Omega \subset E^r$, $\|\varphi\|^2 =$

$$= \int_\Omega \sum_{|s|\leq 1} |D^s\varphi(x)|^2 M^2(x)dx < \infty\}$$

(verallgem. Sobolevscher Raum).

$$S_2(m_{k,q}) = \{\varphi : \varphi \in C^\infty,\ \|\varphi\|^2 = \int_{E^r} \sum_{k,q} |(1+x^2)^k D^q\varphi(x)\, m_{k,q}|^2 dx < \infty\}$$

und geben hinreichende Bedingungen an, unter denen Einbettungen der Art

$$A_2(\overset{\mathfrak{G}_1}{M_1}) \to A_2(\overset{\mathfrak{G}_2}{M_2}),\quad K_2^{(1_1)}(\overset{\Omega_1}{M_1}) \to K_2^{(1_2)}(\overset{\Omega_1}{M_2}),\quad S_2(m^1_{k,q}) \to S_2(m^2_{k,q})$$

Hilbert-Schmidtsch sind. Diese Bedingungen erlauben uns, die Nuklearität aller bekannten Distributionsräume (L. Schwartz, Gelfand, Palamodov, Roumieu, Köthe, Tillmann, Silva) festzustellen.

WOLF, F.: Anwendung einer Ungleichung von K.O. Friedrichs zur Theorie von singulären Randwertaufgaben

K. Friedrichs hat im eindimensionalen Fall eine Ungleichung bewiesen von der Form

$$\int_0^1 \alpha(y) \left|\frac{du}{dy}\right|^2 dy \geq \frac{1}{4} \int_0^1 \frac{|u|^2}{\tau^2(y)\alpha(y)} dy; \quad \tau(y) = \int_y^1 \frac{dx}{\alpha(x)}, \quad \alpha(x) \underset{x\to 0}{\to} 0.$$

Die Ungleichung kann benutzt werden, um eine Bedingung herzuleiten, daß die singuläre Randwertaufgabe $\frac{\partial}{\partial x_i}\, a_{i,k}(x) \frac{\partial}{\partial x_k} + cu = f(x)$ im verallgemeinerten Dirichletschen Falle ein diskretes Spektrum hat. Wenn die Hermitesche Matrix $(a_{ik}(x))$ die Eigenwerte $a_i(x)$ hat, und $\tau_i(x)$ die oben erklärten Funktionen bedeuten, dann ist

$$\lim_{x \to \partial\mathfrak{G}} \sum_i \frac{1}{\tau_i^2(x)\alpha_i(x)} = \infty$$

gleichmäßig für $x \to \partial\mathfrak{G}$ eine hinreichende Bedingung für den diskreten Charakter des Spektrums. Es kann auch gezeigt werden, daß, selbst wenn C nicht von unten beschränkt ist, unter gewissen Bedingungen die Randwertaufgabe positiv definit ist.

ZAANEN, A.C.: Elementary theory of normed Köthe spaces

Normed Köthe spaces, the elements of which are measurable functions on a point set X, are defined. Each such space has an associate space, which is also a normed Köthe space, being norm complete in addition. Under suitable conditions, the associate space is a closed linear subspace of the Banach dual, and there exists another closed linear subspace, namely the subspace of all singular functionals, such that the Banach dual is the direct sum of the associate space and the subspace of the singular functionals. This will be published in the last chapter of the second edition of my book on integration theory.

ZELAZKO, W.: Extended spectra and power series in locally convex algebras

We discuss a concept of extended spectrum in locally convex algebras, this spectrum is never void, and its spectral radius satisfies relations analogous to the m-convex case. Then we discuss some properties of power series acting in the algebras in question, some of them under additional assumption of completeness and metrisability. The presented results form in part a refinement of results obtained in Rozprawy Mat. 47 (1965).